

疲劳裂纹扩展的逻辑框架*

H W Liu (刘浩文)

美国 Syracuse 大学机械与航空航天工程系

提要 人们已经发现应力强度因子变程 ΔK 与疲劳裂纹扩展率 da/dN 之间具有良好的对应关系,并由此建立了反映这些关系的各种理论.根据实验结果建立的疲劳裂纹扩展理论往往是假设性的(conjecture);但同时也可以用严谨的逻辑推理来导出疲劳裂纹扩展理论.演绎推导的理论和假设性的理论互为补充,促进了人们对疲劳裂纹扩展规律认识的不断深化.

本文对30年来疲劳裂纹扩展领域的工作进行了系统的总结,具体回顾考察了四种演绎推导理论:①无限大均匀宽板中的小裂纹扩展理论;② da/dN 与 ΔK 相关的相似理论;③小范围屈服条件下均匀材料中的裂纹扩展理论;④链开式疲劳裂纹扩展理论,并将上述四种理论囊括在一个逻辑框架之中,用以分析疲劳裂纹扩展问题.本文也简述了如何应用这一逻辑框架来理解总结反映疲劳裂纹扩展行为的各种表达式,解释复杂的小裂纹扩展和复合材料中的裂纹扩展.

1 引言

早在1953年人们就对疲劳裂纹扩展进行了分析研究^[1,2].刘浩文^[3,4]首先发现影响疲劳裂纹扩展率 da/dN 最重要的应力参量是应力变程 $\Delta\sigma$,而不是最大应力 σ_{\max} .将应力强度因子引入疲劳裂纹扩展研究^[5]是过去30年间在这一研究领域中最重要的贡献之一.Paris, Gomez & Anderson^[6]最早提出将 da/dN 与 K_{\max} 相关联.后来,刘浩文^[6]提出 da/dN 应与 $(\Delta\sigma^2 a)$ 成正比,这里的 a 是裂纹半长.对一“无限大”板而言, $(\Delta\sigma^2 a)$ 就是 ΔK^2 .这是第一篇关于 ΔK 和 da/dN 关系的文献.不久,Paris & Erdogan^[7]发现了 da/dN 与 ΔK^4 成正比的关系.30年以来, ΔK 与 da/dN 的相关关系已广泛地用于工程实际并用来评价材料微观结构对疲劳裂纹扩展的影响.

爱因斯坦指出:“科学……的发展基于两个伟大的成就,即形式逻辑系统的发明……和通过系统性实验发现因果关系的可能性”.所有基本物理定律如牛顿定律和电磁理论都是基于实验现象的假设性理论,任何次级的假设性理论都不得与基本定律相悖.在材料科学和材料工程领域广泛流行着假设性理论,其中的许多理论应该通过仔细的逻辑推导来加以验证.例

* 孙训方、高庆推荐.原文作者刘浩文教授和 *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 学报主编薛占明教授惠允译成中文在本刊登载.——编者

如, 根据总能量平衡理论建立的线弹性断裂力学 (LEFM) 列式中, 认为当弹塑性固体中萌生裂纹时存有一恒定的塑性能耗散率^[8,9]。然而, 这一假定显然与经典的塑性理论相悖。因此, 总能量平衡理论不能成为建立金属固体材料线弹性断裂力学的正确基础。另一方面, 根据 K (表征弹塑性固体裂纹尖端场的应力强度因子) 建立的线弹性断裂力学理论却可以获得根据弹性和塑性理论推导结果的支持^[10] (具体推导见本文第 4 节)。因此, 该理论不仅与 K_c 是一常数的实验事实相符, 而且也与基本物理定律相吻合。这样, 逻辑推导就帮助人们验证了线弹性断裂力学的有效性。任何一种反映材料特性的有效理论都必须与基本物理定律和实验事实相一致。

本文综述了下面四种疲劳裂纹扩展的演绎推导理论: ①无限大均匀宽板中的小裂纹扩展; ②小范围屈服条件下的裂纹扩展和相似理论; ③小范围屈服下均匀材料中的裂纹扩展; ④疲劳裂纹扩展的拉链拉开式模型 (unzipping model)¹⁾。这些理论已分别在文献 [3, 4, 6, 11—14] 中报道, 其中某些 $da/dN, a, \Delta K$ 之间的相互关系已广泛地为今天的研究者所了解。

通过考察与回顾, 本文将这些理论总合在一个完整的逻辑框架之中, 并提出了有效应用这些理论的前提条件。一旦这个框架建立, 人们就可以用它来判断疲劳裂纹扩展模型的有效性, 了解实验数据与理论分析间的偏差, 解释材料微观结构对疲劳裂纹扩展的影响, 以及描述其他更复杂的疲劳裂纹扩展问题。本文还讨论了如何使用本框架来分析复杂的小裂纹扩展和复合材料中的疲劳裂纹扩展。

2 无限大均匀宽板中裂纹的扩展

一含裂纹的金属板在承受疲劳载荷后, 裂尖的循环塑性变形导致裂纹的扩展。这里讨论的问题是在一块非常宽、非常厚处于平面应变状态的金属板上有一条贯穿板厚的小裂纹, 与板宽相比裂纹长度很短。结合疲劳裂纹扩展问题我们来考察裂纹长度对裂尖区域中应力场及应变场的影响。

一般而言, 裂尖附近的应力、应变处于复杂的三维状态。在一非常厚板的内部, 其裂尖应力、应变处于平面应变状态, 而在试件的表面层则处于平面应力状态。如果试件非常厚, 则试件内部的平面应变层远厚于试件表面的平面应力层。因此, 内层的平面应变状态就主导了整个试件的疲劳裂纹扩展行为。在这种情况下, 板的厚度可不予考虑, 而半裂纹长度 a 就成了唯一的相关长度参量。因此, 我们可以只用一个参量 “ a ” 来对实际的坐标 x, y 进行归一化处理。于是, 在无量纲的相对坐标系 X, Y 中 ($X = x/a, Y = y/a$), 所有具有不同裂纹长度的含裂纹板就可看成完全等同了。只要在這些板上施以相同的边界应力, 通过简单的量纲分析就可以得知: 在相对坐标系中, 在几何相似点即同调点 (homologous points) $P(X, Y)$ 处, 其应力与应变是完全相同的。

设在這些板中的裂纹增量 Δa 正比于它们各自的裂纹长度 a 。如果施加在這些板上的应力在循环增量 ΔN 期间遵循相同的脉动疲劳加载模式, 则处于裂纹增量 Δa 范围内的材料必然经历完全相同的循环应力及循环应变。如果在裂尖的循环应力及循环应变控制了裂纹扩展过程, 又如果材料是均匀的, 那么, 在不同的板上使各自的裂纹扩展增量 Δa 所需的循环增量 ΔN 就必然是相同的。据此, 疲劳裂纹扩展率 da/dN 就与裂纹长度呈线性的正比关系:

1) 拉链拉开式模型, 本译文简称为“链开式模型”。——译者

$$da/dN = C_1 a \quad (1)$$

这里 C_1 是一个与所施加应力相关的函数。上面的分析适用于小范围屈服、大范围屈服和整体屈服状态。由于分析中设想的材料是均匀的，故没有材料微观结构长度参量引入此分析。材料均匀性的概念将在本文第 4 节中详细讨论。

早就有文献将量纲分析应用于疲劳加载下线弹性固体的疲劳裂纹扩展^[2]及弹塑性固体的疲劳裂纹扩展^[3,4]。虽然在文献[3,4]中对弹塑性固体最初的分析涉及了处于平面应力状态下的薄板，但是这个分析只适用于处于平面应变状态下的厚板，因为当初对平面应力的假定有误。在具有大塑性变形区的薄板中，由于裂尖颈缩所引起的材料变形是三维变形，更多的长度参量（厚度）必须加以考虑，方程（1）就不再适用。

以上对裂尖循环应力及循环应变的分析是基于裂纹长度保持不变的前提下进行的，进一步的分析将推广到扩展的裂纹。设裂纹沿着扩展路径从几何相似点 $P_1(X_1, Y_1)$ 扩展至 $P_2(X_2, Y_2)$ ，我们来考察处于不同裂纹扩展阶段的应力及应变。试件经过 N_1 次循环以后，在第 1 阶段其裂纹长度为 a_1 ；经过 N_2 次循环以后，在第 2 阶段裂纹长度为 a_2 。假设在 P_1, P_2 这两个几何相似点处最初的应力-应变关系是相同的，又假设两个裂纹各加上裂纹增量 Δa ，且 Δa 分别与两个裂纹的原始长度成正比。在裂纹扩展一增量以后，新的裂纹长度 a'_1 及 a'_2 之间具有下述关系：

$$a'_1/a'_2 = (a_1 + \Delta a_1)/(a_2 + \Delta a_2) = a_1/a_2 \quad (2)$$

裂纹扩展 Δa_1 及 Δa_2 以后， P_1 及 P_2 这两个同调点仍然保持其同调性。由此我们可以得出结论：甚至当裂纹按方程（1）扩展时，处于裂纹增量 Δa 范围内的材料经历相同的循环应力及循环应变，方程（1）仍然有效^[3]。

在 Al-7075-T6 铝合金中测量了疲劳条纹间距^[15]。图 1(a) 示出了裂纹表面的疲劳条纹及脆断微粒。单个条纹间距反映了局部裂纹扩展率。图 1(b) 表明，在较高的 ΔK 下，脆断覆盖了裂纹表面很大一部分。图 2 是平均条纹间距与裂纹半长 a 的关系曲线，图上的每个数据点均为沿裂纹前缘几百个条纹间距的平均值。当 $a < 35$ mm 时，两者呈线性关系。然而对表面裂纹而言，其扩展率的线性关系在 $a = 12$ mm 以前就终止了，这是由于脆断粒子对裂纹扩展率也作出了贡献。当脆性断裂构成整个裂纹扩展的相当大部分时，材料的均匀性假设就无



图 1 条纹状裂纹表面和脆断粒子表面
(a) $\Delta K \approx 8 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$; (b) $\Delta K \approx 10.3 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$

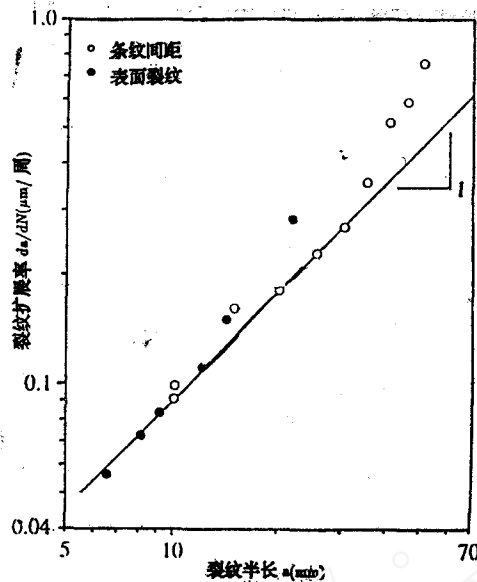


图2 疲劳条纹间距与裂纹半长线性相关^[15]

效了。关于材料均匀性的意义将在第4节更详细地考察。

疲劳条纹是由裂尖的剪切分离 (shear decohesion) 所造成。当控制剪切分离机理的材料特性是均匀的时, 方程 (1) 是有效的。但是, 材料在本质上总是非均匀的, 因而由各个条纹间距给出的局部裂纹扩展率变化很大, 只有在一个较大范围内获得的平均条纹间距才可以视为均匀材料的条纹间距。

根据量纲分析, 无限大宽板中裂尖塑性区尺寸 r_p 与裂纹长度成正比, 因此, 疲劳裂纹扩展率为

$$da/dN = C_2 r_p \quad (3)$$

3 裂尖区域循环应力场及应变场的表征

疲劳裂纹扩展是由裂尖的循环变形所引起的。本节用逻辑推导方法证明了 ΔK 和 R 可以表征裂尖的循环应力场及循环应变场。在下一节, 我们将根据材料的均匀性推导出两种不同的 da/dN 与 ΔK 之间的关系式。第5节将给出基于疲劳裂纹扩展链开式模型而建立的 da/dN 与 ΔK 之间的关系式。

一含裂纹板的弹性应力场可以用一无穷级数来表示^[16]。只是在紧邻裂尖的局部区域, 其弹性应力及应变可近似地表示为^[16,17]

$$[\sigma_{ij}(r, \theta), \varepsilon_{ij}(r, \theta)] = (K/\sqrt{2\pi r}) [\tilde{\sigma}_{ij}(\theta), \tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta)] \quad (4)$$

r 和 θ 是极坐标变量, 裂尖为坐标原点, 裂纹位于 $\theta = \pi$ 的线上, K 是应力强度因子, $\tilde{\sigma}_{ij}(\theta)$ 和 $\tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta)$ 是极坐标 θ 及弹性模量的已知函数。方程 (4) 表明, 在线弹性固体中, 应力强度因子 K 是显式地表征裂尖整个应力场及应变场的单一参量。也就是说, 在相同的 K 值条件下, 不管试件几何形状及加载方式怎样, 其裂尖的应力场及应变场是完全相同的。

材料的非均匀性、晶体的各向异性及裂尖的塑性变形导致裂尖实际应力偏离由方程 (4)

给出的线弹性裂尖应力 (LECTS)。要讨论的问题是：如果在裂尖处发生循环塑性变形，或者材料是非均匀的，或者多晶体固体的晶粒是各向异性的，则 K 是否还能表征裂尖的应力场及应变场？所有上述因素引起的应力扰动均处于自平衡状态，我们可以视应力扰动的影响为沿着应力扰动源围线周边分布的所有共线集中偶力 (dipoles of concentrated forces) 的总和。接下来的讨论是由 Eshelby^[18,19] 提出的，讨论的焦点着眼于那些扰动因素对用 K 表征裂尖应力场及应变场能力的影响，而不是在数学上寻求对这些扰动问题的解法。首先考察较简单的夹杂物的影响，然后再讨论疲劳加载下裂尖塑性变形的影响。

图 3(a) 表示一直径为 D 具有均匀界面应力 σ 的圆柱状夹杂物，我们可以把它的均匀界面应力视为均匀分布的共线偶力的应力总和。图 3(b) 表示在一无限大固体中的一对共线偶力，其间距为 D 。该共线偶力的应力场正比于 $(DP/r^2)F(\theta)$ ， r 是与该共线偶力的距离， F 是 θ 的函数。文献[20]对此应力场有详细的描述。一与基体共格相连的圆柱状夹杂物所产生的应力场可视为沿着该圆柱状界面均匀分布的偶力引起的应力的总和^[20]。沿界面进行积分以后，其解与一具有内压的圆柱孔的状况相同，在基体中的应力变化仍保持有 D/r^2 的递减关系^[21]。

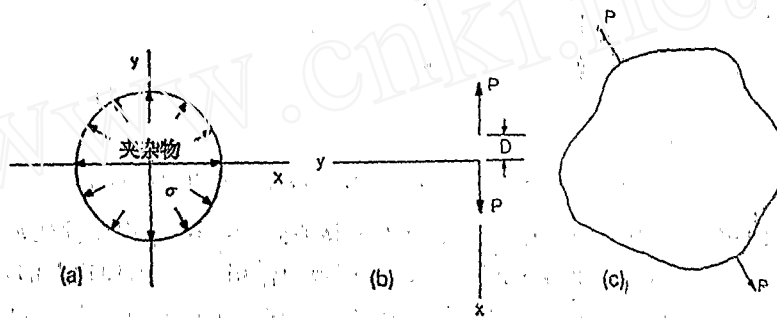


图 3 (a) 具有均匀界面应力 σ 的圆柱状夹杂物；(b) 无限大固体中的一对共线集中偶力 P ；(c) 不规则形状夹杂物 (非均匀界面应力处理为共线集中偶力的叠加)

图 3(c) 所示为一不规则形状夹杂物。人们可以通过叠加共线偶力的办法获得非均匀的边界应力。紧邻夹杂物处的应力随夹杂物的局部几何形状及该界面处共线偶力的具体分布而定。但是，在稍微远离夹杂物处的应力则同样以 $1/r^2$ 的关系而迅速递减。

球状夹杂物或任何其他不规则形状夹杂物的三维应力都可以通过分布在该夹杂物界面上的点偶力所产生的应力总和来求得，这类夹杂物的应力场按 $1/r^3$ 的关系而迅速递减^[18-21]。

夹杂物的应力场按 $1/r^2$ 或 $1/r^3$ 而迅速递减，而裂尖应力场的递减则慢得多。如果 $R_0 \gg D$ ，则平均地看，在 R_0 上的应力主要就是裂尖线弹性力学的应力，夹杂物的界面应力只起局部的扰动作用，因而 K 仍然能够隐式地表征裂尖的应力和应变。具体详细的局部应力涉及到 K 以及夹杂物的密度、尺寸和具体的分布状况。

一个多晶大固体由许多各向异性的小晶体所组成，一个由足够多的任意位向排列的各向异性晶体所组成的多晶体具有各向同性性质。如何在多晶体中用 K 表征裂纹尖端应力场及应变场，仍可采用讨论夹杂物的相同方法来获得。

在金属固体中，由于在裂尖发生塑性变形，所以存在一个塑性区 r_p 。因此，裂尖塑性区内的应力及应变不能再由线弹性理论给出。图 4(a) 给出两个具有不同几何形状的试件处于不

同的边界拉力作用下，但两个试件都具有相同的 K 值。我们在每一试件内截取一内圆 r_c ，将整个 r_c 区域包围起来，当在 r_c 区域内发生塑性变形时，裂尖附近区域的应力将松弛。由于应力松弛， r_c 周边上的实际应力不同于裂尖线弹性理论所给出的应力值，两者存在一个 $\delta\sigma$ 的小差值， $\delta\sigma$ 沿 r_c 的周边而变化，且必然处于应力自身静平衡状态。根据圣维南法则，由应力松弛所引起的应力偏差 $\delta\sigma$ 必然随 r 的增加在 r_c 到 R_c 的范围内迅速递减。如果由于应力松弛所产生的应力的递减速率比裂尖线弹性应力的递减速率快，又如果 $R_c \gg r_c$ ，则我们就可以基本上认为处于 R_c 周边上的应力就是裂尖线弹性理论给出的应力。因此，即使在裂尖发生了塑性变形， K 仍然可唯一表征整个裂尖的应力场及应变场。

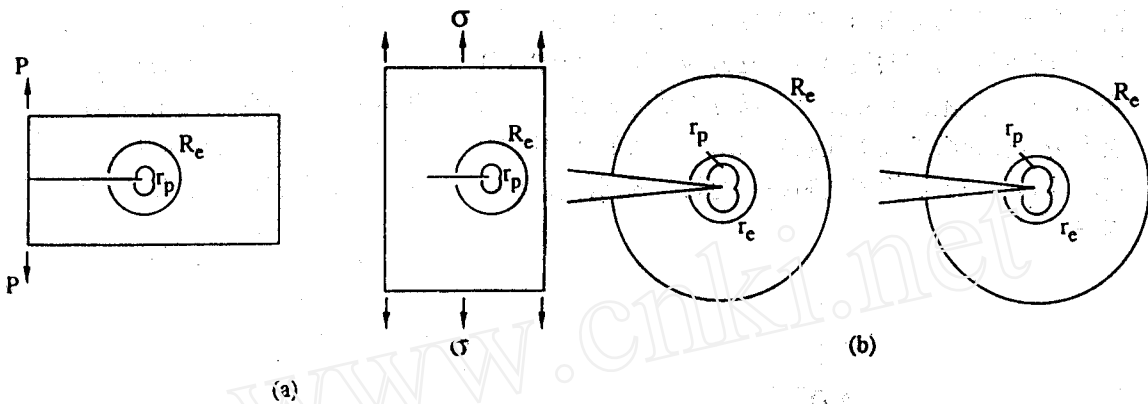


图4 (a) 施加相同 K 的两块含裂纹板；(b) 裂纹尖端区的“自由体”

设 r_c 为一内边界。下面的讨论类似于对夹杂物的分析，在 r_c 内塑性变形所引起的应力松弛对边界 r_c 及 R_c 之间区域内造成的应力影响可视为作用在 r_c 内周边上的 $\delta\sigma$ 所引起的应力。 $\delta\sigma$ 是 θ 的函数，而且处于应力自身静平衡状态。在一个具有直径为 r_c 圆孔的无限大板中，当应力 $\delta\sigma$ 作用在 r_c 上时，板内的应力按 $1/r^2$ 而递减^[20,21]，而裂尖线弹性应力则按 $1/\sqrt{r}$ 而递减，由应力松弛所引起的应力其递减率要快得多。所以，如果 $R_c \gg r_c$ ，则应力松弛在 R_c 上的应力影响就可以忽略不计。如图4(b)所示，把两个试件中 R_c 所围成的区域考虑作为自由体，使外力在 R_c 上的作用与试件的几何形状及加载方式无关。由方程(4)赋予 R_c 以相同的边界应力，则唯一性定理表明，在这两个 R_c 区域内的弹塑性应力场及应变场必然是完全相同的。所以， K 能够表征裂尖的应力及应变。

可以用 ΔK 及应力比($R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$)来描述施加在含裂纹固体上的疲劳载荷。当在这两个自由体(R_c)边界上的 K 值遵循相同的疲劳载荷曲线时，在这两个裂尖区域 R_c 内的循环应力及循环应变必然经历相同的路径。所以，在 r_p 区域内的循环应力及循环应变可以由 ΔK 及 R 来表征^[11]。此结论最早由文献[11]提出，现在为大家广泛接受的所谓“相似概念(similitude concept)”^[29,30]与此完全一样。

一般而言，裂尖的应力呈三维状态，平面应变及平面应力是理想状态。但是，如果在图4中的两块板具有相同的厚度 B ，则在这两个 R_c 区域内的三维应力场及应变场必然是相同的。因此，我们可以说， ΔK 、 R 及 B 可以表征整个裂尖的弹塑性循环应变及循环应力。如果板足够厚而使试件处于平面应变状态，则 ΔK 及 R 就可以表征整个裂尖的循环应力及循环应变。

然而，我们并不知道裂尖循环应力及循环应变的详细情况，所以只能用 $\Delta K, R, B$ 隐式地表征裂尖循环应力及循环应变。但是，如果能满足小范围屈服及相同厚度的条件，则在作用有相同的 ΔK 及 R 时，不管试件的几何形状及加载方式如何，裂尖的循环应力场及循环应变场都是相同的。更为详细的讨论参见文献[22]。

$R_0 \gg r_p$ 是小范围屈服的条件。 R_0 与试件的外型尺寸呈线性比例关系，因此 $R_0 \gg r_p$ 意味着 r_p 相对于试件外型尺寸应该是小量。总能找到一个试件其外型尺寸足够大或者塑性区 r_p 足够小，使得 K 能够表征整个裂尖的应力场及应变场。 $R_0 \gg r_p$ 是一个充分条件，所以可以适当放宽。确实，有限元计算^[23]表明，对一平面应力状态的拉伸板而言，即使外加应力达到 $0.7\sigma_Y$ ， K 仍然可从表征整个裂尖的应力场及应变场。在平面应变状态下，可施加的载荷远低于 $0.7\sigma_Y$ 。余下的讨论中，小范围屈服意味着 r_p 足够小，使 K 可以表征裂尖的弹塑性应力场及应变场。

文献[24,25]已经证明，在弹塑性固体中，单一参量 J 就可以表征整体裂尖应力场及应变场。然而 HRR 理论不适用于疲劳载荷。

虽然人们并不知道在宏观塑性变形时， K 与裂尖弹塑性循环应力及循环应变之间的具体关系，但是，在相同的 K 值条件下，由材料非均匀性及晶体各向异性所引起的局部应力及应变与 K 之间的关系具有随机性。如果我们在裂尖截取的样本体积足够大，则其局部应力及局部应变就会呈现相同的随机分布。为了获得 da/dN 与 ΔK 之间唯一的对应关系，在裂尖的样本体积就必须足够大。

4 材料均匀性与裂纹扩展率的关系

为数众多的文献提出了裂纹扩展模型，讨论了 da/dN 与 ΔK 的相互关系，已有许多综述性文章^[26-28]对此进行了回顾总结。本节将根据材料均匀性的特点推导出两种疲劳裂纹扩展理论。

已经证明，在小范围屈服条件下， r_p 内的循环应力及循环应变可以由 $\Delta K, R, B$ 来表征。如果疲劳裂纹扩展率仅由处于裂尖的循环应力及循环应变所控制，则 da/dN 必然只是 $\Delta K, R$ 及 B 的函数：

$$da/dN = f_1(\Delta K, R, B) \quad (5)$$

在平面应变条件下 da/dN 与 B 无关，故有

$$da/dN = f_2(\Delta K, R) \quad (6)$$

方程(5),(6)源于一个简单的假设，即如果试件具有相同的 $\Delta K, R$ 及 B ，则在裂尖就具有相同的循环应力及循环应变，从而导致有相同的变形及断裂过程，所以，对所有这些试件，其 da/dN 是完全相同的。但此解释并未拒绝考虑从一个 ΔK 水平到另一 ΔK 水平时，裂尖的变形及断裂过程可能发生的变化。因此， da/dN 与 ΔK 不会遵循一个特定的关系式，对一给定材料，该关系式须由经验确定。图5所示为一典型的疲劳裂纹扩展曲线，在接近 ΔK_{th} 点时 da/dN 急剧地下降，而当 K_{max} 接近 K_C 时， da/dN 则

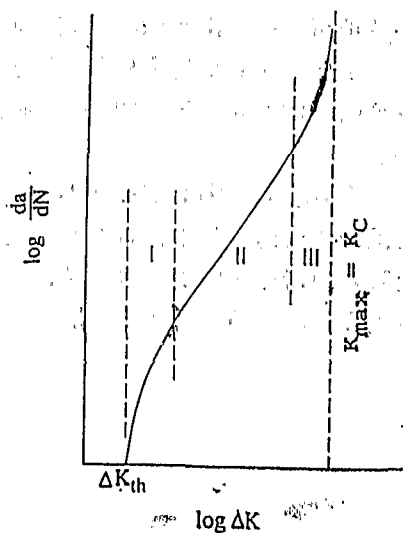


图5 典型的疲劳裂纹扩展曲线

迅速上升。

根据分析, da/dN 与 ΔK 及 R 之间具有确定对应关系的条件为: 小范围屈服, 平面应变, 以及在一组给定的 ΔK 及 R 的条件下, 所有沿着整个裂纹前缘晶粒的**裂纹集体扩展行为**保持不变。

下面我们来推导处于小范围屈服及平面应变条件下, 一厚板中的 da/dN 与 ΔK 及 R 之间的特定关系式。平板试件由具有**均匀变形及均匀断裂特性**的材料制成, 设想在此板上施以不同 ΔK 值的载荷以考察裂尖附近的应力及应变。如图 4(b) 所示, 取出 R_0 自由体, 设 R_0 的大小与 ΔK^2 成正比, 不同的 ΔK 值就有对应的不同的 R_0 。根据方程 (4), 在 R_0 上的应力应该是相等的。就这些自由体而言, 唯一的长度尺寸相关参量就是 R_0 , 故采用第 2 节中讨论的办法, 可以把 R_0 视为比例因子。量纲分析指出, 在这些试件的 R_0 区域内的同调点

$$P(X, Y) (X = x/R_0, Y = y/R_0)$$

处, 其应力及应变必然是相同的。如果每个试件的裂纹扩展增量为 Δa , 而 Δa 又正比于各自的 R_0 , 也就是与 ΔK^2 成正比, 那么在所有这些扩展增量 Δa 内的弹塑性循环应力及循环应变必然是相同的。如果疲劳裂纹扩展仅由裂尖的循环应力及循环应变所控制, 且材料又是均匀的, 则有

$$da/dN = f_3(R) \Delta K^2 \quad (7)$$

已经发现许多材料的疲劳条纹间距与 ΔK^2 成正比^[15, 21-23], 并发现许多钢材料中的疲劳裂纹扩展率与 $\Delta K^{2.20-2.33}$ 及 $\Delta K^{2.13-2.1}$ 成正比。我们在下节讨论了链开式模型以后, 再来重新分析这些实验结果。

由于在几何相似点处的应力及应变必定是相同的, 因此 r_p 及裂尖张开位移 δ_t 也与 R_0 及 ΔK^2 成正比, 即

$$da/dN = f_4(R) r_p = f_5(R) \delta_t \quad (8)$$

方程 (3) 和 (8) 在形式上是完全一样的。方程 (3) 在裂纹长度相对于板宽为小量的条件下有效, 它对小范围屈服及大范围屈服条件都是适用的。方程 (8) 则是从任何几何形状的试件推导出来的, 但它必须满足小范围屈服条件。

下面, 我们来讨论疲劳裂纹扩展机理。裂纹发生疲劳扩展是裂尖的局部剪切分离及局部解理断裂的共同结果。图 1(a) 和 1(b) 分别给出了剪切分离的疲劳条纹及粒子脆断的断口形貌。

在一个晶体中的塑性变形既不连续也不均匀。如图 6 所示, 单晶中的滑移常常集中于平行的滑移带内, 其滑移带通常不与最大剪应力面相重合。晶体中的滑移发生在特殊的滑移面及特殊的滑移方向上, 滑移是由该滑移面及滑移方向上的分剪应力 (τ_{RSS}) 所控制的。因此, 发生在单晶中的塑性变形具有很大的各向异性特性。

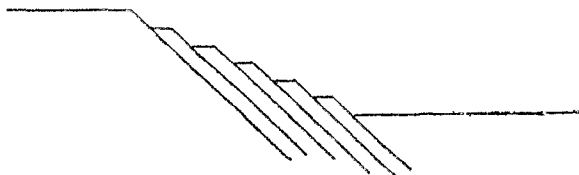


图6 单晶中的滑移带

采用现场观察技术，在铜单晶及铁单晶（Fe-2.4% Si）中发现了裂尖的非连续滑移过程^[36-38]。图7表示了铁单晶中，在一个加载周期内，所加应力不断增大时处于裂尖的滑移带交替激发的过程。在图7-1，7-2和7-3中，滑移带A被激发，V型裂口的右边沿着A滑移带向右下角移动。接着滑移带B被激发，如图7-4，7-5和7-6所示，V型裂口的左边



图7 Fe-2.4% Si 单晶中，两个滑移带交替激发引起的疲劳裂纹扩展。在图7-1，7-2，7-3中，滑移带A被激发，V型裂尖的右边向右下角移动。在图7-4，7-5，7-6中，滑移带B被激发，V型裂尖的左边向左下角移动^[38]

(H Vehoff 和 P Neumann 惠允及 Pergamon 出版社惠允)

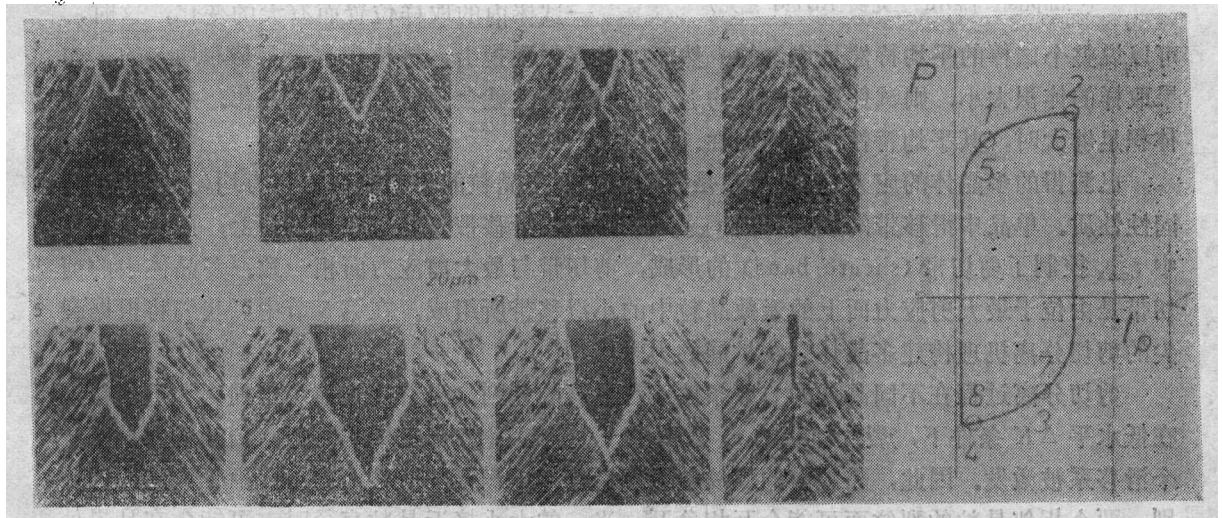


图8 (左) 铜单晶中，试件经受两个连续的疲劳循环时，裂尖向前扩展的系列变化图(扫描电镜摄制)。裂纹从图片的顶部向底部扩展。(右) 载荷-伸长曲线示意图。曲线上的数字分别近似对应于图8(a)中的系列图片

(H Vehoff 和 P Neumann 惠允及 Pergamon 出版社惠允)

向左下角移动。V型裂口的顶点始终保持尖锐状态。疲劳裂纹扩展基本上就是这种裂尖的剪切分离过程。

图8(左)是一组表明铜单晶试件在经受两个连续的疲劳循环时裂尖向前扩展的连续图片。由前期裂纹扩展形成的新裂纹表面(也就是V型裂口)以及裂纹侧翼上的滑移带清晰可见。图8(右)给出了载荷-伸长曲线,曲线上的数字分别近似地对应于图8(左)中的系列图片。在图7和图8中,从裂尖呈放射状伸展的滑移带跨越了试件的整个韧带,该试件处于整体屈服状态,在图中示出了非约束的滑移线场。裂尖的前端区域(即图中的下方)处于“弹性”状态,其间几乎没有发生任何滑移。

图8^[38]表明,在一个疲劳循环周期中,两组相交的共轭滑移面交替动作,由此形成了许多剪切分离台阶,每增加一个微小的剪切分离,裂尖就向前移动一个微小增量 δa 。每一循环的疲劳裂纹扩展量就是在一个疲劳循环中所有微量剪切分离增量 δa 的总和。

图9示出了铜试件的条纹间距。可以看到,在一个条纹间距中有许多细小平行的痕迹,这些痕迹就是试件在经受一次疲劳载荷时所产生的剪切分离台阶。类似的痕迹也可在图1中观察到,但不如这里清晰。

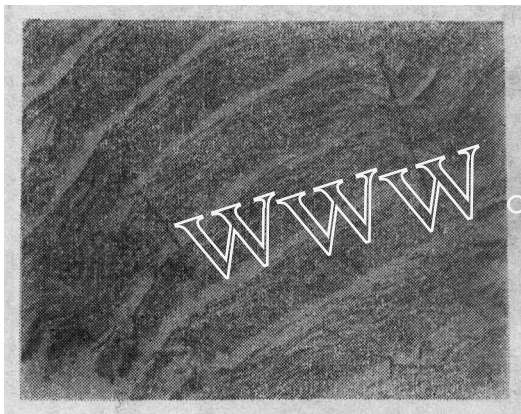


图9 铜试件的断裂表面^[39]
(Campbell Laird 惠允及 ASTM 惠允)

在一多晶体圆棒试件中,所测得的拉伸特性是该试棒测量间距内所有晶粒的平均特性。测得的特性与试棒内的晶粒数有关(也即与试件体积有关)。如果试件体积大于某一临界值,则测得的平均特性就不再随试棒的不同而变化很大。当考察试棒内部的“局部”特性时,局部取样的体积必须包含足够多的晶粒,试件体积的平均特性才不再随同一试棒内的取样位置而有大的变化,这时,

可以说整个试棒的平均特性是均匀的。然而,必须强调指出,材料在本质上是非均匀的。如果取样的体积太小,则试件局部的平均应力-应变特性就会随取样位置而变化。只有当取样体积足够大时,其平均特性才呈均匀性。

已测得的多晶体的应力-应变关系是大量随机取向晶粒的平均值,它具有均匀性及各向同性性质。单晶中滑移带的形成是由 τ_{RSS} 控制的,滑移带只发生在滑移面上;而在多晶体中 τ_{max} 控制了剪切带(shear band)的形成,剪切带与最大剪应力面相一致。多晶体中的剪切带是由位于最大剪应力面上的无数晶粒中的小滑移带所组成。在第5节中,我们将根据裂尖的剪切分离机理构建多晶体裂纹扩展的力学模型。

剪切分离过程在不同高低的 ΔK 条件下有显著的差别。沿着裂纹前缘排列有大量晶粒,在低水平 ΔK 条件下,裂纹前缘的 r_p 只跨越一个晶粒,如果 ΔK 非常低,则晶粒内只有一个滑移系被激发。因此,晶粒内的裂纹前缘就沿着“单一”的滑移面扩展。由于取向上的差别,两个相邻晶粒的裂纹面可能会互相岔开。当 r_p 的大小接近晶粒直径时,可能会在晶界处通过复杂的滑移机理形成过渡带(transition ridge)。多晶体中的整个裂纹前缘横跨了许多晶粒。在较低的 ΔK 条件下,裂纹表面沿着裂纹前缘从一个晶粒内已启动的滑移面向相邻晶

粒内的滑移面扩展, 裂纹沿着晶体学平面的曲折路径“之”字形地前进。

当 ΔK 非常接近 ΔK_{th} 时, r_p 变得很小, 两个相邻晶粒的裂纹表面之间的过渡区在尺寸上受到 r_p 大小的限制, 而整个宏观裂纹面与局部裂纹的偏差又与过渡区大小有关。所以, 当 ΔK 很低时, 宏观裂纹面的偏差就较小, 裂纹表面显得比较光滑。详细的裂纹扩展机理仍有待于进一步研究。

随着 ΔK 的增大, r_p 内的晶粒数亦增多, 裂尖的滑移及具体的裂纹扩展机理逐渐地从低 ΔK 的单晶滑移行为向高 ΔK 的多晶剪切行为转变。在 ΔK 超过一定的临界值以后, 裂尖塑性区包含了足够多的晶粒, 在 r_p 内的塑性变形特性就是 r_p 内所有晶粒的平均特性, 塑性流动沿着剪切线进行, 而且剪切分离过程不会随裂尖塑性变形的继续增大而发生变化。不管在裂尖的塑性变形的程度如何, 裂纹都在相同的机理下扩展, 其扩展机理由相同的力学应力来控制, 在这种意义上说, 上述这些特性是均匀的。因此, 对处于不同 ΔK 水平的含裂纹板来说, 如果试件裂纹扩展增量 Δa 与它们各自的 ΔK 成正比, 则位于 Δa 内的材料就将经历相同的循环应力及循环应变; 如果在这些 Δa 内的材料是完全均匀的, 则 da/dN 就必然如方程 (7) 指出的那样与 ΔK^2 成正比。

前面我们通过讨论得知, 在接近 ΔK_{th} 时, 裂纹表面显得很光滑; 随着 ΔK 增大, 当 r_p 接近晶粒直径时, 制约宏观裂纹表面是否光滑的过渡区已达到了最大值, 裂纹沿晶体学滑移面曲折地按“之”字形向前扩展, 此时的裂纹表面显著地不光滑; 当 ΔK 继续增大时, 最大剪应力控制了剪切分离过程, 由于交替进行剪切分离, 宏观裂纹面为张开型裂纹面, 整个裂纹面又具有了“光滑”表面的形态特征。这些考察结果与文献[28]的评述非常接近。

具体的裂纹扩展机理依赖于裂尖塑性变形的程度。当 ΔK 增大时, 裂纹扩展机理发生变化, 控制扩展机理的应力从分剪应力向最大剪应力转变。然而, 对一组给定的 $\Delta K, R, B$ 而言, 相同的裂尖应力产生相同的集体裂纹扩展行为, 沿着整个裂纹前缘所有晶粒的平均裂纹扩展率必定与 $\Delta K, R$ 及 B 唯一相关, 因此方程 (5), (6) 是有效的。

在方程 (5) 和 (6) 的推导中, 假设处于相同 ΔK 水平的试件, 经历了相同的裂尖循环应力及循环应变, 并由这些循环应力及循环应变激发了相同的裂纹扩展机理, 从而就有相同的平均裂纹扩展率。从某种意义上说, 这个假设就是材料是“均匀的”。然而, 这个“均匀性”被阻止在相同的 ΔK 水平或者相同的裂尖塑性变形程度上。在另一个 ΔK 水平时, 具体的剪切分离过程是不同的。在这种“有限均匀性”的情况下, 具体的裂纹扩展机理直接联系于材料的微观结构长度参量(例如晶粒直径), 这个参量控制着剪切分离过程。我们称不受裂尖塑性变形程度限制的材料均匀性概念为“完全均匀性 (uniform homogeneity)”。在“完全均匀性”条件下, 裂纹扩展机理可以仅由长度参量 R 来描述, 而与任何微结构长度参量无关, 其 da/dN 与 ΔK^2 成正比。在推导方程 (1) 和 (7) 过程中, 材料即被假设为“完全均匀的”。

已经证明, 如果材料是完全均匀的, 则 da/dN 就与 ΔK^2 成正比。讨论中我们用循环变形描述了完全均匀性的含义。然而, 如果断裂特性也是完全均匀的, 那么相同的推导就会获得相同的结论, 即方程 (7)。例如, 当脆性粒子在相同的拉应力下断裂时, 如果脆断粒子直径远小于疲劳条纹间距, 又如果它们均匀地分布在裂纹面上, 则与裂纹疲劳扩展过程相关的断裂特性就是完全均匀的。当 ΔK 变化时, 脆断粒子的尺寸和密度保持不变, 这种情况下, da/dN 仍然与 ΔK^2 成正比。另一方面, 如果脆断粒子如图 1(a) 和 1(b) 所示, 不是均

匀分布在裂纹表面，则材料就不是完全均匀的，粒子的断裂将强烈地依赖于 ΔK 值。

方程(7)和(8)假设试件处于厚板平面应变状态。厚度对 K 表征裂尖应力场、应变场及裂纹疲劳扩展的能力的影响在文献[40,41]中已有过讨论。采用高密度云纹栅网技术(530条/毫米)测得了Al-2024-T3铝合金的裂尖循环变形及疲劳裂纹扩展率，亦测得了循环应变变程 $\Delta\varepsilon$ 及累积应变 ε_{max} 。 $\Delta\varepsilon$ 为在一个疲劳周期中当 K 从 K_{min} 增加到 K_{max} 时应变的变化， ε_{max} 则为当裂纹向测量点扩展时在该点的所有累积应变， ε_{max} 在 K_{max} 时测得。

图10(a)和10(b)是 $\Delta\varepsilon$ 、 ε_{max} 与 $r/(\Delta K^2/\sigma_Y E)$ 的对应关系图。 r 是指离裂尖的距离。 $\Delta K^2/\sigma_Y E$ 的值与裂尖张开位移 δ_i 成正比。在 ΔK 小于 $25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 时，图10(a)中所有 $\Delta\varepsilon$ 的数据点均落于一狭带中，且与计算所得的裂尖附近弹性应变(图中用实线表示)符合得很好。换言之，在低于 $25 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 时，裂尖塑性变形不会干扰 r_p 区域外的循环应变变程， ΔK 确实能表征 $\Delta\varepsilon$ 。

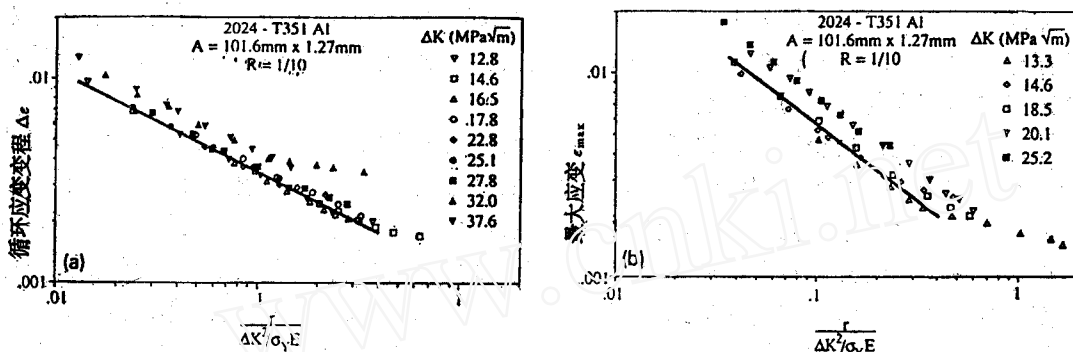


图10 (a) 测量所得循环应变变程 $\Delta\varepsilon$; (b) 测量所得的累积最大应变 ε_{max}

图10(b)中的实线与 ΔK 小于 $20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 下测量所得的最大累积应变 ε_{max} 吻合得很好。当 ΔK 超过 $20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 时， ε_{max} 数据点开始向上偏离狭带。也就是说，当 ΔK 低于 $20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 时，它可以表征 ε_{max} 。在确定循环应变的状态时， $\Delta\varepsilon$ 及 ε_{max} 都需要，因而综合考虑两个图中的数据，我们的结论为：在低于 $20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 时， ΔK 及 R 能够表征整个裂尖循环变形的状态。

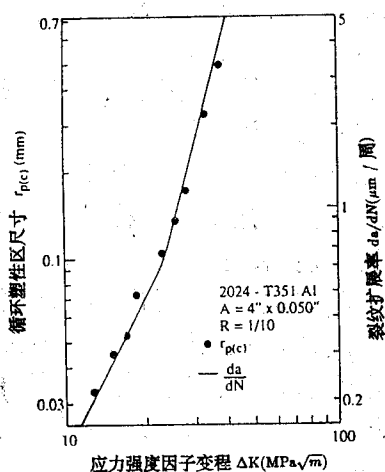


图11 da/dN 及 r_p 与 ΔK 的相互关系^[40,41]

图11给出了 da/dN 及循环塑性变形区 r_p 与 ΔK 的对应关系。 r_p 的数据点是从图10(a)通过外推 $\Delta\varepsilon$ 至循环屈服应变点 $\Delta\varepsilon_{Y(c)}$ 时获得的。图中所用材料其 $\Delta\varepsilon_{Y(c)} = 9.3 \times 10^{-3}$ ^[40]。在双对数坐标图中，两组数据互相叠加。在整个测量范围内它们的重合说明 da/dN 与 r_p 成线性比例关系。在 ΔK 低于 $20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 时， ΔK 能够表征裂尖的应力场及应变场，所以 da/dN 、 r_p 都与 ΔK^2 成正比。当 ΔK 超过 $20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 时，曲线的斜率增至4，其拐点位于 $r_p \approx B$ (板厚)处。拐点是裂尖的颈缩所造成。当 r_p 达到 B 时，

裂尖区域的塑性应变开始局限在一“狭带”中，形成了条状屈服带，这一局部循环应变加速了疲劳裂纹扩展。因此，在拐点以上， da/dN 及 r_p 与 ΔK^4 成正比。文献[42]讨论了条状屈服带的形成。

总之，图5所示为典型的疲劳裂纹扩展曲线。在小 ΔK 情形下，当 $r_p \approx$ 晶粒直径时，裂纹沿晶体学滑移面曲折地向前扩展，裂纹分岔和“之”字形的扩展路径以及晶界处的能量耗散，都大大地降低了疲劳裂纹扩展速率。所以，当 ΔK 趋近 ΔK_{th} 时，疲劳裂纹扩展曲线的斜率就迅速增大。处于第Ⅲ阶段高 ΔK 值区域时， K_{max} 接近 K_c ，裂尖的颈缩和脆性粒子的断裂加速了裂纹疲劳扩展的速率，再一次使疲劳曲线的斜率迅速增大。在第Ⅱ阶段，也即在居中的 ΔK 区域，疲劳裂纹扩展主要由剪切分离引起，在此区域，平面应变状态下的疲劳裂纹扩展曲线的斜率接近2。

5 链开式模型

如前所述，如果控制裂纹扩展机理的变形和断裂特性都是完全均匀的， da/dN 就与 ΔK^2 成正比。如果疲劳裂纹扩展仅由剪切分离所引起，那么可以建立一个力学模型以计算属于中间 ΔK 区域的裂纹扩展率，此间裂尖塑性区内包含了足够多的随机取向排列的小晶粒，因此可以视 r_p 内的材料为完全均匀的和各向同性的。在一个各向同性的多晶体中，剪切滑移发生在最大剪应力面上，它被局限于最大剪应力面上的狭窄剪切带中，各相邻剪切带之间的材料其塑性变形则很小。

在本节，将建立链开式模型以计算小范围屈服及平面应变状态下的疲劳裂纹扩展率。在小范围屈服及平面应变条件下，裂尖塑性区内的塑性变形是受到“约束”的，图12(a)表示了受到约束的平面应变裂尖的剪切滑移线场。当 K 增大时，裂尖发生剪切分离，裂尖张开并向前移动。图12(b)为在“ α ”剪切带发生剪切分离后裂尖形貌的示意图，剪切带以上的区域滑向右上角，获得了从 d 到 d' 的切向位移。

当 K 继续增大时，剪切分离过程转到共轭剪切带“ b ”上。图12(c)表示在“ α ”和“ b ”两个剪切带均发生剪切分离后裂尖的形貌。当 K 再增大时，“ α ”剪切带可能继续发生剪切分离，但是在裂尖通过“ α ”剪切带以后，“ α ”上的剪切分离只能使裂尖钝化，而不会对裂纹扩展作出贡献。只有裂纹最尖端处的剪切分离才会对裂纹扩展作出贡献。图12(d)

所示为“ β ”及“ c ”两组共轭剪切带发生剪切分离后裂尖的形貌。

在这种裂尖剪切分离过程中，两相邻剪切带之间的“弹性薄片”在裂尖像拉链的链齿一样地互相移开，故将此过程称为“链开式模型” [12-14]。

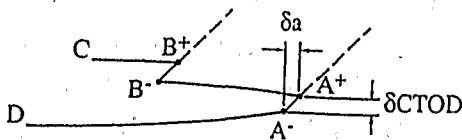


图13 剪切分离，裂纹扩展，裂尖张开位移及裂尖钝化

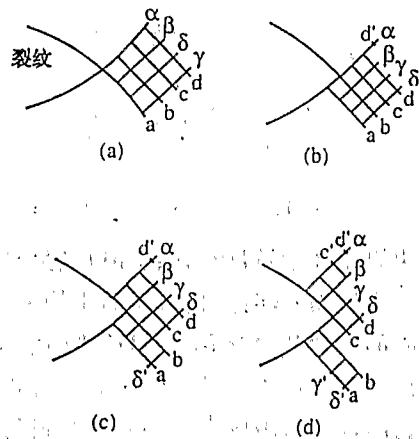


图12 链开式模型

图13示出了裂尖张开位移、裂尖钝化与裂纹扩展之间的几何关系。如图所示，A和B是两条剪切带，处于裂尖后面的剪切带B

所产生的剪切分离只钝化裂尖而没有引起裂纹向前扩展。位于裂尖的剪切带A所产生的剪切分离与裂纹扩展增量 δa 有关，链开的裂尖张开位移是 $\delta CTOD_{uz}$ 。穿过一个剪切分离面的位移是不连续的，这种裂尖处的不连续切向位移引起了裂纹的扩展。可以用有限元法来模拟链开式疲劳裂纹扩展过程，它反映了剪切分离过程的不连续滑移，并找出了引起裂纹扩展的裂尖剪切分离。

由Dugdale模型及经典连续介质模型计算所得的裂尖张开位移与施加的 K 有关。链开式模型剪切分离过程引起的裂尖张开位移远小于那些由经典模型所计算出的结果，但其变量间的函数关系应该有相同的形式

$$CTOD_{uz} = C(1-\nu^2)K^2/E\sigma_Y \quad (9)$$

这里 $CTOD_{uz}$ 是链开过程引起的裂尖张开位移，它不包括由裂尖钝化所产生的裂尖张开位移； ν 、 E 及 σ_Y 分别是泊松比、杨氏模量及拉伸屈服强度； C 是比例常数，在经典的Dugdale带状屈服模型里 $C=1$ 。为了求出链开式模型的 C ，对方程(9)两边分别微分得

$$\delta CTOD_{uz} = 2C(1-\nu^2)K\delta K/E\sigma_Y \quad (10)$$

这里 C 可以从计算获得的 $\delta CTOD_{uz}$ 值以及所施加的 K 值及 δK 值求得。

首先，对一含裂纹弹塑性固体不断加载至 $K=1.10\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ ($1000\text{psi}\sqrt{\text{in}}$)，然后计算出裂尖区域的应力场及应变场，并描绘出裂尖小塑性区 r_p ，如图14所示，选择一剪切带

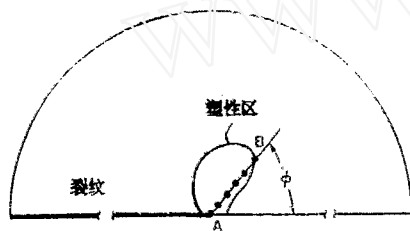


图14 裂尖塑性区和剪切带AB

AB，该剪切带从裂尖向塑性区边缘扩展，与 x 轴成 ϕ 角。施以微小增量 δK ，在 δK 施加期间，使沿AB剪切带的节点有相对错动产生，允许节点沿着剪切带自由滑移，但不允许节点离开剪切带。在 δK 施加期间，在这些节点上的切向力保持不变，法向应力沿剪切带不断增大并保持连续，以保证垂直于剪切带的相对位移为零。这些沿着剪切带

的边界条件通过反复迭代加以满足^[12,48]。

当施加 δK 时，按给定的本构关系，所有单元均发生弹塑性变形。由此可以计算出由 δK 引起的剪切分离及 $\delta CTOD_{uz}$ 增量。 C 的值可以从方程(10)求出。裂纹扩展率与 $CTOD_{uz}$ 几何相关。对于疲劳裂纹扩展，方程(9)中的静拉伸屈服应力 σ_Y 被 $2\sigma_{Y(C)}$ 所取代， $\sigma_{Y(C)}$ 是材料的疲劳屈服应力， $2\sigma_{Y(C)}$ 是材料在一个加载周期中发生塑性变形前所经受的总的弹性应力变化范围。计算获得的裂纹扩展率为

$$da/dN = 0.02(1-\nu^2)\Delta K^2/E\sigma_{Y(C)} = 0.02\Delta J/\sigma_{Y(C)} \quad (11)$$

方程(11)不存在任何调整系数，它显式地给出了疲劳裂纹扩展率。

链开式模型的前提条件为材料完全均匀，所以计算得到的裂纹扩展率与微结构无关，该模型与图5中曲线第II阶段处(中等 ΔK)实验测得的裂纹扩展率吻合得很好。将Bates & Clark^[31]测量得到的疲劳条纹间距，Hahn et al^[36]从大量研究钢材的文献中收集到的数据及Barsom^[34]在许多钢材中测得的裂纹扩展率，以及由方程(11)计算获得的裂纹扩展率全部绘入图15中。在计算中，取钢的 $E=210\text{GPa}=30\times 10^6\text{psi}$ ， $\sigma_{Y(C)}/E=1/400$ 。可以发现，当 ΔK 位于图5曲线第II阶段时，计算得到的结果与实验所得惊人地一致。

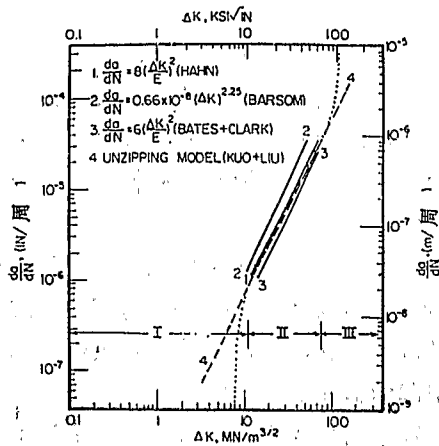


图 15 链开式理论和实验测得疲劳裂纹扩展率的比较^[4,41]

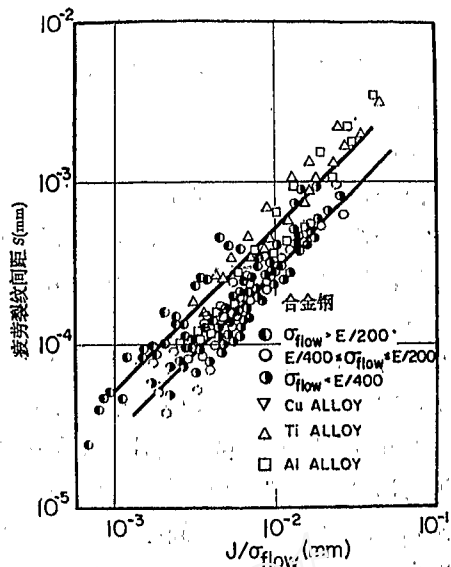


图 16 链开式理论和实验测得疲劳裂纹间距的比较^[33]

Kobayashi et al^[32] 测量了许多金属及合金的疲劳条纹间距, 发现疲劳条纹间距与 $\Delta J/\sigma_{flow}$ 相关, 如图 16 所示^[33]. 大量材料的流动应力位于 $\sigma_{Y(C)}$ 与 $2\sigma_{Y(C)}$ 之间, 即 $\sigma_{Y(C)} < \sigma_{flow} < 2\sigma_{Y(C)}$. 图 16 中的两条直线是根据方程 (11) 分别设 $\sigma_{Y(C)} = (1/2)\sigma_{flow}$ 以及设 $\sigma_{Y(C)} = \sigma_{flow}$ 获得的, 我们再次发现测量所得结果与理论计算结果吻合极好. 有关链开式模型与实验数据的详细分析参见文献[12, 14, 33, 43, 44].

6 结语及讨论

本文介绍了四种疲劳裂纹扩展的演绎推导理论. 然而必须指出, 实际的疲劳裂纹扩展行为并非完全遵循这些理论, 只有当为了便利推导所作的假设条件与实验情况相一致时, 疲劳裂纹扩展行为才会符合上述理论. 当实验数据与理论结果出现偏差时, 本文建立的逻辑框架有助于确定哪个假设条件被违背, 并指出产生误差的原因. 逻辑框架还可以帮助人们解释复杂的小裂纹扩展及复合材料中的裂纹扩展.

在考察实验观察的结果以前, 再简要地回顾一下逻辑框架:

①对处于平面应变状态下无限大宽板中的小裂纹, 如果材料是完全均匀的, 则有

$$da/dN = C_1 a \quad (1)$$

此方程适用于小范围屈服以及整体屈服.

②在小范围屈服条件下, 如果材料是有限均匀的, 则

$$da/dN = f_1(\Delta K, R, B) \quad (5)$$

如果在小范围屈服及平面应变条件下, 材料有限均匀, 则

$$da/dN = f_2(\Delta K, R) \quad (6)$$

③在小范围屈服及平面应变条件下, 如果材料完全均匀, 则

$$da/dN = f_3(R) \Delta K^2 \quad (7)$$

④在小范围屈服及平面应变条件下, 如果材料完全均匀, 疲劳裂纹扩展仅由裂纹尖端的剪切分离引起, 则可以采用链开式模型计算裂纹扩展率

$$da/dN = 0.02(1 - \nu^2) \Delta K^2 / E \sigma_{Y(C)} = 0.02 \Delta J / \sigma_{Y(C)} \quad (11)$$

从方程 (1), (5) 开始直到方程 (11), 随着不断增加附加条件, da/dN 的表达式越来越具体明确。

现在我们用这个逻辑框架来考察实验结果, 并系统性地阐述疲劳裂纹扩展行为。首先讨论链开式模型, 它的假设条件最为严格。实验数据与这一理论模型的偏差跟这些假设条件有关, 随着这些假设条件的不断除去, 方程 (11) 就逐步还原到方程 (5) 这样的一般形式。

剪切分离体现了塑性变形, 它是链开式模型的裂纹扩展机理, 因此, 此模型可适用于延性及韧性材料。

根据链开式模型, da/dN 与材料的疲劳屈服强度 $\sigma_{Y(C)}$ 相关。众所周知, 硬材料会循环软化, 软材料会循环硬化, 但材料的 $\sigma_{Y(C)}$ 变化不会很大, 材料原来的微观结构与 $\sigma_{Y(C)}$ 几乎无关, 所以在 ΔK 处于中间区域时, da/dN 对微观结构不敏感, 与比值 R 的相关性很小。当然, 这些结论只有在裂纹扩展是仅由裂尖剪切分离引起的情况下才能成立。

文献 [31] 发现疲劳条纹间距与 $\Delta K/E$ 成正比, 这个结果及方程 (11) 都能很好地与实验数据相吻合。可把方程 (11) 改写为

$$da/dN = 0.02(1 - \nu^2) [1/(\sigma_{Y(C)}/E)] (\Delta K^2/E^2) \quad (12)$$

方程 (12) 中 da/dN 与 $(\Delta K/E)^2$ 及系数项 $1/(\sigma_{Y(C)}/E)$ 相关。大多数结构材料的 $\sigma_{Y(C)}/E$ 比值约在 $3-8 \times 10^{-5}$ 之间, 这个变化幅度与文献 [31] 中的数据分布带宽度相符, 至于 $1/(\sigma_{Y(C)}/E)$ 项是否会使数据分布带变窄有待进一步研究。方程 (11) 与观察到的疲劳裂纹扩展剪切分离机理相关, 它反映了疲劳裂纹扩展机理的物理意义, 而 $\Delta K/E$ 的值则与形成疲劳条纹的裂尖塑性变形无关。

链开式过程的有限元模型采用了材料完全均匀一致及各向同性的应力-应变关系, 它没有考虑裂尖扩展时的分岔及“之”字形扩展路径, 所以此模型只能应用于当 ΔK 足够大, 以致相应的 r_p 达到数倍于晶粒直径, 其间的应力-应变关系可以视为完全均匀一致及材料具有各向同性时的状况。因此, 链开式模型只能适用于图 5 曲线的 ΔK 处于中间区域的第 II 阶段。

如图 1(a) 和 1(b) 所示, 疲劳裂纹扩展可能由剪切分离及粒子脆断共同组成。粒子脆断加速了疲劳裂纹扩展, 当 K_{max} 较高时, 脆断现象就更趋严重, K_{max} 与 ΔK 及 R 有关, 因此, da/dN 与 ΔK 及 R 有关, 亦与脆性粒子的密度及大小有关。如果粒子非常小且分布均匀, 即可将材料视为完全均匀, da/dN 就如方程 (7) 给出的那样与 ΔK^2 成正比, 但其扩展率会远高于链开式模型的扩展率, 结果, 裂纹扩展曲线会位于链开式模型曲线之上但与之平行。如果脆断粒子的大小接近或超过疲劳条纹间距, 又如果脆断粒子不是均匀分布, 材料就表现为有限均匀, da/dN 就有比链开式模型或方程 (7) 给出的 ΔK 的 2 次幂更强的相关性, 从而使裂纹扩展曲线的斜率更陡。

当 ΔK 很高, r_p 达到板厚尺寸时, 裂尖发生颈缩。裂尖的颈缩限制了循环塑性变形区域, 从而加速了疲劳裂纹扩展率 (如图 11 中的数据所示)。此时平面应变的条件不再满足, 所以在图 5 中的第 II 和第 III 阶段, 脆断及局部应变都可以加速疲劳裂纹扩展。

疲劳裂纹扩展主要是由裂尖非连续滑移过程的剪切分离所引起的。在接近 ΔK_{th} 时, 实验测得的扩展率远低于链开式模型的计算结果。在这一区域裂尖的塑性区很小, 往往只有一二个晶粒直径大或者甚至更小, 所以单晶滑移行为主导着裂纹扩展机理, 单晶中的滑移发生

在特殊的滑移面上，它受分剪应力控制，与位于裂尖晶粒的取向有很大关系，因此，材料表现为有限均匀的。当剪切分离过程沿着晶体学晶面从一个晶粒向另一晶粒扩展时，产生裂纹分岔及形成“之”字形的曲折扩展路径。裂纹分岔及“之”字形扩展路径均会降低裂尖的应力强度，增加能量耗散速率，结果裂纹扩展率急剧下降，其 da/dN 由方程（5）给出。

本逻辑框架也可用于解释复杂的小裂纹扩展、复合材料中的裂纹扩展或者推广应用于其他新的疲劳裂纹扩展研究领域。当小范围屈服条件不满足时，方程（6）的特殊关系就无法保证。故当裂纹长度小于 $2.5(\Delta K_{th}/\sigma_Y)^2$ （接近 0.5 mm）时，小裂纹的 da/dN 数据可能跟那些大裂纹的 da/dN 不相同，这可能是大范围屈服的影响所致。

当小裂纹在单晶中扩展时，裂尖的滑移在特殊晶面上发生，滑移与晶粒的取向密切相关，受分剪应力强度控制。所以，即使在相同的 ΔK 下，从一个晶粒到另一个晶粒 da/dN 也会发生变化，不存在唯一独特的 da/dN 与 ΔK 之间的对应关系。可见，小裂纹问题是大范围屈服问题，并与材料微观结构相关。

在复合材料中，有两个长度特征参量与疲劳裂纹扩展相关，它们分别是增强纤维的直径 D 及增强纤维的间距 S 。下面讨论复合材料中的 R_c 区， R_c 的大小与裂纹扩展过程区（crack growth processing zone）的大小相关，而该过程区则与 D 及 S 相关。只有当 R_c 远大于裂纹扩展过程区时， K 才能表征裂尖的应力场及应变场。由于 R_c 与试件的外型尺寸成正比，所以要求试件必须足够大。如果不可能获得足够大的试件，就只能采用标准试件来评估材料性能。在最糟糕的情况下，可能必须按照裂尖具体的应力状况来分析理解特殊的裂纹扩展机理以获得所希望的设计数据。

如果能正确了解疲劳裂纹扩展的物理过程，如果能正确应用力学理论，以及如果能正确建立裂纹扩展理论的逻辑结构，则演绎推导的理论就应该与实验观察很好地符合。可以深信，基于实际微观损伤过程的微观力学及损伤力学充满着光明的前景。

本文翻译成中文时作者刘浩文教授对原文略有改动。衷心感谢高庆教授对翻译稿的审阅和修改建议。此文以中文在中国发表已获得作者及原载杂志的许可。

参 考 文 献

- [1] A.K. Head, On the growth of fatigue cracks, *The Philosophical Magazine* 44 (7c) (1953) 725.
- [2] N.E. Frost and D.S. Dugdale, The propagation of fatigue cracks in sheet specimens, *J. Mech. Phys. Solids*, 6 (2) (1958) 92-110.
- [3] H.W. Liu, Crack propagation in thin metal sheet under repeated loading, PhD Dissertation, Department of Theoretical and Applied Mechanics, University of Illinois, Urbana, IL, 1959.
- [4] H.W. Liu, Crack propagation in thin metal sheet under repeated loading, *ASME Trans., J. Basic Eng.* (March 1961) 23-32.
- [5] P.C. Paris, M.P. Gomez, and W.E. Anderson, A rational analytic theory of fatigue, *Trend in Eng.* 13 (January 1961) 9-14.
- [6] H.W. Liu, Fatigue crack propagation and applied stress range, *ASME Trans., J. Basic Eng.* 85D (1) (March 1963) 116-122.
- [7] P.C. Paris and F. Erdogan, A critical analysis of crack propagation laws, *ASME Trans., J. Basic Eng.* 85D (4) (December 1963) 528.
- [8] G.R. Irwin, Fracture dynamics, in *Fracture of Metals*, Amer. Soc. for Metals, Cleveland, OH (1948) 147-166.
- [9] E. Orowan, Energy criteria of fracture, *Welding Research Suppl.* 20 (1955) 1575.
- [10] H.W. Liu, On the fundamental basis of fracture mechanics, *Eng. Fracture Mech.* 17 (5) (1983) 425-438.
- [11] H.W. Liu, An analysis on fatigue crack propagation, NASA CR-2032, May 1972.
- [12] A.S. Kuo, An experimental and FEM study on crack opening displacement and its application to fatigue crack growth; PhD Dissertation, Solid State Science and Technology, Syracuse University, Syracuse, NY, 1976.
- [13] A.S. Kuo and H.W. Liu, An analysis of unzipping model for fatigue crack growth, *Scripta-Met.* 10 (1976) 723.
- [14] H.W. Liu, Fatigue crack growth by crack tip cyclic plastic deformation: the unzipping model, *Int. J. Fract.* 39 (1988).
- [15] J. Kershaw and H.W. Liu, Electron fractograph and fatigue crack propagation in: 7075-T6Al sheet, *Int. J. Fract. Mech.* (September 1971).
- [16] M.L. Williams, On the stress distribution at the base of a stationary crack, *J. Appl. Mech.* (March 1957) 409.

- [17] G.R. Irwin, Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate, *J. Appl. Mech.* (September 1957) 361.
- [18] J.D. Eshelby, Elastic inclusions and inhomogeneities, *Prog. Solid Mech* V,II, I. Sneddon and R. Hill, eds., p. 89 (1961).
- [19] A.J. Levy, Planar inclusion problems, U.S. Army Laboratory Command, Materials Technology Laboratory, TCN 87-173, Sept. 1987
- [20] S.P. Timoshenko and J.N. Goodier, *Theory of Elasticity*, Third Edition (McGraw-Hill: New York, 1970) pp. 129, 390.
- [21] I.S. Sokolnikoff, *Mathematical Theory of Elasticity* (McGraw-Hill: New York, 1959) p. 287.
- [22] H.W. Liu, Q. Chen and S.K. Sinha, The characterization of a crack-tip field, *Eng. Fract. Mech.* 39 (2) (1991) 213-217.
- [23] H.W. Liu, W.-L. Hu and A.S. Kuo, Thickness effects on the choice of fracture criteria, *Proc. ASTM Second Int. Symposium on Elastic-Plastic Fracture Mechanics*, Philadelphia, PA, October 1981.
- [24] J. Hutchinson, Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material, *J. Mech. Phys. Solids* 16 (1968) 13-31.
- [25] J.R. Rice and G.F. Rosengren, Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material, *J. Mech. Phys. Solids* 16 (1968) 1-12.
- [26] H.H. Johnson and P.C. Paris, Sub-critical flaw growth, *Eng. Fract. Mech.* 1 (1) (June 1968).
- [27] J. Schijve, Four lectures on fatigue crack growth, *Eng. Fract. Mech.* 11 (1979) 167-221.
- [28] R.O. Ritchie, Near-threshold fatigue crack propagation in steels, *Int. Met. Rev.* 24 (1979) 205-230.
- [29] S. Suresh and R.O. Ritchie, Propagation of short fatigue cracks, *Int. Meta. Reviews* 29 (6) (1984).
- [30] B.N. Pals, A.T. Hopper, J. Ahmad, D. Broek and M.F. Kanninen, Critical review of the fatigue growth of short cracks, *Eng. Fract. Mech.* 23 (5) (1986) 883-898.
- [31] R.C. Bates and W.C. Clark, Jr., Fractography and fracture mechanics, *ASM Trans. Quart.* 62 (1969) 380-389.
- [32] H. Kobayashi, H. Nakamura and H. Nakazawa, *Proc. 5th Int. Conf. on Mechanical Behavior of Materials* (Per-gamon: Oxford, 1979) pp. 3, 529.
- [33] H.W. Liu and H. Kobayashi, Stretch zone width and striation spacing—The comparison of theories and experiments, *Scripta Met.* 16, (May 1980).
- [34] J. Barsom, The dependence of fatigue crack propagation on strain energy release rate and crack opening displacement, *Damage Tolerance in Aircraft Structures, ASTM STP 486* (1971) 1-15.
- [35] G.T. Hahn, R.C. Hoagland and A.R. Rosenfield, AF 33616-70-C-1630, Battelle Memorial, Inst., Columbus, OH, August 1971.
- [36] V.P. Neumann, Fatigue crack propagation I—New experiments concerning the slip processes at propagating fatigue cracks, *Acta Met.* 22 (9) (1974) 1155-1165.
- [37] P. Neumann, Fatigue crack propagation II—The geometry of slip processes at a propagating fatigue crack, *Acta Met.* 22 (1974) 1167-1178.
- [38] H. Vehoff and P. Neumann, In situ SEM experiments concerning the mechanism of ductile crack growth, *Acta Metallurgica* 27 (1979) 915.
- [39] C. Laird, The influence of metallurgical structure on the mechanisms of fatigue crack propagation, *Fatigue Crack Propagation, ASTM STP 415* (1967) 131.
- [40] T.S. Kang, Fatigue crack tip deformation and fatigue crack propagation, PhD Dissertation, Solid State Science and Technology, Syracuse University, Syracuse, NY, 1972.
- [41] T.S. Kang and H.W. Liu, Fatigue crack propagation and cyclic deformation at a crack tip, *Int. J. of Fracture* 10 (2) (June 1974) 201-222.
- [42] H.W. Liu and J.S. Ke, Moiré method, in *Experimental Techniques in Fracture Mechanics 2*, Society for Experimental Stress Analysis Monograph Series, SESA (1975).
- [43] C.Y. Yang, Modelling of crack tip deformation with finite element method and its application, PhD Dissertation, Solid State Science and Technology, Syracuse University, Syracuse, NY, 1979.
- [44] H.W. Liu, C.Y. Yang and A.S. Kuo, Cyclic crack growth analysis and modeling of crack tip deformation, *Proc. Int. Symposium of Fracture Mechanics*, George Washington University, Washington, DC, USA, September 1978.

310027 杭州市浙江大学分析测试中心 徐建国译自: *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 16 (1991): 91-108.

(高庆董务民校)