

## 海岸波浪场模型研究进展\*

黄 虎

华东师范大学河口海岸国家重点实验室, 上海 200062  
上海大学, 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072

**摘 要** 从建模原理、波浪在近岸区域传播的众多机制、模型的类别、优势、局限性以及模型在未来的发展趋势等方面, 综述了在海岸工程实践中广泛运用的以下两大类海岸波浪场预测模型的最新研究进展: (1) 能量平衡模型. 它一般用来预测海洋深水波候, 已发展到相当完善的阶段, 例如, 最为著名的 WAM3G 模型. 这种模型在海岸工程中的作用就在于可以模拟施加在波浪上的随时间变化的风场效应. (2) 质量、动量守恒模型. 它在海岸工程中应用最为普遍, 并且内容丰富, 数值技巧多样. 目前包含了以下代表性的模型: 缓坡方程、抛物型方程、非线性浅水方程、高阶 Boussinesq 型方程、Green-Naghdi 理论.

**关键词** 能量平衡模型, 质量、动量守恒模型, 缓坡方程, 浅水方程, Boussinesq 型方程, 抛物型方程, Green-Naghdi 理论

### 1 引言

海岸水域之于人类活动, 在当今具有特别重要的意义, 这直接表现在航运、构造海岸工程建筑物和环境条件的变迁. 从科学的观点来看, 大气和海洋每年总交换热量的将近一半分布于海岸水域, 因此, 为了理解包围我们的自然环境、天气, 甚至气候, 我们必须更好地认识海岸水域. 从工程的观点来看, 几乎所有的海洋建筑物都竖立在海岸水域上. 在海岸动力场中, 风浪和环境流极富变化性, 它们一直是施加在任何海岸建筑物上的最重要的环境荷载. 所以, 掌握它们在海岸水域里的演变规律, 较之于外海水域, 显得更为重要和急需. 海岸水域的特殊性又常常表现在下列环境变量上: 复杂的海底地形, 无时不在的潮流和波生流, 有限的风吹程, 急剧变化的环境条件等等. 为了合理设计工程建筑物和海岸区域经济的可持续发展, 建立能模拟各种动力机制的数学模型, 往往是人们先行的第一步.

本文旨在评述海岸工程界广泛应用的两大类波浪数学模型研究的最新进展, 即: 能量平衡模型和质量、动量守恒模型. 它们可以包含波浪场的许多动力机制, 但也存在着各自的局限性, 即: 能量平衡模型不能考虑由近岸地形和建筑物引起的绕射和反射效应, 而质量、动量守恒模型则不能描述风生机制和波-波相互作用. 尽管如此, 实际上, 它们常常配合应用于海岸波浪

收稿日期: 2000-04-27, 修回日期: 2000-09-18

\* 国家杰出青年科学基金 (49825161)、中国博士后科学基金和华东师范大学河口海岸国家重点实验室开放课题基金 (200010) 资助项目

场的计算. 本文针对它们各自的优势、不足和将来发展的趋势, 加以评述、建议和预测.

## 2 能量平衡模型

基于能量守恒原理建立的能量平衡模型, 一般用来预测海洋深水波候 (wave climate), 它不能反映由近岸海底地形和建筑物引起的波浪绕射和反射效应. 这种模型建立的基础就是依赖于时间的能量平衡方程, 可表示为

$$\frac{\partial E(x, y, t; f, \theta)}{\partial t} + \nabla \cdot [C_g(x, y; f)E(x, y, t; f, \theta)] = S_w + S_n + S_d + S_f + S_p \quad (1)$$

其中,  $E$  表示  $t$  时间在地点  $(x, y)$  处的关于频率  $f$  和方向角  $\theta$  的能谱. 方程 (1) 右边的五个源、汇项分别代表由风产生的能量输入、波-波非线性相互作用、破波耗散、底摩擦损失和渗透损失. 通过估算方程 (1) 中的能谱  $E$ , 我们就能求出有效波高、峰频率和其它参数. 目前, 能量平衡模型最为完善和著名的就是国际分工合作的成果——WAM3G 模型<sup>[1,2]</sup>.

在方程 (1) 中, 诸源、汇项的确定, 涉及到众多的海浪生成和发展机制, 现简述如下:

(1) 借助于 Phillips (1957) 的共振机制<sup>[3]</sup> 和 Mile (1957) 的反馈机制<sup>[4]</sup>, 输入源项  $S_w$  可表示为

$$S_w = A + BE \quad (2)$$

其中线性增长项  $A$  的表达式由 Cavaleri 和 Malanotte-Rizzoli (1981)<sup>[5]</sup> 给出, 指数增长项  $BE$  的表达式先后由 Komen 等 (1984)<sup>[6]</sup> 和 Janssen (1989, 1991)<sup>[7,8]</sup> 各自给定.

(2) 非线性波-波相互作用源项  $S_n$  在海波谱形成的过程中起着关键性的作用. 在深水域, 四波相互作用把波能从谱峰传递给低频率区 (使得峰频值下降) 和高频率区 (在这里白浪消耗能量). 在极浅水域, 三波相互作用把波能从低频率区传递到高频区, 由此常常产生高次谐波<sup>[9]</sup>.

采用现行的各种能量平衡模型, 试图给出四波相互作用的完整求解过程是极其耗时和不方便的. 为此, 人们基于参数方法或其他类型的逼近方法, 提出了若干种技巧以提高计算速度<sup>[10]</sup>. 在计算四波相互作用的过程中, 人们采用的“离散相互作用逼近 (DIA)”方法<sup>[11]</sup>, 对于描述一个发展波谱的基本特征是相当成功的<sup>[1]</sup>. 但是对于单方向的波运动, 由于四波相互作用的系数几乎为零, 因而, 这种方法是无效的. 当采用 JONSWAP 谱并且把模型应用于有限水深区域时, S. Hasselmann 和 K. Hasselmann<sup>[12]</sup> 证明可以由一个简单的表达式估算四波相互作用.

根据一个谱能量源项, Abreu 等<sup>[13]</sup> 首次描述了三波相互作用, 然而这种描述限于非耗散的浅水波, 并不适合于受风浪作用的许多应用领域. 为此, Eldeberky 和 Battjes<sup>[14]</sup> 作出了突破性的工作, 即把由 Madsen 和 Sørensen<sup>[15]</sup> 建立的 Boussinesq 型模式的振幅部分变换到能量密度的表达式中, 并且将基于在实验室观察到的波的双位相参数化. 由此, 针对共线性波, 他们提出了一种“离散三波近似 (DTA)”方法. 通过在实验室观察到的长峰随机波传播到水下和浅滩上的障碍物时发生的破碎波运动, 证实了他们这种模型的有效性<sup>[9,16]</sup>. 后来 Eldeberky<sup>[16]</sup> 又提出了一种有别于 DTA 方法的“集总三波近似 (LTA)”方法.

(3) 根据 Hasselmann (1974)<sup>[17]</sup> 推导出的白浪耗散函数, Komen 等 (1984)<sup>[6]</sup> 采用了如下形式的破波耗散源函数

$$S_d = -3.33 \times 10^{-5} \bar{\omega} (\omega / \bar{\omega})^2 (\bar{\alpha} / \bar{\alpha}_{PM})^2 E \quad (3)$$

其中,  $\omega = 2\pi f$ ,  $\bar{\omega} = F^{-1} \iint E(f, \theta) \omega df d\theta$  表示平均频率,  $F = \iint E(f, \theta) df d\theta$  为波表面位移变动的总能量,  $\bar{\alpha} = F \bar{\omega}^4 g^{-2}$  是平均波陡,  $\bar{\alpha}_{PM} = 4.57 \times 10^{-3}$  是按  $P$ - $M$  谱计算得到的平均波陡值.

(4) 由水深诱发的波能耗散可能起因于底部摩擦、底部迁移、底部渗透和复杂海底地形产生的波向后反射等因素。对于沙质海底的大陆架海域，起控制作用的机制有可能是底摩擦力<sup>[18]</sup>，由此可采用下面形式的源项<sup>[19]</sup>

$$S_f(f, \theta) = -\frac{C_f g k^2 u_b}{\omega^2 \cosh(kd)} E(f, \theta) \quad (4)$$

其中， $u_b$  代表波浪产生的底部速度

$$u_b^2 = g^2 \int \frac{E_1(f)}{C^2 \cosh^2(kd)} df \quad (5)$$

其中  $E_1(f)$  是一维谱，摩擦因子  $C_f$  依特定的风浪场而有所变化。现已出现了大量的关于  $S_f$  的模型，包括更为复杂的涡黏度模式<sup>[20,21]</sup>。

(5) 人们在研究近岸波浪运动的过程中，往往假定波浪在刚性海底上传播，不发生渗透运动。因而，在很多能量平衡模型中，同样对渗透源项  $S_p$  不予考虑，这必将限制模型在某些特定海岸区域（例如淤泥质海滩）上的应用。显然，较为精确地给出  $S_p$  的表达式，有赖于目前对波浪传播特征和在多孔介质中物质与能量输运规律认识的进一步提高。另外，有些能量平衡模型，为了考虑更多的因素和扩展其适用范围，还包含了由水深变化引起的波浪破碎耗散源项和波-流相互作用源项。

依据求解方程 (1) 的不同方法，能量平衡模型可进一步划分为能谱模型和参数模型。在通常情况下，首先将能谱模型的波频率和方向谱离散成许多频带和方向带，然后对每个分量求解能量平衡方程。参数模型一般采用下列方式减少系统的自由度：先假设一个  $\cos^m(\theta)$  分布，从能量平衡方程中得到一个合成方向，然后由一小部分参数对特定的频谱（例如 JONSWAP 谱）参数化，最后在每个网格点上以这一小部分参数作为未知量，再次写出能量方程。以上两种模型均相关于时间，一般通过有限差分法求解。

基于能量平衡方程的 WAM 模型和其它模型，考虑因素众多，已发展到较为完善的阶段。它在近岸波动场研究中的作用是为近岸波动场数值模拟提供随时间变化的风场条件。在某些简化条件下，WAM 等模型也可直接应用于海岸工程。例如<sup>[22]</sup>，在 Michigan 的 Saginaw 湾，欲设计一个面积大约为  $20 \text{ km} \times 20 \text{ km}$  的处理疏浚物质的场所。经过测定，发现某一次风暴大部分时候都保持定常态，并且风向大致在湾轴线附近摆动。由此，可假定只存在向前传播的谱分量，并且忽略非定常态项，于是就把能量平衡方程简化为一个与时间不相关的一阶偏微分方程，采用差分法即可方便地计算。

HISWA 模式也许是应用最为广泛的定常能量平衡模式<sup>[23]</sup>，然而它是基于波作用量守恒 ( $A = E/\sigma$ ,  $\sigma$  为角频率) 建立的，而非能量守恒，这样就使得它能包含波-流相互作用。当不考虑环境流作用时，波作用量守恒可简化为能谱守恒。HISWA 不断发展的特点就是为了满足对近岸区域高空间分辨率的要求，谱逼近的计算量很大，这尚不包括频率方向上的离散计算量。通过求解能量平衡方程，由 HISWA 可得到总能量和平均频率这两个频谱合成的量，它们通常具有工程意义。从自由度的角度看，HISWA 采用的方法介于谱模型和参数模型之间，它在海岸工程界的应用更为广泛，产生了许多非常有价值的成果<sup>[22,24,25]</sup>。

最近，最新的定常能量平衡模式——SWAN<sup>[26,27]</sup> 模式已被研制和开发，它能考虑破波带环境流效应，可以描述波浪的传播、耗散和非线性波-波共振等众多的动力机制，被认为是能满足计算量要求的第三代浅水波谱模型。需要指出，SWAN 模式同样不能考虑波浪的绕射和反射效应。

早在 60 年代初，文圣常就着手建立以圆频率为参量的风浪谱模式<sup>[28]</sup>。在 80 年代末文圣常等又提出了一种改进的理论风浪谱模式<sup>[29]</sup>。在为数不多的第三代海浪数值模式中，袁业立

等<sup>[30,31]</sup>发展的 LAGFD-WAM 模式,具有以下特色:考虑了流对浪的折射作用和流浪之间的能量交换;采用特征线嵌入网格的计算格式,放宽了对计算稳定性的要求,简化了海波在球面上传播所带来的计算上的考虑.

采用能量平衡模式的优势就在于能有效地简化海岸波浪场的动力学,环境流效应能被自动地包含进去,各种源函数能够专门描述某一种物理过程.然而,这种采用不同源函数的线性叠加,而不考虑它们之间相互作用的逼近方法,显然存在不少问题.围绕波作用量守恒,又有不少认识困难,因为要保证这种守恒性,就必须在计算过程中保持波浪运动特征的一致性,而这种一致性能够维持到什么程度的准则,至今仍没有建立起来.最近, Huang 等<sup>[32]</sup>发现:波浪频率的下移(down shift)过程,并非连续,而是局部和离散的,即从  $n$ -波转换到  $(n-1)$ -波.如何在模式传播中包含这种物理过程,需要进一步研究.另外,即使我们接受叠加原理,仍应该审慎地处理每一个源项,使能量平衡模型考虑得更合理和完善.目前,寻求一种统一的第三代海浪数值模式,尚有许多问题和困难有待于解决和克服.为此,文圣常等<sup>[33]</sup>提出一种新的海浪模拟方法,其中特别定义的风浪组成波按常风下随时间成长的方向谱计算,而涌浪组成波借考虑涡动黏性和底摩擦加以计算.并进行了常风场和变风场下系统的数值试验.

### 3 质量、动量守恒模型

从流体动力学的质量守恒方程和动量守恒方程出发,可建立起经典的水波理论体系.在当前海岸工程的急需下,人们或者重新审视水波的已有理论框架,有新发现,有大扩展,或者从海岸实际环境特征出发,逐渐建立更为准确、全面的新一代模式.下面我们针对当前活跃和发展的各类数值模型及其扩展模式进行介绍和评述.

#### 3.1 缓坡方程

在历史上, Eckart<sup>[34]</sup> (1952) 首次得到了适用于浅水的缓坡方程.在对水深无限制的条件, Berkhoff<sup>[35]</sup> (1972) 推导出著名的缓坡方程,它已广泛地应用于海岸工程实践中.现在,已出现了一大批能考虑各种动力机制的扩展型缓坡方程.

##### 3.1.1 Berkhoff 缓坡方程

如果水深依赖于水平坐标  $(x, y)$  而变化,在一般情况下,我们不可能把水波运动的三维 Laplace 控制方程简化为水平面上的二维偏微分方程.然而,在缓坡条件  $(|\nabla h|/kh \ll 1)$  的假定下, Berkhoff<sup>[35]</sup> 采用正则摄动展开法和沿水深积分的方法,就得到了堪称经典的缓坡方程

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \psi) + k^2 CC_g \psi = 0 \quad (6)$$

其中速度势函数  $\phi(x, y, t)$  和  $\psi(x, y)$  的关系为:  $\phi(x, y, t) = \text{Re} \{ \psi(x, y) e^{-i\omega t} \}$ ,  $C$  和  $C_g$  分别为行进波的局部相速度和局部群速度.

现在做一标准代换

$$\tilde{\psi} = (CC_g)^{1/2} \psi \quad (7)$$

于是,可以把方程 (6) 写成 Helmholtz 方程的形式

$$\nabla^2 \tilde{\psi} + \kappa^2 \tilde{\psi} = 0 \quad (8)$$

其中

$$\kappa^2 = k^2 - \frac{\nabla^2 (CC_g)^{1/2}}{(CC_g)^{1/2}} \quad (9)$$

同样, 我们可以得到在形式上与方程 (6) 相同的缓坡方程

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \eta) + k^2 CC_g \eta = 0 \quad (10)$$

其中自由表面位移  $\zeta(x, y, t)$  和  $\eta(x, y)$  的关系为:  $\zeta(x, y, t) = \text{Re} \{ \eta(x, y) e^{-i\omega t} \}$ .

方程 (6) 在数学上具有椭圆不可分隔性, 因此, 需要联立求解模型沿着整个边界的离散化方程. 显然, 这种直接离散化只适用于小区域波浪场的计算. 最近几年, 随着高效、快速求解方法的提出和对开边界条件的良好处理<sup>[36,37]</sup>, 使得人们在现有的计算机资源供给的条件下, 应用 Berkhoff 方程 (6) 去解决大区域波浪场的计算问题成为可能.

### 3.1.2 与时间相关的缓坡方程

为了提高数值求解 Berkhoff 方程的效率和着眼于对随机波的分析, 现在人们已提出了与时间相关的多种形式的缓坡方程<sup>[38,41]</sup>. 采用变分原理或 Green 公式, 可以得到下列两个在形式上相同的缓坡方程

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla \cdot (CC_g \nabla \phi) + (\omega^2 - k^2 CC_g) \phi = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - \nabla \cdot (CC_g \nabla \zeta) + (\omega^2 - k^2 CC_g) \zeta = 0 \quad (12)$$

描述纯谐波运动的缓坡方程 (6) 和 (8) 都是椭圆型的, 可变换为双曲型方程

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \phi) - n \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (13)$$

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \zeta) - n \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = 0 \quad (14)$$

其中

$$n = \frac{C_g}{C} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \quad (15)$$

方程 (14) 由 Copeland<sup>[38]</sup> 提出, 后来 Madsen 和 Larsen<sup>[39]</sup> 通过消去谐波部分, 采用有限差分法求解. 应该指出, 方程 (13) 与 (14) 仅对谐波运动严格有效, 而方程 (11) 与 (12) 则允许频率有较大的变化.

针对随机波宽广的频谱特征, 现在已出现了若干种模式<sup>[42~44]</sup>. 为了把这种模式直接应用于二维实际问题, 最近, Ishii 等<sup>[45]</sup> 通过考虑破波效应, 由 Helmholtz 方程得到了一种依赖于时间的推广型随机波缓坡方程

$$\nabla^2 \tilde{\phi} - ia_1 \nabla^2 \left( \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} \right) + (b_0 + iC_0) \tilde{\phi} + i(b_1 + iC_1) \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} - b_2 \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial t^2} = 0 \quad (16)$$

其中

$$\phi(x, y, t) = \tilde{\phi}(x, y, t) e^{-i\bar{\omega}t}, \quad \omega = \bar{\omega} + \omega' \quad (17)$$

$\bar{\omega}$  为代表频率,  $\omega$  和  $\omega'$  为圆频率及其相对于  $\bar{\omega}$  的偏离值.  $a_1, b_0, b_1$  和  $b_2$  为逼近  $k^2$  的有理函数的系数,  $C_0$  和  $C_1$  则为考虑破波效应的能量耗散项.

### 3.1.3 缓变流对缓坡方程的影响

在近岸区域, 纯波浪运动几乎是不存在的, 波-流相互作用是一种极为普遍的现象. Kirby<sup>[46]</sup> 在缓坡和缓变流的假定条件下, 推出了公认的包含环境流效应的缓坡方程

$$\frac{D^2 \phi}{Dt^2} - \nabla \cdot (CC_g \nabla \phi) + (\nabla \cdot \mathbf{U}) \frac{D\phi}{Dt} + (\omega^2 - k^2 CC_g) \phi = 0 \quad (18)$$

其中,  $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla$ ,  $\mathbf{U}$  为水平面二维环境流速度矢量, 相对频率  $\omega$  满足 Doppler 频移关系:  $\sigma = \omega + \mathbf{k} \cdot \mathbf{U}$ ,  $\sigma$  为绝对频率. 针对单色波和单一方向传播的波浪场, 我们可直接求解方程 (18), 否则将不能唯一地确定  $\omega$  [47]. Hong (洪广文) [48] 通过添加底摩擦项, 对方程 (18) 进行了推广. Lee 等 [49] 对关于方程 (18) 的各种变形模式进行了评述和验证. Huang (黄虎) 等 [50] 把方程 (18) 的缓变流场扩展到三维, 并给出了当“几何-光学”近似条件继续有效时波浪、环境流和海底坡度必须满足的若干条件.

### 3.1.4 考虑陡坡效应的缓坡方程

为了突破缓坡方程固有的“缓坡限制”, 能够反映波浪在沙纹 (rippled bed)、沙坝 (sand bars) 和离岸礁等陡坡地形上传播的特征 (如反射), 人们先后对缓坡方程进行了较为合理的推广 [51~54]. Zhang 等 [55] 指出: 这些前期工作的模式, 并不能反映波浪传播频率连续变化的完整性, 即在某一特定频率处失效. 于是, 他们运用 Green 恒等式推导出适用于频率在更大范围内连续变化的缓坡方程

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla \cdot (CC_g \nabla \phi) + (\omega^2 - k^2 CC_g) \phi - gF \phi = 0 \quad (19)$$

其中,  $F$  表示缓坡和陡坡效应, 可表示为

$$F = \alpha_1 (\nabla h \cdot \nabla h) k + \alpha_2 \nabla^2 h + \alpha_3 \nabla k \cdot \nabla h / k + \alpha_4 \nabla^2 k / k^2 + \alpha_5 (\nabla k \cdot \nabla k) / k^3 \quad (20)$$

无量纲参数  $\alpha_i$  ( $i = 1 \sim 5$ ) 均为  $kh$  的函数.

最近, 黄虎等 [56] 把 Kirby 的二维波流相互作用的缓坡方程 (18) 推广到三维, 并同时包含陡坡海底效应, 由此得到了更为一般的缓坡方程

$$\frac{D^2 \phi}{Dt^2} - \nabla \cdot [CC_g \nabla \phi] + (\nabla \cdot \mathbf{U}) \frac{D\phi}{Dt} + (\omega^2 - k^2 CC_g) \phi + \gamma P + \phi W = 0 \quad (21)$$

其中  $W$  和  $P$  分别代表沿水深方向变化的环境流效应和陡坡海底效应

$$W = \left\{ \left[ \frac{D}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{U} - k \frac{\partial \phi_0}{\partial z} \tanh k(h_0 + \zeta_0) \right] k \frac{\partial \phi_0}{\partial z} \tanh k(h_0 + \zeta_0) \right\}_{z=\zeta_0} \quad (22)$$

$$P = \frac{1}{2 \cosh^2 k(h_0 + \zeta_0)} \{ \phi_1 \omega^2 (h_0 + \zeta_0) (2k^2 h_1 + \nabla^2 h_1) + 2 \nabla \cdot (h_1 \nabla \phi_1) [\omega^2 (h_0 + \zeta_0) - g] \} \quad (23)$$

### 3.1.5 考虑能量耗散的缓坡方程

在波浪从深水向浅水域传播的过程中, 将经历着多种能量耗散作用, 如破波、底摩擦和可渗透海底等. 如何在前述已建立的各类缓坡方程中更为合理和全面地包含这些耗散作用, 具有理论和实际应用的双重价值. 为此人们进行了积极的探索和研究 [57~59], 得到的扩展型缓坡方程一般可写为

$$\frac{D^2 \phi}{Dt} - \nabla \cdot (CC_g \nabla \phi) + (\nabla \cdot \mathbf{U}) \frac{D\phi}{Dt} + (\omega^2 - k^2 CC_g) \phi = -W \frac{D\phi}{Dt} \quad (24)$$

针对谐波运动:  $\phi(x, y, t) = \text{Re} \{ \psi(x, y) e^{-i\sigma t} \}$ ,  $\sigma$  为一常量, 可将方程 (24) 化为

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left( U_k U_j \frac{\partial \psi}{\partial x_j} - CC_g \frac{\partial \psi}{\partial x_k} \right) - 2i\sigma U_j \frac{\partial \psi}{\partial x_j} + (\omega^2 - \sigma^2 - k^2 CC_g - i\sigma \frac{\partial U_k}{\partial x_k}) \psi = i\sigma W \psi - W U_k \frac{\partial \psi}{\partial x_k} \quad (25)$$

其中  $k, j = 1, 2$ , 遵照张量求和约定. 在上述两方程中,  $W$  表示能量耗散系数.

### 3.1.6 非线性缓坡方程

随着对缓坡方程的不断研究和拓展, 以及海岸工程实践的迫切需求, 人们开始把非线性引入缓坡型方程中<sup>[60,61]</sup>, Nadaoka 等<sup>[62]</sup> 和 Isobe<sup>[63]</sup> 首次提出了完全非线性和完全色散性的缓坡方程. 最近, Beji 等<sup>[64]</sup> 和 Tang 等<sup>[65]</sup> 又针对缓坡方程非线性的多重特征进行了说明和扩展. 推导非线性缓坡方程的典型步骤是: 依据一组垂向分布函数, 将速度, 或者速度势, 或者压力这些相关的变量, 展开成某种级数的形式, 然后将它们代入波浪的基本方程中, 最后对它们沿垂向积分即可.

## 3.2 抛物型方程

缓坡方程和三维水波运动的 Laplace 方程是椭圆型方程, 因此数值求解此类方程, 其计算量是惊人的. 采用抛物逼近方法, 就可以使 Laplace 方程的空间维数由三维降到二维, 并可消除原有的某些边界条件. 众多的抛物逼近方法主要是在缓坡方程的研究领域里展开的. 如果波浪传播存在一个主方向, 比如  $x$  方向, 则采用抛物逼近是可行的, 由此产生的抛物型方程可按步进阶法方便地数值求解.

### 3.2.1 线性抛物型方程

Liu 和 Mei<sup>[66]</sup> 以及 Radder<sup>[67]</sup> 首次采用抛物逼近法处理水波的三维问题. 针对水波对细长物体的绕射问题, Mei 和 Tuck<sup>[68]</sup> 给出一种线性抛物模式. Kirby 和 Dalrymple<sup>[69]</sup> 以及 Liu 和 Tsay<sup>[70]</sup> 证明了如何在抛物模型中包含弱非线性效应. 环境流和缓坡的作用也被引入抛物模型中<sup>[46,71]</sup>. 某些抛物模型已经应用于波浪场的计算和实验验证中<sup>[72,73]</sup>. 关于抛物方程的数值计算技巧和对其横向边界条件的处理, 可参见文献<sup>[74]</sup>.

### 3.2.2 非线性抛物型方程

在 80 年代初, 人们相继得到了弱非线性水波在平整海底上或非平整海底上传播的抛物型方程<sup>[69,70,75]</sup>. 林刚和邱大洪<sup>[76]</sup> 提出一种新抛物型缓坡底波动方程, 并将其数值结果与文献<sup>[69]</sup> 的结果进行了比较. 黄虎等<sup>[77]</sup> 考虑到二阶长波<sup>[78]</sup> 在海岸工程中的重要应用价值, 在 Liu 和 Dingemans<sup>[79]</sup> 的工作基础上, 推导出弱非线性 Stokes 波在非平整海底上传播的新型抛物型方程, 它能够包含同类方程未曾考虑的二阶长波效应. 在浅水域, Stokes 波理论不再适用, 为此, Kirby 和 Dalrymple<sup>[60]</sup> 提出一种能将浅水色散关系与中等水深和深水域波浪变化特征平滑匹配的近似模式.

### 3.2.3 大角度入射的抛物型方程

抛物模型较之于精确的缓坡方程, 其优势就在于数值计算可以从深水区向海岸线一步步逼近, 但其本身存在着两个严重的限制: 波浪传播必须有一个主方向, 即波浪是小角度入射; 波浪传播过程的反射分量必须是一个可以忽略的小量<sup>[80]</sup>. 为了满足第一个要求, 可以采用曲线坐标系<sup>[81]</sup>, 使曲线坐标轴几乎贴近于波浪传播的方向. 为了在抛物逼近中实现大角度入射, 一批学者<sup>[82~84]</sup> 利用“有理函数逼近法”、或“Fourier 变换”及“角谱理论”, 在不考虑波浪反射的条件下, 先后提出一系列“大角度入射抛物方程”, 达到了“无角度限制”的目标.

关于 Boussinesq 型方程的抛物逼近研究, 本文将在第 3.4 节中评述

## 3.3 非线性浅水方程

依据波浪在浅水域传播的基本特征, 可以对波浪的控制方程及其边界条件做有效的简化, 于是得到经典的非线性浅水方程

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + g \nabla \zeta = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot [(h + \zeta)\mathbf{u}] = 0 \quad (27)$$

由浅水波的假定可知：垂向加速度被忽略，水平速度沿水深均匀分布。在常水深条件下，采用特征线法求解方程 (26) 与 (27)，得不到永形波 (waves of permanent form) 解。因此，当非均匀水深、能量耗散或其它因素成为主控条件时，应该使用非线性浅水方程。这样就能在方程中考虑破波效应而得到一个非连续解，无需附加任何经验关系式<sup>[85]</sup>。通过在动量方程 (27) 中添加底摩擦项，Kobayashi 等<sup>[86,87]</sup> 广泛地考虑了波浪在破波带内多种条件下 (光滑海底和粗糙海底，缓坡和陡坡，规则波和随机波) 传播的现象：爬高，增水和反射，基本上可以精确地再现波浪在极浅水带上传播的过程。

### 3.4 Boussinesq 型方程

经典的 Boussinesq 方程<sup>[88]</sup>，一般用来描述波浪在浅水域里传播的弱非线性和弱色散性。这种方程达成了最低阶的色散性和最低阶的非线性之间的平衡。它涉及到两个重要的参数：波幅与水深之比的非线性参数  $\varepsilon$  和水深与波长之比的色散性参数  $\mu$ ，并且  $\varepsilon = O(\mu^2)$ 。现在已经出现了众多的高阶色散性、高阶非线性或完全非线性的 Boussinesq 型方程<sup>[89,90]</sup>。当  $\mu$  为小量时，这些不同形式的 Boussinesq 型方程是渐进等同的；当  $\mu$  值比较大时，则它们在线性和非线性的特征上将表现出极大的不同。

从实际工程的应用背景来看，弱色散性构成了经典 Boussinesq 方程最为严重的限制。因为它直接影响波浪传播的速度，制约着波浪传播的几乎所有基本过程，诸如浅水效应、折射、绕射、波-波共振等。这就使得人们在处理波浪问题时，面临以下两方面的具体困难：在不同的水深范围内，必须采用不同的波浪模型，并且要保证方程之间的匹配；即使在浅水域内，由数值计算造成的短波将产生错误的结果，导致计算的不稳定性。另外，在保证方程具有良好色散关系的前提下，也应力求保证方程具有良好的浅水效应关系。因此，为了改善方程色散关系和浅水关系，人们相继扩展了一系列富有成效的工作<sup>[91~94]</sup>。目前，最好的 Boussinesq 型方程在刻画波浪从深水  $\mu \approx 6$  向浅水传播的过程中，可以提供精确的线性色散关系和线性浅水效应关系。

相比之下，人们在波-流相互作用的线性色散关系方面的工作甚少。Yoon 和 Liu<sup>[95]</sup> 在首次处理这个问题时，通过包含某些附加项，在最低阶的色散关系上得到了正确的 Doppler 频移表达式。但对于逆流运动，没有得到满意的色散解。最近，Chen 等<sup>[96]</sup> 以及 Madsen 和 Schaffer<sup>[90]</sup> 等对 Yoon 和 Liu<sup>[95]</sup> 的工作进行了显著的改进，在环境流场中得到了包含 Pade [4, 4] 色散性质的强化 Boussinesq 型方程。

在 Boussinesq 型方程的线性性质得到显著改善后，人们开始着眼于提高方程的非线性精度<sup>[15,97,98]</sup>。Madsen 和 Sørensen<sup>[15]</sup> 指出：通过对 Boussinesq 型方程做类似于 Stokes 波的摄动分析，可以考察 Boussinesq 型方程的非线性变化。在达到浅水极限时，Stokes 波展开和 Boussinesq 型方程展开可以收敛于同一值。然而，当  $\mu$  值比较大时，不同形式的 Boussinesq 型方程将显著地偏离 Stokes 波的解。可以证明<sup>[97]</sup>：要想从根本上改善 Boussinesq 型方程的非线性性质，必须包含能反映非线性和色散性混合的项，即  $\varepsilon\mu^2$ ， $\varepsilon^2\mu^2$  和  $\varepsilon\mu^4$  等项。破波带动力学是一个极其复杂的强非线性过程，Madsen 等<sup>[99~101]</sup> 采用 Boussinesq 型方程，对该过程进行了连续和较为系统的跟踪研究。

通过对 KdV 方程的扰动分析，由 Kadomtsev 和 Petviashvili<sup>[102]</sup> 首次推求的 KP 方程，也属于 Boussinesq 型方程，它具有以下特征：波浪在常水深条件下沿着规定的主方向传播，并且允许波浪在横向上有弱的调制。为了扩大 KP 方程的适用范围，人们对 KP 方程做出了某些推广，即：包含伴随 Coriolis 效应的表面波和内波运动<sup>[103,104]</sup>，允许航道在宽度方向上有缓慢的变化和考虑本底流 (background flow) 的影响<sup>[105,106]</sup>。最近，Chen 和 Liu<sup>[107]</sup> 通过研究界面波在

两层流体系统中的传播问题, 推导出一个可以包含以上效应的统一 KP 方程, 但对海底地形的变化施加了某种限制.

为了提高对 Boussinesq 型方程的求解效率, 人们对 Boussinesq 型方程进行了抛物型近似和分析. 波浪在浅水域里的传播过程, 可以由精确的 Boussinesq 型方程描述. Liu 等<sup>[108]</sup>直接从得到的 Boussinesq 型方程出发, 构造出一个抛物逼近方程. 该方程实际上是把 KP 方程<sup>[102]</sup>推广到变水深范围, 而 KP 方程本身也是一种抛物逼近方程. 另外, Liu<sup>[109]</sup>给出了能包含破波能量耗散作用的 Boussinesq 抛物模型. Yoon 和 Liu<sup>[110]</sup>采用一个与 Liu<sup>[108]</sup> 等类似的 Boussinesq 型抛物方程, 以描述沿着防波堤分布的 Mach 茎上的波反射过程. 随后他们<sup>[95]</sup>又施加一个强烈的环境流场, 以考虑波流相互作用. Chen 和 Liu<sup>[91]</sup>由改进的 Boussinesq 型方程, 得到一个扩展的抛物模型. 在此基础上, Kaihatu 和 Kirby<sup>[111]</sup>得到一个能够考虑二次三波相互作用的抛物方程.

通过采用有限差分或有限元技术, Boussinesq 型方程的数值求解, 一般在时域里进行<sup>[94,112,113]</sup>. 关于波浪复振幅演化方程的频域求解法也成为一个重要发展方向<sup>[91,108,114,115]</sup>. 另外, 基于 Boussinesq 型方程的能量谱<sup>[116]</sup>和复双谱<sup>[117]</sup>的数值求解法正在积极发展中.

### 3.5 Green-Naghdi 理论

水波现象随处可见. 经典的水波理论和经典的应用数学技巧有着很深的渊源, 这至少可以追溯到 150 年前. Stokes 和 Boussinesq 在经典水波理论中首次采用的摄动方法, 至今仍然是人们寻求和发展各种先进水波理论 (例如, 广义缓坡方程<sup>[50~55]</sup>和高阶 Boussinesq 型方程<sup>[89~96]</sup>) 所采用的主要工具, 发挥着历史性的作用. 但是, 这样持续下去的一个直接后果就是: 摄动级数项急剧增多, 表达形式冗长繁杂, 有时甚至发展到必须依赖于计算机符号操作系统 (例如 Mathematica) 来确定高级级数项的境地. 一个更令人担忧的事实是: 水波理论历来存在一个固有的假定——那些在水波方程中出现的摄动级数序列是收敛的, 但这几乎从未得到证明. 另一个普遍存在的问题是: 由摄动方法建立的水波理论总要引进某些尺度化的参数, 最终得到的控制方程只能在这些参数允许变动的范围内适用. 也正基于此, 目前水波理论发展的基本格局人为地形成了深水波理论和浅水波理论这两大分支.

本节介绍一种在表达形式上虽然也很复杂, 但在水波理论研究中极具生命力和在海岸工程 (包括军事建筑) 中具有广泛应用前景的现代水波非线性理论 Green-Naghdi 理论 (简称 GN 理论). GN 理论一改水波理论惯用的摄动方法, 无需施加关于相对波高的任何量级规定, 借助于流体层 (fluid sheets) 的概念, 直接从流体动力学的基本方程出发, 就可得到描述深水、有限水深和浅水域 (几乎直达破波带) 非线性波浪运动特征的一组控制方程. GN 理论在穿越流体层的垂直方向上给予速度变化的某种定义, 以使水波自由表面和海底的边界条件得到精确的满足, 而波浪场方程只是近似地逼近, 这种处理方法正和经典的水波理论相反. 在 GN 理论中, 规定速度场沿着垂向变化的运动结构. 它是由若干个乘积项累加而成, 而每一个乘积项又由两项组成: 依赖于水平坐标和时间的首项; 只依赖于垂直坐标的末项, 即形函数. 由此可见, GN 理论力求把精确的非线性三维流体运动理论转化为二维水波问题求解, 利用流体层的概念和采取类似于 Galerkin 逼近的方法, 把某种假定的速度场形式作为形函数, 最终得到完全非线性的模型方程.

自从 1974 年 Green、Laws 和 Naghdi<sup>[118]</sup> 创立 GN 水波理论以来, GN 理论处于不断的发展和应用中<sup>[119~124]</sup>. 尤其是最近十年, GN 理论取得突破性进展<sup>[125~127]</sup>, 据此研制的软件系统已经直接应用于海岸工程和海防工程中, 在军事上具有充分利用的价值, 如波浪与结构物的相互作用. 本节主要介绍 GN 水波理论的最新进展<sup>[127]</sup>, 并辅之于适时的评论.

#### 3.5.1 波浪传播现象的描述

假设  $\boldsymbol{x} = (x^1, x^2, x^3)$  表示一个以  $(\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3)$  为基矢量的固定 Cartesian 直角坐标系, 其中  $\boldsymbol{e}_3$  垂直向上. 在下文中, 我们采用标准的 Cartesian 张量表示法, 重复的字母即遵照求和约定. 文中出现的拉丁字母系指具有三个空间分量的变量, 因而可取值 1、2 和 3, 希腊字母仅取值 1 和 2. 在下标中出现的 “,” 表示对其后面的变量求微分.

自然界中的许多流动现象可看作是一种薄层或片状流 (sheet-like) 运动, 例如喷气流、瀑布上的表层流和在海岸水域中最为常见的波浪运动. GN 理论均可以描述黏性流体和无黏性流体运动, 但为了简捷和比较起见, 现在考虑在重力场  $-ge_3$  作用下, 不可压缩、无黏性流体的片状块体运动, 如图 1 所示<sup>[121]</sup>.

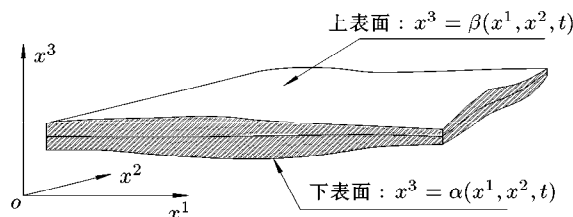


图 1 介于物质两个表面间的片状流体块

假设流体块的上表面和下表面为光滑不会相交且随时间变化的两个物质表面

$$x^3 = \alpha(x^1, x^2, t), \quad x^3 = \beta(x^1, x^2, t), \quad \beta > \alpha \quad (28)$$

这个流体片状块体的运动方程由连续方程和 Euler 方程组成

$$v_{i,i} = 0 \quad (29)$$

$$\boldsymbol{v}_{,t} + (v_i \boldsymbol{v})_{,i} = -\frac{1}{\rho} p_{,i} \boldsymbol{e}_i - g \boldsymbol{e}_3 \quad (30)$$

其中  $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}, t) = v_i \boldsymbol{e}_i$  为流体速度,  $p(\boldsymbol{x}, t)$  为压力.

由作用在物质表面  $\alpha$  和  $\beta$  上的内外压力的平衡性, 可得流动的动力边界条件

$$p|_{x^3=\beta} = \hat{p}, \quad p|_{x^3=\alpha} = \bar{p} \quad (31)$$

其中  $\hat{p}$  和  $\bar{p}$  分别表示作用在上表面  $\beta$  和下表面  $\alpha$  上的压力. 表面  $\alpha$  和  $\beta$  的物质特性, 意味着表面上流体的垂向速度必定与表面本身的垂向速度相同, 由此即得流动的运动边界条件

$$[v_3 - \alpha_{,t} - v_\gamma \alpha_{,\gamma}]|_{x^3=\alpha} = 0, \quad [v_3 - \beta_{,t} - v_\gamma \beta_{,\gamma}]|_{x^3=\beta} = 0 \quad (32)$$

### 3.5.2 近似方程

由图 1 片状流体块的几何性质, 可以获得只相关于空间坐标  $x^1$  和  $x^2$  的模型方程. 为此, 取如下形式的近似速度场

$$\boldsymbol{v}(x^1, x^2, x^3, t) = \sum_{n=0}^k \boldsymbol{w}_n(x^1, x^2, t) \lambda_n(x^3) \quad (33)$$

其中

$$\boldsymbol{w}_n(x^1, x^2, t) = w_n^i(x^1, x^2, t) \boldsymbol{e}_i \quad (34)$$

系数  $\boldsymbol{w}_n$  是定义在水平面  $(x^1, x^2)$  上相关于时间的未知矢量场, 作为整个解的一部分. 从本质上看, 速度场的垂向变化可由任意给定的形函数  $\lambda_n(x^3)$  表征, 而  $\lambda_n$  仅相关于垂向坐标. 每选定

一个  $k$  值, 我们就能得到一个完全闭合的方程组, 而这些方程组是彼此独立的. 因此, 这种运动学模型构成了一个随  $k$  值演变的等级体系,  $k$  值增大, 则体系的复杂性也随之增大. 这种体系显然不同于摄动展开, 所以我们把这种以  $k$  值来描述理论复杂性的 GN 理论特称为 “ $k$  级近似”. 将 (33) 式代入运动边界条件 (32) 式中, 可得

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=0}^k w_n^3 \lambda_n(\alpha) &= \alpha_{,t} + \sum_{n=0}^k w_n^\gamma \lambda_n(\alpha) \alpha_{,\gamma} \\ \sum_{n=0}^k w_n^3 \lambda_n(\beta) &= \beta_{,t} + \sum_{n=0}^k w_n^\gamma \lambda_n(\beta) \beta_{,\gamma} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

同样, 将 (33) 式代入连续方程 (29) 中, 可得

$$\sum_{m=0}^k w_{m,\gamma}^\gamma \lambda_m + \sum_{m=0}^k w_m^3 \lambda_{m,x^3} = 0 \quad (36)$$

为方便起见, 可将加权函数  $\lambda_{m,x^3}$  取为

$$\lambda_{m,x^3} = \sum_{r=0}^k a_r^m \lambda_r \quad (k \leq m) \quad (37)$$

其中系数  $a_r^m$  为常量. 将 (37) 式代入 (36) 式, 可直接得到

$$w_{r,\gamma}^\gamma + \sum_{m=0}^k w_m^3 a_r^m = 0, \quad r = 0, 1, 2, 3, \dots, k \quad (38)$$

将 Euler 方程 (30) 乘以  $\lambda_n(x^3)$ , 然后将其沿着垂向积分, 并利用动力边界条件 (31) 式, 可得

$$\begin{aligned} & \int_\alpha^\beta [\rho \mathbf{v} \lambda_n]_{,t} dx^3 + \int_\alpha^\beta [\rho v_\gamma \mathbf{v} \lambda_n]_{,\gamma} dx^3 - \int_\alpha^\beta \rho v_3 \mathbf{v} \lambda_n' dx^3 + \rho v_3 \mathbf{v} \lambda_n \Big|_{x^3=\alpha}^{x^3=\beta} \\ &= [-P_{n,\gamma} + \hat{p} \lambda_n(\beta) \beta_{,\gamma} - \bar{p} \lambda_n(\alpha) \alpha_{,\gamma}] e_\gamma + \\ & \left[ P_n' - \rho g \int_\alpha^\beta \lambda_n dx^3 - \hat{p} \lambda_n(\beta) + \bar{p} \lambda_n(\alpha) \right] e_3, \quad n = 0, 1, \dots, k \end{aligned} \quad (39)$$

其中

$$\lambda_n' = \frac{\partial \lambda_n}{\partial x^3}, \quad P_n = \int_\alpha^\beta p \lambda_n dx^3, \quad P_n' = \int_\alpha^\beta p \lambda_n' dx^3 \quad (40)$$

将速度场方程 (33) 代入方程 (39) 的左端, 得到

$$\begin{aligned} L_{(12)} &= \sum_{m=0}^k \left\{ \rho \mathbf{w}_m w_{m,t} y_{mn} + \sum_{r=0}^k \rho \mathbf{w}_m w_{r,\gamma} w_r^\gamma y_{mrn} + \sum_{r=0}^k \rho \mathbf{w}_m w_{r,\gamma}^\gamma y_{mrn} - \sum_{r=0}^k \rho \mathbf{w}_m w_r^3 y_{mr}^n \right\} + \\ & \sum_{m=0}^k \sum_{r=0}^k \rho \mathbf{w}_m w_r^3 (\lambda_m \lambda_r \lambda_n) \Big|_{x^3=\alpha}^{x^3=\beta}, \quad n = 0, 1, \dots, k \end{aligned} \quad (41)$$

其中

$$y_{mn} = \int_\alpha^\beta \lambda_m \lambda_n dx^3, \quad y_{mrn} = \int_\alpha^\beta \lambda_m \lambda_r \lambda_n dx^3, \quad y_{mr}^n = \int_\alpha^\beta \lambda_m \lambda_r \lambda_n' dx^3 \quad (42)$$

为简化 (41) 式, 可对连续方程 (36) 进行一系列变形技巧运算, 于是可得

$$\sum_{m=0}^k \sum_{r=0}^k w_{r,\gamma}^\gamma y_{mrn} + \sum_{m=0}^k \sum_{r=0}^k w_r^3 y_{mn}^r = 0 \quad (43)$$

将 (43) 式代入 (41) 式, 则由 (39) 式最终可得动量守恒方程

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^k \left\{ \rho w_{m,t} y_{mn} + \sum_{r=0}^k \rho w_{m,\gamma} w_r^\gamma y_{mrn} + \sum_{r=0}^k \rho w_m w_r^3 y_{rn}^m \right\} \\ & = [-P_{n,\gamma} + \hat{p}\lambda_n(\beta)\beta_{,\gamma} - \bar{p}\lambda_n(\alpha)\alpha_{,\gamma}]e_\gamma + \\ & \left[ P_n - \rho g \int_\alpha^\beta \lambda_n dx^3 - \hat{p}\lambda_n(\beta) + \bar{p}\lambda_n(\alpha) \right] e_3, \quad n = 0, 1, \dots, k \end{aligned} \quad (44)$$

从以上推导过程可以看出: 一个实际的三维波浪运动过程, 现在已变成了只依赖于水平坐标  $x^1, x^2$  和时间  $t$ , 并且由方程 (35)、(38) 和 (44) 式组成的 GN 扩展理论控制方程组. 一旦沿垂向  $x^3$  的初始速度分布场给定, 相应的控制方程体系即可建立起来, 在这个过程中不会有任何项被忽略. 因为没有引入任何尺度假定, 所以 GN 水波理论并不倾向于某一种特定的环境流场, 它适用于各种物理背景的流场结构, 可以由数值实验、物理实验或现场观测加以区分和验证. 另外, 因为动量方程 (44) 和边界条件 (35) 式是非线性的, 所以最终得到的控制方程也是非线性的. 这包括最低级的 GN 理论.

从代数的观点来看, GN 理论的控制方程十分复杂. 做为一种近似, 目前已分别得到了针对非定常流场和非均匀水深的 GN I 级子理论 ( $k=1$ ) 和 GN II 级子理论 ( $k=2$ ), 并通过后者构成了 GN 非线性数值波浪水槽, 同时辅之于若干个求解实例. 其中的两个可以刻画以下特定的波浪作用场: (1) 波浪与海岸结构物的相互作用, 即波浪的反射波高、波浪力和波浪作用的中心位置. 另外, 波浪在到达结构物之前的演变过程, 明显地再演出波浪从深水域向浅水区传播的某些典型形态变化特征. (2) 非线性陡波在平面海滩上的浅水 (shoaling) 过程. 与其它的非黏波浪理论一样, GN II 级理论模型也不能预测波浪发生破碎后的演变过程, 但它的预测范围几乎到达破波点. 在这里数值陡坡曲线与实验数据很好地叠合在一起. 显然, 为了更好地反映出 GN II 级理论模型的一般特征, 我们尚需更多的观测数据和实验数据对其进行验证.

### 3.5.3 GN 非线性浅水波方程

波浪在近岸浅水域传播, 直至进入破波带破碎, 构成了一个典型的强非线性过程. 经典的弱非线性和弱色散性的二维 Boussinesq 方程<sup>[88]</sup>, 局限于水深与波长比值为 0.1 的浅水范围. 近年来出现的高阶 Boussinesq 型方程, 其水深与波长的比值已显著地提高到 0.2 的水深范围<sup>[89,94]</sup>, 但其非线性关系一直未得到较大的改进. 并且 Boussinesq 型方程的建立主要依赖于水平速度的垂向分布, 而这种依赖关系最多是垂向坐标  $x^3$  的二次函数, 因而也就不能充分地体现中等水深或深水域波浪速度场的演变特征. 所以, 依据弱非线性和弱色散性, 就不能指望 Boussinesq 型方程能够描述好近岸浅水波浪场的低频率碎波拍 (surf beats) 和波峰上增强的高频现象. 另外, 当局部海底坡度超过水深与波长的比值时, Boussinesq 型方程失效. 由此可见, 较之于现有的 Boussinesq 型浅水波理论, GN 理论也许可以更好地刻画近岸浅水波的运动, 因为 GN 理论并不存在上述 Boussinesq 型方程所固有的、或施加的诸多限制.

从上节中的 GN 扩展理论控制方程出发, 可直接推导出 GN 非线性浅水波方程. 选择一个单项式加权函数集合  $\lambda_n(x^3) = (x^3)^n$ , 并且引入单值函数

$$H_n = \int_\alpha^\beta (x^3)^n dx^3 = \frac{1}{n+1} (\beta^{n+1} - \alpha^{n+1}) \quad (45)$$

通过比较发现

$$y_{mn} = H_{(m+n)}, \quad y_{mrn} = H_{(m+r+n)}, \quad y_{rn}^m = mH_{(m+r+n-1)} \quad (46)$$

则速度场可表示为

$$v_\gamma = \sum_{n=0}^k w_n^\gamma (x^3)^n, \quad v_3 = \sum_{n=0}^k w_n^3 (x^3)^n \quad (47)$$

因此, 流动的上表面和下表面的运动边界条件 (35) 式可写为

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=0}^k w_n^3 \beta^n &= \beta_{,t} + \sum_{n=0}^k w_n^\gamma \beta^n \beta_{,\gamma} \\ \sum_{n=0}^k w_n^3 \alpha^n &= \alpha_{,t} + \sum_{n=0}^k w_n^\gamma \alpha^n \alpha_{,\gamma} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

则连续方程 (36) 成为

$$\sum_{n=0}^k w_{n,\gamma}^\gamma (x^3)^n + \sum_{n=0}^k w_n^3 n (x^3)^{n-1} = 0 \quad (49)$$

最后动量守恒方程 (44) 简化为

$$\begin{aligned} &\sum_{n=0}^k \rho w_{n,t} H_{(m+n)} + \sum_{r=0}^k \rho H_{(m+r+n)} w_{m,\gamma} w_r^\gamma + \sum_{r=0}^k \rho w_n w_r^3 H_{(m+r+n-1)} \\ &= [-P_{n,\gamma} + \hat{p}\lambda_n(\beta)\beta_{,\gamma} - \bar{p}\lambda_n(\alpha)\alpha_{,\gamma}]e_\gamma + \\ &\quad \left[ P'_n - \rho g \int_\alpha^\beta \lambda_n dx^3 - \hat{p}\lambda_n(\beta) + \bar{p}\lambda_n(\alpha) \right] e_3, \quad n = 0, 1, \dots, k \end{aligned} \quad (50)$$

方程 (48)~(50), 即构成了近岸浅水波浪场的非线性 GN 理论控制方程.

#### 3.5.4 发展趋势

在当今众多的水波理论体系中, GN 理论独树一帜. 它摒弃了传统水波理论惯用的摄动方法, 不存在一系列尺度参数的假定问题, 可望在大范围变化的时间、空间尺度上, 比较好地刻画波浪在近岸复杂环境条件下传播的完整过程. GN 水波理论层次分明, 把当前的 II 级理论提升到 III 级指日可待; 把 II 级理论扩展到三维波浪场势在必行. 这必将构成当今 21 世纪初叶水波理论发展的闪光点. 因为 GN 高阶三维理论最适合海岸工程的实际应用, 它最能体现波浪在任意水深条件下传播过程的综合效应: 波幅变化的非线性, 频散效应, 折-绕射效应, 反射效应, 浅水效应, 直至波浪破碎的多层次效应.

或许, GN 波浪理论唯一的明显缺陷就在于数学演算过程中所表现出来的极其复杂性. 幸好我们采用功能正愈来愈强大和齐全的数学符号运算系统, 就能顺利地解决这个困难.

回顾历史可以发现: GN 水波理论与 Berkhoff<sup>[35]</sup> 的水波缓坡方程理论都是在 20 世纪 70 年代初创立的, 但时至今日后者的影响力和开发、研究远胜过前者. 我们应该反思这种理论发展的不平衡现象, 更应该高度关注这“星星之火”的 GN 扩展理论, 能够预测它在当今 21 世纪初的“燎原之势”. GN 水波理论的发展, 必将伴随现代计算技术的提高而与其同步辉煌.

## 4 结论

本文较为全面地评述了至今在海岸工程领域广泛应用的各类波浪模型, 涉及到复杂程度不一的模型方程、数值方法技巧和适用的条件、范围, 以供人们选择、应用和解释所得到的数值结

果. 可以看出, 海岸波浪模型丰富多彩, 人们在努力扩展它们各自的内涵, 以包含波浪传播过程的多重效应. 规则波和随机波不再相互隔阂, 可以彼此参照、借鉴, 配合使用. 这些在近 30 年里取得的模型成果, 为解决海岸工程实际问题和充实应用数学、力学的研究内容, 发挥出积极、独特的作用. 但是, 从总体水平的研究效果来看, 现行的海岸波浪模型尚未成熟, 明显落后于人们对海岸区域潮流场、风生环境流场的认识和描述.

通观全文, 我们针对海岸波浪模型的发展趋势走向, 尝试性地作出以下基本估计和预测<sup>[128]</sup>:

(1) 质量、动量守恒模式是人们开发最早、研究较为详细多样的主要波浪模式. 我们应该充分占有从它们身上获取的大量波浪场信息, 积极吸收和融合从其它领域 (尤其是非线性科学) 已取得的重要成果, 促进和更新我们对海岸波浪场的理性认识, 借以提炼出既反映海岸波浪场本质属性又方便、高效的新一代可靠的质量、动量守恒模式.

(2) 海岸波浪杂乱无章, 每一个波在波高、周期和方向上都有别于另一个波. 能量平衡模型无疑将在海岸工程应用中扮演着十分重要的角色. 即把它们向近岸浅水域推广, 充分考虑到有限吹程、复杂地形变化和海岸线边界的作用, 积极引入某些新的源、汇项, 并对原有源、汇项进行改进, 以及扩展方向谱条件的适用范围. 在这里我们要力求发展沿着孤立波湍流线 (而不是目前的弱湍流近似) 的近岸浅水波统计理论模式<sup>[129]</sup>. 为此, 我们不但需要波浪本身的边界条件, 也需要大气边界条件和海洋上层的边界条件, 以便能较为充分地理解和把握海岸区域海-气相互作用的复杂过程.

(3) 至今没有任何一种波浪模式可以充当一个“黑匣子”. 因此, 模型使用者必须要足够地理解和判断出模型在物理意义和数值求解方法上的复杂性. 显然, 对“软件可视化”的研究将大大增强这种理解力和判断力. “可视化”必将成为未来海岸波浪场模型走向统一和市场的最好展示和见证.

## 参 考 文 献

- 1 Komen G J, Cavaleri L, Donelan M, Hasselmann K, Hasselmann S, Janssen P A E M. Dynamics and Modeling of the Ocean Waves. Cambridge: Cambridge University Press, 1994
- 2 WAMDI Group. The WAM model—a third generation ocean wave prediction model. *J Phys Ocean*, 1988, 18(12): 1775~1810
- 3 Phillips O M. On the generation of waves by turbulent wind. *J Fluid Mech*, 1957, 2: 417~445
- 4 Miles J W. On the generation of the surface waves by shear flows. *J Fluid Mech*, 1957, 3: 185~204
- 5 Cavaleri L, Malanotte-Rizzoli P. Wind wave prediction in shallow water: theory and applications. *J Geophys Res*, 1981, 86(C11): 10961~10973
- 6 Komen G J, Hasselman S, Hasselman K. On the existence of a fully developed wind-sea spectrum. *J Phys Oceanogr*, 1984, 14: 1271~1285
- 7 Janssen P A E M. Wave induced stress and the drag of air flow over sea waves. *J Phys Oceanogr*, 1989, 19: 745~754
- 8 Janssen P A E M. Quasi-linear theory of wind-wave generation applied to wave forecasting. *J Phys Oceanogr*, 1991, 21: 1631~1642
- 9 Beji S, Battjes J A. Experimental investigation of wave propagation over a bar. *Coastal Engineering*, 1993, 19: 151~162
- 10 Young I R, Van Vledder G Ph. A review of the central role of nonlinear interactions of wind-wave evolution. *Phil Trans R Soc London A*, 1993, 342: 505~524
- 11 Hasselmann S, Hasselmann K, Allender J H, Barnett T P. Computations and parameterizations of the linear energy transfer in a gravity wave spectrum. Part II: Parameterizations of the nonlinear transfer for application in wave models. *J Phys Oceanogr*, 1985, 15: 1378~1391
- 12 Hasselmann S, Hasselmann K. A symmetrical method of computing the non-linear transfer in a gravity-wave spectrum. *Hamburger Geophys Einzelschr*, Serie A, 1981, 52: 8~15

- 13 Abreu M, Larraza A, Thornton E. Nonlinear transformation of directional wave spectra in shallow water. *J Geophys Res*, 1992, 97: 15579~15589
- 14 Eldeberky Y, Battjes J A. Parameterization of triad interactions in wave energy models. In: Proc Coastal Dynamics Conf' 95. 15~76
- 15 Madsen P A, Sørensen O R. Bound waves and Triad Interactions in shallow water. *Ocean Engineering*, 1993, 20: 359~388
- 16 Eldeberky Y. Nonlinear transformation of wave spectra in the nearshore zone. [Ph D Thesis]. Delft University of Technology, The Netherlands, 1996
- 17 Hasselmann K. On the spectral dissipation of ocean waves due to whitecapping. *Bound, Layer Meteor*, 1974, 6: 107~127
- 18 Bertotti L, Cavaleri L. Accuracy of wind and wave evaluation in coastal regions. In: Proc 24th Int Conf on Coastal Engineering, Kobe, Japan, New York: ASCE, 1994. 57~67
- 19 Hasselmann K, Collins J I. Spatial dissipation of finite-depth gravity waves due to turbulent bottom friction. *J Mar Res*, 1968, 26: 1~12
- 20 Madsen O S, Poon Y-K, Graber H C. Spectral wave attenuation by bottom friction: Theory. In: Proc 21st Int Conf Coastal Engineering, Malaga, Spain, New York: ASCE, 1988. 492~504
- 21 Weber S L. Eddy-viscosity and drag-law models for random ocean wave dissipation. *J Fluid Mech*, 1991, 232: 73~98
- 22 Bondzie C, Panchang V G. Effects of bathymetric complexities and wind generation in a coastal wave propagation model. *Coastal Engr*, 1993, 21: 333~366
- 23 Holthuijsen L H, Booij N, Herbers T H C. A prediction model for stationary, short-crested waves in shallow water with ambient currents. *Coastal Engr*, 1989, 13: 23~54
- 24 Vogel J A, Radder A C, de Reus J H. Verification of numerical wave propagation model in tidal inlets. In: Proc 21st Int Conf Coastal Engineering, Malaga, Spain, New York: ASCE, 1988
- 25 Verbagen L A, Holthuijsen L H, Won Y S. Modeling ocean waves in the Columbia River Entrance. In: Proc 23th Int Conf Coastal Engineering, Venice, Italy. New York: ASCE, 1992. 2893~2901
- 26 Holthuijsen L H, Booij N, Ris R C. A spectral wave model for the coastal zone. In: The Second International Symposium on Ocean Wave Measurement and Analys, New Orleans, 1993-07-25~28. 630~641
- 27 Booij N, Holthuijsen L H, Ris R C. The "SWAN" wave model for shallow water. In: Proc 25th Int Conf Coastal Engineering, Orlando. New York: ASCE, 1996. 668~676
- 28 文圣常. 普遍风浪谱及其应用. 山东海洋学院学报, 1960, (1): 15~43
- 29 Wen S, et al. Improved form of wind wave frequency. *Acta Oceanologica Sinica*, 1989, 8(4): 467~483
- 30 Yuan Y L, Hua F, Pan Z D, Huang N E, Tung C C. Statistics of breaking waves and its application to upper ocean dynamics. *Science in China B*, 1990, 33: 98~110
- 31 Yuan Y L, Hua F, Pan Z D, et al. LAGFD-WAM numerical wave model-1: Basic physical model. *Acta Oceanol Sinica*, 1991, 10: 483~488
- 32 Huang N E, Long S R, Shen Z. The mechanism for frequency downshift in nonlinear wave evolution. *Adv in Appl Mech*, 1996, 32: 59~117
- 33 Wen S C, Qian C C, Ye A L, et al. Wave modeling based on an adopted wind-wave directional spectrum. *Journal of Ocean University of Qingdao*, 1999, 29(3): 345~397
- 34 Eckart C. The propagation of gravity waves from deep to shallow water. *National Bureau of Standards, Circular*, 1952, 20: 165~173
- 35 Berkhoff J C W. Computation of combined refraction-diffraction. In: Proc 13th Int Conf on Coast Engineering. New York: ASCE, 1972. 471~490
- 36 Ranchang V G, Pearce B R, Ge W, Cushman-Roisin B. Solution to the mild-slope wave problem by iteration. *Applied Ocean Research*, 1991, 13(4): 187~199
- 37 Xu B, Panchang V G, Demirbilek Z. Exterior reflection in elliptic harbor wave models. *J Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng*, 1996, 122(3): 118~126
- 38 Copeland G J M. A practical alternative to the mild slope equation. *Coastal Engrg*, 1985, 9: 125~149
- 39 Madsen P A, Larsen J. An efficient finite-difference approach to the mild-slope equation. *Coastal Engrg*, 1987, 11: 329~351
- 40 Li B. An evolution equation for water waves. *Coastal Engrg*, 1994, 23: 227~242
- 41 张永刚, 李玉成, 滕斌. 一个新的非恒定型不规则波缓坡方程. 海洋工程, 1996, 14(4): 30~37

- 42 Kubo Y, Kotake M, Isobe M, Watanabe A. Time-dependent mild-slope equation for abandon wave. In: Proc 23rd Int Conf on Coastal Engineering, Venice, Italy. New York: ASCE, 1992. 419~431
- 43 Yu X, Togashi H. Irregular waves over an elliptic shoal. In: Proc 24th Int Conf on Coastal Engineering, Kobe, Japan. New York: ASCE, 1994. 746~760
- 44 丁平兴, 史峰岩, 孔亚珍. 非线性均匀流场中随机波折绕射的数值计算, 华东师范大学学报, 1998, (2): 69~76
- 45 Ishii T, Isobe M, Watanabe A. Two-dimensional analysis of wave transformation by rational-approximation-based, time-dependent mild-slope equation for random waves. In: Proc 25th Int Conf Coastal Engineering, Orlando. New York: ASCE, 1996. 754~766
- 46 Kirby J T. A note on linear surface wave-current interaction. *J Geophys Res*, 1984, 89(C1): 745~747
- 47 Kostense J K, Dingemans M W, Vaden Bosch P. Wave-current interaction in harbors. In: Proc 21st Int Conf on Coastal Engineering, Malaga, Spain, New York: ASCE, 1988. 32~46
- 48 Hong G W. Mathematical models for combined refraction-diffraction of wave on non-uniform current and depth. *China Ocean Engineering*, 1996, 10(4): 433~454
- 49 Lee J L, Wang H. Evaluation of numerical models on wave-current interactions. In: Proc 23rd Int Conf on Coastal Engineering, Venice, Italy. New York: ASCE, 1992. 432~446
- 50 Huang H, Ding P X, Lu X H. Surface waves propagation over slowly varying media of topography and non-uniform three-dimensional currents. *Progress in Natural Science*, 2000, 10(5): 387~392
- 51 Kirby J T. A general wave equation for waves over rippled bed. *J Fluid Mech*, 1986, 162: 171~186
- 52 Chamberlain P G, Porter D. The modified mild-slope equation. *J Fluid Mech*, 1995, 291: 393~407
- 53 Chandrasekera C N, Cheung K F. Extended linear refraction-diffraction model. *J Waterway Port Coast and Ocean Engrg*, 1997, 123(5): 280~286
- 54 Huang H, Ding P X, Lu X H. A general mild-slope model for water waves propagating over ambient currents and uneven bottoms. *Acta Oceanologica Sinica*, 2000, 19(3): 75~83
- 55 Zhang L, Edge B L. A uniform mild-slope model for waves over varying bottom. In: Proc 25th Int Conf on Coastal Engineering, Orlando. New York: ASCE, 1996. 941~954
- 56 黄虎, 丁平兴, 吕秀红. 广义缓坡方程. 应用数学和力学, 2001, 22(6): 681~686
- 57 Dalrymple R A, Kirby J T, Hwang P A. Wave diffraction due to areas of energy dissipation. *J Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engrg*, 1984, 110: 67~79
- 58 Kirby J T, Dalrymple R A. Modelling waves in the surfzones and around island. *J Waterway Port, Coastal, and Ocean Engrg*, 1986, 112: 78~93
- 59 Lou J, Massel S R. A combined refraction diffraction dispersion model of wave propagation. *Chin J Oceanol Limnol*, 1994, 12(4): 361~371
- 60 Kirby J T, Dalrymple R A. An approximate model for nonlinear dispersion in monochromatic wave propagation models. *Coast Engrg*, 1987, 9: 545~561
- 61 Zhao Y, Anastasiou K. Economical random wave propagation modelling taking into account nonlinear amplitude dispersion. *Coast Engrg*, 1993, 20: 59~83
- 62 Nadaoka K, Beji S, Nakagawa Y. A fully-Dispersive nonlinear wave model and its numerical solution In: Proc 24th Int Conf Coastal Engineering, Kobe, Japan. New York: ASCE, 1994. 427~441
- 63 Isobe M. Time-dependent mild-slope equation for random waves. In: Proc 24th Conf on Coastal Engineering, Kobe, Japan. New York: ASCE, 1994. 285~299
- 64 Beji S, Nadaoka K. A time-dependent nonlinear mild slope equation for water waves. *Proc Roy Soc A*, 1997, 453: 319~332
- 65 Tang Y, Quellet. A new kind of nonlinear mild slope equation for combined refraction diffraction of multifrequency waves. *Coastal Eng*, 1997, 31: 3~36
- 66 Liu P L-F, Mei C C. Water motion on a beach in the presence of a break water. 1. Waves. *J Geophys Res*, 1976, 81: 3079~3084
- 67 Radder A C. On the parabolic equation method for water-wave propagation. *J Fluid Mech*, 1979, 95: 159~176
- 68 Mei C C, Tuck E O. Forward scattering by long thin bodies. *SIAM J Appl Math*, 1980, 39: 178~191
- 69 Kirby J T, Dalrymple R A. A parabolic equation for the combined refraction-diffraction of Stokes waves by mildly varying topography. *J Fluid Mech*, 1983, 136: 453~466
- 70 Liu P L-F, Tsay T-K. Refraction-diffraction model for weakly nonlinear water waves. *J Fluid Mech*, 1984, 141: 265~274
- 71 Liu P L-F. Wave-current interactions on a slowly varying topography. *J Geophys Res*, 1983, 88: 4421~4426

- 72 Dingemans M W, Stive M J F, Kuik A J. Field and Laboratory verification of the wave propagation model CREDII. In: Proc 19th Int Conf on Coastal Engineering, Houston. New York: ASCE, 1984, 1178~1191
- 73 Shimizu T, Ukai A, Isobe M. Field verification of numerical models for calculation of nearshore wave field. In: Proc 23rd Int Conf on Coastal Engineering, Venice, Italy. New York: ASCE, 1992. 590~603
- 74 Dalrymple R A, Martin P A. Perfect boundary conditions for parabolic water-wave models. *Proc Roy Soc A*, 1992, 437: 41~54
- 75 Yue D K P, Mei C C. Forward diffraction of stokes waves by a thin wedge. *J Fluid Mech*, 1980, 99: 33~52
- 76 林刚, 邱大洪. 新抛物型缓底坡方程. 水利学报, 1999,(3): 59~63
- 77 黄虎, 周锡初, 吕秀红. 弱非线性 Stokes 波在非平整海底上传播的新型抛物型方程. 海洋学报, 2000, 22(4): 101~106
- 78 Wu J K, Liu P L-F. Harbor excitations by incident wave groups. *J Fluid Mech*, 1990, 217: 595~613
- 79 Liu P L-F, Dingemans M W. Derivation of the third-order evolution equations for weakly nonlinear water waves propagating over uneven bottoms. *Wave Motion*, 1989, 11: 41~64
- 80 Liu P L-F, Tsay T-K. On weak reflection of water waves. *J Fluid Mech*, 1983, 131: 59~71
- 81 Kirby J T. Parabolic wave computations in non-orthogonal coordinate system. *J Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg*, 1988, 114: 673~685
- 82 Dalrymple R A, Kirby J T. Models for very wide-angle water waves and wave diffraction. *J Fluid Mech*, 1988, 192: 33~50
- 83 Suh K D, Dalrymple R A, Kirby J T. An angular spectrum model for propagation of Stokes waves. *J Fluid Mech*, 1990, 221: 205~232
- 84 Li B. Parabolic model for water waves. *J Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg*, 1997, 123(4): 192~199
- 85 Keller H B, Levine D A, Witham G B. Motion of a bore over a sloping beach. *J Fluid Mech*, 1960, 7: 302~316
- 86 Kobayashi N, Desilva G S, Watson K D. Wave transformation and swash oscillation on gentle and steep slopes. *J Geophys Res*, 1989, 94(C4): 915~966
- 87 Kobayashi N, Warjanto A. Irregular wave runup on beaches. *J Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg*, 1992, 118: 368~386
- 88 Peregrine D H. Long waves on a beach. *J Fluid Mech*, 1967, 27: 815~827
- 89 Wei G, Kirby J T, Grilli S T, Subramanya R. A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 1. Highly nonlinear unsteady waves. *J Fluid Mech*, 1995, 294: 71~92
- 90 Madsen P A, Schaffer H A. Higher order Boussinesq-type equations for surface gravity waves-Derivation and analysis. *Phil Trans Roy Soc, London A*, 1998, 356: 1~60
- 91 Chen Y, Liu P L-F. Modified Boussinesq equations and associated parabolic models for water wave propagation. *J Fluid Mech*, 1995, 288: 351~381
- 92 Witting J M. A unified model for the evolution of nonlinear water waves. *J Comput Physics*, 1984, 56: 203~236
- 93 Madsen P A, Murray R, Sørensen O R. A new form of the Boussinesq equation with improved linear dispersion characteristics. Part 1. *Coastal Engineering*, 1991, 15: 371~388
- 94 Nwogu O. Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation. *J Waterways, Port, Coastal, Ocean Engrg*, 1993, 119(6): 618~638
- 95 Yoon S B, Liu P L-F. Interactions of currents and weakly nonlinear water waves in shallow water. *J Fluid Mech*, 1989, 205: 397~419
- 96 Chen Q, Madsen P A, Schaffer H A, Basco D R. Derivation of a new form of Boussinesq-type equations for wave-current interaction with higher accuracy in Doppler shift. *Coastal Engineering*, 1998, 33: 11~40
- 97 Gobbi M F, Kirby J T. A fourth order fully nonlinear Boussinesq wave model. In: Proc 25th Int Conf on Coastal Engineering, Orlando. New York: ASCE, 1996. 1116~1129
- 98 邹志利. 高阶 Boussinesq 水波方程的改进. 中国科学 (E), 1999, 29(1): 87~96
- 99 Madsen P A, Sørensen O R, Schaffer H A. Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq type model. Part I. Model description and cross-shore motion of regular waves. *Coastal Eng*, 1997, 32: 255~288
- 100 Madsen P A, Sørensen O R, Schaffer H A. Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq type model. Part II. Surf beat and swash oscillations for wave groups and irregular waves. *Coastal Eng*, 1997, 32: 289~320
- 101 Madsen P A, Sørensen O R, Schaffer H A. Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq type model III. Wave-induced horizontal nearshore circulations. *Coastal Eng*, 1998, 33: 155~176
- 102 Kadomtsev B B, Petviashvili V I. On the stability of solitary waves in weakly dispersive media. *Sov Phys Dokl*, 1970, 15: 539~541

- 103 Grimshaw R. Evolution equations for weakly nonlinear , long internal waves in a rotating fluid. *Stud Appl Math*, 1985, 73: 1~33
- 104 Katsis C, Akylas T R. Solitary internal waves in a rotating channel: a numerical study. *Phys Fluids*, 1987, 30: 297~301
- 105 David D, Levi D, Winternitz P. Integrable nonlinear equations for water waves in straits of varying width and depth. *Stud Appl Math*, 1987, 76: 133~168
- 106 David D, Levi D, Winternitz P. Solitons in shallow seas of variable depth and in marine straits. *Stud Appl Math*, 1989, 80, 1~33
- 107 Chen Y, Liu P L-F. The unified kadomtsev—Petviashvili equation for interfacial waves. *J Fluid Mech*, 1995, 288: 383~408
- 108 Liu P L-F, Yoon S B, Kirby J T. Nonlinear refraction-diffraction of waves in shallow water. *J Fluid Mech*, 1985, 153: 185~201
- 109 Liu P L-F. Wave transformation. In: LeMehaute B, Hanes D M, eds. *The Sea, Ocean Engineering Science*, New York: J Wiley and Sons, 1990, 9A. 27~63
- 110 Yoon S B, Liu P L-F. Stem waves along breakwater. *J Waterway, Port, Coast and Ocean Engrg*, 1989, 115: 635~648
- 111 Kaihatu J M, Kirby J T. Nonlinear transformation of waves in finite water depth. *Phys Fluids*, 1995, 7: 1903~1914
- 112 Bejis, Battjes J A. Numerical simulation of nonlinear waves propagating over a bar. *Coastal Engineering*, 1994, 23: 1~16
- 113 Wei G, Kirby J T. Time-dependent numerical code for extended Boussinesq equations. *J Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 1995, 121: 251~261
- 114 Freilich M H, Guza R T. Nonlinear effects on shoaling surface gravity waves. *Phil Trans Roy Soc , London A*, 1984, 311: 1~41
- 115 Elgar S, Freilich M H, Guza R T. Recurrence in truncated Boussinesq model for nonlinear waves in shallow water. *J Geophys Res*, 1990, 95(C7): 11547~11557
- 116 Eldeberky Y, Battjes J A. Parameterisation of triad interactions in wave energy models. In: *Proc Coastal Dynamics Conference'95*, Gdansk, Poland, 1995. 140~148
- 117 Kofoed-Hansen H, Rasmussen J H. Modelling of nonlinear shoaling based on stochastic evolution equations. *Coastal Eng*, 1998, 33: 203~232
- 118 Green A E, Laws N, Naghdi P M. On the theory of water waves. *Proc Roy Soc London A*, 1974, 338: 43~55
- 119 Green A E, Naghdi P M. A nonlinear theory of water waves for finite and infinite depths. *Philos Trans Roy Soc London A*, 1986, 320: 37~70
- 120 Green A E, Naghdi P M. Further developments in a nonlinear theory of water waves for finite and infinite depths. *Philos Trans Roy Soc London A*, 1987, 324: 47~72
- 121 Shields J J, Webster W C. On direct methods in water-wave theory. *J Fluid Mech*, 1988, 197: 171~199
- 122 Naghdi P M, Rubin M B. On the transition to planing of a boat. *J Fluid Mech*, 1981, 103: 345~374
- 123 Ertekin R C, Webster W C, Wehausen J V. Waves caused by a moving disturbance in a shallow channel of finite width. *J Fluid Mech*, 1986, 169: 275~292
- 124 Marshall J S, Naghdi P M. Wave reflection and transmission by steps and rectangular obstacles in channels of finite depth. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 1990, 1:287~301
- 125 Demirbilek Z, Webster W C. Evolution of time-dependent nonlinear shallow-water waves. In: *Advance in Hydro-Science & Engineering I*. Washington D C, 1993. 1536~1544
- 126 Demirbilek Z, Webster W C. Nonlinear theories of steady and unsteady shallow-water waves. In: *Invited presentation to the MEET 93 Conf*. Univ of Virginia, Charlottesville, VA, 1993-06-06~09
- 127 Demirbilek Z, Webster W C. The Green-Naghdi theory of fluid sheets for shallow-water waves. In: Herbich J B, ed. *Developments in Offshore Engineering*. Houston: Gulf Publishing Company, 1999. 1~54
- 128 黄虎. 近岸表面波动力学模型的若干研究. [博士后研究报告(第八章)]. 上海: 华东师范大学, 2000年7月. 67~85
- 129 Huang N E. A review of coastal wave modeling: the physical and mathematical problems. In: Liu PL-F, ed. *Advances in Coastal and Ocean Engineering*. Singapore: World Scientific, 1999, 4. 1~20

# A REVIEW OF COASTAL WAVE MODELING \*

Huang Hu

State Key Laboratory of Estuarine & Coastal Research, East China Normal University, Shanghai 200062, China  
Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200072, China

**Abstract** With respect to the modeling philosophy, merits, limitations, and trends, this paper provides a review of the state-of-the-art on the following two types of coastal wave prediction models that can be widely used in coastal engineering practice: (1) energy balance models, which are generally used for predicting the deep ocean wave climate and are quite established, such as the well-known model—WAM3G. The merit of these models is their ability to simulate the effects of timevarying windfield conditions on coastal waves. (2) mass and momentum conservation models, which are most widely used for coastal engineering, and stand out in their richness and variety of numerical techniques, including at present the following typical models: mild-slope equations; parabolic equations; nonlinear shallow-water equations; higher-order Boussinesq equations; the Green-Naghdi theory.

**Keywords** energy balance models, mass and momentum conservation models, mild-slope equations, shallow-water equations, Boussinesq-type equations, parabolic equations, Green-Naghdi theory

---

\* The project supported by the National Science Foundation for Distinguished Young Scholars of China (49825161), China Postdoctoral Science Foundation and the Open Foundation of the State Key Laboratory of Estuarine & Coastal Research at East China Normal University (200010).