

旋涡、湍流与自由表面的相互作用^{*}

吴锤结

中国科学院力学所非线性力学开放实验室, 北京 100080

中国人民解放军空军气象学院, 南京 211101

Email: wucj@public1.ptt.js.cn

马晖扬

中国科技大学研究生院, 北京 100039

摘 要 旋涡及自由表面湍流与自由表面的非定常、非线性相互作用是当前流体力学中一个十分活跃的前沿领域的研究课题, 它具有深刻的理论意义和重要的实用背景。旋涡、湍流与自由表面的相互作用是一个非常复杂的非线性、非定常过程, 涉及到涡-涡、波-涡相互作用, 旋涡在自由表面处的断裂、重联、合并及自由表面湍流中的准拟序结构的形成、发展等复杂动力学过程。关于这一领域的研究已经取得了一些重要成果。对旋涡与自由表面的相互作用的基本过程有了较为清楚的认识; 但对湍流与自由表面的相互作用中的许多基本物理过程还知之甚少。本文综述此领域的实验、理论和数值模拟研究的最新进展和主要结果, 讨论若干有待解决的问题, 并指出进一步的研究方向。

关键词 旋涡, 自由表面, 湍流, 计算流体力学, 实验流体力学

1 引言

旋涡及自由表面湍流与自由表面的非定常、非线性相互作用是当前流体力学中一个十分活跃的前沿领域的研究课题, 它具有深刻的理论意义和重要的实用背景, 受到人们的广泛注意。自由表面附近的湍流直接影响大气和环境流动, 大气、河流中污染介质的混合输运及水气界面处的热量交换都与之密切相关。另一方面, 自由表面湍流与正在发展的具有重要战略意义的潜艇非声学探测方法息息相关。由于当代反潜技术的发展, 用传统的声学方法来探测潜艇的运动已经不能适应现代军事对抗形势的发展。利用现代空间技术发展的重要成就——遥感技术, 从人造卫星和宇宙飞船上可以拍到分辨率相当高的地球表面照片。在现代高技术的促进下, 一种全新的、在全球海洋范围内探测潜艇的非声学方法正在应运而生。

^{*} 国家自然科学基金资助项目

一般地，舰船尾迹导致如下几种现象：形成随船体运动、与船体尾迹夹角 $\pm 19.5^\circ$ 的 Kelvin 波；湍流动量尾迹；由螺旋桨、舵及水翼产生的螺旋涡；船头处因波浪破碎引起的轴向涡；船尾及船底涡；靠近船尾的非定常短波以及由海洋分层流引起的内波。其中最为重要的是其对自由表面湍流特性的影响。问题可以简化为研究由流向涡、水下射流、涡环及初始均匀各向同性湍流引起的旋涡与自由表面的相互作用问题。当潜艇在水下航行时，会在其湍流尾迹中形成各种旋涡系统^[1]。这些湍流涡系一方面相互作用，另一方面逐渐从下方接近水面，由这些涡系产生的自由表面湍流与水面发生相互作用，使之产生独特的变形（如图 1），同时亦对上层海水温度场产生扰动，使水面温度与未受扰动的海域水温有所不同。在其后方数十公里或运动数小时后仍然可以观察到这种水面变形或温度变化的痕迹。业已证实，用综合孔径雷达（SAR）观察水面舰只的尾迹时，将会看到夹在两条发亮带子中间的黑色条带（图 2）。这一现象甚至在天气情况十分恶劣时亦存在。两条发亮带子是具有高频成分的小涡在自由表面处痕迹的反映，而黑色条带区的存在则说明在这一区域湍流中的高频成分被抑制。

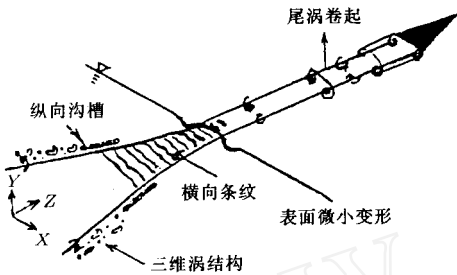


图 1 船只尾迹引起的水面变形

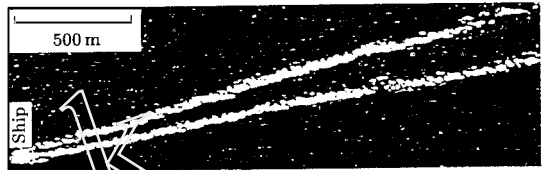


图 2 综合孔径雷达获得的船只尾迹图象

产生上述特殊表面波型的基本物理机制是自由表面湍流拟序涡结构与分层流体中的内波和表面波之间的相互作用。由于它们之间的相互作用具有十分复杂的非线性关系，因此历来是流体力学中极富挑战性的研究方向之一。研究的主要困难不仅在于对旋涡与自由表面相互作用的物理机制缺乏了解，而且在于所采用的数学模型、数值方法及试验方法均比流体力学经典问题复杂得多。近年来由于流体力学实验技术和数值模拟技术的发展，使得人们有可能较为深入细致地研究上述问题的非线性相互作用过程和其内在机理。这方面的研究将大大增进人们对自由表面湍流和波、涡相互作用的认识。流体动力学方面的研究是整个非声学反潜技术的基础，其主要任务是要回答：水下船只的运动会在水面上形成什么样的特殊痕迹？即要具体确定其湍流尾迹在自由表面附近的拟序涡结构的演化规律及其对水面痕迹的影响。另一方面，上述问题的解决为进一步改善水下船只尾流结构以减少、消除水面痕迹，奠定了基础。

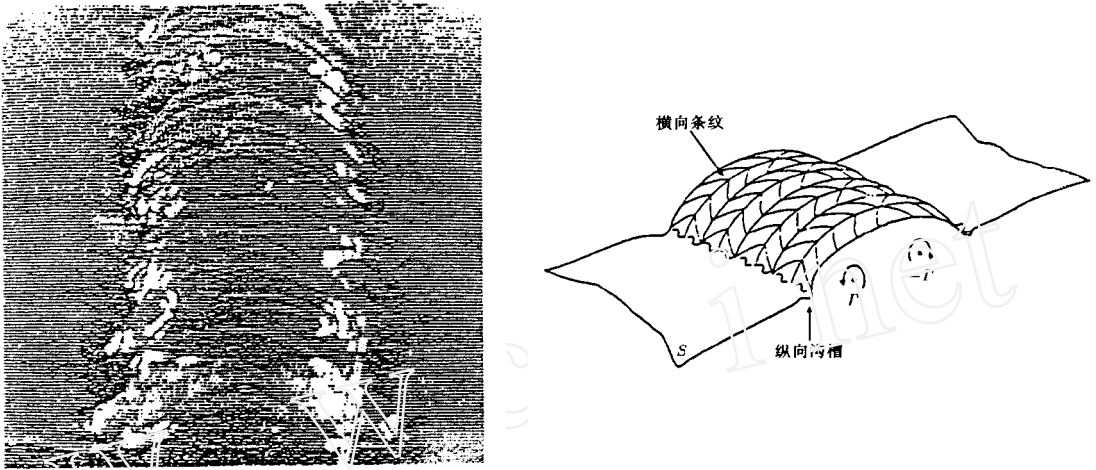
旋涡与水面的相互作用研究可以分为实验、理论和数值模拟研究三个方面。本文综述这三方面研究的最新进展，着重讨论旋涡与自由表面相互作用时表面湍流的影响，并指出未来的研究方向。有关进展亦可参见文献 [2, 3]。

2 旋涡、湍流与自由表面相互作用的实验研究

2.1 双涡束与自由表面的相互作用

实验研究主要是在水槽和拖曳水池中进行的。主要采用如下三种方式产生水下涡对：负

攻角三角翼^[4]、活塞射流^[5]及夹板式旋涡发生装置。由于采用负攻角三角翼产生的双涡束不易量化，所以在定量研究中后两种装置得到广泛使用。在 [6, 4, 7] 的重要实验中发现：当水下涡对上升至水面时，会在自由表面处产生两大类痕迹，其中一类称作横向条纹 (striations)，它是水下主涡直接与自由表面相互作用的结果，而另一类称作纵向沟槽 (scars)，它是由水下主涡及二次涡与自由表面相互作用的结果 (如图 3)。更进一步的研究^[5]表明，这些纵向沟槽其实是由分布在横向条纹周围的小涡所组成的。与这些小涡对应的是一些短波，而 SAR 测到的正是这些短波信号。[8] 进行了二维流场中单一涡对与自由表面相互作用的实验研究，他们的结果表明二维流场中的表面波型与三维沿流向的表面波型是类似的。尽管二维模型也能解释一些问题，但是这些研究不可能阐明产生黑色条带图象的原因。



(a) 局部放大图

(b) 横向条纹与纵向沟槽示意图

图 3 涡束与自由表面相互作用引起的表面变形

为此，[5] 采用上述前两种双涡束发生器，在拖曳式水槽中研究了双涡束与自由表面的相互作用。我们知道，即使不存在表面张力，弯曲的自由表面也会产生涡量。其大小为 $\omega = 2u\kappa$ ，这里 u 为表面切向速度， κ 为表面曲率^[9]。这里，横向条纹与纵向沟槽的运动及涡对的运动共同诱导出自由表面涡量。它们的最大值出现在横向条纹与纵向沟槽的界面处，因为这些地方的表面曲率和表面流速最大。因此，在这些地方表面涡量最容易形成水面旋流，其转轴与自由表面相垂直。研究发现，双涡束与自由表面相互作用的过程可以归结为如下几个阶段：(1) 涡对的产生；(2) 在涡对周围开始出现螺旋不稳定性 (helical instability)、Helmholtz 不稳定性；(3) 出现缠绕在涡核上的 U 形涡；(4) 短波不稳定性的出现和放大；(5) 涡对与自由表面开始发生相互作用；(6) 横向条纹开始出现，自由表面三维变形加剧，产生表面涡量 (主要位于纵向沟槽附近)；(7) 横向条纹的配对；(8) 当横向条纹变形达到最大后，很快在纵向沟槽附近产生水面旋流；在这些小涡间发生配对、合并等逆级串过程，从而形成大尺度的准拟序涡结构，使得自由表面湍流得到迅速抑制；(9) 大涡继续兼并小涡，缠绕在其涡核上的 U 形涡或者并入涡核，或耗散消失；(10) 停止产生水面旋流，小涡耗散，流场趋于均匀。研究表明：横向条纹是涡对的三维短波不稳定性和自由表面附近涡量集中区的螺旋不稳定性共同引起的，而引起纵向沟槽的水面旋流则是横向条纹与表面涡量相

互作用的结果。水面旋流的合并引起自由表面湍流的逆级串过程，从而导致在自由表面附近出现较大的准拟序结构，这些结构很快抑制了横向条纹区的自由表面湍流，这就很好地解释了 SAR 图象黑色条带所对应的物理原因。而且，较大的水平扩散、表面层中准二维湍流中的逆向能量梯度引起的大尺度结构以及沿流向的涡的自然输运都对形成舰船远下游处自由表面痕迹有重要影响。

[10] 进一步以实验方法研究了更接近实际情形的二维横向表面波与单一涡对的相互作用问题，他发现当水面事先存在表面波时，波、涡相互作用后形成的波型不再是对称的，而且对涡轨迹也有影响。[11, 12] 的研究表明：在自由表面受轻微污染时，会在表面附近产生与主涡方向相反、环量为其三分之一的二次涡。二次涡的出现使得主涡在自由表面处反跳，同时它还与主涡一起在自由表面处产生三维表面变形 (scars)。但当表面受严重污染时，涡对的运动轨迹与表面为固壁时相似。

2.2 涡环与自由表面的相互作用

由于涡环是涡的形态中极为重要的一种，其本质上是三维的，所以它与自由表面的相互作用引起了人们的极大兴趣。其中最为重要的是，在涡环与自由表面相互作用过程中在自由表面处产生的反向涡量，这些涡量进而卷起为二次涡环和三次涡环，从而导致主涡环从自由表面处的反跳。[13] 以实验方法着重考察了自由表面处表面张力变化对水平涡环与自由表面相互作用的影响。他们发现加大表面张力会阻止涡到达自由表面后的向外运动，并且会降低涡从自由表面处的反跳程度。产生上述现象的物理原因在于，由于加大表面张力后减少了表面斜压涡量的产生。[14] 应用实验方法研究了水平涡环与自由表面的正撞过程。在实验中，他们观察到对应于不同的涡环强度，在自由表面上将产生不同的波型。在强涡环与自由表面相互作用的早期过程中，或弱涡环与自由表面的相互作用中，在自由表面上出现单一的圆形凹陷；强涡环与自由表面相互作用还会使得自由表面上出现轴对称的快速发展的行波；在作用的后期，自由表面上将出现完全三维的表面波，它的形状与不同的涡核结构有关。[15] 采用无接触激光诱导光化学测速仪 (LIPA) 研究了水平涡环与自由表面的相互作用。通过测量激光诱导化学反应在流场中所生成网格 (如图 4) 的变形，并经计算机图象处理，可以同时得到非定常流场中多处流动截面上的瞬时速度分布，由此还可求出其瞬时涡量场，其分辨率约为 2mm。通过对所得瞬时速度场和涡量场的分析，他们发现用拟涡能 (enstrophy) 可以显著地区分主涡演化的三个主要阶段，即：自由移动阶段，涡管拉伸阶段和主涡反跳阶段。[16] 对涡环向自由面的斜入射进行了试验研究，在实验中他记录了斜入射时涡环的一次和二次重联过程，结果表明重联的时间与入射角度有关，而与 Re 数无关。涡环与自由表面的相互作用还与自由表面的清洁度有关，[14] 的研究表明，当自由面上存在活化剂时对涡环与自由面的相互作用有严重的影响。当涡环正入射到被污染的自由表面时，自由表面的作用相当于无滑移的固体壁面，并且诱导出二次涡和三次涡，一次涡则回弹反跳；对于洁净的自由表面，其诱导的涡较弱，而一次涡的径向扩张则较强。

当自由表面为密度界面所代替时也可以观察到类似的现象。[17] 和 [6] 对涡环在两种流体界面之间的穿行进行了实验研究。[18] 实验研究了不同强度的涡环穿过密度界面时的情形，他们观察到，强的涡环能够穿过密度界面，较强的涡环只能部分穿过，而弱的涡环则不能穿过。

[19] 还对垂直涡环与自由表面的相互作用进行了实验研究，发现当涡环与自由表面进

行相互作用时，涡环会断开，形成首尾与自由表面相接的涡管，如图 5。

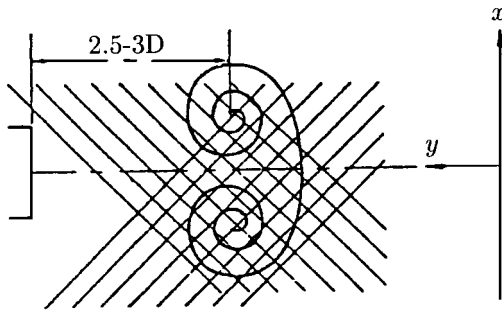


图 4 激光诱导光化学测速仪所生成的流场网格

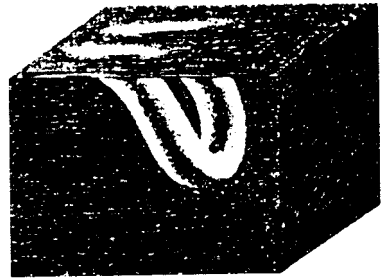


图 5 涡环与自由表面的垂直连接

2.3 其它

[20] 与众不同地直接研究了置于水下的运动圆柱体对表面波的影响。他们认为通过水面的波幅、波形及其尺度可以间接地了解其下方涡量场的分布。研究结果表明对相同的 Fr 数和下潜深度，圆柱尾流存在两种不同的状态。第一种为射流状尾流，它吸附于自由表面，引起水面上沿流向的大振幅准驻波；第二种尾流不吸附于自由表面，它仅引起水面微小的、不规则的变形。引起这两种不同尾流和不同的表面变形的关键因素是自由表面附近的涡层与圆柱表面拖出的涡层间的相互作用。[21] 指出：此时的表面波不再是传统意义下的无旋水波，而是由有旋尾流引起的水波。目前，对这种有旋水波的理论研究还十分欠缺，亟待加强。

3 旋涡与自由表面相互作用的理论分析

由于旋涡与自由表面相互作用本质的非线性、非定常特性，使得理论分析工作极为困难。在这方面的研究成果亦不多见。

旋涡与自由表面相互作用的控制方程和边界条件是一组耦合的、非线性偏微分方程。以两种不同流体的二维流场为例，其控制方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_i^{(k)}}{\partial x_i} &= 0 \\ \frac{\partial u_i^{(k)}}{\partial t} + u_j^{(k)} \frac{\partial u_i^{(k)}}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho_k} \frac{\partial p_i^{(k)}}{\partial x_i} &= \frac{\mu_k}{\rho_k} u_i^{(k)} + g r_i \end{aligned} \right\} \text{作用}$$

$$\left. \begin{aligned}
 ds^2 &= [1 + f(x_1)^2] dx_1^2 \\
 n &= [1 + f(x_1)^2]^{-1/2} [-f(x_1), 1] \\
 t &= [1 + f(x_1)^2]^{-1/2} [1, f(x_1)] \\
 \text{层间} \quad R &= [1 + f(x_1)^2]^{3/2} [f(x_1)]^{-1}
 \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

其中， τ_{ij} 是粘性应力张量

$$\tau_{ij}^{(k)} = \mu_k \left[\frac{\partial u_i^{(k)}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(k)}}{\partial x_i} \right] \quad (3.5)$$

界面的运动学边界条件是：界面 f 随流体运动，即

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \cdot \nabla f = 0 \quad (3.6)$$

至今为止，对在自由表面上存在表面化学介质的情形，其层流或湍流边界条件的严格表达式仍无法给出。在理论研究中，由于上述方程和边界条件的强非线性，无法直接对其进行分析，往往要引入各种假设，如将自由表面简化为滑移固壁等等。

在自由表面湍流的形成和发展过程中，界面附近的涡量起着关键作用。作为边界涡量动力学^[22]的一个重要组成部分，[23] 系统地研究了三维接触面的涡量动力学，他给出了一般的理论描述，用于确定接触面上存在着多少涡量，有多少涡量从接触面上生成并且进入到流体内部。自由面（水面）可以认为是接触面的一个特例。分析表明，自由面上涡量生成的主要机制是表面变形应力切向平衡的结果。在此理论框架下，旋涡与水面的相互作用可以用涡-涡相互作用理论来进行分析。他以一个圆柱状旋涡与自由面的相互作用为简化模型，对此进行了理论分析。主要的结论是，由于旋涡上升引起自由面的变形主要是一种无粘机制，可以用 Biot - Savart 公式和法向应力之间的平衡（包括表面张力的作用）来分析。一旦自由面发生变形，由于切向应力之间的平衡在表面上形成一个薄的涡层，同时导致穿过自由面的涡量流。如果浸没在水中的旋涡发生不稳定，或发生调制，使得扭率或（和）曲率发生变化，还会出现横向旋涡。这些旋涡将在水面隆起的顶部转向法线方向。这些就构成了我们在实验中观察到的纵向沟槽和横向条纹。涡-涡相互作用的理论定性地解释了有关现象的物理机制。

旋涡与自由表面相互作用的另一类重要的研究内容是旋涡与自由面上行进水波的相互作用，它属于波-涡相互作用的范畴。对于研究舰船尾迹对水面雷达图像的影响来说，它揭示

了另一个重要的物理机制. 对于这一重要的研究内容, 目前研究工作开展得尚不够充分. [24] 对无粘、二维行进表面水波和旋涡的相互作用进行了研究. 在小 Froude 数的条件下, 用摄动方法将控制方程和边界条件线性化, 得到了在旋涡作用下表面波形的畸变. 分析表明, 由于旋涡诱导的流动和行进波波群速度的相互作用, 使得水面上一部分波被压缩, 波长变短; 而另一部分的波被拉伸, 波长变长, 如图 6. 当雷达波遇到这种畸变的波形后, 就会因反射的不均匀而获得相应的图像. 这样的相互作用可以在旋涡较弱、水面不发生明显隆起的情形下观察到, 因此更接近于实际情况, 更具有重要性.

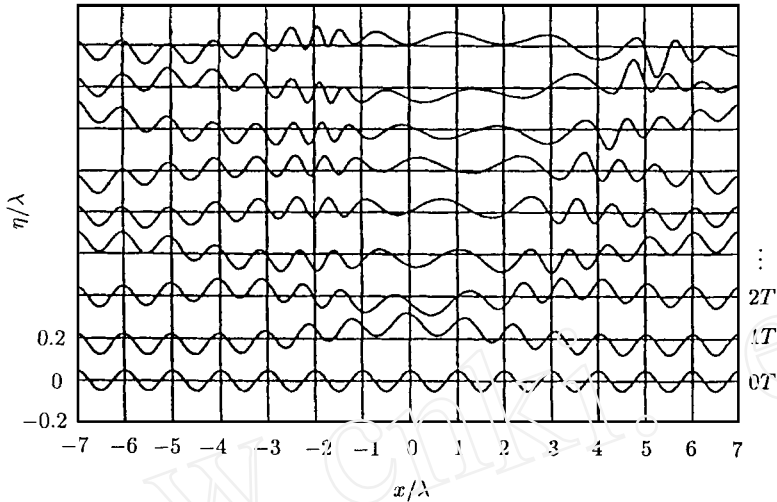


图 6 旋涡对自由表面波的调制作用

[25] 深入研究了在二维无粘流场中涡对与自由表面相互作用的线性小扰动问题, 所得结论与实验观察在定性上是一致的. 研究中还发现, 强度弱的涡在自由表面处产生的扰动与重力波十分相似, 而强涡所引起的表面变形具有局域性, 且有抑制波的色散的倾向. 但由于这一理论受线性小扰动假设的局限, 其适用范围不大.

[26] 应用对时间的 Fourier 级数展开的方法解析地分析了二维半无限大无粘流场中一对强涡与自由表面的相互作用. 其结果表明: 当涡对的强度较弱时, 随着涡趋近于自由表面, 两涡相互排斥, 其间距扩大. 但当涡对的强度较强时, 若仅考虑第一阶近似解, 则它们反而相互吸引. 由于自由表面的非线性作用, 涡对并不可能合并. 研究中还发现 $Y/X = 0.5774$ 是一个表征表面变形状态的临界值 (Y 为涡对的初始深度, $2X$ 为涡对的间距). 当小于此值时, 涡的一阶垂直速度为负的, 自由表面呈现一个鼓包; 而大于这一值时, 其一阶垂直速度为正的, 且在自由表面上出现两个鼓包. 但由于这一分析是基于 $t = 0$ 时刻的 Fourier 级数展开解, 因此它仅适用于涡与自由表面相互作用的初级阶段. [27] 应用类似的小时间展开法研究了水平涡环在无粘流体中与自由表面相互作用的问题. 其结果表明, 第一阶展开与自由表面的非线性相互作用的效果与二维涡对情形相似, 并且涡管拉伸的作用将使旋涡产生向上和向内运动的趋势.

由上述研究可见, 目前的理论研究仅限于无粘、小时间、小变形、线性及弱非线性的范围内. 由于旋涡与自由表面相互作用的过程极为复杂, 预计近期内这种状态不会有大的改

变。因此，实验和数值模拟的方法在研究真实流体中旋涡与自由表面相互作用问题中起着主导作用。

4 旋涡、湍流与自由表面相互作用的数值研究

迄今为止，绝大多数机理研究是采用数值模拟方法来进行的。为了深入了解其物理本质，人们着重研究了二维涡对、三维双涡束及三维涡环与自由表面的相互作用问题。但是，即使模拟层流中的旋涡与自由表面的相互作用，也是极为复杂的。其困难在于无法精确给出包含自由表面物理特性在内的初始条件，自由表面变形的三维性以及表面旋流分布的随机性。

4.1 二维数值模拟

在二维数值模拟方面，[2, 25, 26, 28 ~ 35] 运用边界积分、涡方法、边界拟合坐标法及边界跟踪等数值方法模拟了单一二维涡对与自由表面的无粘和粘性相互作用。这些研究澄清了一些理论上长期争论的问题，如涡对的反跳机理等，并得到较为一致的结论： Fr 数在自由面的变形中起着决定性的影响。在大 Froude 数时，涡对引起水面较大的变形，并带着一部分流体冲出自由表面；而在小 Froude 数时，水面象自由滑移固壁一样不易产生变形。在同样的涡对空间尺度的情形下，旋涡越强，自由面的变形越大；反之，在同样的旋涡强度的情形下，旋涡对的几何尺度越小，它对自由面的作用越强。当水面产生较大变形时，由于斜压作用会产生二次涡，从而引起主涡、自由表面和二次涡之间更为复杂的相互作用，而粘性的存在会引起涡能量的耗散。由于粘性的作用及二次涡的存在抵消了部分主涡的作用，使得旋涡与水面的相互作用形成一个从逐渐增强到逐渐变弱和最终消失的时间历程。即旋涡与自由面的相互作用是有一定“寿命”的。此外，研究表明 Reynolds 数和初始涡的形态对上述相互作用过程的影响很小，而表面张力不会影响自由表面的整体形态，但却对局部变形有较大影响。

为了与实验结果相比较，[18] 考察了无粘流场中涡对与密度界面的相互作用（图 7）。从图中可见其结果与上述涡对与自由表面的相互作用结果是类似的。仔细考察图 7 (c)，可以发现在与界面发生相互作用时主涡实际上在作圆周运动。使主涡对在界面处发生反跳的主要动力来自二次涡，它们是通过主涡对将界面附近的斜压涡拖出而形成的。

为了确定复杂尾流的等效简化理论模型，[36] 采用 VOF 方法^[37]数值研究了二维不可压流场中双涡对与自由表面之间的非定常、非线性相互作用问题。他们仔细考察了对称布置双涡对及偏置双涡对自身相互作用的演化过程，及其与自由表面的相互作用。研究结果表明：对称双涡对合并为单一涡对后，与自由表面形成正撞；而偏置双涡对必定演化为不稳定的三涡结构，其进一步演化为与自由表面斜撞的单一涡对和滞留于深水的第三个涡（如图 8）。这一研究的主要结论是：无论在何种情形下，由于涡与涡及涡与自由面之间的复杂相互作用，使得其综合效应定性上等价于单一涡对与自由面的相互作用问题。因此，可以通过研究单一涡对与自由表面的相互作用了解其基本物理过程和控制参数的影响。另外，应用 VOF 方法可以研究自由表面破碎后的演化过程，这是其它方法所无法做到的。

[24] 应用摄动法研究了无粘、不可压二维流场中波状自由表面与涡对的相互作用问题。结果表明：水下涡会对表面波的波长起调制作用，在涡对的两侧波长变短，而对应于涡对处表面波长变长。这一结果定性上解释了在 SAR 图像上出现两条亮线的原因。[38] 研究了

二维、粘性流体中旋涡与行进表面水波的相互作用。首先用数值方法生成一个二维波浪水槽，在此基础上研究了旋涡与表面行进水波的相互作用。所得结果验证了 [24] 用摄动方法得到的结论，因而表明了该结论的适用性。

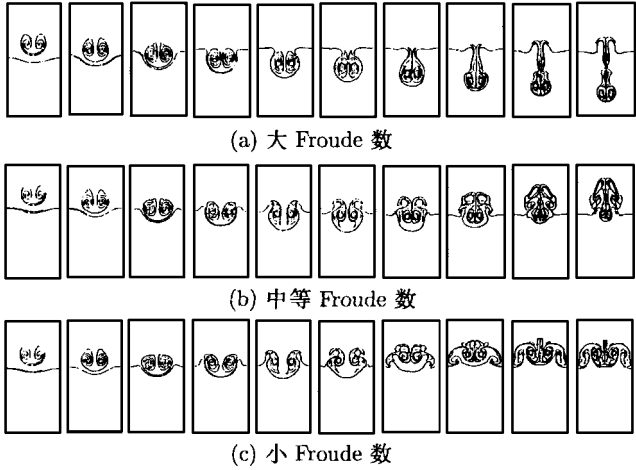


图 7 无粘涡对与密度界面的相互作用

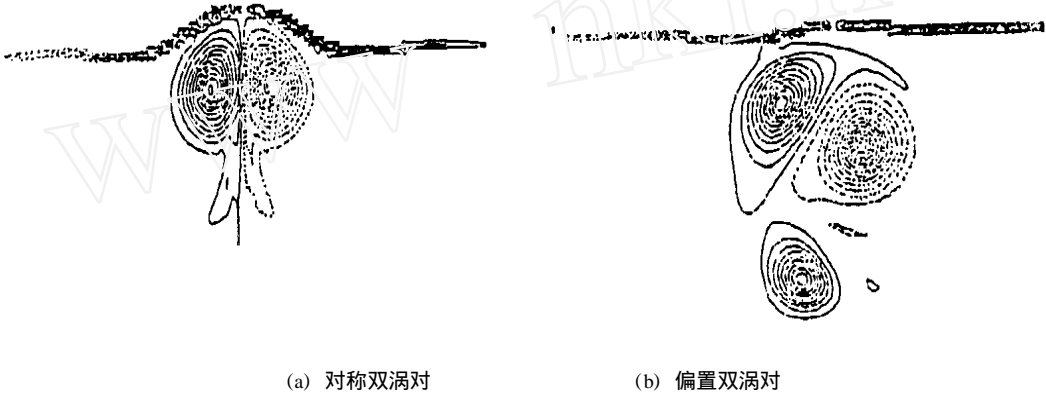


图 8 双涡对与自由表面的相互作用

4.2 三维数值模拟

[2, 39] 研究了三维情形中双涡束在小 Fr 数时的运动问题（此时自由表面为一不变形的滑移平面），他们的结果表明在初始扰动下，双涡束具有形成垂直于涡管方向的运动倾向。[40, 41] 进一步研究了涡束与自由表面的三维相互作用，他们发现，当涡束上升时，由其不稳定性而产生了螺旋涡量，而这些环绕在主涡束上的螺旋涡量造成三维自由表面的非定常振动；其后，螺旋涡层变薄而与自由面相接，涡束与自由表面的垂直联接导致在自由表面上形成三维旋流（whirls）。[11] 的实验证实了涡束变形是形成三维水面条纹的直接原因。

为了了解波、涡相互作用时大小尺度间的相互影响，尤其是短波是如何产生的，有必要研究三维涡环与水面的相互作用问题。涡环，是旋涡最主要的基本形态和一种基本的涡结构^[42]，它的形成过程和演化过程涉及复杂的涡动力学理论问题。涡环的自身演化包含着涡

量的扩散、对流，涡的拉伸、折叠、断裂、联接等许多复杂的非线性涡动力学现象^[43]。[2] 用涡方法研究了在小 Fr 数下水平涡环与自由表面的相互作用问题，得到了与 [13] 的实验一致的结果。他们还研究了在各种 Fr 数下涡环与自由面的斜交相互作用问题。[41] 研究了粘性涡环与自由表面的三维相互作用。他们发现 Froude 数对相互作用起决定性作用，在小 Froude 数时，自由表面就象滑移固壁一样；而在中等 Froude 数时，涡环与平静自由表面的相互作用会产生二次涡环。

[44] 应用三维 VOF 方法数值模拟了均匀不可压流场中三维轴对称涡环与自由表面的粘性相互作用问题，分别考查了 Fr 数、表面张力的影响，以及主涡环的涡量、涡心运动轨迹和表面涡量的演化规律。VOF (Volume of Fluid) 方法具有处理粘性流中带有自由表面的流动问题的能力，用它可以有效地模拟出流动中自由表面的变形、破碎及其后期演化过程。这就使得我们有可能观察到涡环与自由表面相互作用的全过程。尤其是当自由表面失稳、破碎之后的后期演化过程。而采用边界跟踪法或涡方法等是无法做到这一点的。VOF 方法的基本思路是：在流场中引入网格流体体积函数 $F(r, \theta, z)$ 作为流体标志，在柱坐标系 (r, θ, z) 中它满足方程。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} + w \frac{\partial F}{\partial z} = 0 \quad (4.1)$$

当一网格充满流体时，该网格的 $F = 1$ ；而当某一网格为空网格时，该网格的 $F = 0$ 。总之， $0 \leq F \leq 1$ ，而其值与流体所占网格空间的体积成正比。当 $0 < F < 1$ 时，表明该网格为自由面所分割或该网格中含有空气泡，如果同时与此网格 (i, j, k) 相邻的网格 $(i \pm 1, j, k)$ ， $(i, j \pm 1, k)$ ， $(i, j, k \pm 1)$ 中至少有一个网格的 F 值为零，则网格 (i, j, k) 为自由面网格。因此可以用 F 值来跟踪自由表面的位置。但是对于某些 F 值不等于零的网格 (i, j, k) 来说，与其相邻的网格 $(i \pm 1, j, k)$ ， $(i, j \pm 1, k)$ ， $(i, j, k \pm 1)$ 中无一空网格，则视这样的网格 (i, j, k) 为流体网格。自由表面网格内自由表面的方向是按照下述方法来确定的。设网格内的自由面有一外法向，即网格内的流体只位于自由表面的一侧。表面网格的基本方向由一参数 NF 的数值解来描述。 NF 值决定了该处的自由表面方向，该表面法向与对应的坐标面的法向具有最小的夹角，即，该表面最大限度地平行于对应的坐标面。

因涡环的初始形态对其后期演化影响不大^[45]，[44] 采用 Helmholtz 涡环^[46] 作为其初始形态。对大 Froude 数的情形 ($Fr = 7.07$ ， $Re = 1000$)，如图 9 所示，在涡环与自由表面相互作用的初始阶段，自由表面发生显著变形，形成中间高，四周低的单峰结构；在涡环与自由表面相互作用的后期阶段，自由表面变形减小，逐渐形成环形山结构。在演化的后期，自由表面失稳、破碎，这时失稳的水面会将一部分空气裹入水中，形成环绕涡环周围的气泡带。由于研究的是三维轴对称涡环，因此无法得到在自由表面附近环绕在涡环周围的小涡，从而也就观察不到它们引起的表面痕迹。

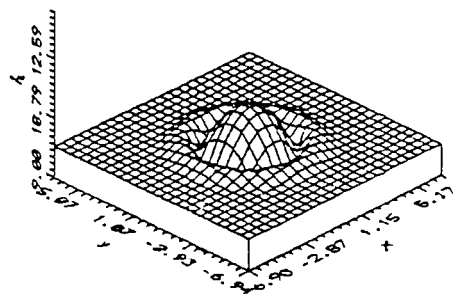


图 9 三维涡环与自由表面的相互作用，
 $Fr = 7.07$ ， $Re = 1000$

我们进一步研究了在均质流体和非均质流体中三维非轴对称粘性涡环与自由表面的粘性相互作用。在无界流体中，三维非轴对称涡环在运动过程中会失稳、波动和扭摆，使得其涡核中心线不在同一平面上。我们发现：当有自由表面存在时，它会抑制涡环的失稳，并且使涡环的环量沿其周向趋于均匀分布；沿周向环量的非均匀分布会在自由表面上留下对应的痕迹（图 10），从图中可以看到在自由表面处出现了与三维旋涡对应的纵向沟槽；当流体的密度梯度较大时，水下涡环演化规律仍与均质流体中的定性大致相同，仅在定量数值上有所不同。

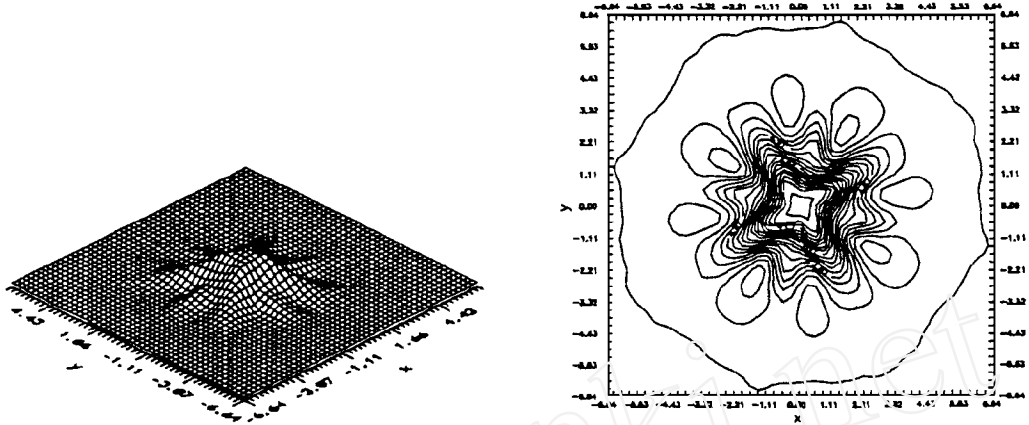


图 10 非均匀周向环量分布涡环与自由表面的相互作用

[47] 通过数值求解变密度的 Navier - Stokes 方程研究了密度相差很大（如空气与水）及密度相差很小（如两种液体）的情形下轴对称涡环与密度界面的相互作用问题。研究结果表明，当界面上密度相差较大，且 Re 数足够大时，有主涡、二次涡及强的尾流产生；当界面上密度跳跃不大时，产生的尾流则不太强。这里界面比较弱，涡环透过界面从重流体穿入轻流体，几乎没有受到任何的干扰，但是可以观察到不太强的初生尾流。[2] 初步研究了粘性涡环与密度界面的斜撞（图 11）。

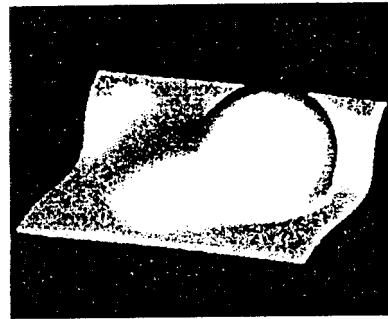


图 11 三维涡环与密度表面斜撞引起的表面变形

[2] 应用涡元法数值模拟了 Froude 数为零时粘性涡环与自由表面的垂直碰撞。他们的计算结果与 [19] 的实验结果十分一致。除了模拟出涡环在自由表面处打开，与其在水面上方的映象涡相连接的现象外，在他们的结果中还可以看到一个十分有趣的现象：涡环的底部逐渐向水面靠近，形成 W 形涡（图 12）。由于粘性耗散较大，使得这一过程无法进行到底。我们预计，如果这一分叉过程能够进行下去，则会在水下形成一系列与自由表面相接的 U 形涡。

在对自由表面湍流中的涡系与自由表面相互作用的研究^[48,49]中发现：在自由表面子层下的各向同性湍流与自由表面相互作用的过程中，产生出各种尺度的旋流，并且这些旋流进

一步相互合并以形成大的涡结构。当湍流场接近自由表面时，其湍流结构会在自由表面的作用下发生变化从而形成准二维湍流。尽管总的内能随时间是减小的，但仍会因同向涡间的合并及异向涡间的抵销作用而出现逆向能量级串，从而产生大尺度结构。对均匀湍流的数值研究^[50]表明：强应变导致涡量集中层的产生，而薄涡层的剪切不稳定性产生集中涡管，这些涡管是定常湍流中占主导地位的结构。由于自由表面的作用，使得一些涡管与自由表面相接，而另一些涡管变扁或在表面层中卷起，为维持自由表面附近的准二维湍流提供能量。即，所有近表面涡结构均由表面层下的三维湍流场所维持。

[3, 51] 发现在深水中的单一涡束上会发生大尺度三维不稳定性，这一不稳定性在涡束的演化及层流或湍流涡与自由表面的相互作用中均起着至关重要的作用。试验研究表明在涡核边缘会拖出螺旋涡量层，它们进一步转变成孤立的湍流斑，并被抛出涡核，如图 13。湍流涡核不是一个光滑的、轴对称的固体转动。如果拖出的涡片靠近自由表面，则它们或者形成垂直于自由表面的旋涡，并引起自由表面变形，如图 14；或者沿平行于自由表面方向拉伸开来，并很快耗散掉。与自由表面垂直相接的小涡有的仍与主涡相连，而更多的则是被抛出的涡斑与自由表面相连接。在小涡与自由表面相互作用的过程中，涡能量的传输受到主涡和表面旋流相互作用的限制，从而使得表面变形和纵向沟槽及自由表面波动局限在一个有限的区域中。[52] 指出：当强湍流作用于自由表面时，自由表面的变形与其下方的涡量场紧密相联系，并且表面运动的传播特性发生很大变化，尤其是对那些群速度小于湍流速度的表面变形尺度而言。

从上述已发表的结果可以看出，数值模拟工作取得了丰硕的成果，基本上模拟出了实验所观察到的水面的特定形状的变形，很好地解释了一些实验模拟中的实际现象，并了解了一些关键参数（如 Froude 数，Reynolds 数，Weber 数等）和机制的影响；初步研究了涡对波状表面的调制作用，定性地解释了 SAR 图象；证实了复杂尾涡的 $tesize$ （等值线为自由表面高程）简化理论模型——二维涡对、三维涡束和三维涡环的合理性；发现了自由表面三维纵向沟槽对应着涡环环量的非均匀周向分布；找到了在自由表面上形成三维旋流的另一根源——涡束或涡环与自由表面的垂直接触。

但在发展自由表面湍流模型方面除了会遇到流动与表面变形间的自然耦合所引起的困难之外，表面化学介质的不同特性亦带来不少困难。目前已有的数值模拟或者采用直接数值模拟，或者在较小 Reynolds 数或 Froude 数下采用大涡模拟技术。至今为止，还没有任何一个自由表面湍流数值模拟考虑了表面化学介质和表面大变形的影响。对海洋环境下的大 Reynolds 数湍

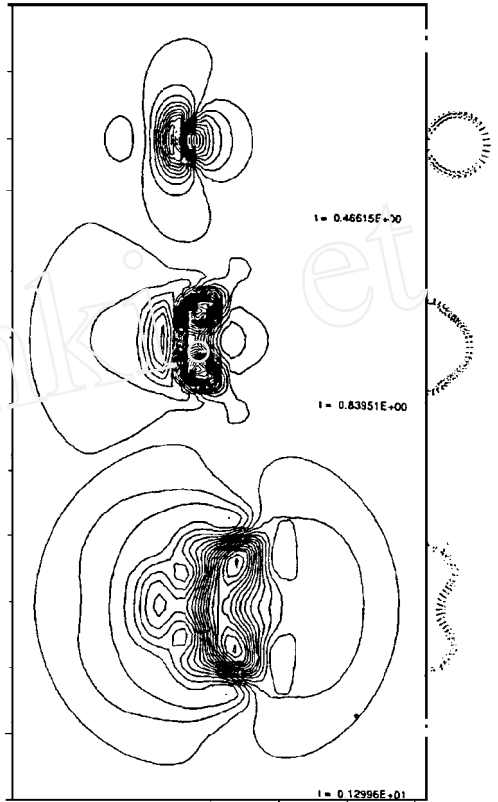


图 12 涡环与自由表面的垂直碰撞

流的直接数值模拟不仅现在无法实行，就是在可以预见的将来也是不可能做到的。 [53]

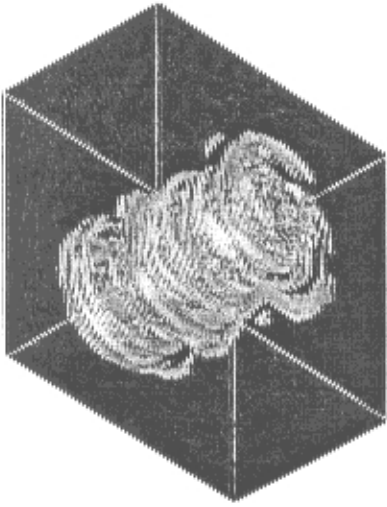


图 13 湍流涡束及其周围的螺旋涡结构

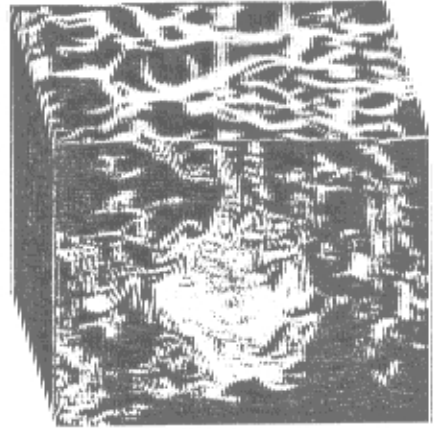


图 14 湍流涡束引起的自由表面变形

在对大涡模拟模式进行深入的研究后发现存在如下几个问题：第一，对亚网格模式的最优选取必须依赖于旋涡与自由表面相互作用的类型；第二，现有的模型在非湍流区耗散太大；第三，在自由表面附近，亚网格模式的极限行为不对；第四，在大、小尺度之间没有能量交换。因此，发展计算量小且包含自由表面作用的湍流模式是十分必须的。

5 结语

由上面的综述可见，关于旋涡、湍流与自由面相互作用这一领域的研究已经取得了一些重要成果。例如，对旋涡与自由表面的相互作用的基本过程有了较为清楚的认识，其主要的影响因素为 Fr 数，同时还要受到 Re 数、自由表面清洁度和表面张力等因素的影响；但对湍流与自由表面的相互作用中的许多基本物理过程还知之甚少。涡、湍流与自由表面的相互作用是一个非常复杂的非线性、非定常过程，涉及到涡-涡、波-涡相互作用，旋涡在自由表面处的断裂、重联、合并及自由表面湍流中的准拟序结构的形成、发展等复杂动力学过程。还存在着许多问题有待人们去探索和研究。我们认为应在下述几个方向进行深入研究：

- (1) 三维有旋涡与旋涡的相互作用机理及其对自由面变形的影响；
- (2) 湍流对简化旋涡模型及多涡环相互作用的影响，及其对自由面变形影响的物理机制；
- (3) 自由表面处三维涡的断裂、联接及细微特征（如三维旋流等）的深入认识和模拟；
- (4) 复杂尾涡系的当量旋涡模型及真实尾流与自由表面相互作用的实验和数值模拟；
- (5) 包含表面化学介质和自由表面湍流影响在内的界面边界条件和湍流模式理论；
- (6) 尾流的改善与表面痕迹的消除。我们认为可以采取带反馈环节的非定常主动最优形状控制（软皮）来改善尾涡结构，乃至彻底摆脱不利尾涡的影响，以做到既减阻降噪又消除表面痕迹。这是一个非常有前途的发展方向，我们目前正在进行该方向的理论研究。

由于数值模拟三维旋涡的运动及其与自由表面的复杂相互作用的计算量极其巨大,因此上述诸方向都在很大程度上依赖于巨型计算机的发展,以及可以处理复杂三维旋涡、湍流相互作用及三维自由表面变形、破碎等动边界能力的算法的改善和发展。

参 考 文 献

- 1 Lugt, H.J. Vortex Flow in Nature and Technology, New York: John Wiley & Sons, 1983
- 2 Tryggvason G, Unverdi S O, Song M, Abdollahi-Alibeik J. Interaction of vortices with a free surface and density interfaces. *Lectures in Applied Mathematics*, 1991, **28**: 679 ~ 699
- 3 Sarpkaya T. Brief review of some time-dependent flows. *ASME J. Fluid Eng.*, 1992, **114**: 283 ~ 298
- 4 Sarpkaya T, Henderson D O. Surface Disturbance Due to Trailing Vortices, Naval postgraduate school, Monterey, California, Rep. Nps-69-84-004, 1984
- 5 Sarpkaya T, Suthon P. Interaction of a vortex couple with a freesurface. *Exp. in Fluids*, 1991, **11**: 205 ~ 217
- 6 Sarpkaya T. Trailing vortices in homogeneous and density stratified media. *J. Fluid Mech.*, 1983, **136**: 85 ~ 109
- 7 Sarpkaya T. Trailing-vortex wakes on the free surface. in: Proc. 16th Symp. on Naval Hydrodyn., Washington D. C.: National Academy of Science, 1986. 38 ~ 50
- 8 Willmarth W W, Tryggvason G, Hirsra A, Yu D. Vortex pair generation and interaction with a free surface. *Phys. Fluids*, 1989, **A 1** (2): 170 ~ 172
- 9 Batchelor G K. An introduction to Fluid Dynamics, Camb. Univ. Press, 1967
- 10 Fish S. Vortex dynamics in the presence of free surface waves. *Phys. Fluids*, 1991, **A 3** (4): 504 ~ 506
- 11 Hirsra A. An Experimental Investigation of Vortex Pair Interaction with a Clean or Contaminated Free Surface, Ph. D. thesis. Univ. Michigan, 1990
- 12 Hirsra A, Willmarth W W. Measurements of vortex pair interaction with a clean or contaminated free surface, *J. Fluid Mech.*, 1994, **259**: 25 ~ 45
- 13 Bernal L P, Hirsra A, Kwon J T, Willmarth W W. On the interaction of vortex rings and pairs with a free surface for varying amounts of surface active agent. *Phys. Fluids*, 1989, **A 1** (12): 2001 ~ 2004
- 14 Song M, Bernal L P, Tryggvason G. Head-on collision of a large vortex ring with a free surface. *Phys. Fluids*, 1992, **A 4** (7): 1457 ~ 1466
- 15 Chu C C, Wang C T, Hsieh C S. An experimental investigation of vortex motions near surfaces. *Phys. Fluids*, 1993, **A 5** (3): 662-676
- 16 Kwon J T. Experimental Study of Vortex Ring Interaction with a Free Surface, Ph. D. thesis. Univ. of Michigan, 1989
- 17 Maxworthy T. Some experimental studies of vortex rings. *J. Fluid Mech.*, 1977, **81**: 465 ~ 495
- 18 Dahm W J A, Scheil C M, Tryggvason G. Dynamics of vortex interaction with a density interface. *J. Fluid Mech.*, 1989, **205**: 1 ~ 43
- 19 Bernal L P, Kwon J T. Vortex ring dynamics at a free surface. *Phys. Fluids*, 1989, **A 1** (3): 449 ~ 451
- 20 Sheridan J, Lin J C, Rockwell D. Metastable states of a cylinder wake adjacent to a free surface, *Phys. Fluids*, 1995, **7** (9): 2099 ~ 2101
- 21 周恒. 流体力学重点研究的问题. 见: 国家科委基础研究与高技术司等编. 21世纪中国力学, 1994. 60
- 22 Wu J Z, Wu J M. Vorticity dynamics on boundaries. *Adv. Appl. Mech.*, 1996, **32**: 119 ~ 275
- 23 Wu J Z. A theory of three-dimensional interfacial vorticity dynamics. *Phys. Fluids*, 1995, **7** (10): 2375 ~ 2395
- 24 Fish S. Ambient Free Surface Wave Modification by a Submerged Vortex Pair, Ph. D. Thesis. Univ. Maryland, 1989
- 25 Marcus D L, Berger S A. The interaction between a counter-rotating vortex pair in vertical ascent and a free surface. *Phys. Fluids*, 1989, **A 1** (12): 1988 ~ 2000
- 26 Tyvand P A. On the interaction between a strong vortex pair and a free surface. *Phys. Fluids*, 1990, **A 2** (9): 1624 ~ 1634
- 27 Tyvand P A, Miloh T. Axisymmetric interaction between a vortex ring and a free surface. *Phys. Fluids*, 1994, **6** (1): 224 ~ 238
- 28 Tryggvason G. Deformation of a free surface as a result of vortical flows. *Phys. Fluids*, 1988, **31**: 955 ~ 957
- 29 Sarpkaya T, Elnitsky I I J, Leeker Jr R E. Wake of a vortex pair on the free surface. 17th. Symp. on Naval Hydro. Washington D. C.: National Academy Press, 1989, 53 ~ 60
- 30 Yu D, Tryggvason G. The free surface signature of unsteady two-dimensional vortex flows. *J. Fluid Mech.*, 1990, **218**: 547 ~ 572

- 31 Tryggvason G, Abdollahi-Alibeik J, Willmarth W W, Hirsra A. Collision of a vortex pair with a contaminated free surface. *Phys. Fluids*, 1992, A 4[STBZ] (6): 1215 ~ 1229
- 32 Ohring S, Lugt H J. Interaction of viscous vortex pair with a free surface. *J. Fluid Mech.*, 1991, 227: 47 ~ 70
- 33 Lugt H J, Ohring S. The oblique ascent of viscous vortex pair toward a free surface. *J. Fluid Mech.*, 1992, 236: 461 ~ 476
- 34 Ma H Y, Wu C J, Tan B Y. Study of interactions between vortices and a free surface, part 1: Inviscid flow, *J. Hydrodynamics*, 1994, B6 (3): 70 ~ 78
- 35 马晖扬, 吴锤结. 旋涡与水面相互作用研究. *力学学报*, 1995, 27 (5): 597 ~ 602
- 36 Wu C J, Tan B Y, Ma H Y. Study of interaction between vortices and a free surface, part 2: Interaction of double viscous vortex dipoles. *J. Hydrodynamics*, 1995, B7 (1): 17 ~ 32
- 37 Hirt C W, Nichols B D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *J. Comput. Phys.*, 1981, 39: 201 ~ 205
- 38 Wang L, Ma H Y. Interaction of vortices with a progressive surface wave. *Comm. Nonlin. Sci. Num. Simu.*, 1996, 2 (2): 56 ~ 61
- 39 Dommermuth D G. The formation of U-shaped vortices on vortex tubes imping on a wall with applications to surface. *Phys. Fluids*, 1992, A 4 (4): 757 ~ 769
- 40 Dommermuth D G. The laminar interactions of a pair of vortex tubes with a free surface. *J. Fluid Mech.*, 1993, 246: 91 ~ 115
- 41 Dommermuth D G, Yue D. A numerical study of three-dimensional viscous interactions of vortices with a free surface. Proc. 18th Symp. on Naval Hydrodyn., Washington D. C.: National Academy Press, 1991, 727 ~ 788
- 42 杨增普, 魏岗, 仲孝恭, 吴锤结. *流体力学*, 南京: 东南大学出版社, 1995
- 43 Shariff K, Leonard A, Ferziger J H. Dynamics of a Class of Vortex Ring. NASA TM-102257, 1989
- 44 Wu C J, Fu Q, Ma H Y. Interactions of three-dimensional viscous axisymmetric vortex rings with a free surface. *Acta Mechanica Sinica*, 1995, 11 (3): 229 ~ 238
- 45 吴立新. 涡环运动的研究, 博士论文. 北京大学力学系, 1994
- 46 吴介之, 马晖扬, 周明德. *涡动力学引论*. 北京: 高等教育出版社, 1993. 212 ~ 216
- 47 Marcus D L, Bell J B. Numerical simulation of viscous vortex ring interaction with a density interface. *Phys. Fluids*, 1994, 6 (4): 1505 ~ 1514
- 48 Nezu I, Nakagawa H. *Turbulence in Open-Channel Flows*. Rotterdam, Balkema, 1993
- 49 Gharib M, Dabiri D, Zhang X. Interaction of small scale turbulence with a free surface. In: *Free Surface Turbulence*, FED-ASME, New York: Am. Soc. Mech. Eng., 1994. 181: 97 ~ 102
- 50 Vincent A, Meneguzzi M. The dynamics of vorticity tubes inhomogeneous turbulence. *J. Fluid Mech.*, 1994, 258: 245 ~ 254
- 51 Sarpkaya T. Interaction of a turbulent vortex with a free surface. In: Proc. 19th Sym. on Nav. Hydrodyn. Washington D. C.: Natl. Acad., 1992. 479 ~ 490
- 52 Gu D, Phillips O M. On narrow V-like ship wakes. *J. FluidMech.*, 1994, 275: 301 ~ 321
- 53 Sarpkaya T. Vortex, free surface, and surfactants. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 1996, 28: 83 ~ 128

INTERACTIONS BETWEEN VORTICES, TURBULENCE AND FREE SURFACES

Wu Chuijie

LNM, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080

The Air Force Institute of Meteorology, Nanjing 21110

Ma Huiyang

Graduate School of Academia Sinica, Beijing 100039

Abstract Today, the study of unsteady, nonlinear interactions between vortices, turbulence and
· 356 ·

free surfaces is a very active research field in fluid mechanics. It has both theoretical and important practical backgrounds. The interactions involve very complicated nonlinear and unsteady processes, including vortex-vortex, wave-vortex interactions, the breaking, reunion, and merging of vortices near free surfaces. Moreover, the complex dynamical processes of formations and developments of semi-coherent structures near free surfaces are vital to the interactions. Some important results have been obtained in the researches during the past decade. The basic processes of the interactions between vortices and free surfaces are more clearly understood. But for the interactions between turbulence and free surfaces, there are still quite a lot of basic physical processes which are still unclear. The recent advances and important results in the studies of interactions with experimental, analytical and numerical methods are reviewed in this paper. We also outline some unsolved problems, and point out the future research directions.

Key words vortex; free surface; computational fluid mechanics; experimental fluid mechanics

第三届北京国际流体力学会议征文

(1998年7月7日-10日,北京)

中国力学学会、德国应用数学和力学学会 (USNCB)、日本航空和空间科学学会 (JSASS)、日本流体力学学会 (JSFM)、美国生物力学全国委员会 (USNCB)、美国机械工程学会、应用力学分会 (AMD of ASME)、生物工程分会 (BED of ASME) 和香港力学学会 (HKSTAM) 共同组织召开的第三届北京国际流体力学会议 (The Third International Conference on Fluid Mechanics, ICFM III) 将于 1998 年 7 月 7 日-10 日在北京召开, 会议指导委员会主席庄逢甘教授、组织委员会主席张兆顺教授、会议秘书长李家春教授。

征文范围:

1) 流动稳定性和湍流, 2) 空气动力学和气体动力学, 3) 水动力学, 4) 工业和环境流体力学, 5) 生物流体力学, 6) 地球物理和天体物理流体力学, 7) 物理化学流体力学, 等离子体动力学和磁流体力学, 8) 多相流, 非牛顿流和渗流, 9) 其他。

日程安排:

1997 年 9 月 1 日前报送论文题目, 寄杨亚政
1997 年 11 月 30 日前送论文详细摘要, 寄李家春、杨亚政

1998 年 1 月 31 日发论文录用通知

1998 年 4 月 1 日前送正式论文

1998 年 5 月 1 日发出席会议有关事项的通知

联系人:

秘书长: 李家春

中国科学院力学研究所, 北京 100080

Fax: (010) 62559588

E-mail: jcli@cc5.imech.ac.cn

秘书: 杨亚政

北京中关村路 15 号, 中国力学学会办公室,
邮编 100080

电话: (010) 62554107, (010) 62559588

Fax: (010) 62559588

E-mail: cstam@sun.ihep.ac.cn

(中国力学学会办公室供稿)