



## “认知模式和动力学系统的研究”简介

陈立群

上海大学力学系, 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072

三位分别具有生理学、数学和动力学专业背景的学者 P. E. Rapp, T. I. Schmah 和 A. I. Mees 在很有影响的国际非线性研究刊物《物理 D》(Physica D, 1999, Vol. 132, pp. 133~149) 上发表文章“认知模式和动力学系统的研究”(Models of knowing and the investigation of dynamical systems), 概述了动力学研究模式(paradigm)的历史演化, 着重阐述了近 20 年兴起的所谓“算法建模”, 即从实验数据中重构相空间. 该文除引言和结论外共分三节, 分别讨论牛顿模式、定性理论和算法建模. 最后附有 61 篇参考文献. 该文以新的观点和视角扩展了动力学的内涵, 使之可能应用于生物、社会等复杂系统, 可以供诸多相关学科的研究人员阅读参考.

牛顿模式对动力学系统的研究可分为两个基本步骤: 微分方程的列写和求解. 分析力学等的发展丰富了建立微分方程的方法, 但方程的求解在理论和实际中均遇到困难. 具有可用初等函数有限运算表示的闭合形式解的微分方程非常有限. 某些微分方程可以得到无限级数表示的解, 但其收敛性及其速度要专门研究, 而收敛很慢的级数解对于理论研究和数值计算均意义不大. 对具体初值问题可得到数值解, 但在计算机充分发展之前数值解对于动力学系统的理解帮助甚微. 牛顿模式有其无可置疑的历史和学术重要性, 但其局限也日益突出.

Poincare 开创了动力学研究的一个新模式: 定性理论. 定性理论试图在无需得到微分方程精确解表达式的前提下, 讨论相空间中解曲线的几何特征, 如平衡点和极限环的存在性和稳定性等. 定性理论模式的发展使得可研究的动力学系统大为扩展, 不必局限于可得到精确解的系统. 然而, 定性理论模式也存在自身的局限, 它虽然不需要解的闭合形式, 但仍必须建立闭合形式的系统方程. 若讨论的动力学系统不是物理系统, 而是没有充分掌握规律而又非常复杂的生物、经济、社会系统等, 这一问题更为突出.

为进一步拓广可研究动力学系统的范围, 新的研究模式——算法建模应运而生. 算法建模通常也称为动力学重构, 是动力学系统理论与统计学、信号处理和计算机科学结合的产物. 算法建模是在根据观测到的实验数据通过寻求适当的延迟坐标而重构的相空间中, 确定一种算法, 使得以初始的数据点为输入, 可以相继得到其它的数据点. 算法模型可分为局部和全局两种. 在局部模型中, 相空间中任意点的预测仅受其小邻域中已知数据点的影响; 在全局模型中所有数据点均影响预测结果. 局部模型通常可由线性或多项式插值得到, 相应的整个模型为分段线性或多项式. 最简单的全局模型是线性回归. 也可以推广线性回归的概念而利用多项式和其它基函数的线性组合进行非线性逼近. 由一组观测数据所得到的动力学算法模型很可能是不唯一

(下转第 596 页)

## FRACTAL NATURE IN TURBULENCE

Huang Zhenli

Executive Office of the State Council Three Gorge Project Construction Committee, Beijing 100044, China

**Abstract** The recent progresses in the measurement of fractal dimension of turbulent flows and its applications were reviewed in this paper, including the traditional evidences, measurement methods, the findings on fractal dimension of turbulent flows. The author discussed in detail various measurement methods and its application restrictions, the findings on fractal measurement by several researchers especially K.R. Sreenivasan and offered the author's newest measurement findings. The related research fields such as the relation between the Navier-Stokes equations and fractal, fractal theoretical models of turbulence and scaling laws in turbulence, are also discussed. Finally the further studies of fractal theory in turbulence are suggested.

**Keywords** turbulence, fractal, fractal dimension, Navier-Stokes equation, scaling law, fractal theoretical model

~~~~~  
(上接第 622 页)

的, 作者较为详细的阐述了“好”的算法模型应该具备的性质: (1) 与观测数据良好吻合; (2) 与已知系统特性一致; (3) 较为简单; (4) 能够有助于预测和理解系统的动力学行为. 在结论中, 作者预言, 基于观测数据且不需要通常映射或微分方程表达式的动力学系统算法建模是动态分析成熟的关键和必经之路. 正如几何方法的引入一样, 算法重构将使可研究的问题大为增加.

相空间重构等数据处理方法是非线性动力学的重要成果之一, 有着普遍意义和广泛应用. 由于系统是个有机整体, 系统的状态变量之间存在着千丝万缕的联系. 某个变量的时间序列虽然不可能包含原系统的全部信息, 但它本质上具有系统整体的特性, 包含系统其它变量的信息. 算法建模即是通过一系列具体算法将隐含在部分变量时间序列中的原系统整体信息提取出来. 它基于一个前提, 时间序列是由基本上为确定性的系统产生, 该系统的稳态运动由相空间中吸引子描述. 许多实验系统, 真实相空间的维数很高, 甚至是无穷的. 但系统稳态运动对应的吸引子的维数未必很高. 基于实验数据进行重构得到的相空间并非是原系统相空间, 而是原系统吸引子嵌入的相空间, 其维数往往大大低于原系统真实相空间的维数.

限于该文的性质, Rapp 等的文章没有讨论时间延迟的选择、嵌入维数的确定等技术性问题, 也没有包含最新的研究成果, 但该文对算法建模的基本思想有非常清晰的阐述, 并且从动力学模式演化的历史角度分析了算法建模的必要性和重要意义. 算法建模的发展顺应并推进了动力学系统理论应用范围日益扩大的趋势, 使得动力学分析能对“探索复杂性”这一当代科学的重要主题作出贡献.