

绳索系统的建模、动力学和控制*

金栋平 文浩 胡海岩

南京航空航天大学振动工程研究所, 南京 210016

摘要 绳索系统具有无限自由度, 当计入非线性因素的作用时, 其面内和面外的振动相互耦合, 呈现非常丰富的非线性动力学行为. 另外, 绳索系统经常工作在风、流体、微重力、电磁力等作用下, 进一步加剧了其动力学的复杂性. 绳索系统的动力学现象引起了工程界和力学界的关注. 本文对绳索在重要工程系统中的应用及相应的动力学现象进行概述, 给出了柔索的动力学建模过程, 对绳索系统的动力学和控制研究进行了总结, 并指出了值得进一步关注的若干问题.

关键词 绳索系统, 动力学, 控制, 建模

1 引言

绳索具有重量轻、阻尼小、抗拉强度高、以及较好的柔性等特征. 除去某些特别场合, 在柔索的力学模型中可略去其抗压、抗扭和抗弯曲作用. 在自然界, 一些植物与柔索的这些特征相似, 例如柔软下垂的树枝条等.

现代工艺几乎可以制造出满足各类工程要求的绳索. 因此, 绳索在土木工程、电力与通信工程、航空航天等领域得到了广泛应用. 例如, 系浮系统^[1]、拖拽系统^[2~4]、水下探测^[5]、管道/电缆铺设^[6]等. 在上述工程应用中, 绳索会发生一些特殊的动力学现象. 例如, 绳索在速度 U 的牵引下作匀速运动时, 水流在索上产生周期性的涡脱落(涡激振动), 从而导致索的横向振动, 如图 1 所示^[7]. 与地面柔索相比, 对水下绳索进行分析时需要考虑索的弯曲、扭转、剪切作用^[8].

在船舶起重机装卸作业中, 随吊索长度变化, 索-货物这一变结构系统会出现非周期性的摆动, 影响装卸定位, 使作业效率下降^[9,10]. 在纺织工业中, 通常要将几股较细的纺线捻成较粗的股线, 在捻作过程中环锭细纱机将纺线通过耳环送入到一个下端旋转的锭子上. 在大气等因素的作用下, 纺线会随旋转的锭子在空间形成气圈, 如图 2 所示. 进线速度 c 会影响气圈形状, 进而影响耳环与纺线间的摩擦力,

以致在捻作过程中可能造成纺线断头过多^[11,12]. 类似地, 柔索在旋转时形成的气圈也存在运动稳定性问题^[13]. 在大跨度悬索桥中, 主跨拉索会受到锚固端和风雨等激励作用, 进而可能引发主桥的二次振动. 对主跨拉索安装各种减振器或使用支索可以减小拉索的振动^[14~16]; 在寒冷的北方如加拿大等国家, 输电线被团冰包裹时会导致电线在不大的风速下发生大幅、低频振动(驰振), 易造成电线与瓷瓶之间产生磨损而发生疲劳断裂现象. 由于人烟稀少给检修带来诸多不便, 所以在寒冷地区需要控制冰裹导线的低频振动^[17,18].

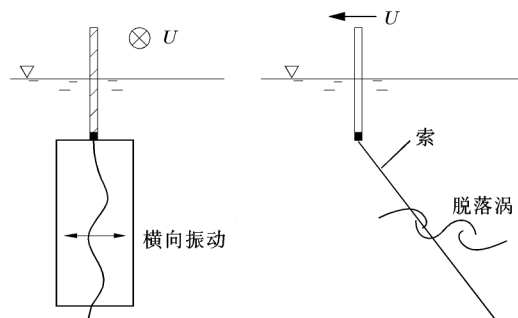


图 1 水下绳索的涡激振动

对离地面约 100 km 高空进行环境探测时, 绳系卫星发挥了巨大作用. 因为在这个高度上飞机飞不到, 气球也很难达到, 而卫星的近地点一般在 150 km 以上. 与常规在轨卫星相比, 此时绳系卫星具有独特

收稿日期: 2003-02-24, 修回日期: 2004-05-26

* 国家自然科学基金(10372039)资助项目

的价值。另外,若绳系卫星的系绳具有导电性能,它在运动中就会不断切割地球磁场的磁力线而成为发电机,可以向绳系卫星和牵引它的航天器(空间站、航天飞机)提供清洁的电力能源。更进一步,基于动量交换原理,在轨环绕的绳索可将有效载荷从近地低轨道传输到较高的轨道,利用这一原理可以实现地球-月亮-火星之间的星际传输。

在微重力环境中,绳系卫星的基本运动形式为横向振动、纵向振动、跳绳运动等,如图3所示。绳系卫星通过系绳在空间展开、状态维持与回收时会发生复杂的动力学行为。1992年8月和1996年2月,意大利和美国分别对TSS-1和TSS-1R进行了两次在轨试验飞行。其中TSS-1的释放机构出现堵塞,系绳释放了约268m;TSS-1R的系绳在释放到19.7km时发生断裂。因此,研究微重力环境下的绳系系统对绳系卫星的安全放收具有重要意义^[19]。目前,美国、加拿大、意大利、日本、欧洲航天局等通过国际合作或对大学和一些公司或实验室(如美国的Tethers Unlimited, Inc., Lawrence Livermore National Laboratory)的资助对太空绳索系统开展了深入研究,并对绳索在星际传输中的应用进行了前景规划。

通常,绳索系统面内外横向振动频率很接近,在

大幅运动时面内的振动相互耦合,在合适的非线性耦合条件下会出现丰富的内共振现象,而许多绳系系统的实际工况难以避开内共振条件。此外,对于含控制的绳系系统,其动力学方程一般表现为强耦合参数振动,再加上绳索本身的连续性和特殊性(如绳系卫星的系绳长度可达到200km以上等),导致绳系系统动力学和控制具有较大的难度。

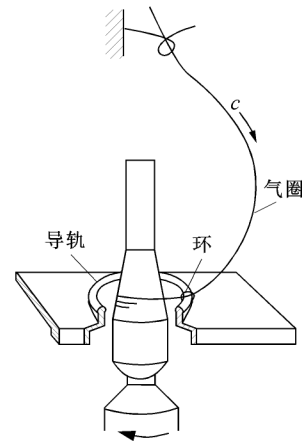


图2 纺线过程中纱线的气圈运动

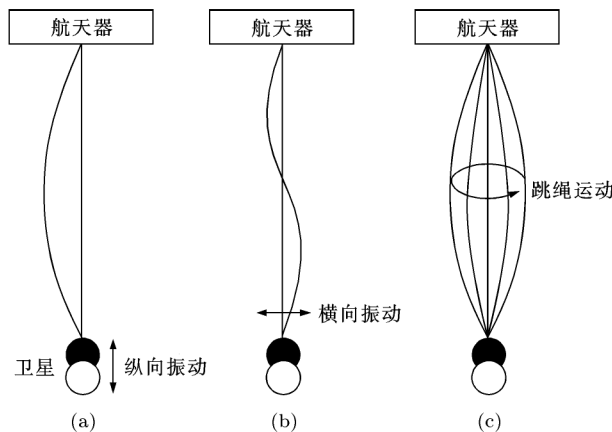


图3 绳系卫星的几种基本振动形式

综上所述,绳索既有广泛的工程应用背景,又包含了一系列重要的动力学与控制问题。本文主要针对地面柔索系统的动力学与控制问题进行阐述和分析。

2 索的建模、动力学分析及实验研究

早在18世纪上半叶,Taylor, D'Alembert, Euler和Bernoulli就对绷紧弦的振动进行了研究,并提出了弦的基本振动理论。例如,1732年Bernoulli研究了均匀悬索在重力作用下的横向运动。50年后Euler研究了同样的问题。他们都给出了具有无穷序

列形式的索固有频率表达式。对于无限维系统,其线性化系统的固有频率应该有无穷多个,结果是合理的。

对索振动问题作出早期重要贡献的是Poisson,他在1820年给出了索在一般力作用下的偏微分运动方程,对前人获得的悬索和绷紧弦的振动解作了改进。1851年,Rohrs与Stokes合作得到了小垂跨比、均匀无伸张悬索面内对称振动的近似解。1940年,美国Tacoma悬索桥发生坍塌,激发了对于地面索桥拉索的振动研究。1941年和1973年,Karman和Rannie分别给出了三跨索在非伸张条件下面内对称和反对称振型。1950年,Bleich等考虑索的弹

性作用对悬索桥进行了较全面的研究。1953年, Saxon 和 Cahn 详细研究了均匀无伸张索的面内振动, 其简化结果尽管为小垂跨比索的振动, 但对较大垂跨比的索, 该结果也有很好的近似, 他们还将近似解和实验结果进行了比较。

上述研究都将索假设为无伸张的理想情形, 而实际情况是, 具有小垂跨比的索一般是张紧的, 振动时显然要处于伸展状态。在无伸展假设下, 张紧索与面内对称振型对应的第一阶固有频率和基于弦振动理论得到的第一阶固有频率可以相差达 300%。为此, Irvine 和 Caughey^[20] 研究了计及弹性伸展、垂跨比约为 1:8 的地面水平悬索的面内和面外线性自由振动, 给出了与面内外对称和反对称振型对应的第一阶固有频率, 并通过实验验证了理论结果。结果表明, 悬索的静态构形为悬链线, 当垂跨比较小时, 悬链线可以用抛物线近似替代。此外, 当忽略索的纵向振动对横向振动的影响时, 系统表现为线性, 面内和面外的振动完全解耦。

Irvine 和 Caughey 定义了一个含几何与材料弹性的参数 λ^2 来描述索振动的固有频率, 即

$$\lambda^2 = \left(\frac{mgl}{H}\right)^2 \left(\frac{EA}{H}\right) \left(\frac{1}{L_e}\right) \approx 62.5 \left(\frac{EA}{H}\right) \left(\frac{\Delta}{l}\right)$$

$$L_e \approx l \left[1 + 8 \left(\frac{\Delta}{l}\right)^2\right] \quad (1)$$

式中 m 为初始状态索的单位长度质量, g 为重力加速度, l 和 Δ 分别表示索的跨度和垂度, H 为索的水平张力, E 为弹性模量, A 为初始状态时索的横截面积。对于下述两种极限情况, 参数 λ^2 值介于 2~100 之间, 即 (1) 索绷得很紧以致外力 (如重力) 的影响略去不计、索应力满足 Hooke 定律; (2) 将索比拟成链段、计及外力等作用。对于不考虑伸展、垂跨比约为 1:8 的悬索, 如悬索桥拉索、输电线等, 参数 $\lambda^2 \approx 1000$; 对于可伸展、抗拉刚度低、垂跨比很小 (平坦) 的弹性悬索, λ^2 很小 ($\lambda^2 \ll 1$)。

基于 Newton 定律、Hamilton 原理等可以建立索的运动方程。下面分别说明在惯性直角坐标系和 Serret-Frenet 坐标系下绳索动力学方程的建模思路。

2.1 绳索动力学建模

2.1.1 惯性直角坐标系

(1) 应用 Newton 定律的方法

在图 4 惯性坐标系中研究于端点 O 悬挂的柔索, 忽略弯曲、扭转和剪切作用。在图 4 中, s^0, s^e 和 s^d 分别代表自然无伸张状态、静平衡和动态。索的运动从点 $p^0 \in s^0$ 开始, 经过 $p^e \in s^e$ 而到达 $p^d \in s^d$ 。首先考察索的面内运动, 然后再将结果推广到面外的运动上。从 s^d 上截取长度为 ds^d 的微段进行受力分

析, 如图 5 所示。以无伸张状态作为参考, 设 p^0 距原点 O 的弧坐标为 s^0 , 则 p^d 点沿 x, y, z 方向的坐标和动张力均取决于 s^0 , 即 $u_i^d = u_i^d(s^0, t), T^d = T^d(s^0, t), i = 1, 2, 3$ 。记微段 ds^d 两端与 $x(y)$ 轴的夹角分别为 $\alpha(\beta)$ 和 $\alpha'(\beta')$, 根据 Newton 第二定律, x 方向的运动满足

$$\left(T^d + \frac{\partial T^d}{\partial s^0} ds^0\right) \cos \alpha' - T^d \cos \alpha + X ds^d = (m^d ds^d) \frac{\partial^2 u_1^d}{\partial t^2} \quad (2)$$

式中 X 为单位长度外力沿 x 方向的分量, m^d 为运动状态下索的单位长度质量。由质量守恒条件, $m^d = m(ds^0/ds^d)$ 。方程 (2) 可以改写成如下形式

$$\lim_{ds^0 \rightarrow 0} \left(\frac{T^d \cos \alpha|_{s^0+ds^0} - T^d \cos \alpha|_{s^0}}{ds^0} + \frac{\partial T^d}{\partial s^0} \right) + X \frac{ds^d}{ds^0} = m^d \frac{ds^d}{ds^0} \frac{\partial^2 u_1^d}{\partial t^2} \quad (3)$$

即

$$\frac{\partial}{\partial s^0} (T^d \cos \alpha) + X \frac{ds^d}{ds^0} = m \frac{\partial^2 u_1^d}{\partial t^2} \quad (4)$$

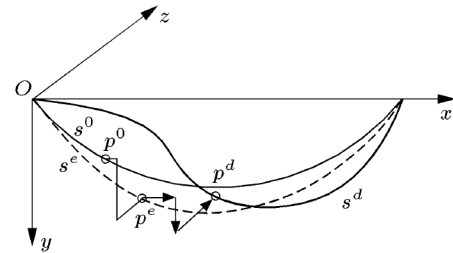


图 4 初始状态上任意点 p^i 的位移变化

定义柔索的轴向 Lagrange 应变为

$$\varepsilon^d = (ds^d - ds^0)/ds^0$$

则

$$\frac{ds^d}{ds^0} = 1 + \varepsilon^d \quad (5)$$

根据图 5 所示几何关系, 得到

$$\cos \alpha = \frac{\left(u^d + \frac{\partial u_1^d}{\partial s^0} ds^0\right) - u_1^d}{ds^d} = \frac{1}{1 + \varepsilon^d} \frac{\partial u_1^d}{\partial s^0} \quad (6)$$

将式 (5) 和式 (6) 代入方程 (4), 有

$$\frac{\partial}{\partial s^0} \left(\frac{T^d}{1 + \varepsilon^d} \frac{\partial u_1^d}{\partial s^0} \right) + (1 + \varepsilon^d) X = m \frac{\partial^2 u_1^d}{\partial t^2} \quad (7)$$

同理, 得到沿 y 方向的运动方程

$$\frac{\partial}{\partial s^0} \left(\frac{T^d}{1 + \varepsilon^d} \frac{\partial u_2^d}{\partial s^0} \right) + (1 + \varepsilon^d) Y = m \frac{\partial^2 u_2^d}{\partial t^2} \quad (8)$$

式中 Y 为沿 y 方向的单位长度外力分量. 将上述方程推广到面外运动上, 得到

$$\frac{\partial}{\partial s^0} \left(\frac{T^d}{1 + \varepsilon^d} \frac{\partial u_3^d}{\partial s^0} \right) + (1 + \varepsilon^d)Z = m \frac{\partial^2 u_3^d}{\partial t^2} \quad (9)$$

式中 Z 为沿 z 方向的单位长度外力分量. 方程 (7)、(8) 和 (9) 为索在惯性直角坐标系中的运动方程. 若将这些方程的右端惯性项设为零, 并令

$$u_i^d = u_i^e, \quad \varepsilon^d = \varepsilon^e, \quad T^d = T^e$$

则构成索的静平衡方程. 这里 $u_i^e(s^0)$ 表示点 p^e 的坐标, ε^e 为索在静平衡状态下的轴向应变, $T^e = EA^e \varepsilon^e$ 为索的静张力, A^e 为静平衡时索的横截面面积. 由质量守恒条件, $A^e = A(ds^0/ds^e)$.

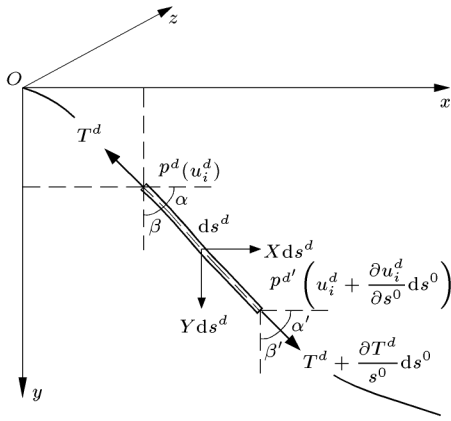


图 5 微段索的受力分析

通常, 以静平衡位置 s^e 作为参考构形, 从而可消除方程 (7)、(8) 和 (9) 中的静平衡项. 为此, 引入点 p^d 相对于静平衡点 p^e 的位移 $u_i(s^0, t)$, 故有

$$u_i^d(s^0, t) = u_i(s^0, t) + u_i^e(s^0), \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

将关系式 $(ds^d)^2 = \sum_{i=1}^3 (du_i^d)^2$ 两边同除以 ds^0 , 并注意到式 (5), 有 $(1 + \varepsilon^d)^2 = \sum_{i=1}^3 (\partial u_i^d / \partial s^0)^2$, 略去高阶小量后可得

$$\varepsilon^d = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial u_i^d}{\partial s^0} \right)^2 - 1 \right] \quad (11)$$

将式 (10) 对 s^0 求偏导数, 并代入式 (11) 得到

$$\varepsilon^d = \varepsilon^e + \left(\frac{ds^e}{ds^0} \right)^2 \varepsilon \quad (12)$$

式中 $\varepsilon^e = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial u_i^e}{\partial s^0} \right)^2 - 1 \right]$, 且

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial u_i}{\partial s^e} \frac{\partial u_i^e}{\partial s^e} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial s^e} \right)^2 \right] \quad (13)$$

索的动张力为

$$T^d = EA^d \varepsilon^d = \left(T^e + EA^e \frac{ds^e}{ds^0} \right) \left(\frac{ds^e}{ds^d} \right) \quad (14)$$

式中 A^d 为动态时索的横截面面积. 将式 (10)、式 (12) 和式 (14) 代入方程 (7)、(8) 和 (9), 得到以 s^e 作为参考构形的位移 $u_i(s^0, t)$ 所满足的 3 个偏微分方程. 进一步, 可获得不同近似条件下索的线性或非线性动力学方程, 例如, 对于平坦的索可考虑 $ds^e \approx dx$; 或忽略索的纵向惯性的影响, 即令 $\partial^2 u_1 / \partial t^2 \approx 0$, 以致对两个横向运动方程进行简化 [21].

(2) 基于 Hamilton 原理的变分方法

索的运动方程也可以由 Hamilton 原理获得, 即

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (K^d - V^d) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W^d dt = 0 \quad (15)$$

式中 K^d , V^d , δW^d 分别表示索的动能、张力和应变引起的弹性势能、外力 (重力、阻尼力等) 虚功. 若设 $u_i(s^0, t)$ 是以 s^0 作为参考构形的位移, 则式 (10) 可写成 $u_i^d(s^0, t) = u_i(s^0, t) + u_i^0(s^0)$, 这里 u_i^0 , $i = 1, 2, 3$ 为 p^0 点沿 x, y, z 轴的坐标. 根据式 (12), $\varepsilon^e = 0$, 此时

$$\varepsilon^d = \sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial u_i}{\partial s^0} \frac{\partial u_i^0}{\partial s^0} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial s^0} \right)^2 \right] \quad (16)$$

设 s^0 为零势能面, 则

$$K^d = \frac{1}{2} \int_0^{l_c} m \sum_{i=1}^3 \dot{u}_i^2 ds^0$$

$$V^d = V^e + \int_0^{l_c} \left[T^e \varepsilon^d + \frac{1}{2} EA^e (\varepsilon^d)^2 \right] ds^0 \quad (17)$$

式中 l_c 为初始状态时索的长度, V^e 为静平衡状态时索的势能.

2.1.2 Serret-Frenet 坐标系

参考图 6, 在索的静平衡构形上建立 Serret-Frenet 坐标系, 令 Serret-Frenet 坐标系的单位向量为 \mathbf{I}_i ($i = 1, 2, 3$), 分别表示为点 p^e 的切向量、主法向量和副法向量, $\mathbf{I}_3 = \mathbf{I}_1 \times \mathbf{I}_2$. 根据式 (10), 将动点 p^d 相对惯性系的坐标用位矢表示, 即

$$\mathbf{R}^d(s^0, t) = \mathbf{R}(s^0, t) + \mathbf{R}^e(s^0) \quad (18)$$

式中 \mathbf{R}^e 为静平衡点 p^e 的位矢, \mathbf{R} 表示动点相对于静平衡点 p^e 的位移, 在 Serret-Frenet 坐标系中, $\mathbf{R} = u_1 \mathbf{I}_1 + u_2 \mathbf{I}_2 + u_3 \mathbf{I}_3$. 由式 (11), 动应变可写为

$$\varepsilon^d = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{R}^d(s^0, t)}{\partial s^0} \cdot \frac{\partial \mathbf{R}^d(s^0, t)}{\partial s^0} - 1 \right) \quad (19)$$

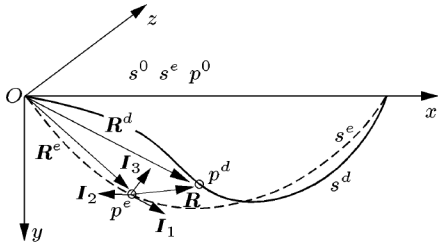


图6 Serret-Frenet 坐标系

同理, 将式 (18) 对 s^0 求偏导数, 并代入式 (19) 得到表达式 (12). 此时在式 (12) 中

$$\varepsilon^e = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{R}^e}{\partial s^0} \right) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{R}^e}{\partial s^0} \right) - 1 \right]$$

而

$$\varepsilon = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s^e} \cdot \frac{\partial \mathbf{R}^e}{\partial s^e} + \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s^e} \cdot \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial s^e} \quad (20)$$

引入微分几何中的 Serret-Frenet 公式 [22]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{I}_1}{\partial s^e} &= k_2 \mathbf{I}_2 \\ \frac{\partial \mathbf{I}_2}{\partial s^e} &= k_3 \mathbf{I}_3 - k_2 \mathbf{I}_1 \\ \frac{\partial \mathbf{I}_3}{\partial s^e} &= -k_3 \mathbf{I}_2 \end{aligned} \quad (21)$$

式中 k_2 和 k_3 分别称为 p^e 点的曲率和扰率. 因静平衡构形曲线为平面曲线, 故 $k_3 = 0$. 考虑到式 (21), 并注意 $d\mathbf{R}^e/ds^e = \mathbf{I}_1$, 则式 (20) 成为

$$\varepsilon = \frac{\partial u_1}{\partial s^e} - k_2 u_2 + k_2 \left[u_1 \frac{\partial u_2}{\partial s^e} - u_2 \frac{\partial u_1}{\partial s^e} + \frac{1}{2} k^2 (u_1^2 + u_2^2) \right] \quad (22)$$

基于 Hamilton 原理即可获得以坐标 $u_i (i = 1, 2, 3)$ 描述的运动方程.

在绳系卫星、水下探测等涉及到可变长度索的建模时, 也可使用多刚体动力学建模方法. 这种模型将质量集中在节点, 把刚性段当作为无质量的二力杆,

段与段之间用球铰连接 [23,24]. 多刚体动力学模型能有效处理强非线性问题, 并在一定程度上反映绳索的实际工况. 此外, 有限元方法在绳索系统的分析中得到了实际应用 [25,26]. Buckham 将水下拖拽绳索离散化成集中质量的参数模型, 并考虑绳索阻尼的作用建立了绳索与结构体相耦合的系统动力学模型 [27].

2.2 绳索动力学分析

绳索模型的线性化结果表明, 索在面内和面外的线性振动方程不耦合, 这与实际绳索的振动现象不一致. Luongo 等 [28] 应用多尺度方法研究了具有几何非线性的水平悬索的非线性单频振动. Rega 等 [29] 研究了垂跨比在 $1:20 \sim 1:8$ 范围的悬索面内对称和反对称振动, 计算了非线性幅频响应. 这两个简单的模型揭示了柔索的内在非线性现象, 例如内共振条件下的非线性振动 [30,31]、索的多模态相互作用 [32,33], 以及利用阻尼器对拉索进行振动控制时出现的非线性振动现象 [34].

1987 年, Takahashi 和 Konishi [35] 研究了斜拉索的面内外三维非线性振动, 发现索既可以表现为软特性也可以呈现硬特性, 这一几何非线性特征取决于垂跨比. 同年, Perkins 和 Mote [36] 应用 Hamilton 原理得到了行进柔索的三维运动方程, 应用数值方法研究了线性化时索的响应. 该索可以具有任意挂耳、任意倾斜度, 克服了此前对于垂跨比要么很小要么很大的限制.

20 世纪 90 年代以来, 人们开始关注索的非线性动力学问题 [37~40]. Chang [41] 研究了随机激励下悬索的非线性动力学. Hu 和 Jin [42~44] 研究了横向流体激励下行进柔索的非线性运动特征, 不同行进速度下索的回转运动特征以及在相平面上索的全局相流, 如图 7 和图 8 所示. Zhang 和 Tang [46] 对文 [45] 中索的参数激励非线性振动问题进行了更深入的全局非线性动力学分析. Tjavaras [47] 考虑到水下柔索的弯曲特征, 借助 Poincare 映射方法研究了索的动态响应.

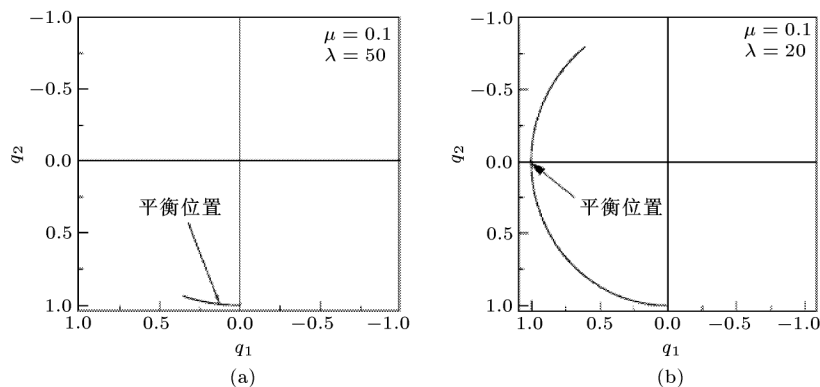


图7 横向流体激励下索的回转运动

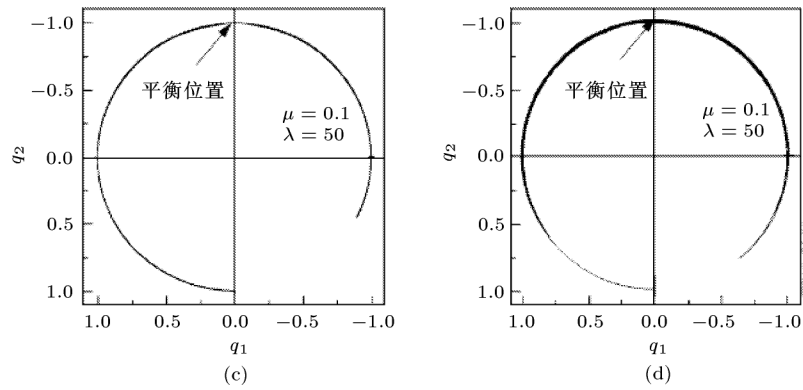


图 7 横向流体激励下索的回转运动 (续)

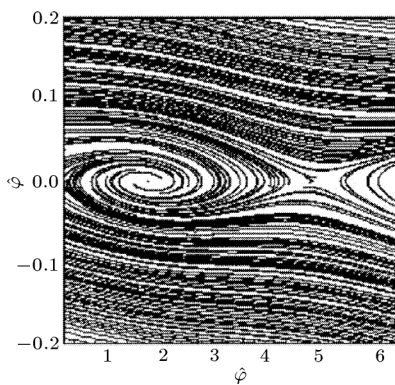


图 8 横向流体激励下索的全局相流

2.3 绳索动力学实验研究

在实验研究方面, 早期 Irvine 和 Caughey^[20] 主要观察了水平悬索的对称和反对称振动. Papa-

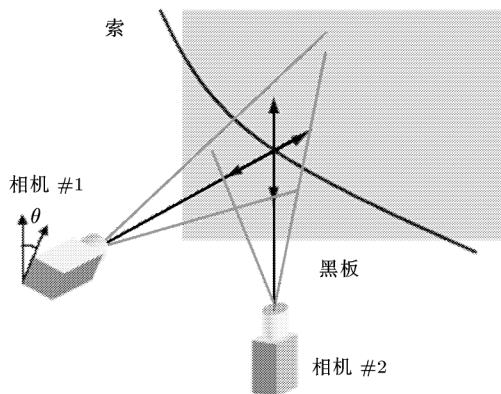


图 9 索的非线性振动实验^[53]

zoglou 等^[48] 进行了水下索的非线性响应实验研究. Rega 和 Alaggio 等^[49,50] 通过实验研究了具有 8 个集中质量的悬索在两端受面内横向激励时的非线性动力学, 得到了诸如非线性模态相互作用、内共振、局部分叉等丰富的非线性动力学行为. 最近 Koh 和 Rong^[51] 对悬索的大位移运动进行了实验考核. 文^[52] 测量了输电线的响应, 基于实测数据进行了系统的阻尼辨识. Berlioz 和 Lamarque^[53] 对斜拉索的非线性振动进行了理论和实验研究, 应用图 9 所示的两个摄像头对索的两个垂直位移进行测量. Matsumoto 等^[54] 对索拉桥的拉索进行了风激振动的吹风实验, 研究了风速对于拉索振动模式的影响. 结果表明, 随风速增加斜拉索出现了从低阶到高阶模态的振动, 图 10 所示为风速达 1.75 m/s 时被 Von Karman 涡激导致的高阶模态振动.

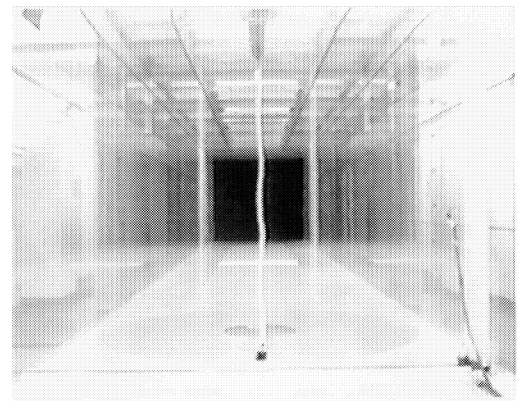


图 10 拉索的 Von Karman 涡激振动实验^[54]

3 柔索的控制研究

索具有轻、柔、小阻尼特性, 外界干扰很容易激发索的振动. 20 世纪 80 年代末, 索的振动控制问题开始得到关注. 通常, 被动阻尼控制器被置于索的横向、位于索的支撑附近^[55,56], 如图 11 所示. 这类

阻尼器的阻尼材料有油、黏弹性材料 (如橡胶)、磁流变液 (MR) 等. 对长索 - 结构系统, 这类被动阻尼减振器可能提供不了足够的阻尼, 以致达不到预期的减振效果^[57].

文^[58] 简要介绍了索的若干振动抑制手段, 其中包括图 12 所示的 Stockbridge 阻尼器. 该阻尼器

由弹性钢索两端附加质量块构成,质量块和弹性钢索相当于质量-弹簧系统,钢索中钢丝之间的摩擦阻力消耗由索传来的部分能量.这类被动阻尼器的工作原理来自动力吸振器的特性.根据图 13 所示两自由度阻尼系统的幅频响应曲线可知,当外激励的频率变化时,振幅的改变依赖于吸振器的阻尼,选择适当的阻尼比 ζ_2 可使振幅的变化较平稳,不会出现共振现象.因此,选择阻尼比为 ζ_2 的衰减装置可防止系统的振动.

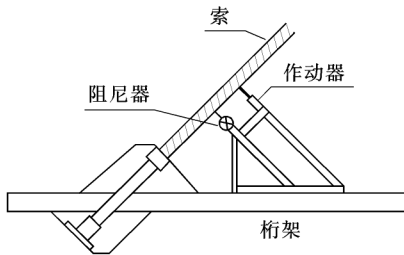


图 11 在拉索支撑附近安装的减振器

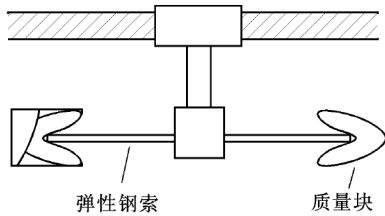


图 12 Stockbridge 阻尼器

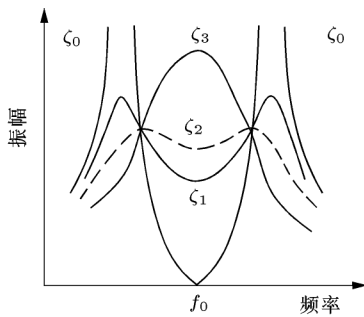


图 13 动力吸振器的阻尼特性 ($\zeta_1 < \zeta_2 < \zeta_3, \zeta_0 = 0$)

目前,一种控制绳索振动的方法是使用主动或半主动的横向或纵向边界支撑运动来抑制悬索的振动.在横向边界控制中,面外振动的控制策略由控制系统的稳定性直接提供,但需要基于位置、速度和角度来构造施于支撑的配置控制结构.在纵向边界控制中,由于纵向小幅运动与横向运动具有非线性耦合,因此通过支撑在纵向的小幅运动来控制索的横向运动比横向边界控制更具有优势.

主动控制有模态控制和波控制两种.由于波控制需要在索的横向施加控制力,因而可能会在施力点局部使索产生弯曲应力而导致疲劳破坏.为了避免局部

应力,人们更多采用模态控制的方法,例如动刚度控制方法即是其中之一.1984年,Chen^[59]通过数值研究发现,索的纵向运动导致时变的横向刚度,以致对横向振动产生阻尼效应,即动刚度控制. Fujino^[60]使用动刚度控制方法让悬索一端受到纵向运动来控制索的横向面内一个模态的自由振动,形成单模态控制.由于他研究的是几乎绷紧的索,因此忽略了索的垂度影响、纵向惯性作用,并假设线弹性、动张力沿索横向均匀分布.文 [61] 基于纵向控制形式对拉索进行了非线性预测控制的研究.通常,索受到的外部作用多是风载荷等非简谐的随机激励,因此很容易激起索的多模态响应. Susumpow 和 Fujino^[62] 导出了在纵向支撑运动控制下垂跨比小于 1:100 索的运动方程,由于该方程为双线性,因而他们基于双线性控制理论研究了索的多模态主动振动控制,使用 Lyapunov 直接方法分析了全局渐近稳定性和设计控制器.他们指出:在某些条件下,仅由纵向支撑的运动控制不住索的振动. Baicu 等基于分布连续模型的 Lyapunov 理论进行了能够稳定索的全部模态的被动和主动边界位置反馈控制研究^[63],提出了基于观测点位置、速度和角度的配置控制结构.基于该横向支撑的边界控制可以避免文 [60] 中的涡旋不稳定现象^[64].

上述研究都没有考虑索的纵向惯性作用, Gehle 和 Masri^[65] 考虑到索的纵向惯性力,使用 Galerkin 方法将描述索运动的偏微分方程离散成集中参数离散系统,研究了松弛、浅索 ($\lambda^2 \approx 646 \gg 100$) 在大位移下的参数控制.此外,基于索端部纵向运动的动刚度控制方法还被用于悬索的风激响应控制^[66].最近, Gattulli 和 Vestroni^[67] 对降阶的 2DOF 非线性悬索模型通过纵向支撑运动进行了状态反馈主动控制,并采用控制论中的几何方法确定了系统的可控性条件与控制时段.

在土木工程中,抑制索-结构系统的振动相当重要,除采用被动控制外,也使用主动控制^[68]以及用支索 (secondary cable) 来抑制主索 (main cable) 振动的方法^[69,70].

最近,电/磁流变阻尼器 (ER/MR) 在振动半主动控制中得到了人们的关注^[71]. Ni 等^[72] 使用磁流变阻尼器来抑制斜拉索的振动.针对全阶系统模型和降阶的模态模型,他们分别设计了适于磁流变阻尼器的神经网络控制器,借助数值仿真考核了控制效果. Zhu^[73] 等对一端受到外激励的垂索进行了最优随机控制研究.

4 结语和展望

从现有文献看,关注较多的是单根悬索的动力学

问题, 并主要考虑由第 1 阶振型所近似描述的动力学行为。对于地面柔索, 忽略其弯曲、扭转和剪切效应进行建模, 并在后续的分析中应用了多尺度方法; 对于水下绳索, 计及弯曲、扭转以及剪切影响进行建模, 并应用数值方法进行分析。在索的控制研究中, 针对斜拉桥拉索的被动控制方法得到了深入研究和广泛应用, 并已经有一些成熟的振动抑制技术和商品化的减振器。

我们认为, 下述几个方面值得引起关注: (1) 带有反馈控制作用的地面柔索系统非线性动力学现象研究; (2) 基于 PC 平台、只要适当数目观测点的长柔索的控制方法研究, 这需要研究高阶振型对索的动力学影响; (3) 绳索 - 结构系统的实验研究; (4) 水下绳索的非线性动力学问题, 以及有效控制手段的研究; (5) 多场耦合和特殊环境下的动力学与控制技术, 例如风雨激振环境、冰裹输电线、微重力和电磁场作用等; (6) 基于材料特性的控制方法研究, 如智能材料结构与系统的控制方法在索 - 结构系统中的应用、以及基于磁流变 (电流变) 材料 / 阻尼器对于长柔索进行分段控制等。

参 考 文 献

- 1 Bezverkhi A I, Kornienko V F, Shul'ga N A. The visco-elastic effect of the cable on the dynamics of an underwater towed system suspended from a buoy. *International Applied Mechanics*, 2001, 37(8): 1055~1061
- 2 Sun Y, Leonard J W. Dynamics of ocean cables with local low-tension regions. *Ocean Engineering*, 1998, 25(6): 443~463
- 3 Stump D M, Van der Heijden G H M. Matched asymptotic expansions for bent and twisted rods: applications for cable and pipeline laying. *Journal of Engineering Mathematics*, 2000, 38: 13~31
- 4 Henderson J F, Potjeyd J, Ireland B. The dynamics of an airborne towed target system with active control. *Proc Instn Mech Engrs*, 1999, 213(Part G): 305~319
- 5 Banerjee A K, Do Van N. Deployment control of a cable connecting a ship to an underwater vehicle. *Applied Mathematics and Computation*, 1995, 70: 97~116
- 6 金栋平, 胡海岩. 行进绳索在横向流体激励下的运动. *力学学报*, 2001, 33(4): 525~530
- 7 Matteo Luca Facchinetti, Emmanuel de Langre, Francis Billey. Vortex-induced travelling waves along a cable. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 2004, 23: 199~208
- 8 Catti C. Numerical simulation of large deformation cable dynamics: [dissertation]. Michigan: University of Michigan, 2002. 1~295
- 9 Abdel-Rahman E M, Nayfeh A H. Pendulation reduction in boom cranes using cable length manipulation. *Nonlinear Dynamics*, 2002, 27(3): 255~269
- 10 Kimiaghalam B, Homaifar A, Bikdash M. Feedforward control law for a shipboard crane with maryland rigging system. *Journal of Vibration and Control*, 2002, 8(2): 159~188
- 11 袁曾怀, 金栋平, 金世伟. 环锭纺气圈动态方程的理论研究. *合肥工业大学学报*, 1994, 17(3): 34~38
- 12 Fraser W B, Clark J D, Ghosh T K, Zeng Q. The effect of a control ring on the stability of the ring-spinning balloon. *Proc R Soc Lond A*, 1996, 452: 47~62
- 13 Zhu F, Rahn C D. Stability analysis of a circularly towed cable-body system. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 217(3): 435~452
- 14 顾明, 刘慈军, 彭天波, 宋锦忠. 海口世纪大桥斜拉索风 (雨) 振动的初步分析. *结构工程师*. 1999, 1: 18~22
- 15 Abdel-Rahman E M, Hasan M. Control by passive TMD of wind-induced nonlinear vibrations in cable stayed bridges. *Journal of Vibration and Control*, 1996, 2(2): 251~267
- 16 Masaru Matsumoto, Tomomi Yagi, Yoshinori Shigemura, Daisuke Tsukhima. Vortex-induced cable vibration of cable-stayed bridges at high reduced wind velocity. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2001, 89: 633~647
- 17 Yu P, Desai Y M, Shah A H, Popplewell N. Three-degree-of-freedom model for galloping. part I: formulation. *Journal of Engineering Mechanics*, 1993, 119(12): 2404~2425
- 18 Pierre McComber, Alain Paradis. A cable galloping model for thin ice accretions. *Atmospheric Research*, 1998, 46: 13~25
- 19 Ehud Netzer, Thomas R Kane. Estimation and control of tethered satellite systems. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1995, 18(4): 851~858
- 20 Irvine H M, Caughey T K. The linear theory of free vibrations of a suspended cable. *Proc R Soc Lond A*, 1974, 341: 299~315
- 21 Tsui Y T. Modern developments in cable dynamics. *Electric Power Systems Research*, 1990, 18: 91~98
- 22 Mixinko A C, Fominko A T. 微分几何和与拓扑学教程 (第二册). 张爱和译. 北京: 高等教育出版社, 1994
- 23 James W Kamman, Ronald L Huston. Multibody dynamics modeling of variable length cable systems. *Multibody System Dynamics*, 2001, 5: 211~221
- 24 李宾, 李映辉, 殷学纲. 大垂度柔索的动力学建模与仿真. *应用数学和力学*, 2000, 21(6): 640~646
- 25 Gosling P D, Korban E A. A bendable finite element for the analysis of flexible cable structures. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2001, 38: 45~63
- 26 Gattulli V, Martinelli, Perotti F, et al. Nonlinear oscillations of cables under harmonic loading using analytical and finite element models. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004, 193: 69~85
- 27 Buckham B, Nahon M, Seto M, Lambert C. Dynamics and control of a towed underwater vehicle system, part I: development. *Ocean Engineering*, 2003, 30: 453~470
- 28 Luongo A, Rega G, Vestroni F. Monofrequent oscillations of a nonlinear model of a suspended cable. *Journal of Sound and Vibration*, 1982, 82(2): 247~259

- 29 Rega G, Vestroni F, Benedettini F. Parametric analysis of large amplitude free vibrations of a suspended cable. *International Journal of Solids and Structures*, 1984, 20(2): 95~105
- 30 Benedettini F, Rega G, Alaggio R. Nonlinear oscillations of a four-degree-of-freedom model of a suspended cable under multiple internal resonance conditions. *Journal of sound and Vibration*, 1995, 182(5): 775~798
- 31 Zheng G, Ko J M, Ni Y Q. Super-harmonic and internal resonances of a suspended cable with nearly commensurable natural frequencies. *Nonlinear Dynamics*, 2002, 30: 55~70
- 32 Nayfeh A H, Haider N Arafat, Char-Ming Chin. Multimode interactions in suspended cables. *Journal of Vibration and Control*, 2002, 8(3): 337~387
- 33 Pilipchuk A N, Ibrahim R A. Nonlinear modal interactions of shallow suspended cables. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 227(1): 1~28
- 34 Yu Z, Xu Y L. Non-linear vibration of cable damper systems part I: formulation. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 225(3): 447~463
- 35 Takahashi K, Konishi Y. Nonlinear vibrations of cable in three dimensions. *Journal of Sound and Vibration*, 1987, 118(1): 69~97
- 36 Perkins N C, Mote Jr C D. Three-dimensional vibration of traveling elastic cable. *Journal of Sound and Vibration*, 1987, 114(2): 325~340
- 37 Zhang Q L, Peil U. Dynamic behaviours of cables in parametrically unstable zones. *Computers and Structures*, 1999, 73: 437~443
- 38 Zhao Y Y, Wang L H, Chen D L, et al. Non-linear dynamic analysis of the two-dimensional simplified model of an elastic cable. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 255(1): 43~59
- 39 Volokh K Y, Vinay O, Averbuh I. Dynamics of cable structures, *ASCE Transactions, Journal of Engineering Mechanics*, 2003, 129(2): 175~180
- 40 Sun Y, Leonard J W. Dynamics of ocean cables with local low-tension regions. *Ocean Engineering*, 1998, 25(6): 443~463
- 41 Chang W K, Ibrahim R A, Afaneh A A. Planar and non-planar nonlinear dynamics of suspended cable under random in-plane loading-I: single internal resonance. *International Journal of Nonlinear mechanics*, 1996, 31(6): 837~859
- 42 金栋平, 胡海岩. 横向流体激励下绳索的动力学分析. *振动工程学报*, 2000, 13(3): 340~345
- 43 Jin D P, Hu H Y. Stretch and rotation motion of a suspended cable subject to transverse fluid excitation. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2001, 22(8): 940~946
- 44 Hu H Y, Jin D P. Nonlinear dynamics of a suspended travelling cable subject to transverse fluid excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 239(3): 515~529
- 45 Perkins N C. Modal interactions in the nonlinear response of elastic cables under parametric external excitation. *International Journal of Nonlinear mechanics*, 1992, 27(2): 233~250
- 46 Zhang W, Tang Y. Global dynamics of the cable under combined parametrical and external excitations. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2002, 37: 505~526
- 47 Tjavaras A A, Zhu Q, Liu Y, et al. The mechanics of highly-extensible cables. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 213(4): 709~737
- 48 Papazoglou V J, Mavrakos S A, Triantafyllou M S. Nonlinear cable response and model testing in water. *Journal of Sound and Vibration*, 1990, 140(1): 103~115
- 49 Rega G, Alaggio R, Benedettini F. Experimental investigation of the nonlinear response of a hanging cable. part I: local analysis. *Nonlinear Dynamics*, 1997, 14: 89~117
- 50 Rega G, Alaggio R. Spatio-temporal dimensionality in the overall complex dynamics of an experimental cable/mass system. *International Journal of Solids and Structures*, 2001, 38: 2049~2068
- 51 Koh C G, Rong Y. Dynamic analysis of large displacement cable motion with experimental verification. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 272(1): 187~206
- 52 Barbieri N, Oswaldo Honorato de Souza Júnior, Barbieri R. Dynamical analysis of transmission line cables. Part 2-damping estimation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2004, 18: 671~681
- 53 Berlioz A, Lamarque C H. Nonlinear vibrations of an inclined cable. In: Proceedings of ASME 2003 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Chicago, Illinois, USA, September 2- 6, 2003
- 54 Matsumoto M, Daito Y, Kanamura T, et al. Wind-induced vibration of cables of cable-stayed bridges. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1998, 74-76: 1015~1027
- 55 Yu Z, Xu Y L. Mitigation of three-dimensional vibration of inclined sag cable using discrete oil dampers-I. formulation. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 214(4): 659~673
- 56 Nakamura A, Kasuga A, Arai H. The effects of mechanical dampers on stay cables with high-damping rubber. *Construction and Building Materials*, 1998, 12(2-3): 115~123
- 57 Pacheco B M, Fujino Y, Sulekh A. Estimation curve for modal damping in stay cables with viscous damper. *Journal of Structural Engineering*, 1993, 119: 1961~1979
- 58 Kazakevitch M, Zakora A. Cable stabilization for wind and moving load effect. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1998, 74- 76: 995~1003
- 59 Chen J C. Response of large space structures with stiffness control. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1984, 21(5): 463~467
- 60 Fujino Y, Warnitchai P, Pacheco B M. Active stiffness control of cable vibration. *Journal of Applied Mechanics*, 1993, 60: 948~953
- 61 李映辉, 李宾, 殷学纲, 黄尚廉. 具有轴向位移小垂度索非线性预测控制. *重庆大学学报*, 2000, 23(1): 4~8
- 62 Susumpow T, Fujino Y. Active control of multimodal cable

- vibrations by axial support motion. *Journal of Engineering Mechanics*, 1995, 121(9): 964~972
- 63 Baicu C F, Rahn C D, Nibali B D. Active boundary control of elastic cable: theory and experiments. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 198(1): 17~26
- 64 Baicu C F, Rahn C D, Dawson D M. Exponential stabilizing boundary control of string-mass systems. *Journal of Vibration and Control*, 1999, 5: 491~502
- 65 Gehle R W, Masri S F. Active control of shallow, slack cable using the parametric control of end tension. *Nonlinear Dynamics*, 1998, 17: 77~94
- 66 Pasca M, Vestroni F, Gattulli F. Active longitudinal control of wind-induced oscillations of a suspended cable. *Meccanica*, 1998, 33: 255~266
- 67 Gattulli V, Vestroni F. Nonlinear strategies for longitudinal control in the stabilization of an oscillating suspended cable. *Dynamics and Control*, 2000, 10: 359~374
- 68 Yamaguchi H, Alauddin Md, Poovarodom N. Dynamic characteristics and vibration control of a cable system with sub-structural interactions. *Engineering Structures*, 2001, 23: 1348~1358
- 69 Luo N S, José R, de la Sen Manuel. Decentralized active control of a class of uncertain cable-stayed flexible structures. *International Journal of Control*, 2002, 75(4): 285~296
- 70 Yamaguchi H, Alauddin Md. Control of cable vibrations using secondary cable with special reference to nonlinearity and interaction. *Engineering Structures*, 2003, 25: 801~816
- 71 Johnson E A, Baker G A, Spencer B F Jr, Fujino Y. Mitigating stay cable oscillation using semiactive damping. In: Liu S C, ed. *Smart Structures and Materials 2000: Smart Systems for Bridges, Structures, and Highways*. Bellingham (WA): The International Society for Optical Engineering, 2000. 207~216
- 72 Ni Y Q, Chen Y, Ko J M, Cao D Q. Neuro-control of cable vibration using semi-active magneto-rheological dampers. *Engineering Structures*, 2002, 24: 295~307
- 73 Zhu W Q, Huang Z L, Ko J M, et al. Optimal feedback control of strongly non-linear systems excited by bounded noise. *Journal of Sound and Vibration*, Available online at <http://www.sciencedirect.com>, 2003

MODELING, DYNAMICS AND CONTROL OF CABLE SYSTEMS

JIN Dongping WEN Hao HU Haiyan

Institute of Vibration Engineering Research, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China

Abstract Elastic cables have been frequently used in various engineering fields, such as civil engineering, space engineering, electric and communication engineering. In general, the mechanical model of a cable includes an infinite number of degrees of freedom. The geometric nonlinearity in the cable movement usually makes the in-plane and out-of-plane vibrations coupled with each other so that the cable dynamics may exhibit abundant nonlinear phenomena. Furthermore, a cable system is often subjected to the external excitations such as wind, rain, fluid, micro-gravity and alternative electro-magnetic fields, which definitely enhance the complexity of the cable dynamics. Therefore, the cable dynamics has drawn much attention over the past decades. After a brief introduction to some typical applications of cables and related dynamics, this review presents the methods of dynamic modeling of cable systems, surveys the recent advances in dynamics analysis and vibration control for cable systems, and points out a few open problems to that should pay more attention.

Keywords cable system, dynamics, control, modeling

* The project supported by the National Nature Science Foundation of China (10372039)