

# 多轴随机载荷下的疲劳寿命估算方法<sup>\*</sup>

金丹 陈旭<sup>†</sup>

天津大学化工学院过程装备与控制工程系, 天津 300072

**摘要** 现代工业的发展使得更多的构件承受着复杂的载荷形式, 将单轴疲劳模型应用到多轴载荷情况已不能满足现代工业的设计要求, 多轴随机载荷下的疲劳寿命计算日益引起人们的重视. 多轴随机载荷的寿命预测中, 如何计算载荷循环次数是其基础, 目前广泛使用的是雨流计数方法, 现在已成功的应用于多轴载荷的情况. 累积的疲劳损伤分析在各种构件和结构的载荷历史中都起着重要的作用. 自从线性损伤律提出以来已发展了数十种损伤律, 变幅载荷引起的疲劳损伤可以由许多不同的累积损伤律来计算, 虽然发展了许多损伤模型, 由于问题的复杂性, 每个模型的应用范围也是随具体情况而定. 线性损伤律方法尽管有很多不足之处, 但在设计使用中仍占有重要的位置. 两载荷水平及模式下的损伤累积以及损伤与物理机制的关系在本文中也做了介绍. 针对近年来提出的描述多轴随机载荷下疲劳寿命估算方法进行了详细的评述, 对各模型的应用范围和预测能力进行了讨论, 并对今后的工作提出了建议.

**关键词** 多轴疲劳, 非比例载荷, 随机载荷, 雨流计数, 损伤律

## 1 引言

近年来, 人们逐渐认识到多轴随机载荷疲劳问题的重要性, 对其研究也逐渐的深入<sup>[1~5]</sup>. 因为现代工业中绝大多数的工程构件如压力容器、燃气轮机的转子、涡轮叶片、核燃料元件等均在复杂加载历史、恶劣环境条件下工作, 将单轴疲劳模型应用到多轴情况已不能满足现代工业的设计要求. 同时近年来新一代计算机控制的电液伺服多轴疲劳试验系统及试验技术的发展为人们材料多轴低周疲劳破坏行为的研究提供了有力的试验手段. 工程构件多是因承受随机载荷作用而失效, 随机载荷下疲劳损伤和可靠性的评价是一个关键的问题. 尽管已有很多的研究, 但是由于问题的复杂性(例如非比例应变, 多轴应力状态, 主轴方向的改变, 裂纹路径的偏离, 过载引起的延迟效应等), 在一个疲劳损伤估算和累积律中考虑诸多因素的影响来进行疲劳寿命的预测, 还未获得很满意的结果, 多轴随机载荷作用下的疲劳可靠性设计还处于探索阶段.

对于随机疲劳累积损伤理论的研究已有许多工作, 倪侃<sup>[6]</sup>从概率统计等方面进行了较深入系统

的分析, 重点介绍了二维概率 Miner 准则以及有关随机疲劳寿命、随机疲劳强度等方面的研究进展. 近 20 年来, 多轴疲劳的研究已取得较大的进展, 特别是常幅载荷下的多轴疲劳研究也有许多综述评论<sup>[7,8]</sup>. 本文对随机载荷下多轴疲劳研究中的几个基本问题, 例如雨流计数方法、损伤累积律、两载荷模式下的损伤累积、损伤与物理机制的关系以及随机载荷下疲劳寿命预测的方法进行了综合回顾.

## 2 多轴随机载荷中的循环计数方法

在随机载荷中如何计数是进行疲劳寿命预测的一个基本的问题. 循环计数是将复杂载荷历程简化为具有循环概念的简单载荷, 从而利用已有知识处理复杂问题的方法, 在随机载荷过程中可以使用雨流计数方法计算循环数<sup>[9~11]</sup>. 雨流计数方法已成为标准的循环计数方法, 该方法也为 ASTM 标准所采用<sup>[12]</sup>, 对疲劳寿命的预测能给出满意的结果.

雨流计数是在变幅载荷下决定损伤的一个重要过程, 最早由 Matsuishi 和 Endo<sup>[13]</sup>提出, 该方法认为塑性的存在是造成疲劳损伤的必要条件, 这种塑

收稿日期: 2004-09-02, 修回日期: 2005-11-19

<sup>\*</sup>国家自然科学基金资助项目(10272080)和教育部高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划资助项目

<sup>†</sup> E-mail: xchen@tju.edu.cn

性性质由应力 - 应变迟滞回线表现出来, 而一个大的应力 - 应变循环对材料造成的损伤, 不受小的循环的影响. 于是, 其计数结果与材料的“记忆”特性相一致. 这些特点使得雨流计数方法目前被看作是在复杂加载历史下的损伤计算的最好的办法.

Downing 和 Socie<sup>[11]</sup> 针对一般的随机加载条件和由峰值或谷值开始的随机应变 - 时间历程论述了如何进行雨流计数. Nie<sup>[14]</sup> 认为经典的雨流计数不能够对任意的载荷历程进行循环计数, 从而提出了一个新的雨流计数方法. 该方法首先得到应力 - 应变时间历史, 通过比较峰值和谷值的绝对值的大小来决定雨流在何处停止, 并进行计数. 剩余的部分分为发散和会聚历程, 发散部分中峰值 (谷值) 的绝对值比先前历程中峰值 (谷值) 和谷值 (峰值) 的绝对值大, 将此作为开始点进行计数, 这也是与经典的雨流计数不同的地方, 剩余部分再如此进行, 直至循环结束. 该法获得的循环数与应力 - 应变响应中的滞环相一致.

经典的雨流计数能够处理单轴载荷的历程, 对多轴载荷的处理也仅限于比例载荷. 多轴载荷为雨流计数提出了很多的问题, 因为在多轴载荷下滞环的定义不如单轴载荷下的明确. 对单轴可直接判别一个循环或反复, 但对于多轴加载, 材料平面上的正应变分量和剪应变分量的应力 - 应变不能形成一致的应力 - 应变迟滞回线. 临界平面上剪应变和正应变历史存在相位差, 峰谷值不能同时出现. 对于随机载荷, 情况更加复杂. Bannantine 和 Socie<sup>[1,15]</sup> 应用传统的雨流计数来对临界面上的剪应变进行循环计数. 对于最大剪应变幅值与最大剪应变面上的法向应变幅的关系, 各学者进行了比较分析<sup>[16~18]</sup>. 此后, Wang 和 Brown<sup>[2,3,19]</sup> 提出了一个多轴疲劳的计数方法作为新的损伤估算方法, 该法采用的是传统的相对当量应变法, 在相对当量应变中循环被定义为从零到最大值的

增加, 应变的定义如图 1 所示, 其中,  $\gamma_{\max}$  为最大剪应变,  $\varepsilon_n$  为最大剪应变面 (临界面) 上正应变,  $\varepsilon_n^*$  为剪应变一个反复进程中, 正应变的变程. 为了说明非比例应变的影响, 他们提出了一个对于比例和非比例载荷的统一的准则, 比例和非比例的不同在于最大剪应变的峰值和正应变变程之间的相角关系. 他们认为剪应变是控制疲劳损伤的重要参数, 疲劳裂纹是由于沿裂纹尖端剪切带的聚合过程而扩展的, 它会因正应变的存在而加速. 假设剪应变的折返点对应着剪切变形过程的转向, 这一点可以由裂纹尖端的滑移反映出来. 所以, 只有最大剪应变相邻折返点间正应变的作用才对该剪应变循环期间疲劳裂纹的扩展是有效的, 一旦剪应变改变方向, 正应变的影响就将消失.

Brown 等<sup>[20]</sup> 提出了一个新的平均应力的积分定义, 指出了传统的雨流计数方法的局限性, 基于塑性变形响应和在临界面滞环中考虑平均应力的影响, 提出了一个多轴非比例雨流计数方法和疲劳损伤计算流程. 此外, 文中还比较了平均应力存在与否对变幅载荷下疲劳寿命的影响, 结果表明平均应力对高周疲劳寿命的计算有较大的影响, 即使对于比例载荷下, 残余应力也将有较大的影响. Socie<sup>[21]</sup> 对多轴非比例随机载荷中的 4 个问题, 即循环应力应变模型, 循环计数方法, 损伤模型和损伤累积模型进行了分析. 指出 Bannantine-Socie 方法<sup>[15]</sup>, Wang-Brown 方法<sup>[19]</sup> 可应用于比例载荷, 但用于定义具有平均应力的循环中仍有困难.

Anthes<sup>[22]</sup> 对经典的雨流计数方法进行了修正, 提出了一个新的算法, 对于应力 - 应变路径的不封闭部分采用了虚拟滞环的概念, 能够考虑载荷顺序的影响. Langlais 等<sup>[23]</sup> 通过对单轴循环计数方法的简单修正提出了多轴循环计数方法. 在单轴情况下, 应力和应变是同相的, 应变中的一个往复与应力中的一

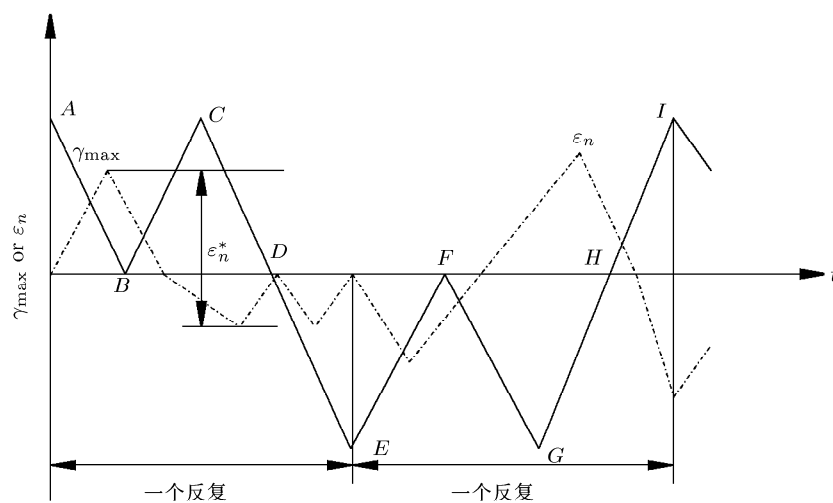


图 1 Wang 和 Brown 的循环计数方法<sup>[2]</sup>

个往复相一致。与单轴情况不同，多轴情况下应力和应变历史并不同相，如果仍对一个数据通道进行计数，不能保证不同的数据通道间的关系。为了保证一些重要的信息不被略去，必须考虑其他辅助通道的点。文中举例进行了论证，在所有的例子中同时考虑其他辅助通道的影响，得到的损伤参量大于等于单轴雨流计数方法下得到的损伤参量，从而实现了对多轴循环的计数。

总之，经过不断完善的雨流计数方法已成为目前进行循环计数时普遍认可的方法。尽管各学者对雨流计数方法进行了修正，但在目前多轴循环计数时采用更多的是 Wang 和 Brown<sup>[2,3,19]</sup> 的计数方法。

### 3 随机载荷下累积疲劳损伤分析

疲劳损伤随着循环数的增加而累积，累积疲劳损伤分析在构件和结构的载荷历史中起着重要的作用。在这种情形下，变幅载荷引起的疲劳损伤可以由许多不同的累积损伤律来计算。对于各种损伤累积律，Fatemi 和 Yang<sup>[24]</sup> 进行了详细的阐述。

Miner<sup>[25]</sup> 首先提出线性损伤律 (linear damage rule, LDR), LDR 方法的主要缺陷是与载荷水平、载荷顺序无关，缺乏载荷之间相互关系的描述，载荷顺序的影响使得损伤值并不是总是等于 1，使用该法预测的结果有时偏于安全有时偏于危险<sup>[26]</sup>。

较早描述损伤的非线性的方法是由 Richard 和 Newmark<sup>[27]</sup> 提出并由 Marco 和 Starkey<sup>[28]</sup> 发展起来的，通过指数型的非线性损伤律可以表述高-低载荷和低-高载荷的顺序影响。考虑到非线性损伤的特性，Manson 等<sup>[29]</sup> 发展了损伤曲线方法，双线性损伤律和双损伤曲线方法，并通过 316 不锈钢和 188 海纳铝合金的疲劳试验对上述方法进行了验证<sup>[30,31]</sup>。上述 3 种方法具有很相似的特性，它们都与载荷水平相关但是不能够说明载荷间相关性和小幅值循环对损伤的影响。Masson 等<sup>[32]</sup> 对其 20 多年来的工作进行了回顾和展望，对其方法进行了修正以便于在工程应用中更加精确和方便。Ömer 等<sup>[33]</sup> 应用线性损伤律和双线性损伤律对 1100 铝的实验结果进行了比较，结果表明双线性损伤律要好于线性损伤律，能够体现加载顺序和应力比的影响。此外 Morrow 课题组<sup>[34]</sup> 提出了很简单的非线性的形式，考虑应力顺序的影响，克服了线性损伤律的不安全的预测。

20 世纪 70 年代以后宏观疲劳裂纹扩展的模型获得了发展<sup>[35~37]</sup>，该模型基于线弹性断裂力学 (linear elastic fracture mechanic, LEFM) 方法，能够说明损伤累积过程中疲劳扩展段中载荷间相互作用。此外，持久强度的概念能够被用来表述损伤<sup>[38,39]</sup>。Bui-Quoc 等<sup>[40,41]</sup> 的统一型的疲劳损伤累积计算方法可

以说明载荷次序的影响，可以延伸至蠕变等条件。Ben-Amoz<sup>[42]</sup> 引入了剩余疲劳寿命带的概念，该理论进而发展用于随机载荷的形式<sup>[43]</sup>。能量方法始于 60 年代<sup>[44,45]</sup>，并进一步获得发展<sup>[46,47]</sup>。能量损伤参数能够将温度载荷，蠕变和疲劳等各种载荷类型统一在一起。基于应变能概念的多轴疲劳参数获得了发展使得能量的损伤模型也能够处理包括平均应力和多轴载荷下的情况<sup>[48]</sup>，这类模型包括 Elliyin<sup>[49]</sup>，Leis<sup>[50]</sup> 和由 Niu 等<sup>[51]</sup> 发展的模型。连续损伤力学方法是工程力学中相对新的方法，该方法现在多用于单轴的情况，由于非比例多轴疲劳问题的复杂性，当推广至多轴疲劳时将带来困难<sup>[52]</sup>，尽管已开展了研究工作<sup>[53]</sup>，然而并不多。

总的来说，已经发展了许多损伤模型，由于问题的复杂性，每个模型的应用范围也是随具体情况而定。LDR 方法尽管有很多不足之处，但在设计使用中仍占有重要的位置。在进行随机载荷下疲劳寿命的计算时，损伤曲线方法和 Morrow 的非线性方法也被采用<sup>[54~56]</sup>。

多轴随机载荷下的损伤累积研究并不多见。Fash 等<sup>[57]</sup> 针对多轴变幅载荷下的构件进行了分析，为了考虑不规则的载荷历史顺序的影响，做了 5 种路径的实验，每种试验包括了弯扭的组合情况。数据以马尔可夫矩阵的形式给出，通过分析计算得到峰值和谷值的确切的点，采用传统的局部应变寿命的概念进行疲劳寿命预测，结果是不安全程度为 4 倍分散带甚至更大，其主要原因在于预测中没能体现实验中载荷次序的影响。研究表明<sup>[58]</sup> 在相对低幅值下少量大的循环能产生更大的损伤。另外一个原因在于预测过程中采用的是线性损伤律，没有考虑不同幅值循环间损伤的相关性。裂纹的形成和扩展是与材料相关的但是也被其他因素所影响，裂纹的形成到裂纹的扩展的定义并不明显，两个区域的转折点是与幅值相关的<sup>[59]</sup>，这也使得预测结果趋于分散。

对于两载荷水平下的疲劳损伤累积计算，前人进行了大量的工作<sup>[32,60]</sup>，实验中不考虑平均应力和应变的影响。在包括平均应力影响的疲劳寿命的预测中，Kalluri 等<sup>[54]</sup> 对钴基海纳 188 合金在 760 °C 时的疲劳损伤累积进行了一系列实验，分别为对称循环，拉伸和压缩平均应变条件。通过考虑平均应力的影响和不考虑平均应力的影响对寿命进行计算，采用线性损伤律 LDR<sup>[25]</sup> 和损伤曲线方法 (damage curve approach, DCA)<sup>[29]</sup> 进行损伤的估算。结果表明 DCA 的预测结果要好于 LDR 的结果，这说明疲劳损伤累积更接近于非线性的形式，DCA 方法可以延伸至多载荷水平的多块载荷。

Miller 等<sup>[61,62]</sup> 对两应力水平下裂纹的形成和扩展以及其微观机理进行了深入的研究。他们的假设是基于短裂纹在第 1 个应力状态形成，在第 2 个应力

状态获得很快的扩展. 虽然在研究中考虑了不同的疲劳过程, 但是初始阶段是由累积损伤的方程来定义的而不是实验观察的结果, 因此导致了与实验观察间有一定的分散性. 此外, 还讨论了包括微观结构变化的影响及在疲劳极限以下短裂纹的增长.

为从机理上探索多轴非比例载荷损伤的积累, 一个扭转 - 拉压顺序加载的疲劳损伤机制研究是非常有益的. Zhang 和 Miller<sup>[26]</sup> 通过对低碳钢载荷模式变化下的变形过程和短裂纹的形成和扩展的动态过程来研究损伤. 分析了试件由拉压状态转入扭转状态时, 由于应力状态的改变而带来的裂纹增长的特性. 当由拉压转至扭转时, 疲劳损伤之和将大于 1, 甚至在一些条件下大于 2, 而先扭转后拉压时损伤值将小于 1, 并对与之相关联的疲劳损伤的机理进行了分析. Robillard 和 Cailletaud<sup>[63]</sup> 对铁素体不锈钢圆管试样进行了拉压与扭转不同加载顺序的疲劳试验研究. 研究发现先拉压后扭转会导致损伤大于 1, 而先扭转后拉压通常其损伤小于 1. Harada 等<sup>[64]</sup> 对 1045 钢做了旋转弯曲与循环扭转混合加载下的试验, 结果得出先扭后弯比先弯后扭更危险. Lin 等<sup>[65]</sup> 对各向异性的 6061 铝进行了拉压及扭载荷下应变控制的低周疲劳试验. 试验结果表明, 材料的累积行为依赖于载荷模式的顺序, 对于先扭转后拉压, 损伤值大于 1, 然而对于先拉压后扭转, 损伤值接近于 1. 由此提出了一个新的非线性的损伤律. 该结果与文献 [63] 的结果相悖. 其原因在于该材料先扭转时在轴线方向形成了剪切型裂纹, 然而在后继的拉压载荷下, 沿着与试件轴向成 45° 方向形成了新的裂纹. 沿着试件轴向的剪切型裂纹没有造成更大的损伤, 最后失效的裂纹是在后继的拉压载荷下形成的, 因此在这种载荷模式下材料的疲劳寿命增加了. 在先拉压后扭转载荷下, 仅仅观察到在扭转载荷下形成的沿着试件轴向的剪切型裂纹, 失效时的损伤值接近于 1. 陈旭等<sup>[66]</sup> 最近对 304 不锈钢的研究表明, 先拉压后扭转和先扭转后拉压其失效时的损伤值均小于 1. 304 不锈钢是附加强化较强的材料, 在先拉压后扭转时产生了交错强化, 因此认为材料特性以及载荷模式和应力水平共同影响着构件失效时的损伤值. 这种两载荷模式影响的研究也应推广到其它的载荷模式, 如最近完成的比例和非比例两阶段载荷模式<sup>[66,67]</sup> 影响的研究, 将有助于对多轴疲劳机理的了解.

#### 4 多轴随机载荷下疲劳寿命估算方法

近些年来, 对多轴低周疲劳损伤累积和寿命估算方法的研究取得了很大的进展, 提出了许多比较有效的疲劳预测模型. 目前对常幅载荷下多轴低周疲劳破坏的损伤累积和寿命预测主要有 3 种方法: 等效应

变法、能量法和临界面法<sup>[7,8]</sup>. 对多轴随机载荷下疲劳寿命的预测, 现在的工作还不多. 目前主要采用雨流计数方法, 常幅载荷下的寿命计算方法 (特别是能量法和临界面法) 和线性损伤律相结合的方法.

将耗散能与疲劳寿命相关前人做了大量的工作<sup>[68~70]</sup>, 能够成功的预测单轴和多轴常幅值时疲劳寿命, 通过对非弹性行为的研究建立了疲劳失效的准则. 使用能量法来预测疲劳寿命时, 假设在不同的载荷路径下失效时的能量保持常数, 用于随机载荷下是不合适的. Tchankov 和 Vesselinov<sup>[71]</sup> 使用总耗散滞环能作为疲劳失效准则来对常幅载荷和随机载荷进行处理. 这个疲劳寿命预测的关键在于, 失效时总的滞环能不能是常数, 而是失效时循环数的函数, 该方法考虑了载荷幅值的影响. 为了更好的预测随机载荷下的疲劳寿命, 必须有足够的信息来描述总耗散能的边界线, 否则预测的结果将引起很大的偏差. 在常幅载荷下获得的疲劳寿命参数不足以预测随机载荷下的疲劳寿命, 需要另外的随机实验来确定随机边界线. 这个方法并没有使用循环计数过程, 也是其方便之处. 该法可以应用到高周和低周疲劳中, 能够很容易的延伸至多轴应力状态. 但是选取怎样的随机载荷来确定随机边界线和随机载荷的不同选取对疲劳寿命的预测会有多大的影响文中并未给出.

Lee 等<sup>[72]</sup> 采用能量方法对多轴随机载荷下的疲劳寿命进行了研究. 文中所用的能量的概念与 Garud<sup>[73]</sup> 和 Jordan<sup>[18]</sup> 等的相类似. 在对高周疲劳计算时考虑弹性应变能  $W_e^*$ , 即为

$$W_e^* = \frac{1}{2E} \left( \frac{\Delta\sigma_n}{2} \right)^2 + w \frac{1}{2G} \left( \frac{\Delta\tau_n}{2} \right)^2 \quad (1)$$

其中  $E$  和  $G$  分别为杨氏模量和剪切模量,  $w$  为材料常数,  $\Delta\sigma_n$  和  $\Delta\tau_n$  是法向和剪切应力幅值. 对于塑性应变能  $W_p^*$  即为

$$W_p^* = \int_{\text{cycle}} \sigma_n d\varepsilon_n^p + w \int_{\text{cycle}} \tau_n d\gamma_n^p \quad (2)$$

$\sigma_n$  和  $\tau_n$  是临界面上的正应力和剪应力,  $\varepsilon_n^p$  和  $\gamma_n^p$  是法向和剪切应变部分, 总应变能  $W^*$  随着临界面法线方向  $n$  的改变而变化. 单轴循环载荷下, 弹性和塑性应变能分别为

$$W_c^* = \frac{(\sigma_f' - \sigma_n^0)}{2E} (2N_f)^{2b} \quad (3)$$

$$W_p^* = 4(\sigma_f' - \sigma_n^0) \varepsilon_f' \frac{c-b}{c+b} (2N_f)^{b+c}$$

$\sigma_f'$  为疲劳强度系数,  $\varepsilon_f'$  为疲劳延性系数,  $b$  为疲劳强度指数,  $c$  为疲劳延性指数,  $\sigma_n^0$  为临界面上的平均正应力,  $N_f$  为疲劳寿命. 计数面或者是正应变历史或者是剪应变历史, 取两者中损伤较大者, 采用雨流计数法和 Miner 线性损伤律进行疲劳损伤的计

算. 通过对 4 种材料即 S45C 钢, SNCM439 钢, SNCM630 钢, STS304 不锈钢的寿命预测验证了其模型的正确性.

在随机载荷下塑性应变能计算并不容易, 对于描述疲劳过程采用应变能密度参数是更合适的, 该参量也被用来描述多轴疲劳<sup>[74~76]</sup>. Lagoda<sup>[77,78]</sup> 采用应变能密度参数研究单轴随机载荷下疲劳寿命问题. 为了区分在疲劳循环中做功的正负引入两个自变量逻辑函数  $\text{sgn}[\varepsilon(t)]$  和  $\text{sgn}[\sigma(t)]$  得到

$$W(t) = \frac{1}{4}\sigma(t)\varepsilon(t)\text{sgn}[\varepsilon(t)] + \frac{1}{4}\sigma(t)\varepsilon(t)\text{sgn}[\sigma(t)] = \frac{1}{2}\sigma(t)\varepsilon(t)\frac{\text{sgn}[\varepsilon(t)] + \text{sgn}[\sigma(t)]}{2} \quad (4)$$

其中  $\text{sgn}$  为符号函数,  $\text{sgn}(x) = 1 (x > 0)$ ;  $\text{sgn}(x) = 0 (x = 0)$ ;  $\text{sgn}(x) = -1 (x < 0)$ . 应变能参数的正负表达了拉伸时能量和压缩时能量的不同. 如果参数为正值意味着材料是处于拉伸状态, 参数为负值意味着材料处于压缩状态, 能量值等于参数的绝对值. 该式的另外一个特点在于当循环应力和应变对称改变时, 能量历史有零平均值. 在确定能量密度历史后, 采用线性和非线性的疲劳损伤累积假设计算损伤.

此外, Lagoda 和 Macha<sup>[75]</sup> 对高周双轴应力状态下的疲劳寿命进行了分析. 确定应力应变历史后, 进行法向应变能密度的计算, 依据损伤累积的计算方法确定临界面<sup>[79]</sup>, 采用雨流计数方法进行计数以及线性损伤律进行损伤的计算, 在单轴情况下, 该方法与 Socie<sup>[80]</sup> 的基于 Smith-Watson-Topper (SWT) 参数<sup>[81]</sup> 的方法相类似, 不同点仅在于临界面的定义不同.

Lachowicz<sup>[82]</sup> 采用瞬时功率的概念对随机载荷进行处理. 首先对正弦波下弹性范围内的循环载荷进行了分析, 进而将其应用到随机载荷下. 采用雨流计数方法进行计数, 将整个历程划分为各个不同的全循环和半循环, 分别进行计算. 这种方法可以推广至弹塑性状态, 对循环载荷和随机载荷给出了分析过程. 上述过程均在单轴应力应变状态实现, 将其应用到多轴时, 采用 Garud 准则<sup>[72]</sup>, 即使在复杂的载荷路径下, 确定了应力应变历史后也可以进行能量的计算.

Kim 等<sup>[5]</sup> 对 S45C 钢变幅载荷下的多轴疲劳寿命进行了研究, 使用 Kandil-Brown-Miller (KBM) 参数<sup>[83]</sup>, 针对剪应变历史采用雨流计数方法计数, 采用线性损伤律进行损伤的计算, 分别将最大剪应变变程  $\Delta\gamma_{\max}$  和最大损伤值  $D_{\max}$  作为临界面, 表明选取  $\Delta\gamma_{\max}$  和  $D_{\max}$  作为临界面的方法都给出了较好的寿命预测结果. 将最大剪应变变程  $\Delta\gamma_{\max}$  作为临界面的方法的优点在于它体现了疲劳破坏的物理机制, 而将最大损伤值  $D_{\max}$  作为临界面的方法则与损伤的最大值相关联.

Kim 等<sup>[84]</sup> 对 304 不锈钢在变幅载荷路径下进行了单轴疲劳, 扭转疲劳和拉压 - 扭转疲劳实验. 采用 SWT 参数<sup>[81]</sup>、Fatemi-Socie (FS) 参数<sup>[85]</sup>、KBM 参数<sup>[83]</sup> 进行疲劳寿命预测. 在确定了应力 - 应变分布后, 针对正应变历史 (对 SWT 模型) 和剪应变历史 (对 FS 和 KBM 模型) 采用雨流计数法进行计数和线性损伤律计算损伤. 文中假定疲劳失效发生在特定的平面, 依据疲劳参数分别为剪应变面或是正应变面, 这个假设与断裂行为的实验结果相一致<sup>[86~89]</sup>, 但是损伤的最大值却发生在其他面上. Kim<sup>[5,90]</sup> 对剪切断裂的材料在不同方法下的结果比较中认为, 最大剪应变范围和最大损伤方法给出了较好的寿命预测结果. 对于 SWT 参数, 因为最大法向应变范围和最大损伤参数值是在相同的面上, 这两种方法得到的寿命曲线对于文中加载条件并没有产生明显的差别. 计算结果表明, SWT 模型除对扭转循环预测的过高外其他结果都令人满意. FS 和 KBM 模型对于扭转的预测比 SWT 模型好, 但是对于其他加载路径下的结果较差.

Han 等<sup>[91]</sup> 对 SNCM630 钢进行一系列的不规则路径下的轴扭疲劳试验. 对 6 种损伤参量, 诸如 Wang-Brownng (WB) 损伤参量<sup>[3,4]</sup>、SWT<sup>[81]</sup>、FS<sup>[85]</sup>、Chen-Xu-Huang (CXH)<sup>[92]</sup>、Pan (PHC)<sup>[93]</sup> 和 Varvani-Farahani (VF)<sup>[94]</sup> 损伤参量, 进行了寿命的估算. 采用雨流计数和线性损伤律进行损伤的计算. 从预测的结果可以看出 FS 参量给出了很好的寿命预测, WB 参量对于部分非比例路径预测结果偏于保守, 基于能量参数的 PHC 和 VF 模型将最大损伤面作为临界面也给出了较为满意的结果, 其中权函数起了很重要的作用.

王雷等<sup>[95]</sup> 采用雨流计数方法和权值的概念提出了一种多轴随机载荷的疲劳寿命预测方法, 权值函数  $w(t_i)$  为各时刻每一平面上最大剪应变对材料造成的损伤, 具体表示为

$$w(t_i) = \begin{cases} D_i & \gamma_{\max} \geq \tau_{-1}/G \\ 0 & \gamma_{\max} \leq \tau_{-1}/G \end{cases} \quad (5)$$

然后以临界平面上剪应变和正应变历史为研究对象, 进行多轴载荷压缩处理和多轴循环计数, 得到剪应变和正应变的循环计数结果. 最后应用多轴疲劳寿命估算模型计算单个循环造成的损伤, 应用 Miner 律对每个循环造成的损伤进行累加并预测寿命.

Balthazar 等<sup>[96]</sup> 评价了临界面方法在循环弯曲扭转复合载荷作用下结构设计中的应用. 文中采用 SWT 和 FS 损伤参量对疲劳寿命进行了预测, 得到偏于不安全的预测结果. Morel<sup>[97]</sup> 采用临界面法对多轴变幅载荷下高周疲劳进行了研究. 文中采用由 Dang Van<sup>[98]</sup> 和 Papadopoulos<sup>[99,100]</sup> 提出的方法, 使用临界面法 (最大损伤面作为临界面) 疲劳失效准

则, 将晶粒在外载荷作用下所产生累积塑性应变作为损伤参量, 该损伤参量达到临界裂纹尺寸时裂纹形成. 采用该法也可以对多轴变幅载荷进行分析, 尤其是对于描述载荷路径形状对于疲劳损伤的影响. 同样, Morel<sup>[101]</sup> 以及与 Bastard<sup>[102]</sup> 基于晶粒尺度塑性分析, 提出用于非比例载荷的高周疲劳寿命预测. Lee 等<sup>[103]</sup> 对 316L 不锈钢在变幅多轴载荷下可靠性进行了研究, 考虑多重临界面的影响来确定临界面, 对每一个面确定损伤矢量和可靠性评价, 采用最大拉伸应变范围和 von Mises 等效应变范围计算疲劳损伤, 用于描述变幅多轴疲劳可靠性的材料参数通过单轴实验获得.

关于多轴循环载荷或是随机载荷下主轴方向的改变如何影响疲劳断裂的位置, 一些学者也作过一些研究<sup>[104,105]</sup>, 通过权函数来考虑材料疲劳断裂行为<sup>[106,107]</sup>. 并且通过实验来考察主应力方向和实验疲劳断裂面的位置的相关性, 并进行了数值模拟来验证其方法的正确性. Yousefi-Hashtyani<sup>[108]</sup> 针对 6 种多轴载荷构件进行了多轴随机载荷下的寿命预测, 得到的结果偏于不安全, 其中幅值比和主应力方向改变的交互作用对精确计算寿命有决定性的作用. Sonsino 等<sup>[109]</sup> 对 StE460 钢进行了双轴常幅和变幅载荷下的弯扭实验, 通过引入等效应力滞环的概念来研究焊点在常幅和变幅载荷下的多轴疲劳特性. 在变幅载荷作用下, 疲劳裂纹扩展的停滞或加速时有发生. 一般情况下, 拉伸过载之后将出现裂纹扩展停滞, 压缩过载之后将出现裂纹扩展加速. 而对多轴疲劳的过载效应机理研究仍未见报道.

## 5 结束语

多轴疲劳, 其涉及的领域很广, 如多轴高周、低周疲劳, 腐蚀环境下的多轴疲劳, 高温下的多轴疲劳, 以及多轴蠕变 - 疲劳交互作用等的研究. 近年来, 多轴随机载荷下疲劳寿命的预测日益引起人们的重视, 但因为问题本身的复杂性使得对该问题的研究仍处于数据积累的阶段, 大量的实验研究有待于进行.

对于多轴随机载荷下疲劳寿命的预测, 如何计数是随机载荷下疲劳寿命预测的基础. 雨流计数方法首先用于单轴的应力状态, 后几经不断的修正完善, 能够实现多轴载荷下循环的计数, 目前已得到了广泛的应用. 临界面法考虑了疲劳裂纹萌生及扩展的方向, 具有一定的物理背景, 因此愈来愈受到各国学者的重视. 采用雨流计数方法, 常幅载荷下疲劳寿命预测方法, 结合临界面法和能量法, 以及 Miner 的线性损伤律是目前随机载荷寿命预测中常用的方法.

载荷的随机性中各因素都将对疲劳损伤造成影响. 过载发生的时刻以及持续时间对不同材料在各应力水平下将产生不同的影响, 如何来定量分析这种

现象以及如何利用这种作用是一项有意义的工作. 目前, 对两阶段载荷的作用进行过很多的研究, 但主要集中于应力水平的影响, 一些试验结果表明载荷模式的改变以及材料特性的不同将对损伤及疲劳寿命造成很大的影响, 如何从微观机理方面来准确理解载荷模式变换时对不同材料造成的损伤具有重要意义. 关于平均应力对多轴疲劳寿命的影响目前的工作还不多, 探讨平均应力对不同材料在多轴低周和高周疲劳时的影响需要更多的努力. 关于多轴载荷下存在的非比例应变和应力状态, 仅考虑应变的损伤参量不能给出满意的寿命预测, 对于具有明显的非比例循环附加强化的材料, 其低周疲劳寿命将大为减少, 非比例循环附加强化应在寿命估算中得到反映. 连续损伤力学方法考虑了疲劳损伤的机制, 该方法结合临界面模型对于描述多轴载荷下的损伤积累将是一种有效的方法.

载荷的随机性 (例如过载的影响, 载荷顺序, 平均应力等因素) 以及多轴载荷的固有特点 (例如非比例应变, 多轴应力状态, 主轴方向的改变, 裂纹路径的偏离等) 为如何精确的计算多轴疲劳损伤的累积增加了困难, 如何从微观机理方面来准确理解多轴随机载荷下的损伤产生及其积累规律, 仍然需要大量的试验研究.

## 参 考 文 献

- 1 Bannantine J A, Socie D F. A variable amplitude multiaxial fatigue life prediction method. In: Kussmaul K, McDiarmid D, Socie D, eds. Fatigue Under Biaxial and Multiaxial Loading ESIS10. London: Mechanical Engineering Publications, 1991. 35~51
- 2 Wang C H, Brown M W. A path-independent parameter for fatigue under proportional and non-proportional loading. *Fatigue Fract Engng Mater Struct.*, 1993, 16: 1285~1298
- 3 Wang C H, Brown M W. Life prediction techniques for variable amplitude multiaxial fatigue—Part 1: Theories. *ASME Trans J Engng Mat Tech*, 1996, 18: 367~370
- 4 Wang C H, Brown M W. Life prediction techniques for variable amplitude multiaxial fatigue—Part 2: Comparison with experimental results. *ASME Trans J Engng Mat Tech*, 1996, 18: 371~374
- 5 Kim K S, Park J C, Lee J W. Multiaxial fatigue under variable amplitude loads. *ASME Trans J Engng Mat Tech*, 1999, 121: 286~293
- 6 倪侃. 随机疲劳累积损伤理论研究. *力学进展*, 1999, 29: 43~65
- 7 陈旭, 高庆, 孙训方, 何国求. 非比例载荷下多轴低周疲劳研究最新进展. *力学进展*, 1997, 27: 313~325
- 8 王英玉, 姚卫星. 材料多轴疲劳破坏准则回顾. *机械强度*, 2003, 25: 246~250
- 9 Dowling N E. Fatigue failure prediction for complicated stress strain histories. *J Materials*, 1972, 7: 71~87
- 10 Watson P, Dabell B J. Cycle counting and fatigue damage. *Journal of the Society of Environment Engineers*, 1976, 9: 3~8

- 11 Downing S D, Socie D F. Simple rainflow counting algorithms. *Int J Fatigue*, 1982, 4: 31~40
- 12 ASTM E 1049-85 (1997). Standard Practices for cycle counting in fatigue analysis. In: Annual Book of ASTM Standards, Vol. 03.01, Philadelphia, 1999. 710~718
- 13 Matsuiishi M, Endo T. Fatigue of metals subjected to varying stress. In: Proceedings of the Kyushu Branch of Japan Society of Mechanics Engineering, Fukuoka, Japan (in Japanese), 1968. 37~40
- 14 Nie H. A modified rainflow counting method. *Int J Fatigue*, 1991, 13: 465~469
- 15 Bannantine J A, Socie D F. Multiaxial fatigue life estimation techniques. In: Mitchell M, Langraf R, eds. Advances in Fatigue Lifetime Predictive Techniques, ASTM STP 1122. Philadelphia, American Society for Testing and Materials; 1991. 249~275
- 16 Brown M W, Miller K J. A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1973, 187(65): 745~755
- 17 Kanazawa K, Miller K J, Brown M W. Low cycle fatigue under out-of-phase loading conditions. *J Engng Mat Tech*, 1977, 99: 222~228
- 18 Jordan E H, Brown M W, Miller K J. Fatigue under severe nonproportional loading. In: Miller K J, Brown M W, eds. Multiaxial Fatigue, ASTM STP 853. Philadelphia, American Society for Testing and Materials, 1985. 569~585
- 19 Wang C H, Brown M W. Inelastic deformation and fatigue under complex loading. In: Kussmaul K, ed. Transactions of the 12th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Stuttgart, Germany, Elsevier, 1993. 159~170
- 20 Brown M W, Suker D K, Wang C H. An analysis of mean stress in multiaxial random fatigue. *Fatigue Fract Engng Mater Struct.*, 1996, 19(2/3): 323~333
- 21 Socie D. An evaluation of methods for estimating fatigue lives under multiaxial nonproportional variable amplitude loading. In: Rie K T, Porterlla P D, eds. Low Cycle Fatigue and Elasto-Plastic of Materials, Berlin, 1998. 205~210
- 22 Anthes R J. Modified rainflow counting keeping the load Sequence. *Int J Fatigue*, 1997, 19: 529~535
- 23 Langlais T E, Vogel J H, Chase T R. Multiaxial cycle counting for critical plane methods. *Int J Fatigue*, 2003, 25: 641~647
- 24 Fatemi A, Yang L. Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials. *Int J Fatigue*, 1998, 20: 9~34
- 25 Miner M A. Cumulative damage in fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, 1945, 67: A159~A164
- 26 hang W, Miller K J. A study of cumulative damage under variable loading-mode conditions. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1996, 19: 229~239
- 27 Richart F E, Newmark N M. A hypothesis for the determination of cumulative damage in fatigue. *American Society for Testing and Material*, 1948, 48: 767~800
- 28 Marco S M , Starkey W L. A concept of fatigue damage. *ASME Trans J Engng Mat Tech*, 1954, 76: 627~632
- 29 Manson S S, Halford G R. Practical implementation of the double linear damage rule and damage curve approach for treating cumulative fatigue damage. *International Journal of Fracture*, 1981, 17(2): 169~192
- 30 Bizon P T, Thoma D J, Halford G R. Interaction of high cycle and low cycle fatigue of Haynes 188 at 1400F, In: Structure Integrity and Durability of Reusable Space Propulsion Systems. NASA CP-2381. NASA Lewis Research Center, Cleveland, OH, 1985. 129~138
- 31 Halford G R, Manson S S. Reexamination of cumulative fatigue damage laws. In: Structure Integrity and Durability of Reusable Space Propulsion Systems, NASA CP-2381. NASA Lewis Research Center, Cleveland, OH, 1985. 139~145
- 32 Manson S S, Halford G R. Re-examination of cumulative fatigue damage analysis-an engineering perspective. *Engineering Fracture Mechanics*, 1986, 29: 539~571
- 33 Ömer G B. Experimental investigation of fatigue damage accumulation in 1100 Al alloy. *Int J Fatigue*, 1991, 13: 3~6
- 34 Kurath P, Sehitoglu H, Morrow J D, Deves T J. The effect of selected sub-cycle sequences in fatigue loading histories, In: Random Fatigue Life Predictions, ASME Publication PVP 72, Portland, 1983. 43~60
- 35 Miller K J, Zachariah K P. Cumulative damage laws for fatigue crack initiation and stage I propagation. *Journal of Strain Analysis*, 1977, 12(4): 262~270
- 36 Miller K J. Short crack problem. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1982, 5: 223~232
- 37 Vasek A, Polak J. Low cycle fatigue damage accumulation in Armci-iron. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1991,14: 193~204
- 38 Kommers J B. The effect of overstress in fatigue on the endurance life of steel. *American Society for Testing and Materials*, 1945, 45: 532~541
- 39 Bennett J A. A study of the damaging effect of fatigue stressing on X4130 steel. *American Society for Testing and Materials*, 1946, 46: 693~714
- 40 Bui Q T. An interaction effect consideration in cumulative damage on a mild steel under torsion loading. In: Francois D, Bathias C, eds. Proceedings of the 5th International Conference on Fracture. Cannes, France: Pergamon Press, 1981, 5: 2625~2633
- 41 Bui Q T, Dubuc J, Bazergui A, Biron A. Cumulative fatigue damage under strain controlled conditions. *Journal of Materials*, 1971, 6: 718~737
- 42 Ben A M. A cumulative damage theory for the fatigue life prediction. *Engineering Fracture Mechanics*, 1990, 37(2): 31~347
- 43 Ben A M. Prediction of fatigue crack initiation life from cumulative damage tests. *Engineering Fracture Mechanics*, 1992, 41(2): 247~249
- 44 Morrow J D. Cycle plastic strain energy and fatigue of metals. In: Morrow J D, ed. Internal Friction, Damping, and Cyclic Plastic, ASTM STP 378. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1965. 45~84
- 45 Halford G R. The energy required for fatigue. *Journal of Materials*, 1966, 1: 3~18

- 46 Leis B N. An energy-based fatigue and creep-fatigue damage parameter. *ASME Trans Journal of Pressure Vessel Technology*, 1987, 99: 524~533
- 47 Golos K, Ellyin F. Generalization of cumulative damage criterion to multilevel cyclic loading. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 1987, 7: 169~176
- 48 Glinka G, Shen G, Plumtree. A cumulative fatigue strain energy density parameter related to the critical fracture plane. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1995, 18(1): 37~46
- 49 Kujawski D, Ellyin F. A cumulative of damage theory of fatigue crack initiation and propagation. *Int J Fatigue*, 1984, 6(2): 83~88
- 50 Leis B N. A nonlinear history-dependent damage model for low cycle fatigue. In: Solomon H D, Halford G R, Kaisand L R, Leis B N, eds. *Low Cycle Fatigue*. ASTM STP 942, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1988. 143~159
- 51 Niu X, Li G X, Lee H. Harding law and fatigue damage of a cyclic hardening metal. *Engineering Fracture Mechanics*, 1987, 26(2): 163~170
- 52 Chaboche J L, Lesne P M. A non-linear continuous fatigue damage model. *Fatigue Fract Engng Mater Struct.*, 1988, 11(1): 1~7
- 53 Chow C L, Wei Y A. model of continuum damage mechanics for fatigue failure. *Int J Fracture*, 1991, 50: 301~316
- 54 Kalluri S, McGaw M A, Halford G R. Fatigue Life estimation under cumulative cyclic loading conditions. In: Halford G, Gallagher J P, eds. *Fatigue and Fracture Mechanics: 31st Volume*, ASTM STP 1389, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, 2000. 94~109
- 55 Liou H Y, Wu W F, Shin C S. A modified model for the estimation of fatigue life derived from random vibration theory. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1999, 14: 281~288
- 56 Wu W F, Liou H Y, Tse H C. Estimation of fatigue damage and fatigue life of components under random loading. *Int J Pres Ves & Piping*, 1997, 72: 243~249
- 57 Fash J W, Conle F A, Minter G L. Analysis of irregular loading histories for the SAE biaxial fatigue program. In: Leese G E, Socie D, eds. *Multiaxial Fatigue: Analysis and Experiments*, AE-14, Society of Automotive Engineers, Inc. Warrendale, 1989. 33~60
- 58 Brose W R, Dowling N E, Morrow J. Effect of periodic large strain cycles on the fatigue behavior of steels. Technical paper 740221, SAE, 1974
- 59 Fash J W. An evaluation of damage development during multiaxial fatigue of smooth and notched specimens: [dissertation]. Illinois: University of Illinois at Urbana-Champaign, August 1985
- 60 Kalluri S, Bonacuse P J. Cumulative axial and torsional fatigue: An investigation of load-type sequencing effects. In: Kalluri S, Bonacuse P J, eds. *Multiaxial Fatigue and Deformation: Testing and Prediction*, ASTM STP 1387, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, 2000. 281~301
- 61 Miller K J, Zachariah K P. Cumulative damage laws for fatigue crack initiation and stage I propagation. *J Strain Anal*, 1977, 12: 262~270
- 62 Miller K J, Ibrahim M F E. Damage accumulation during initiation and short crack growth regimes. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1981, 4: 263~277
- 63 Robillard M, Cailletaud G. Directionally defined damage in multiaxial low-cycle fatigue experimental evidence and tentative modeling. In: Kussmaul K, McDiarmid D, Socie D, eds. *Fatigue under Bi-axial and Multiaxial Loading*, ESIS10. London: Mechanical Engineering Publication, 1991. 103~130
- 64 Harada S, Endo T. On the validity of Miner's rule under sequential loading of rotating bending and cyclic torsion. In: Kussmaul K, McDiarmid D, Socie D, eds. *Fatigue under Bi-axial and Multiaxial Loading*, ESIS10. London: Mechanical Engineering Publication, 1991. 161~178
- 65 Lin H, Nayeb-Hashemi H, Berg C A. Cumulative damage behavior of anisotropic Al-6061-T6 as a function of axial-torsional loading mode sequence. *ASME Trans J Engng Mater Tech*, 1994, 116: 27~34
- 66 Chen X, Jin D, Kim K S. Fatigue life prediction of 304 stainless steel under sequential biaxial load. *Int J Fatigue*, 2006, 28(3): 176~187
- 67 王英玉. 金属材料的多轴疲劳行为与寿命估算: [博士论文]. 南京航空航天大学, 2005
- 68 Kliman V. Fatigue life estimation under random loading using the energy criterion. *Int J Fatigue*, 1985, 7: 39~44
- 69 Ellyin F, Kujawski D. Plastic strain energy on fatigue failure. *ASME Trans J Pres Ves Tech*, 1984, 106(4): 342~347
- 70 Golos K M, Ellyin F. A total strain energy density for cumulative fatigue damage. *ASME Trans J Pres Ves Tech*, 1988, 110: 36~41
- 71 Tchankov D S, Vesselinov K V. Fatigue life prediction under random loading using total hysteresis energy. *Int J Pres Ves & Piping*, 1998, 75: 955~960
- 72 Lee B L, Kim K S, Nam K M. Fatigue analysis under variable amplitude loading using an energy parameter. *Int J Fatigue*, 2003, 25: 621~631
- 73 Garud Y S. A new approach to the evaluation of fatigue under constant amplitude biaxial loading. *ASME, Trans J Engng Mat Tech*, 1981, 103: 118~125
- 74 Lagoda T, Macha E. Energy approach to fatigue under combined cyclic bending with torsion of smooth and notched specimens. *Physicochemical Mechanics of Materials*, 1998, 5: 34~42
- 75 Lagoda T, Macha E, Bedkowski W. A critical plane approach based on energy concepts: Application to biaxial random tension compression high-cycle fatigue regime. *Int J Fatigue*, 1999, 21: 431~443
- 76 Lagoda T, Macha E. Generalization of energy multiaxial cyclic fatigue criteria to random loadings. In: Kalluri S, Bonacuse P J, eds. *Multiaxial Fatigue and Deformation: Testing and Prediction*, ASTM STP 1387. West Conshohocken, American Society for Testing and Materials, 2000. 173~190
- 77 Lagoda T. Energy models for fatigue life estimation under uniaxial random loading, Part I: The model elaboration. *Int J Fatigue*, 2001, 23: 467~480

- 78 Lagoda T. Energy models for fatigue life estimation under uniaxial random loading, Part II: Verification of the model. *Int J Fatigue*, 2001, 23: 481~489
- 79 Macha E. Simulation investigations of the position of fatigue fracture plane in materials with biaxial loads. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, 2004, 20(4): 132~136
- 80 Socie D F. Multiaxial fatigue damage models. *ASME Trans J Engng Mat Tech*, 1987, 109: 293~298
- 81 Smith K N, Watson P, Topper T H. A stress-strain function for the fatigue of metals. *Journal of Materials*, 1970, 5(4): 767~776
- 82 Lachowicz C T. Calculation of the elastic-plastic strain energy density under cyclic and random loading. *Int J Fatigue*, 2001, 23: 643~652
- 83 Kandil F A, Brown M W, Miller K J. Biaxial low-cycle fatigue fracture of 316 stainless steel at elevated temperature. *The Metal Society, London*, 1982, 280: 203~210
- 84 Kim K S, Lee B L, Park J C. Biaxial fatigue of stainless steel 304 under irregular loading. In: Halford G R, Gallagher, eds. *Fatigue and Fracture Mechanics: 31st Volume*, ASTM STP 1389, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, 2000. 79~93
- 85 Fatemi A, Socie D F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-plane loading. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1988, 14: 149~165
- 86 Bannantine J A, Socie D F. Observations of cracking behavior in tension and torsion low cycle fatigue. In: Solomon H D, Halford G R, Kaisand L R, Leis B N, eds. *Low Cycle Fatigue*, ASTM STP942, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1988. 899~921
- 87 Socie D. Critical Plane Approach for multiaxial fatigue damage assessment. In: McDowell D L, Ellis R, eds. *Advances in Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 1191, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1993. 7~36
- 88 Okawa I, Takahashi H, Moriwaki M, Misumi M. A study on fatigue crack growth under out-of-phase combined loadings. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1997, 20: 929~940
- 89 Hua C T, Socie D F. Fatigue damage in 1045 steel under variable amplitude biaxial loading. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1985, 8: 101~114
- 90 Kim K S, Park J C. Shear strain based multiaxial fatigue parameters applied to variable amplitude loading. *Int J Fatigue*, 1999, 21: 475~483
- 91 Han C, Chen X, Kim K S. Evaluation of multiaxial fatigue criteria under irregular loading. *Int J Fatigue*, 2002, 24: 913~922
- 92 Chen X, Xu S, Huang D. Critical plane-strain energy density criterion of multiaxial low-cycle fatigue life under non-proportional loading. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1999, 22: 679~686
- 93 Pan W F, Hung C Y, Chen L L. Fatigue life estimation under multiaxial loading. *Int J Fatigue*, 1999, 21: 3~10
- 94 Varvani-Farahani A. A new energy-critical plane parameter for fatigue life assessment of various metallic materials subjected to in-phase and out-of-phase multiaxial fatigue loading conditions. *Int J Fatigue*, 2000, 22: 295~305
- 95 王雷, 王德俊. 一种随机多轴疲劳寿命预测方法. *机械强度*, 2003, 25: 204~206
- 96 Balthazar J C, Vilela N R C, Araujo J A. An analysis of the critical plane methods for combined bending/torsion loading fatigue. In: Portella P D, Sonsino C M, Zenner H, eds. *Proceedings of the Seventh International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture*, Berlin, Germany, 2004. 355~360
- 97 Morel F. A critical plane approach for life prediction of high cycle fatigue under multiaxial variable amplitude loading. *Int J Fatigue*, 2000, 22: 101~119
- 98 Dang Van K. Macro-Micro approach in high-cycle multiaxial fatigue. In: McDowell D L, Ellis R, eds. *Advances in Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 1191, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1993. 120~130
- 99 Panadopoulos I V. Critical plane approaches in high-cycle fatigue: on the definition of the amplitude and mean value of the shear stress acting on the critical plane. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1998, 21: 269~285
- 100 Papadopoulos I V, Davoli P, Gorla C, Filippini M, Bernasconi A. A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. *Int J Fatigue*, 1997, 19: 219~235
- 101 Morel F. A critical plane fatigue model applied to out-of-phase bending and torsion load conditions. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 2001, 24: 153~164
- 102 Morel F, Bastard M. A multiaxial life prediction method applied to a sequence of nonsimilar loading in high cycle fatigue. *Int J Fatigue*, 2003, 25: 1007~1012
- 103 Lee B H, Lee S B. Stochastic modeling of low-cycle fatigue damage in 316L stainless steel under variable multiaxial loading. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 2000, 23: 1007~1018
- 104 Carpinteri A, Macha E, Brighenti R, Spagnoli A. Expected principal stress directions under multiaxial random loading. Part I: theoretical aspects of the weight function method. *Int J Fatigue*, 1999, 21: 83~88
- 105 Carpinteri A, Brighenti R, Macha E, Spagnoli A. Expected principal stress directions under multiaxial random loading, Part II: numerical simulation and experimental assessment through the weight function method. *Int J Fatigue*, 1999, 21: 89~96
- 106 Carpinteri A, Macha E, Brighenti R, et al. Expected principal stress directions under multiaxial random loading through weight function method. In: Macha E, ed. *Proceedings of the 5th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture*, Cracow, Poland, 1997. 541~555
- 107 Carpinteri A, Spagnoli A, Vantadori S. A multiaxial fatigue criterion for random loading. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 2003, 26: 515~522
- 108 Yousefi H F. Lifetime assessment under multiaxial random loading-calculations and tests. In: Portella P D, Sonsino C M, Zenner H, eds. *Proceedings of the 7th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture*, Berlin, Germany, 2004. 343~348
- 109 Sonsino C M, Kueppers M. Multiaxial fatigue of welded joints under constant and variable amplitude loadings. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 2001, 24: 309~327

# FATIGUE LIFE EVALUATION UNDER MULTIAXIAL RANDOM LOADINGS\*

JIN Dan      CHEN Xu<sup>†</sup>

School of Chemical Engineering & Technology, Tianjin University, Tianjin 300072, China

**Abstract** The components of engineering structures are usually subjected to a complex loading. It is not always safe if a uniaxial fatigue model is used for fatigue design of structures under multiaxial loading. Fatigue life prediction under multiaxial random loading has been under study recently. In the course of the fatigue life prediction under multiaxial random loading, cycle counting is first to be considered. The rainflow counting method can be used to count the cycles in the multiaxial loading. Cumulative fatigue damage analysis plays a key role in the life prediction of the components and the structures subjected to load histories. Since the linear damage rule was proposed, many damage models have been developed. The fatigue damage due to random loadings can be determined by different damage models. But none of them is universally accepted. The applicability of each model varies from case to case. The linear damage rule is still dominantly used in design, in spite of its major shortcomings. The damage accumulation in two loading levels and modes, and the relationship between the damage and the physical mechanism are reviewed in this paper. The fatigue life prediction models under multiaxial random loading are reviewed in detail and the applicability of these models are discussed. Some suggestions are made for future research.

**Keywords** multiaxial fatigue, nonproportional loading, random loading, rainflow counting, damage rule

---

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10272080) and the Teaching and Research Award Program for Outstanding Young Teachers in Higher Education Institutions of MOE, China

<sup>†</sup> E-mail: xchen@tju.edu.cn