

# 微裂纹屏蔽机理的力学理论\*

陈宜亨 师俊平

西安交通大学建力学院 西安 710049

**摘要** 简述了微裂纹屏蔽的力学理论和主要结论. 分析了与这些理论有关的两种研究途径中的四种假设的正当性和适用范围. 对相互矛盾的结论做了讨论. 介绍了作者在这一领域的研究成果, 并尝试将这方面的研究推广到复合材料和界面裂纹问题中.

**关键词** 微裂纹, 屏蔽机理, 连续体损伤, 离散模型, 无干涉假设, 饱和阶段, 超弹性, 主导项

## 1 引言

早在 70 年代, 线弹性断裂力学的理论逐步完善的同时, 试验发现陶瓷、岩石、混凝土材料中宏观裂纹近尖过程区内的微裂纹群对裂尖扩展有明显的屏蔽效应. 其物理机理被认为是脆性材料增韧的最重要的因素之一<sup>[1~40]</sup>. Hoagland et al. (1973)<sup>[1]</sup>, Claussen (1976)<sup>[2]</sup>, Wu et al. (1978)<sup>[3]</sup>最先发现这种屏蔽机理. Hoagland 和 Embury (1980)<sup>[4]</sup>最先采用计算机尝试用模拟手段定量评价屏蔽效果. 80 年代以来, 这一领域的理论和试验研究呈现出百花齐放的局面. 许多国际著名的学者都开展过这方面的研究, 例如 Kachanov, Hutchinson, 加州大学的 Nemat - Nasser 和 Evans, 布朗大学的 Faber 和 Ortiz, 东京大学的 Horii, 伊利诺斯大学的 Chudnovsky 等均在屏蔽机理研究方面做出过杰出的贡献. 本文后面的参考文献中列出了国外学者的主要研究成果<sup>[1~40]</sup>. 有兴趣的读者还可参阅与此课题间接有关的 Kachanov 的两篇综述, [41, 42].

理论研究上需克服的最主要的障碍是: 如何运用连续体损伤力学基本原理对在高应力梯度的裂尖过程区中随机分布的难以预知其尺寸和转向的微裂纹群的尖效应做整体的评估. 纵观国际上截至 1995 年已发表的文献, 本项研究的处理方法大致可分为两大类: 其一是离散模型结合连续体损伤力学方法<sup>[15, 35]</sup>; 其二是直接连续体损伤力学方法<sup>[27~29]</sup>. 然而, 这两大类方法至今尚未得到一致的评估结论. 例如, Hutchinson<sup>[15]</sup>, Gong 和 Meguid<sup>[35]</sup>用离散模型结合连续体损伤力学方法在主导项近似、最大张应力微裂纹形成准则和微裂纹无干涉假设下, 得到静止主裂尖的无屏蔽结论; 而 Ortiz<sup>[27~29]</sup>用连续体损伤力学直接方法在微裂纹饱和阶段, 最大张应力准则和近尖渐近场再分布不变  $J$  积分守恒的假设下, 得到静止主裂尖的屏蔽结论. 这说明理论研究的结论还是有争议的, 值得做进一步深入的探讨.

本文简述了近十年来国际上这一领域的研究成果和主要结论. 分析了上述两类研究方法中六个假设中的四个的正当性或适用范围. 对相互矛盾的结论做了讨论. 并介绍了作者在这方面的研究成果—— $J$  分配概念. 最后对推广到复合材料和界面裂纹的微裂纹屏蔽的研究做了尝试.

\* 国家自然科学基金资助项目 (19472053)

收稿日期: 1996-03-22, 修回日期: 1997-09-01

## 2 离散模型结合连续体损伤力学方法

离散模型是指在小范围研究条件下的主微裂纹干涉模型(参见图 1)。宏观裂纹可用半无限裂纹来描述,微裂纹可用有限长裂纹来描述。这里  $2c$ 、 $d$ 、 $\theta$ 、 $\varphi$  分别为微裂长、距主裂尖距离、位置角和倾斜角。 $xy$  为整体坐标,  $\xi\eta$  为局部坐标。

采用著名的伪力方法<sup>[5, 13, 14, 22~26, 34, 35]</sup>和积分方程数值方法可得到干涉效应——微裂纹的产生对主裂尖应力强度因子的影响。由此可确定微裂纹是处于屏蔽区或反屏蔽区,甚至是在中性角延线上。

这种模型的优点是计及微裂纹所在位置残余应力的释放(Hutchinson 指出的第二个源泉),并隐含了过程区局部材料刚度的下降(Hutchinson 指出的第一个源泉)<sup>[5]</sup>。然而,正象 Kachanov 评述的<sup>[11, 16, 30, 42]</sup>,对过程区内不可数的微裂纹群体对主裂尖的整体效应是难以用伪力方法给出的。离散模型必须结合连续体损伤学才可能评估群体效应。而从离散研究到群体研究显然是个积分过程。这就要求:(1) 主微裂纹干涉的离散模型解应得到显函数表达式,以备后面损伤区内积分的需要;(2) 微裂纹对倾角敏感,要预知其形成后的方位;(3) 微裂纹之间的干涉效应难以考虑,必须予以忽略。

以上三点恰恰对应着三条基本的假设:(1) 离散模型近似的显函数解(主导项近似<sup>[14, 34, 35]</sup>,点源函数近似<sup>[23]</sup>,平均应力近似等<sup>[40]</sup>);(2) 微裂纹形成准则,例如 Hutchinson 提出并得到电镜照片证实的最大拉应力准则<sup>[9]</sup>;(3) Hutchinson 和 Kachanov 分别提出的微裂纹低密度下无干涉假设<sup>[15, 42, 43]</sup>。本文分别论述之。限于篇幅,对(1)只讨论主导项近似。

### 2.1 主导项近似

图 1 所示的离散模型可用三个辅助解迭加(图

2),并要求:

$$\left. \begin{aligned} R(\xi) - p(\xi) + q(\xi) &= 0 \\ R(\xi) - \text{hip}(\xi) + q(\xi) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

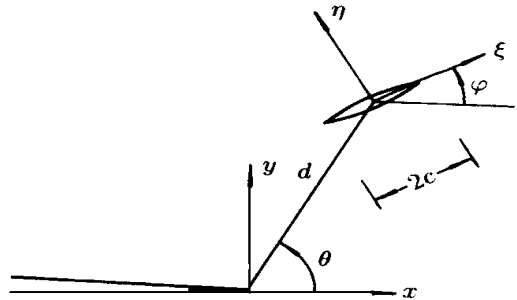


图 1 主微裂纹干涉的离散模型

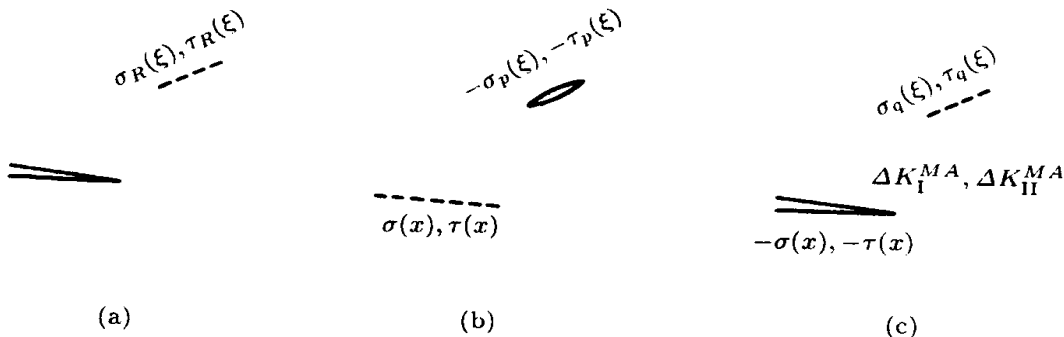


图2 辅助迭加原理

则微裂纹两裂尖应力强度因子为

$$\left\{ \begin{matrix} K_I^{MI} \\ -i K_{II}^{MI} \end{matrix} \right\}_{\pm x} = \frac{1}{\sqrt{c^2}} \cdot \int_{-c}^{+c} \frac{\sqrt{c+t}}{\sqrt{c-t}} [p(t) - i p'(t)] dt \quad (5)$$

代(3)入(4)得

$$3_2(S) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{mk} \left[ \frac{c}{d} \right]^{2k} \cdot T_{2m} + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{c}{d} \right]^{2k+1} \cdot T_{2m+1} \quad (6)$$

这里:  $T_m = p_m - i p'_m$ ,

$$f_{mk} = \frac{k}{2(m+k)} \cdot p_m p_k, \quad p_m = \frac{(2m)!}{2^{2m} (m!)^2} \quad (7)$$

由(3)、(5)得

$$\left\{ \begin{matrix} K_I^{MI} \\ K_{II}^{MI} \end{matrix} \right\}_{\text{裂尖}} = \sqrt{c} q \sum_{m=0}^{\infty} p_m \left[ \frac{c}{d} \right]^{2m} \left\{ \begin{matrix} p_{2m} \\ p_{2m} \end{matrix} \right\} \pm \sqrt{c} \sum_{m=0}^{\infty} p_{m+1} \left[ \frac{c}{d} \right]^{2m+1} \left\{ \begin{matrix} p_{2m+1} \\ p_{2m+1} \end{matrix} \right\} \quad (8)$$

此时,  $p_k$  和  $p'_k$  还是未知待定的。

图 2(b)中沿主裂纹线上应力分布为

$$\sigma(x) - i \tau(x) = 2(S) + \overline{2(S)} + \exp(2i) [S - \overline{2(S)} + \overline{2(\cdot)}] \quad (9)$$

这里

$$S = (X - Z_c) \exp(-i), \quad z_c = d \exp(i). \quad (10)$$

对图 2(c)的解为

$$\begin{aligned} 3(z) &= -\frac{1}{2i\sqrt{z}} \cdot \int_0^{\sqrt{x}} \frac{\sqrt{x}}{x-z} [p(x) - i p'(x)] dx \\ 3(z) &= \overline{3(z)} - 3(z) - z \cdot 3(z) \end{aligned} \quad (11)$$

主裂尖应力强度因子为

$$K_I^{MA} - i K_{II}^{MA} = \sqrt{2} \int_0^{\sqrt{t}} [p(-t) - i p'(-t)] dt \quad (12)$$

代(9)入(11)得  $3(z)$  的显函数表达式

$$3(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} ch f_{mk} \left[ \frac{c}{d} \right]^{2k} G_{2m2k}(z) + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{m+1k} \left[ \frac{c}{d} \right]^{2k+1} \cdot G_{2m+12k+1}(z) \quad (13)$$

这里  $G_{mk}(z)$  是显函数，已由文献<sup>[34]</sup>给出。

由此，主裂尖显函数表达式为

$$\begin{cases} K_I^{MA} \\ K^{MA} \end{cases} = \sqrt{2} d \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{mk} \left\{ \frac{c}{d} \right\}^{2k+2m} [B_{2k}] \begin{cases} p_{2m} \\ p_{2m} \end{cases} P$$

$$- \sqrt{2} d \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{m+1k} \left\{ \frac{c}{d} \right\}^{2k+2m+2} [B_{2k+1}] \begin{cases} p_{2m+1} \\ p_{2m+1} \end{cases} \quad (14)$$

这里  $B_k$  为  $2 \times 2$  常数矩阵，只和位置角  $\theta$  和倾角  $\alpha$  相关。

图 2(c) 中沿微裂纹位置的分布应力为

$$\sigma_{ij}(z) - i \tau_{ij}(z) = \sigma_3(z) = \overline{\sigma_3(z)} + \exp(-2i\alpha) [z - \overline{z_c}] \overline{\sigma_3(z)} + \overline{\sigma_3(z)} \quad (15)$$

这里  $\sigma_3(z)$  由(13)给出，且  $z = z_c + \exp(i\alpha)$ 。

代入条件(1)可确定  $p_{mk}$  和  $p_{m+1k}$ ，有

$$\begin{cases} p_n \\ p_n \end{cases} = \begin{cases} R_n \\ R_n \end{cases} + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} f_{mk} \left\{ \frac{c}{d} \right\}^{2k+2m} [D_{n2k}] \begin{cases} p_{2m} \\ p_{2m} \end{cases} +$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} S f_{m+1k} \left\{ \frac{c}{d} \right\}^{2k+2m+2} [D_{n2k+1}] \begin{cases} p_{2m+1} \\ p_{2m+1} \end{cases} \quad (16)$$

其中  $[D_{nk}]$  也是常数阵，只与  $\theta$  和  $\alpha$  有关；(16) 式是递推关系式。

主导项一级近似为

$$\begin{cases} K_I^{MI} \\ K^{MI} \end{cases} = \begin{cases} R_0 \\ R_0 \end{cases} = \sqrt{c} \begin{cases} R_\theta \\ R_\alpha \end{cases} \quad (17)$$

强度

$$\begin{cases} K_I^{MA} \\ K^{MA} \end{cases} = \frac{1}{4} \sqrt{2} d \left\{ \frac{c}{d} \right\}^2 [B_2] \begin{cases} R_0 \\ R_0 \end{cases} \quad (18)$$

而二级近似为

$$\begin{cases} K_I^{MI} \\ K^{MI} \end{cases} = \sqrt{c} \begin{cases} R_0 \\ R_0 \end{cases} \pm \frac{1}{2} \sqrt{c} \left\{ \frac{c}{d} \right\} \begin{cases} R_1 \\ R_1 \end{cases} +$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{c} \left\{ \frac{c}{d} \right\}^2 \begin{cases} R_2 \\ R_2 \end{cases} + \frac{1}{4} \sqrt{c} \left\{ \frac{c}{d} \right\}^2 [D_{02}] \begin{cases} R_0 \\ R_0 \end{cases} \quad (19)$$

iPa ss

$$\begin{cases} K_1^{MA} \\ K_2^{MA} \end{cases} = \frac{1}{96} \sqrt{2} d \left\{ \frac{c}{d} \right\}^2 [B_2] \begin{cases} R_0 \\ R_0 \end{cases} + \frac{3}{16} \alpha \sqrt{2} \alpha t [B_{4j}] \left\{ \frac{c}{d} \right\}^{4j} \begin{cases} R_0 \\ R_0 \end{cases} +$$

$$\frac{1}{16} b \sqrt{2} \alpha t [B_2] \left\{ \frac{c}{d} \right\}^4 \begin{cases} R_2 \\ R_2 \end{cases} - \frac{1}{16} \sqrt{2} d [B_3] \left\{ \frac{c}{d} \right\}^4 \begin{cases} R_1 \\ R_1 \end{cases} +$$

$$\frac{1}{16} \sqrt{2} d [B_2] [D_{02}] \left\{ \frac{c}{d} \right\}^4 \begin{cases} R_0 \\ R_0 \end{cases} \quad (20)$$

这里  $R_0, R_1, R_2$  均是已知量。

可以看到,一阶近似代表微裂纹处均布残余应力释放的贡献;二阶近似又包括了线性分布残余应力释放的贡献。由于(16)式是递推解,均布应力和线性应力有耦合。

### 2.2 微裂纹形成准则

为了确定微裂纹区的形状和大小以及其中微裂纹的分布规律,提出微裂纹形成准则是必须的。本文对国际上最流行的两个准则做讨论。第一个是平均应力准则( $m = k/3$ );第二个是最大拉应力准则( $\sigma_1$ )。假设微裂纹的产生是当地的  $m$  或  $\sigma_1$  达到临界值  $c$ ,对纯 I 型主裂尖近区,这两个准则所预言的微裂纹区域外边界线由下式支配

$$R_1(\theta) = \frac{2}{9} (1 + \nu)^2 \cos^2(\theta/2) (K_I/\sigma_c)^2 \quad (21)$$

和

$$R_2(\theta) = \frac{1}{2} \left[ \cos(\theta/2) + \frac{1}{2} \sin^2(\theta/2) \right] (K_I/\sigma_c)^2 \quad (22)$$

图 3(a, b) 分别给出了形状曲线。两者无论从形状和大小上均有重大区别。

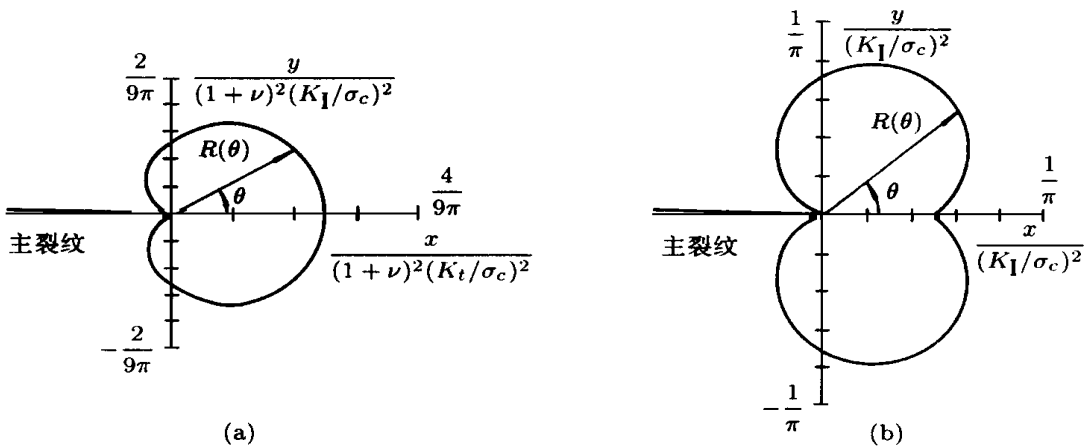


图 3 平均应力准则和最大拉应力准则下微裂纹区形状

### 2.3 连续体损伤力学的应用

取一级近似式(18),且设微裂纹由 I 型主裂尖近区相对 x 轴对称形成,则只需评价  $K_I^{MA}$ ,展开(18)式为

$$K_I^{MA} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} c^2 d^{-3/2} \left\{ \left[ \cos\left(\frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2} \sin\left(\frac{5}{2}\right) - 2 R_0 \right] + \left[ \frac{3}{2} \sin\left(\frac{5}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{5}{2}\right) - 2 R_0 \right] \right\}^2$$

这里  $\overline{K_I^{MA}}(r, \theta)$  是指  $(r, \theta)$  处 (23) 式对一切可能的倾角  $\theta$  的平均值, 而微裂纹间无干涉假设已隐含在 (24) 的积分过程中了.

对第一种准则, 由于平均应力  $\sigma_m$  对  $\theta$  不敏感, 则

$$\overline{K_I^{MA}}(r, \theta) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} c^2 r^{-3/2} \cdot R_0 \cdot \cos\left(\frac{3}{2}\theta\right) \quad (25)$$

对第二种准则, 微裂纹产生在与  $\theta_1$  相垂直的方向上

$$\begin{aligned} \text{预言区域} &= \frac{3}{4} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{3} \leq \theta \leq \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \leq \theta \leq \frac{2}{3} \end{array} \right. \\ &= \frac{3}{4} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{3} \leq \theta \leq \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \leq \theta \leq \frac{2}{3} \end{array} \right. \end{aligned} \quad (26)$$

则平均应力强度增量为

$$\begin{aligned} \overline{K_I^{MA}}(r, \theta) &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} c^2 r^{-3/2} R_0 \left[ \cos\left(\frac{3}{2}\theta\right) + \frac{3}{4} \sin\left(\frac{3}{2}\theta\right) \right] \\ &\quad - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{1}{2}} c^2 r^{-3/2} R_0 \cdot \sin\left(\frac{3}{2}\theta\right) \end{aligned} \quad (27)$$

执行 (24) 式积分得

$$\int_0^{R_1(\theta)} K_I^{MA} \cdot r \, dr = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} c^2 R_0 \int_0^{R_1(\theta)} r^{-1/2} \cos\left(\frac{3}{2}\theta\right) \, dr = 0 \quad (28)$$

式中  $R_1(\theta)$  由 (21) 式代入, 可证明上式恒等于零.

对第二种准则

$$\begin{aligned} \int_0^{R_2(\theta)} K_I^{MA} \cdot r \, dr &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} c^2 R_0 \int_0^{R_2(\theta)} r^{-1/2} \left[ \cos\left(\frac{3}{2}\theta\right) + \frac{3}{4} \sin\left(\frac{3}{2}\theta\right) \right] \, dr \\ &\quad - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{1}{2}} c^2 R_0 \int_0^{R_2(\theta)} r^{-1/2} \sin\left(\frac{3}{2}\theta\right) \, dr = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

式中  $R_2(\theta)$  由 (22) 式代入, 也可证明上式恒等于零.

这说明, 对静止的主裂纹微裂纹损伤区没有屏蔽作用. Hutchinson<sup>[15]</sup>, McMeeking, Evans, Budiansky<sup>[18]</sup>, Gong 和 Meguid<sup>[35]</sup>均持这种观点. 他们进一步分析主裂纹稳态扩展的情况, 并发现了扩展后的屏蔽规律.

需要着重指出的是 (28)、(29) 式的基础是前面讨论的三条基本假设. 这些假设的正当性值得更进一步的研究. 尤其是主导项近似假设和微裂纹无干涉假设. 而微裂纹形成准则看来不是重要的. 因为图 3(a, b) 中两种准则所预计的区域形状大小相差很大, 却最终得到 (28) 和 (29) 一致为零的结论. 这说明总体屏蔽效应对微裂纹形成准则是不敏感的.

下节用另外两个假设将得到与 (28)、(29) 不同的结论. —

### 3 连续体损伤力学的直接方法

所谓直接方法是指通过单轴拉伸材料损伤试验曲线来评估裂尖微裂纹反损伤过程区的整体效应.

从唯象学的线弹性本构关系出发, 应力和应变关系为

$$\dot{\epsilon}_{ij} = C_{ijkl} \cdot \dot{\epsilon}_{kl} \quad (30)$$

这里  $C_{ijkl}$  是弹性柔度张量,也可从细观水平上计及损伤过程的内变量.

如果损伤的产生由最大拉应力达到一临界值开始

$$(\sigma_{11} - \sigma_c) = 0 \quad (31)$$

则增量损伤的方向由下列损伤规律给出

$$\dot{C}_{ijkl} = \dot{\epsilon} n_i n_j n_k n_l \quad (32)$$

这里  $n$  是最大拉应力方向,乘子  $\dot{\epsilon}$  是有效辅加柔度,是由损伤引起的.上式已隐含了这样一个假设:新产生的微裂纹垂直于最大拉应力方向(上节的第二个假设),因此刚度的损失也应沿这一方向<sup>[9,15]</sup>.

设临界应力的演变由损伤规律支配,有

$$\dot{\sigma}_c = h(\sigma_c) \cdot \dot{\epsilon} \quad (33)$$

Kuhn - Tuckner 准则要求

$$\dot{\epsilon}_{ij} \leq 0, \quad \dot{\epsilon}_{ij} \geq 0, \quad \dot{\epsilon}_{ij} = 0 \quad (34)$$

这里只考虑单调加载过程,微裂纹的闭合是不发生的<sup>[27]</sup>,则应力应变关系化简为

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \left[ C_{ijkl}^0 + (\sigma_{11} - \sigma_c) n_i n_j n_k n_l \right] \dot{\epsilon}_{kl} \quad (35)$$

这里  $C_{ijkl}^0$  是未损伤的各向同性弹性常数;  $(\sigma_{11} - \sigma_c)$  可由单轴拉伸试验来确定.典型的情形如图 4 所示<sup>[8]</sup>.可以看到当微裂纹饱和阶段到来时,不再有新的损伤产生

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \left[ C_{ijkl}^0 + s n_i n_j n_k n_l \right] \dot{\epsilon}_{kl} = C_{ijkl}^0 \cdot \dot{\epsilon}_{kl} + s n_i n_j \quad (36)$$

其中

$$s = 1/E_s - 1/E_0 = \text{Constant} > 0 \quad (37)$$

这里下标  $s$  指饱和阶段,  $E_0$ ,  $E_s$  分别是 Young 氏模量和饱和状态单轴拉伸应力应变曲线之斜率.

图 4 所示的典型情况是一种超弹性结构.本构关系可引入余能函数  $X(\epsilon)$ ,且

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \partial X(\epsilon) / \partial \epsilon_{ij} \quad (38)$$

其中

$$X(\epsilon) = \frac{1}{2} C_{ijkl}^0 \cdot \epsilon_{ij} \epsilon_{kl} + f(\sigma_{11}) \quad (39)$$

而

$$f(\sigma_{11}) = (\sigma_{11} - \sigma_c)^2 / 2 \quad (40)$$

在饱和状态:

$$f(\sigma_{11}) = s \sigma_{11}^2 / 2 \quad (41)$$

应变能函数有

$$W(\epsilon) = X(\epsilon) = \frac{1}{2} \epsilon_{ij} \cdot \epsilon_{ij} \quad (42)$$

和余能密度函数  $X(\epsilon)$  具有相同的数值.

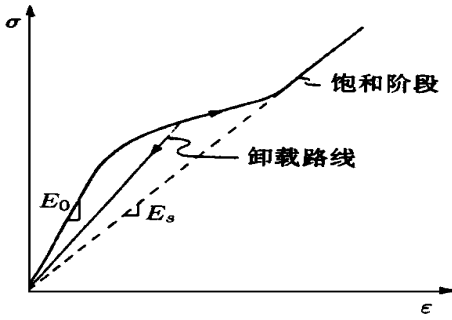


图4 单轴应力应变曲线的三个阶段

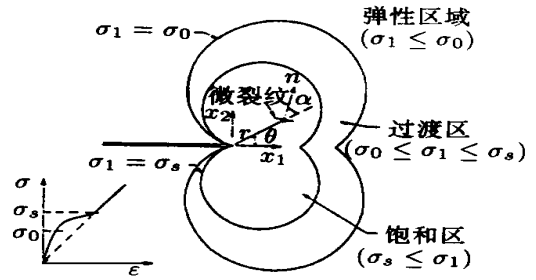


图5 主裂尖过程区的分区结构

图5给出了静止裂纹尖端过程区的分区结构。微裂纹被限制在远比主裂纹长度小的一个区域内。这个区域的大小又远比微裂纹的特征尺寸大，且远比微裂纹间平均分离距离大。第一个条件使渐进场可用半无限裂纹来描述，第二个条件使前面讨论的内变量理论得以应用，即外场有

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K}{\sqrt{2r}} \tilde{\sigma}_{ij}^0(\theta) \quad (43)$$

其中

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_{rr}(\theta) \\ \tilde{\sigma}_{\theta\theta}(\theta) \\ \tilde{\sigma}_{r\theta}(\theta) \end{cases} \text{ 最大 } \begin{cases} (5/4)\cos(\theta/2) - (1/4)\cos(3\theta/2) \\ (3/4)\cos(\theta/2) + (1/4)\cos(3\theta/2) \\ (1/4)\sin(\theta/2) + (1/4)\sin(3\theta/2) \end{cases} \quad (44)$$

$K$  为远场应力强度因子(远场载荷的度量)。

在饱和区,由(42)余能函数可推测出裂尖应力场也有下述形式

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K_t}{\sqrt{2r}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta) \quad (45)$$

这里  $K_t$  为局部应力强度因子，它是近尖场的度量。通常  $K_t$  和  $K$  不相等，这就是屏蔽这个名词在断裂力学应用的原因。它是指由于微裂纹的产生，主裂尖被它们从远场载荷上屏蔽开来。估计屏蔽效果的主要任务之一就是确定  $K_t$ 。

Hutchinson (1983)<sup>[9]</sup>又提出一个假设,即著名的角分布假设:

$$\tilde{\sigma}_{ij}(\theta) = \tilde{\sigma}_{ij}^0(\theta) \quad (46)$$

即由(36)的本构关系(实质上也是线弹性的),应该为饱和区内的应力角分布和线弹性解相同。

这个假设和上节 Hutchinson (1987)<sup>[15]</sup>无干涉假设一样是有决定性意义的。它们都导致显函数表达的屏蔽效应表达式(尽管结论并不一致)。

很容易证明  $\tilde{r}(\theta) = 0$  是所需的三角方程,和

$$= \begin{cases} \sin(\theta/2) - \sin(3\theta/2) & 0 < \theta < \pi \\ -\sin(\theta/2) - \sin(3\theta/2) & \pi \leq \theta < 2\pi \end{cases}$$





微

$$\frac{K_t}{\sqrt{2} r} \begin{cases} (1 + \sin(\theta/2))/2 \\ (1 - \sin(\theta/2))/2 \\ \cos(\theta/2) \end{cases} \quad \text{裂纹} \quad (48)$$

位移场为

$$\begin{cases} u_r(r, \theta) \\ u_\theta(r, \theta) \end{cases} = \frac{K_t}{4 G_0} \cdot \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{2} i} \begin{cases} (2k_0 - 1) \cos(\theta/2) - \cos(3\theta/2) \\ - (2k_0 + 1) \sin(\theta/2) + \sin(3\theta/2) \end{cases} + K_t s \cdot \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{2}} \begin{cases} (\cos(\theta/2) + (1/2) \sin(\theta/2)) (1 + \sin(\theta/2)) \\ \cos(\theta/2) - \sin(\theta/2) - \sin(3\theta/2) - 1 \end{cases} \quad (49)$$

这里  $E_0, \nu_0, G_0 = E_0/2(1 + \nu_0), K_0 = 3 - 4\nu_0$  是未损伤材料的弹性常数。

由微裂纹屏蔽后的近尖裂面张开为

$$w(r) = -u_\theta(r, \theta) + u_{\theta, \text{裂}}(r, \theta) = 8 K_t \left[ \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} + s \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{2}} \right] \quad (50)$$

可见张开的形状也是  $\sqrt{r}$ , 这和线弹性裂面张开相似, 但张开的数值与  $s$  有关。

最后, 还需引出过程区内外  $J$  积分守恒假设

$$J = J_t \quad (51)$$

其中

$$J = \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} \cdot K^2 \quad (52)$$

$$J_t = \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} \cdot K_t^2 + s K_t^2 \quad (53)$$

这里  $\beta$  为普通常数, 有  $\beta = 1.0942$ , 得

$$K_t/K = 1 / \sqrt{1 + \frac{\beta}{1 - \nu_0^2} (E_0/E_s - 1)} \quad (55)$$

由于  $E_0/E_s > 1$ , 则将有  $K_t/K < 1$ . 这说明用连续体损伤力学的直接方法, 在本节三个重要假设(即(31)式, (46)式和(51)式)下得到的是静止主裂纹尖端过程区中微裂纹的屏蔽效应。

值得指出的是, 损伤后材料的净韧性并不能简单地用(55)式表示. 因为有效刚度的下降有两种相反的效应: 其一是使裂尖应力强度因子下降(增韧), 其二是降低了材料阻止裂纹扩展的阻力<sup>[7]</sup>. 净的增韧效果还有待对这两种效果做定量的评价. 即使不考虑这一点, 比较上节(28)、(29)式, (55)式仍然和离散模型方法的结果相矛盾。

还需指出的是本节讨论的直接方法未涉及 Hutchinson 指出的残余应力释放, 这个第二源泉<sup>[15]</sup>, 下节将详细讨论之。

#### 4 四种假设的正当性讨论

正象 Hutchinson<sup>[15]</sup>指出的, 微裂纹形成引起的过程区内应力的重新分布起于两个源泉: 其一是有效弹性模量的下降; 其二是所处位置残余应力释放导致新应变产生. 上两节中用两个研究途径得不到一致结论, 使人们对其中引用的多种假设提出质疑. 在本节专门讨论之。

##### 4.1 离散模型近似方法的正当性和适用范围

90年代初, Cai 和 Faber<sup>[40]</sup>对第一种途径的离散模型近似方法做了详细的研究. 图 6 给出

了三种近似方法和精确解之数值结果比较. 可以看出当  $d/2c$  变小时, 误差变大. 这最不利于离散模型的应用, 因为它和连续体损伤力学相结合时恰恰要考虑的是近主裂尖的微裂纹的效应. 第二节采用的主导项近似或其它近似方法在微裂纹靠近主裂尖时, 确实引起了重大的偏差. 表 1 是 Cai 和 Faber 给出的适用范围<sup>[40]</sup>, 其允许误差是 10%, 超出这一范围将引起 Cai 和 Faber 指出的误导. 在文献中能看到的多种离散模型近似方法中, 迭代平均法效果是最好的. Kachanov 和 Monlagut<sup>[16]</sup>的方法高估了反屏蔽效应, 低估了屏蔽效应.

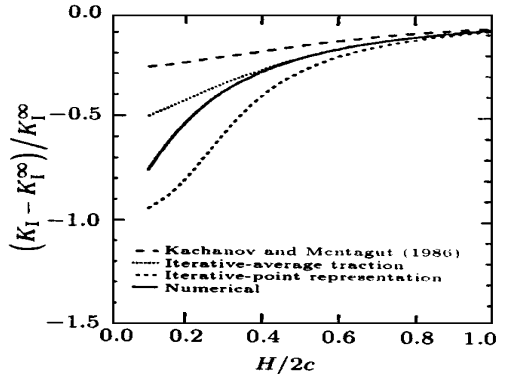


图 6 三种近似法和精确解之比较

表 1 离散模型近似方法的适用范围

近似方法	共线微裂纹	平行非共线微裂纹
近似平均	$(d - c)/2c > 0.1$	$d/2c > 0.3$
迭代点源	$(d - c)/2c > 0.3$	$d/2c > 0.9$
Kachanov - Montagut	$(d - c)/2c > 0.2$	$d/2c > 1.0$

还可看到的是不同的近似方法导致的偏差是不同的. 有些是高估了, 有些是低估了, 这提示人们可用不同的离散模型近似方法结合连续体损伤力学来研究屏蔽问题, 以得到该问题精确解的上限和下限. 采用上节的二阶近似, 可能可以得到屏蔽的结论, 但由于其公式的复杂性, 尚未见有人做过尝试.

#### 4.2 微裂纹间无干涉假设的正当性和适用范围

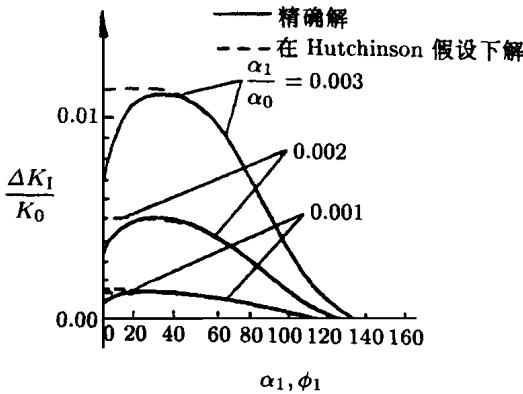


图 7 精确解和无干涉假设下解之比较

Hutchinson<sup>[15]</sup>和 Kachanov<sup>[42]</sup>分别提出了这个假设, 并认为在微裂纹低密度分布的条件下这一假设是正当的. Kachanov<sup>[42]</sup>对一般的微裂纹损伤体引出了低密度的定义, 但未能计及高应力梯度下残余应力释放这一因素.

陈<sup>[43]</sup>对第一种研究途径中运用的微裂纹间无干涉假设做了详尽的研究, 并考虑到了残余应力释放. 图 7 给出了两条平行的微裂纹的精确解和无干涉假设下解的比较. 表 2 给出了两者的相对误差. 可以看到, 所谓低密度条件, 在允许误差定为 10% 时, 是指微裂纹平均间距 ( $d_{12}$ ) 和平均微裂纹长之比大于 2.5. 此时可认为运用无干涉假设是正当的. 超出这一

范围也将引起误导.

表 2 无干涉假设下解的相对误差

	1	2°	4°	6°	8°	10°	12°
$d_{12}/2c$		0.698	1.395	2.091	2.784	3.473	4.148
精确解		0.094 45	0.112 52	0.112 75	0.130 23	0.173 10	0.144 09
无干涉解		0.127 08	0.128 90	0.131 98	0.136 00	0.141 08	0.147 04
误差 (%)		34.55	14.56	7.454	4.413	2.903	2.047

回想第三节中指出的饱和阶段，难以判断它是否仍在微裂纹低密度分布的范围之内 ( $d_{12}/2c > 2.5$ )。这可能是第三节和第二节结论不一致的原因之一。

### 4.3 应力角分布不变假设

第三节中讨论过的角分布不变假设(46)式是 Hutchinson<sup>[9]</sup>提出的，但正象 Kachanov<sup>[42]</sup>评论的，随机分布的不可数微裂纹将引起局部材料刚度下降，导致强各向异性，而各向异性材料裂尖近区应力场的角分布和各向同性大相径庭<sup>[55]</sup>。因为材料特征根大大扰乱了近尖场。Chen 和 Hasebe<sup>[45-47]</sup>对这个被扰乱的近尖应力场的残余应力释放做了研究，发现影响是十分巨大的。连中性角都被强的各向异性参数大大影响了。它远远偏离各向同性材料中的  $70^\circ$ ，这就使在各向同性材料中预计在屏蔽区内的微裂纹，在各向异性材料中可能处于反屏蔽区中。图 8 给出了材料各向异性化程度对中性角的影响，其中  $\beta_1, \beta_2$  为特征根的复部。实部已设恒为零。 $\beta_1 = \beta_2 = 1$  对应各向同性情况。可以看到，在这种简单的正交各向异性情况下，中性角的偏离也是十分明显的。例如，当  $\beta_1 = 1, \beta_2 = 5$  时，中性角大约为  $62^\circ$ 。

在各向异性材料双参数复根情况下，偏差更大。图 9 给出了影响的规律，例如，当  $\beta_0 = 1, \beta_0 = 5$  时，中性角  $\alpha_N = 36^\circ$  左右。

由此可以认为各向异性化程度愈大，近尖应力场偏离各向同性材料近尖应力场愈大。公式(46)是有待做进一步探讨的。尽管第二种研究途径中为了得到显函数解，角分布假设是必须的，但应考虑到各向异性化程度的影响，目前尚未看到提出新的计及这种影响的角分布假设，以改善连续体损伤力学直接方法的结果。

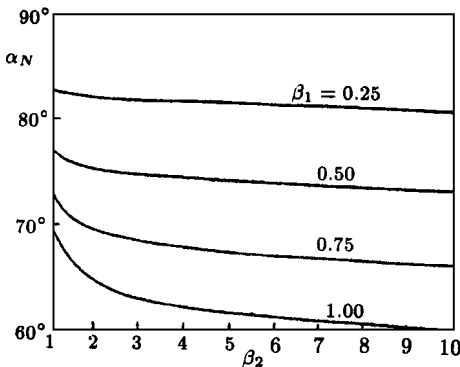


图 8 材料各向异性对中性角之影响

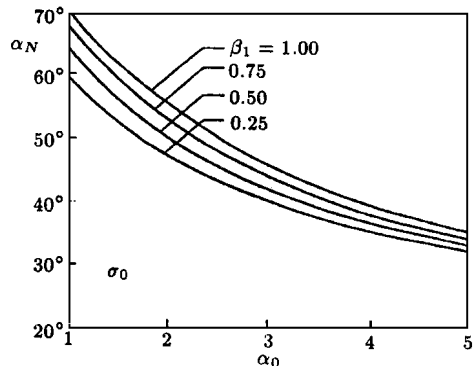


图 9 双参数复根对中性角之影响

### 4.4 微裂纹损伤过程区内外 $J$ 积分守恒假设的正当性

本文第三节中的分析已提到，连续体损伤力学的直接方法未能计及残余应力释放这一因素，而仅涉及有效刚度的下降，公式(51)本是连续体中  $J$  积分守恒定理，但对损伤过程区由于涉及到材料内的分布型的间断， $J$  积分是否再守恒是值得怀疑的。陈<sup>[52,55]</sup>对这个假设做了详尽的研究，发现由于微裂纹所处位置上残余应力的释放和间断的形成(刚度下降)，对  $J$  积分是有贡献的。他还指出，从数学意义上讲，微裂纹群对主裂尖的屏蔽作用可看作是远场  $J$  积分的再分配——一部分分配到主裂尖(记为  $J_t$ )，另一部分分配到间断的微裂纹群体上，而后者恰恰代表着物理上 Hutchinson 指出的两个能量耗散过程<sup>[15]</sup>：局部刚度的下降和残余应力的释放。文献[52,54]还进一步指出，代替(51)式的应是  $J$  积分的投影守恒关系

$$J = J_t + J \quad (56)$$

或

$$(J_t + J)/J = 1 \quad (57)$$

这里

$$J_{裂纹} = \sum_j J_j^m = \sum_j \left[ J_1^{(j)} \cdot \cos \theta_j - J_2^{(j)} \cdot \sin \theta_j \right] \quad (58)$$

其中  $J_k^{(j)}$  ( $k=1,2$ ) 是矢量; 它的两个分量对包围微裂纹的曲线来说是与路径无关的;  $\theta_j$  为微裂纹的倾角.

这里的  $J$  定义中包括了两个因素, 如果定义  $J^R$  为纯残余应力释放的贡献, 定义  $J^S$  为刚度下降的贡献, 则由 (58) 式

$$J^S = \sum_s K_t^2 \quad (59)$$

而

$$J = \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} \cdot K_t^2 + \sum_s K_t^2 + J^R \quad (60)$$

式中  $J^R$  也和  $K_t^2$  成正比, 可设

$$J^R = K_t^2 \quad (61)$$

其中的待定参数  $\alpha$  可由近尖微裂纹所在位置待释放的残余应力来评估.

#### 4.5 小 结

本节对屏蔽问题研究中两种途径中运用的四种假设的正当性做了讨论. 可以看到, 每一种假设的应用都是有条件的. 符合条件的应用可大大简化数学公式, 得到显函数表达的最终结果. 但如违背这些条件将引起重大的偏差或误导, 引用高阶近似方法和适当计及微裂纹间干涉效应是第一种途径的研究方向, 正有待进一步探讨; 引入近尖各向异性影响和  $J$  积分投影守恒关系是第二种途径的研究方向, 也有待进一步探讨. 可以预言, 在做更为精密的研究后, 这两种途径可以得到一致或近似一致的结果.

### 5 复合材料及界面裂纹的屏蔽问题

复合材料及界面裂纹过程区中的微裂纹屏蔽问题远比各向同性情况中的复杂. 文献[57]公布了树状微裂纹对主裂尖的屏蔽增韧效应. 但微裂纹的形式至少有三种: 基体微裂纹, 纤维桥结下的微裂纹和层间微裂纹. 复合材料断裂机理本身就远比线弹性断裂机理复杂. 例如, 对裂纹扩展方向的预计, 线弹性断裂力学的四种准则((I)  $K_I$ 极大; (II)  $K_{II} = 0$ ; (III) 最大环向应力; (IV) 最大应变能释放率)得到一致的结果, 而在复合材料中, 文献[59]指出这四种准则得不到一致的结果. 著名的  $S$  因子准则也是无能为力的. 因为复合材料中  $S_c$  有明显的方向性, 不再是材料常数<sup>[60]</sup>. 这样一来, 在前面二、三节中两种研究途径中都运用过的微裂纹形成准则(例如  $\sigma = \sigma_c$ ) 在复合材料屏蔽问题中是无效的. 作为初步的尝试, 复合材料中主微裂纹的干涉问题是值得研究的. 作者和合作者在文[44, 46~48]中给出了残余应力释放的影响, [48]中讨论了与各向同性情况的主要差别. [53]给出了复合材料中  $J_2$  积分的显函数表达式及复合材料屏蔽问题中  $J$  积分的投影守恒关系, 以及无干涉假设的评价. 文献[58]给出了主导近似解.

对界面裂纹的屏蔽问题, 微裂纹常在两相材料中脆的那一相中形成<sup>[49,50,56]</sup>. 由于近尖应力场被材料失配所扰乱, 近界面微裂纹形成往往是沿界面平行方向, 而不受前面讨论的形成准则(例如  $\sigma = \sigma_c$ ) 支配. 对主微裂纹干涉问题, 笔者和合作者们也做了尝试. [61]给出了四种材料匹配下的干涉效应. [62]给出了界面主微裂纹干涉时的  $J$  积分投影守恒关系. 但由于数学

上的复杂性,主导项近似的显函数表达式尚未能找到.这就给下一步的研究带来很大的困难.

综上所述,国内外这方面的研究还是初步的,远没有达到目标.可以预言的是在复合材料及界面裂纹的屏蔽机理研究中,前面二、三节所指出的两种研究途径都可尝试<sup>[63]</sup>,但要得到一致的结论仍然是困难的.

## 参 考 文 献

- 1 Hoagland R G, Hahn G T, Rosenfield A R. Influence of microstructure on the fracture propagation in rock. *Roc Mech*, 1973, 5(1): 77 ~ 106
- 2 Claussen N. Fracture toughness of  $Al_2O_3$  with an unstabilized  $ZrO_2$  dispersed phase. *J Am Ceram Soc*, 1976, 59(1): 49 ~ 51
- 3 Wu C C, Freiman S W, Rice R W, Mecholsky J J. Microstructural aspects of crack propagation in ceramics. *J Mater Sci*, 1978, 13(6): 2659 ~ 2670
- 4 Hoagland R G, Embury J D. A treatment of inelastic deformation around a crack tip due to microcracking. *J. Am Ceram Soc*, 1980, 63(2): 404 ~ 410
- 5 Gross D. Stress intensity factors of systems of cracks. *Ing Arch*, 1980, 51(2): 301 ~ 310
- 6 Evans A G, Faber K T. Toughening of ceramics by circumferential microcracking. *J Am Ceram Soc*, 1981, 64(2): 394 ~ 398
- 7 Evans A G, Faber K T. Crack-growth resistance of microcracking brittle materials. *J Am Ceram Soc*, 1984, 67(2): 255 ~ 260
- 8 Evans A G, Fu Y. Some effects of microcracks on the mechanical properties of brittle solids, microcrack toughening. *Acta Metall*, 1985, 33(5): 1525 ~ 1531
- 9 Hutchinson J W. Constitutive behavior and crack tip fields for materials under going creep-constrained grain boundary cavitation. *Acta Metall*, 1983, 31(4): 1079 ~ 1088
- 10 Horii H, Nemat-Nasser S. Overall moduli of solids with microcracks: load-induced anisotropy. *J Mech Phys Solids*, 1983, 31(1): 155 ~ 171
- 11 Kachanov M. A simple technique of stress analysis in elastic solids with many cracks. *Int J Fract*, 1985, 28(1): 11 ~ 19
- 12 Ortiz M. A constitutive theory for the inelastic behavior of concrete. *Mechanics of Materials*, 1985, 4(1): 67 ~ 93
- 13 Horii H, Nemat-Nasser S. Elastic fields of interacting inhomogeneities. *Int J Solids Structures*, 1985, 21(4): 731 ~ 745
- 14 Hori M, Nemat-Nasser S. Interacting microcracks near the tip in the process zone of a macrocrack. *J Mech Phys Solids*, 1987, 35(3): 601 ~ 629
- 15 Hutchinson J W. Crack tip shielding by micro-cracking in brittle solids. *Acta Metall*, 1987, 35(6): 1605 ~ 1619
- 16 Kachanov M, Montagut E. Interaction of a crack with certain microcrack array. *Engng Fract Mech*, 1986, 25(3): 625 ~ 636
- 17 Bowling G D, Faber K T, Hoagland R D. Computer simulations of  $r$ -curve behavior in microcracking materials. *J Am Ceram Soc*, 1987, 70(5): 849 ~ 854
- 18 Budiansky B, Hutchinson J W, Lambropoulos J C. Continuum theory of dilatant transformation toughening in ceramics. *Int J Solids Structures*, 1983, 19(2): 337 ~ 355
- 19 Clarke D R. A simple calculation of process-zone toughening by microcracking. *J Am Ceram Soc*, 1984, 67(1): C15 ~ 16
- 20 Laws N, Brockenbrough J R. Microcracking in polycrystalline solids. *J Engng Mater Technol*, 1988, 110(1): 101 ~ 104
- 21 Montagut E, Kachanov M. On modelling a microcracked zone by "weakened" elastic material and on statistical aspects of crack-microcrack interaction. *Int J Fract*, 1988, 37(2): R55 ~ R62
- 22 Rose L R F. Effective fracture toughness of microcracked materials. *J Am Ceram Soc*, 1986, 69(2): 212 ~ 214
- 23 Rose L R F. Microcrack interaction with a maincrack. *Int J Fract*, 1986, 31(3): 233 ~ 242
- 24 Rubinstein A A. Macrocrack interaction with semi-infinite microcrack array. *Int J Fract*, 1985, 27(2): 113 ~ 119
- 25 Rubinstein A A. Macrocrack microdefect interaction. *ASME, J Appl Mech*, 1988, 53(2): 505 ~ 510
- 26 Rubinstein A A, Choi H C. Macrocrack interaction with transverse array of microcracks. *Int J Fract*, 1988, 36(1): 15 ~ 26
- 27 Ortiz M. A continuum theory of crack shielding in ceramics. *ASME, J Appl Mech*, 1987, 54(1): 54 ~ 58
- 28 Ortiz M. Microcrack coalescence and macroscopic crack growth initiation in brittle solids. *Int J Solids Structures*, 1988, 24(2): 231 ~ 250
- 29 Ortiz M, Giannakopoulos A E. Maximal crack tip shielding by microcracking. *ASME J Appl Mech*, 1989, 56(1): 279 ~ 283
- 30 Kachanov M. On crack-microcrack interaction. *Int J Fract*, 1986, 30(2): R65 ~ R72
- 31 Chudnovsky A, Dolgopolsky A, Kachanov M. I formulation of the problem and general form of the solution. *Int J Solids Structures*, 1987, 23(1): 1 ~ 10
- 32 Chudnovsky A, Dolgopolsky A, Kachanov M. Elastic interaction of a crack with a microcrack array - elastic solution for two

- crack configurations (piecewise constant and linear approximation). *Int. J. Solids Structures*, 1987, 23(1) : 11 ~ 21
- 33 Ruhle M, Evans A G, Mcmeeking R M et al. Microcrack toughening on alumina/zirconia. *Acta Metall*, 1987, 35(10) : 2701 ~ 2710
- 34 Gong S X, Horii H. General solution to the problem of microcracks near the tip of a main crack. *J Mech Phys Solids*, 1989, 35(1) : 27 ~ 46
- 35 Gong S X, Meguid S A. On the effect of the release of residual stresses due to near tip microcracking. *Int J Fract*, 1991, 52(3) : 257 ~ 274
- 36 Charalambides P G, Mcmeeking R M. Near tip mechanics of stress-induced microcracking in brittle materials. *J Am Ceram Soc*, 1988, 71(3) : 465 ~ 472
- 37 Charalambides P G, Mcmeeking R M. Finite element method simulation of Crack propagation in a brittle microcracking solid. *Mech of Materials*, 1987, 6(1) : 71 ~ 87
- 38 Chudnovsky A, Wu S. Elastic interaction of a crack with a random array of microcracks. *Int J Fract*, 1991, 49(2) : 123 ~ 140
- 39 Wu S, Chudnovsky A. Effect of microcrack array on stress intensity factor of main crack. *Int J Fract*, 1993, 59(1) : 41 ~ 52
- 40 Cai H, Faber T K. On the use of approximation methods for microcrack shielding problems. *ASME J Appl Mech*, 1992, 59(2) : 497 ~ 501
- 41 Kachanov M. Elastic solids with many cracks and related problem. *Advance in Applied Mechanics*, 1993, 30(1) : 259 ~ 428
- 42 Kachanov M. Effective elastic properties of cracked solid: critical review of some basic concepts. *Appl Mech Rev*, 1992, 45(2) : 304 ~ 335
- 43 陈宜亨, 连续系统力学在微裂纹屏蔽问题应用中基本假设的商榷. 西安交通大学学报, 1994, 28(9) : 20 ~ 26
- 44 Chen Y H, Hasebe N. Interaction between a maincrack and a parallel microcrack in an orthotropic plane elastic solid. *Int J Solids Structures*, 1994, 31(8) : 1877 ~ 1890
- 45 Chen Y H, Hasebe N. Interaction of two off-axis crack exhibiting orthotropic and general anisotropic behavior under arbitrary extension. *Theoretical and Applied Fracture Mech*, 1995, 22(2) : 249 ~ 260
- 46 Chen Y H, Hasebe N. On the influence of orthotropic material constants on the neutral-shielding angle in main micro crack interaction problem. *Engng Fract*, 1995, 51(2) : 349 ~ 360
- 47 Chen Y H, Hasebe N. Investigation of main-micro crack interaction problems in a unidirectional fiber reinforced composite. *Engng Fract Mech*, 1995, 50(2) : 283 ~ 293
- 48 陈宜亨. 正交各向异性弹性体中主微裂纹干涉问题的某些特征. 西安交通大学学报, 1995, 29(2) : 1 ~ 7
- 49 Ma H, Zhao L G, Chen Y H. Fracture angle of cracks of the two cracks interaction problem in a unidirectional fibre reinforced composite. *Int J Fract*, 1995, 72(1) : R39 ~ R43
- 50 Zhao L G, Chen Y H. Interaction of multiple interface cracks. *Int J Fract*, 1995, 70(2) : R53 ~ R62
- 51 Wang X M, Cao S, Chen Y H. Further investigation for the macro-microcrack interaction in the isotropic body. *Int. J. Solid Structures*, 1996, 33(27) : 4051 ~ 4046
- 52 陈宜亨, 赵利果. 微裂纹屏蔽问题中守恒积分投影关系. 力学学报, 1997, 29(1) : 47 ~ 53
- 53 陈宜亨, 马浩. 各向异性体中  $J_2$  的显函数表达式及其应用. 中国科学(E辑), 1997, 27(4) : 310 ~ 317
- 54 Chen Y H. On the contribution of discontinuities in a near-tip stress field to the  $J$ -integral. *Int J Engng Sci*, 1996, 34(7) : 819 ~ 829
- 55 Sih G C, Chen E P. Cracks in composite materials. *Mechanics of Fracture*, 1981, 6(1) : 1 ~ 99
- 56 Isida M, Nogudi H. Distributed cracks and kinked cracks in bonded dissimilar half planes with an interface crack. *Int J Fract*, 1994, 66(3) : 313 ~ 337
- 57 Ohira H. Nonlinear behavior of cross-ply laminates and its application. In: Antonio Miravete, ed. Proceedings of the Ninth International Conference on Composite Materials (ICCM/9). Vol. , University of Zaragoza, Zaragoza, 1993, 112 ~ 118
- 58 Pagano N J, Kim R Y. Progressive microcracking in unidirectional brittle matrix composites. *Mechanics of Composite Materials and Structures*, 1996, 3(1) : 45 ~ 73
- 59 Obada M, Nemat-Nassef S, Goto Y. Branched cracks in anisotropic elastic solids. *ASME J Appl Mech*, 1989, 56(3) : 858 ~ 864
- 60 Saouma V E. Mixed mode crack propagation in homogeneous anisotropic solids. *Engng Fract Mech*, 1987, 27(1) : 171 ~ 184
- 61 Zhao L G, Chen Y H. Interaction between an interface crack and a parallel subinterface crack. *Int J Fract*, 1996, 73(3) : 279 ~ 291
- 62 Zhao L G, Chen Y H. On the contribution of subinterface microcracks near tip of an interface crack to the  $J$ -integral in bimaterial solids. *Int J Engng Sci*, 1997, 35(3) : 387 ~ 407

# THE MECHANICAL THEORY OF THE MICROCRACK SHIELDING MECHANISM

Chen Yiheng Shi Junping

Xi an Jiao - Tong University , 710049 , School of Architection Engineering and Mechanics

**Abstract** This paper deals with the mechanical theory of the microcrack shielding mechanism and its major conclusions. The validity and the applicable regions are determined for the four assumptions used in two techniques in the investigation of the theory. The controversies among the previous researches are discussed. The conclusions derived by the present authors are introduced and the extensions to those for composite materials and bimaternal are treated.

**Keywords** microcrack , shielding mechanism , continuum damage mechanics , discrete model , noninteracting assumption , saturation stage , hyperelastic , leading term

www.cnki.net