

## 结构塑性动力响应当前的研究进展和重点

杨嘉陵\* 余同希 王仁

北京大学力学系 (邮政编码100871)

**摘要** 本文从结构塑性动力响应的工程背景和研究特点出发, 简要介绍了此学科当前的研究进展和重点。主要评述了国内外学者所关注的一些基本理论问题和研究方法。同时也提出了数值分析和近似方法中尚待解决的问题。

**关键词** 塑性动力响应; 强动载荷; 塑性铰; 剪切; 应变率; 有限变形; 缺陷; 模态

### 1 引言

第二次世界大战结束以来, 研究结构在强动载荷作用下的非弹性动力响应, 评价结构对冲击、爆炸的承载能力和耐撞性指标已经成为核电站、近海结构、大型桥梁、高速运载工具等工程领域中十分关注的课题。例如: ①可能发生高速撞击的飞机、火车、汽车等运载工具的重要构件的安全性防护设计和驾驶人员、乘客的安全性防护设计<sup>[1-4]</sup>; ②核潜艇、油船及各种大货轮的耐撞性设计<sup>[5-8]</sup>; ③防止核电站中输送高压、高温、高速流体的管道破裂的防护设计和防止破裂后的高速运动管道造成周围设备更严重破坏的防护设计<sup>[11-15]</sup>; ④地震波或冲击波作用下的建筑构件的设计<sup>[9-10]</sup>。所有这些工程中的实际问题都与结构的非弹性动力分析密切相关。

众所周知, 组成工程结构的基本构件通常是梁、板、拱、壳。当这些基本构件受到强动载荷作用或突加速度时, 就可能产生大的塑性变形, 导致结构过量的永久变形而失去原有功能, 或者造成结构的局部或整体破坏。这不仅与结构形状和材料性质有关, 而且还取决于载荷强度和载荷持续时间。如果载荷作用时间足够短, 则即使载荷幅值远远大于结构的静态极限载荷, 由于构件的惯性力抵抗外力做功, 也可以保证结构不至于产生过量的永久变形, 因而不会失效。塑性动力分析的一个重要目的就是预报这种永久变形(广义)量的大小和位置, 从而确定相应的安全准则, 为工程设计提供理论依据。当然, 工程中的结构一般是非常复杂的, 在很多情况下约束条件以及载荷种类往往都难以确定。同时结构的受载过程可能是多种力学机理交织在一起, 伴随着几何大变形和大的非弹性应变, 并且与材料的损伤、断裂耦合在一起<sup>[16]</sup>, 因此使动力分析变得很困难。但是, 我们也注意到, 随着实验手段不断完

\* 现在工作单位: 北京航空航天大学固体力学研究所 (邮政编码100083)。

善和高速大容量计算机的发展,很多重要的实际问题已经得到解决<sup>[17-20]</sup>。另一方面,开展对梁、板、拱、壳这些基本构件在强动外载作用下的塑性动力分析也是一项重要的应用基础研究。近几十年来,很多学者在这方面做过大量的工作<sup>[21-25]</sup>。

这里需要附带说明的是,上面提到的一些基本构件的共同几何特点是,在3个空间尺寸中总有一个或者两个尺寸远比其他尺寸小。这个特点决定了这些构件在力学分析上比一般3维体简单。

结构的塑性动力分析大体可分为两类。第一类是应力波问题;第二类是整体响应问题。一般来讲,如果载荷作用时间极短或载荷变化极为迅速,并且结构在某一方向的尺寸较大,而我们又希望了解物体在这一尺度方向上的瞬态局部变形和应力变化的规律,这时就要考虑应力波问题。另一方面,如果结构尺寸有限,特别是当载荷作用在小尺度方向时,如梁、板、壳的厚度方向,这时应力波穿过厚度的时间大约是微秒量级。在这样短的时间内,波经过来回往复传播,很快把变形传给整个物体,结构将出现整体加速运动。从时间上来划分,应力波在前,结构整体响应在后。但是,假如我们关心的是结构整体内的广义变形随时间的变化,尤其是最终的残余变形,那么,结构的动力响应就成了主要的研究内容。通常对横向载荷作用下的有限结构进行塑性动力分析时并不考虑应力波过程,而只研究整体响应。当然也有少量文献把两者耦合在一起加以考虑<sup>[26]</sup>。本文将不讨论应力波的问题。

与塑性静力学相比,塑性动力学的复杂性主要表现在以下几个方面:①弹塑性材料在动载作用下,应变率的效应使本构关系发生很大变化,材料的动态特性更加复杂。②动力学方程增加了介质的惯性力和时间自变量,这使方程求解更加困难。③动载作用常常使结构变形大大增加,从而不得不计入有限变形的影响。④破坏模式明显增多,多种内力效应交织在一起,使主次矛盾难以分清<sup>[27-30]</sup>。

在结构的塑性动力响应分析中,假如把弹性变形、应变率效应、应变强化、有限变形、初始缺陷等各种因素都考虑进来,问题将非常复杂。Symonds<sup>[31]</sup>的工作表明,如果外载输入结构的能量远远大于结构本身所能贮存的弹性变形能,同时载荷作用的时间又远远小于结构的最小自振周期,那么,一般可以采用刚塑性材料的本构模型来建立问题的1阶近似理论<sup>[22]</sup>。这样的处理使问题大大简化,避开了由于对各种材料动态本构关系缺乏了解而带来的困难,同时获得的结果表达形式相对地比较简单却能与实验基本吻合。因此,刚塑性的分析方法表现出很强的生命力,一直受到力学界和工程界的重视。几十年来,对梁、板、拱、壳这些构件的刚塑性动力响应一直都在不断地进行着研究。另一方面,为了满足工程界的需要,直接用于复杂结构塑性动力分析的各类数值方法及相应程序也得到了迅速发展。由于文献浩繁,本文不可能一一列举。这方面的文献可以参看[32-35]。

## 2 结构塑性动力响应当前所关注的几个基本问题

上文提到的刚塑性动力响应的1阶近似理论,实际上是建立在忽略弹性变形、应变率效应、应变强化、有限变形、初始缺陷等与材料本构以及几何非线性有关的各种因素基础上的。其基本做法大体上是沿用结构的刚塑性准静态极限分析的思想,只是加入了介质惯性力。这样的近似理论无疑存在着很多不足之处。可是由于解法简便,在输入结构的能量很大的情况下它确实一定程度上反映了结构塑性动力响应的本质。因此,对1阶近似理论加以修正,补充,并估计其他诸效应在结构响应过程中的影响使之符合实际材料的动力特性和结

构的几何特性<sup>[30]</sup>，就形成了塑性动力响应当前理论研究的重点或方向，这里我们主要结合最近的文献对这方面的工作做一个简要综述。

### 2.1 材料的弹性效应

到目前为止，据我们所知，通过对结构进行弹塑性动力分析从而获得塑性动力响应解析解的文献只有唯一的一篇，这就是1950年P.E. Duwez对中点受撞击而获得一个初始速度的无穷长梁进行弹塑性动力分析给出的结果<sup>[25]</sup>。由于弹塑性分析涉及加载、卸载、再加载，这些过程又与时间及随时间变化的塑性区形状联系在一起，所以即使对于非常简单的结构，分析起来也十分困难。但是，材料的弹性效应在塑性动力响应中起多大影响的研究工作却一直都在进行着。上文提到Symonds<sup>[31]</sup>提出了忽略弹性的两个条件即(i)输入结构的动能远远大于结构所能贮存的弹性应变能，(ii)载荷作用时间远远小于结构自振的最小周期。最近Symonds和Frye<sup>[37]</sup>又分析了单自由度的质量弹簧模型，弹簧分别是理想弹塑性和刚塑性的。他们分析了在6种不同型式脉冲载荷作用下两种模型的动力响应。将最终位移之差，输入能量与最大弹性能之比( $R$ )，以及载荷作用时间，画在同一张图上，最后得到两条主要结论：①条件(i)是刚塑性解逼近弹塑性解的必要条件，但不是充分的；②如果不满足条件(ii)并且压力脉冲有一个非零的增长时间，则两个解的误差将相当大，但是随着 $R$ 增大，误差相对减小。需要说明的是，Symonds分析的是单自由度的质量弹簧模型。这些结论是否也适用于连续体的情况，或者只是连续体结论之中的一部分，这个问题似乎还需要进一步认识。例如，T.X. Yu(余同希)和Symonds<sup>[38]</sup>用非线性有限元程序ABAQUS分析过一个轴向不可移的铰支梁对矩形脉冲载荷的弹塑性动力响应，发现对于某些给定的脉冲，梁的最终挠度会出现在载荷作用的相反方向。接着他们用Shanley模型对这一现象进行了分析，发现梁最终弹性振动的平衡位置取决于弹性卸载时刚性杆的转角。这说明了结果对初值的敏感性。但是这一现象在刚塑性动力响应中是不会出现的<sup>[39]</sup>。最近Strong和Hua Yun-Long(华云龙)<sup>[40]</sup>分析了一个双自由度集中质量的简支梁和悬臂梁的弹塑性模型，发现即使在 $R$ 很大的情况下，初速度平面上仍然能够找到一个区域使得弹塑性解与刚塑性解之间的误差达到20%以上。类似的结果还可以参看[41]。这些新出现的问题显然是单自由度的模型所不能预测的，同时暗示了研究弹性效应的复杂性。因此很有必要对这一问题做进一步的工作。

Forrestal等<sup>[42-44]</sup>提出的近似估计材料弹性效应在塑性动力响应中的影响的方法也很有特点，它不仅简单而且与实验非常符合<sup>[43,44]</sup>。其基本思想与SEP方法有类似之处<sup>[45,47]</sup>。首先认为梁的初始阶段是弹性振动，并求出振动的弹性解，同时判断最大弯矩发生的截面，在某个时刻 $t$ ，该截面产生初始屈服，然后梁进入弹塑性振动阶段。通过对塑性区的形状作一些假设，并认为初始屈服时刻梁所具有的动能全部消耗在塑性区内来建立能量平衡方程，最后求得梁的最终挠度。这种近似估计法求解过程非常简单。如果材料是率敏感的，那就可以联立Cowper-Symonds本构关系<sup>[48]</sup>，求得相应的动屈服应力。他们对6061-T6铝材以及1018钢的简支梁受均布冲击载荷的实验<sup>[43,44]</sup>表明，理论结果与实验符合很好。但是这个方法在应用方面局限性很大(如对结构的约束条件有限制)，其次，对塑性区的假设很大程度上是人为的，但是由于计算简单实用而受到人们的关注。

继Symonds和Fleming<sup>[40]</sup>用有限元程序ABAQUS研究弹塑性悬臂梁端部受集中质量

撞击的塑性动力响应以后, Reid 和 Gui<sup>[50]</sup> 重新用 ABAQUS 研究了这一问题。他们得出的关于弹性影响的主要结论是: ①初始阶段有一个最大弯矩(移行铰)从梁的端部向根部传播, 但是由于前驱弹性弯曲波到根部反射, 阻止了移行铰的前进使之在梁的中部振荡。估计这可能是反射波束与塑性铰相互作用出现了卸载所致。这时梁根部附近的弯矩出现负值形成负方向的塑性铰, 而位于中部塑性区段内的弯矩明显减小, 中部移行铰有反回趋势。②当塑性功在梁的根部消耗到一定程度, 根部再次回到正弯矩, 这样使得梁围绕根部旋转的阶段往后推迟。③弹性效应是中部形成高曲率区的基本原因, 这个区域在刚塑性分析中不会出现, 但在实验中能够观察到<sup>[50]</sup>。④考虑应变率效应以后, 弹性前驱波仍然起着重要作用, 粘塑性的影响会重新分配梁的变形, 在根部产生更加分散的塑性区, 减小了中部塑性变形的集中度。这些现象与刚塑性分析的结论显然有差异, 可惜这方面的理论工作还没能跟上。

## 2.2 横向剪力和转动惯量的影响

刚塑性动力响应的 1 阶近似理论并不考虑剪力对材料屈服的影响, 也不考虑剪切转动惯量对平衡方程的影响。这样的近似对于静载荷情况是比较容易接受的<sup>[51]</sup>。除了深梁、中厚板、中厚壳以外, 在横向静载的作用下, 梁、板、壳的内力主要表现仍然是弯矩和膜力。但是, 对于强动载荷作用下的结构, 无论是理论还是实验<sup>[52]</sup> 都证实, 剪力起着非常重要的作用, 这就使结构有可能产生剪切破坏模式<sup>[50]</sup>。根据刚塑性分析的 1 阶近似理论, 梁、板、壳在受到冲击载荷作用时, 其载荷作用边界的初始剪力将达到无穷大<sup>[53]</sup>。Jones 等<sup>[54-58]</sup> 通过理论分析后指出: ①受均布冲击载荷的梁、板在支承处可能发生剪切破坏; ②剪切在结构的高阶模态响应中起着重要作用; ③剪切转动惯量在刚塑性动力响应中通常不起主要作用。Spencer 和 Jones<sup>[60,61]</sup> 对纤维增强形梁的研究结果表明, 对各向异性梁的动力响应, 剪力也起着重要作用。

一个有代表性的实例是 A. J. Wang (王仁)<sup>[58]</sup> 分析的简支薄板在冲击载荷作用下的刚塑性动力响应。在这个实例中, 初始时刻, 支承处的剪力是无穷大。Jones 和 Oliveria<sup>[55]</sup> 对同样的问题引入了剪力和剪切转动惯量的影响。他们采用简化的屈服条件, 最后得的结果指出: ①对某组给定的结构参数<sup>[55]</sup>, 最大挠度仅是[53]给出值的 2/3; ②支承边界内侧有一个均匀的滑移量。有关壳体的类似研究还可以参看[58]。最近陈政与杨嘉陵<sup>[62]</sup> 对悬臂梁端部受集中质量撞击的问题重新进行了分析。分析中考虑了截面屈服剪力随响应过程发生变化的情况。发现集中质量很小时, 能量几乎全部消耗在剪切屈服阶段, 因而梁可能出现剪切破坏。当集中质量在某个范围时, 能量主要由移行铰消耗, 而当集中质量很大时, 能量主要消耗在梁的根部, 破坏模式变为 I 型。

60 年代以来, 研究剪力对结构刚塑性动力响应影响方面的文献源源不断。其工作主要分为两类。第一类, 不考虑剪切转动惯量的影响, 但保留剪力项<sup>[56,59]</sup> 参加屈服条件; 第二类, 同时考虑剪切转动惯量和剪力的影响<sup>[55,58]</sup>。前者数学处理比较简单, 但也能获得比较理想的结果, 因此往往易于被人采纳。后者的结果更为“精确”, 虽然数学运算比较复杂, 但可以同时估计剪切转动惯量在响应过程中的影响。无论是第一类还是第二类, 一般都采用弯矩和剪力独立作用的简化屈服条件。至于采用剪力-弯矩耦合的屈服条件(非线性曲线)来分析剪力和转动惯量影响的文献至今还很少见<sup>[63]</sup>。

## 2.3 有限变形的影响

上节所谈到的剪力效应,实际上主要发生在响应初始阶段。与之相比,有限变形的影响却主要发生在响应的后期。随着响应过程的发展,结构发生大的几何变形,由此往往导致膜力逐渐增大。受轴向约束的梁以及板、壳在受到横向动载作用时,这种现象非常突出<sup>[97-102]</sup>。一般地说,有限变形的影响包含了对两类效应的研究。第一类是指结构在发生几何变形时诱导出的膜力对结构承载能力的影响。在这类问题中,支承对结构内部的约束都较强。第二类是指几何构形变化引起平衡方程几何关系改变所造成的效应,这时结构所受的约束较弱,而膜力不起主要作用。这一方面工作的详细评述可参看[64]。

2.3.1 膜力的影响 这项工作的理论和分析方法基本上是由Symonds和Miental等<sup>[89,95]</sup>提出来的。他们采用拉弯交互作用的极限条件,配合相应的流动法则,通过平衡方程,描述出结构响应各阶段弯矩和膜力随挠度的变化。最后的结果总是呈现这样的规律——梁的变形机理由弯矩控制阶段过渡到塑性弦控制阶段。梁的最终挠度比1阶近似理论有明显减小,而与实验吻合较好。对于独立作用的极限条件,也有类似规律<sup>[69]</sup>。但是这样的分析方法似乎只在梁的响应过程中取得了成功。Jones<sup>[60]</sup>希望在板上完成全过程分析时就遇到了很大的数学上的困难,因而不得不做出一些简化,并只能采用独立作用屈服面对最终挠度作出上限和下限估计,二者都比王仁<sup>[68]</sup>的小挠度解小很多,并且和实验相符。

2.3.2 几何大变形效应 在这方面已经得到完全解的文献也只有很少的几篇,如:Ting<sup>[67]</sup>关于悬臂梁端部受集中质量撞击的分析;张铁光和余同希<sup>[68]</sup>关于曲梁端部受集中质量撞击的大变形分析;周青<sup>[69]</sup>关于门形框架受均布冲击载荷作用的大变形分析。可以看出在有限变形的情况下,要想获得问题的完全解往往比较困难。但是这项工作仍然具有重要意义,因为它不仅能够为近似解提供理论依据,而且能够了解结构在整个响应过程中的性质。

## 2.4 应变率效应

应变率的效应在塑性动力分析中起着极其重要的作用,特别是应变率敏感材料,在强动外载作用下,动态屈服应力比静屈服应力往往高出许多<sup>[65,26,70]</sup>。因此,如果忽略应变率的影响,势必造成模型与实际问题的明显误差。但是怎样估计应变率的影响,使这种估计既能满足一般工程的要求,又不会导致计算过程的过分复杂,却是一个非常伤脑筋的问题。其主要原因是粘塑性本构关系一般比较复杂<sup>[71]</sup>。由此造成动力学方程的求解相当困难。

自60年代以来,许多学者为寻求一种简便而可靠的方法做过大量的工作。然而直到今天,这项工作仍然没有得到满意解决。近几年,塑性动力响应中的这个研究方向,似乎受到一些“冷遇”,但笔者感到下面几项工作是比较令人振奋的。

2.4.1 Cowper-Symonds关系<sup>[48]</sup>的应用 Cowper和Symonds发现材料的动态极限屈服应力( $\sigma_0^D$ )与应变率( $\dot{\epsilon}$ )之间的关系可以通过一个简单的经验公式表示为

$$\sigma_0^D/\sigma_0^s = 1 + (\dot{\epsilon}/D)^{1/P}$$

其中 $\sigma_0^s$ 是静态极限屈服应力。在这个公式中只有两个待定常数 $D$ 和 $P$ 。他们经过一系列的实验给出了一些材料如软钢、铝合金等的常数值。很显然这个方程的形式是Perzyna<sup>[71]</sup>方程的一种特殊情况。

尽管Cowper-Symonds关系是经验性的,但是已经在塑性动力响应分析中得到了广泛应用,无论是解析结果还是数值结果都表明能够与实验符合<sup>[44,95]</sup>。可是这并不等于问题已经

解决。事实上, 由于在响应过程中结构各点的应变率是随时间和空间而变化的, 即使对于非常简单的结构<sup>[72]</sup>分析过程也很复杂, 所以在应用时, 通常采取某一特征或平均应变率作为近似估计。这自然就免不了具有一定的人为性。

2.4.2 Perrone<sup>[73-75]</sup>的工作 Perrone通过对两个单自由度构件的塑性动力研究, 发现在整个响应过程中动态极限屈服应力可以近似取为一个常数。这个常数由结构产生初始屈服时的应变率来确定 (Cowper-Symonds 关系)。他把精确解与近似解做了比较发现误差很小, 后来他的结论被实验所证实<sup>[44]</sup>。1979年他把这种方法与有限变形的响应问题结合起来<sup>[74,75]</sup>, 并做了一些修正, 取得了相当好的结果。

### 2.5 材料和结构中缺陷的影响

在研究塑性动力响应问题时, 一般并不考虑结构或材料中可能存在初始缺陷, 如几何缺陷、裂纹、损伤、腐蚀等。而事实上材料和结构中存在初始缺陷是不可避免的。无疑, 这些缺陷对结构的响应过程会产生重要影响<sup>[76,77]</sup>, 在某些情况下它们会导致结构承载能力和最终变形与无缺陷结构显著不同<sup>[78]</sup>。另一方面, 缺陷在动载作用下的性质又是断裂动力学的一项研究内容。

余同希和华云龙<sup>[79]</sup>在分析折梁对突加载荷的塑性动力响应时发现过去常用的分析方法 (即单铰模式) 不能给出完全解, 在某些条件下梁的部分区段要破坏极限屈服条件, 为此他们引进了不稳定铰的概念……。实际上这就是对载荷作一个上界估计。华云龙, 余同希和 Reid<sup>[80]</sup>在对受阶跃载荷作用的阶梯形梁和折梁进行分析时引入了所谓“双铰模式”, 克服了[79]的矛盾, 获得了这个问题的完全解。在这一工作的基础上, 杨嘉陵和华云龙等<sup>[81]</sup>把这个模式推广到脉冲载荷的情形, 并对含凹槽的直梁的刚塑性动力响应进行了讨论。最近 Reid, 华云龙和杨嘉陵<sup>[82]</sup>又获得了折梁受到面外脉冲载荷作用的完全解。

杨嘉陵和余同希<sup>[83]</sup>通过分析在均布阶跃、脉冲和冲击载荷作用下, 中点含缺陷的简支梁的刚塑性动力响应, 发现缺陷对结构响应的影响主要表现在如下几个方面: ①变形模式与完善结构有明显差异, 缺陷处将出现固定铰; ②缺陷处有明显的应变集中, 耗散能分配在缺陷上的比例随着缺口加深而明显增大, 这种状况很可能导致缺陷失稳, 从而降低结构的承载能力; ③存在着某些最危险情况, 当结构参数满足一定条件时, 外界输入能量将全部消耗在缺陷处。

最后值得提到的是 Petroski 和 Kumar 等<sup>[84-87]</sup>的工作。他们利用模态法分析了含裂纹的悬臂梁 (管) 受集中质量撞击时的刚塑性动力响应, 并且结合断裂准则对裂纹稳定性进行了分析, 发现含腐蚀性裂纹圆管受冲击载荷作用时, 某一中等尺寸的裂纹较大尺度或小尺度裂纹更容易失稳。最近笔者<sup>[15]</sup>给出了该问题的完全解, 并且根据不同质量比计算了梁的最终挠度与裂纹深度的关系, 发现在一定条件下, 梁的最终挠度对裂纹深度不敏感。

## 3 数值分析和近似方法

### 3.1 复杂结构塑性动力响应的数值分析

上节我们简要概述了当前塑性动力响应研究所关注的一些基本问题。这些问题属于理论研究的长课题。为了突出重点和便于数学处理, 人们对这些问题的研究常局限于简单构件。近年来随着高速大容量计算机的出现以及各种数值方法的完善, 过去不敢问津的复杂结构的非线性动力学问题一跃成为各国研究机构关注的对象, 一批用有限差分和有限元方法编制的

非线性动力分析程序相继问世,有的是专用程序,有的是通用软件包。这些程序可直接用于汽车、潜艇、近海结构、飞机、核电站管道的耐撞性研究,以达到改进设计、优化构形的目的。由于文献很多,限于篇幅,笔者不可能全面介绍各类数值方法及这些程序的功能和特点,有兴趣的读者可参看[2—7,11,23,34,35,92]。应当指出,尽管各类数值方法在求解复杂结构塑性动力响应方面已取得了很大成功,但至今尚有一些问题没有得到满意的解决,例如动态破坏准则的确定。我们知道在强动载作用下,结构的破坏可能由多种机理产生,这取决于加载方式,几何构形,材料的组成,应力状态,以及响应过程等。但由于缺乏对脆性、塑性、剪切破坏的微观力学机理的认识,因此还不能根据现有的理论建立起一套适合不同状态下动力破坏的准则。而已有的准则大都以连续固体力学的经典强度理论为基础,如把应力、应变、塑性功、广义位移或这些变量组合的瞬时值作为准则的函数变量。函数的形式通常依赖于单轴条件下得到的实验拟合曲线。一旦结构在响应过程中在某一确定位置满足准则,就认为破坏瞬时发生。近年来人们逐渐认识到结构的动态加载破坏是一种与时间相关的现象,提出了一些破坏准则,如时间累积的过应力模型<sup>[90]</sup>,损伤累积模型<sup>[91—93]</sup>等。然而真正用于计算和应用的破坏准则很少,这大概是缺乏理论支持的缘故。另一个值得注意的问题是本构关系的选取。O.C.Zienkiewicz在论广义有限元的现状和发展方向一文<sup>[94]</sup>的结束语中有这样一句话:错误的本构关系加上超级的计算技术仍将得到毫无意义的结果……。这说明复杂结构塑性动力响应数值计算结果的可靠性,在很大程度上取决于本构关系是否真实反映材料的动态特性。迄今为止已经提出了各种形式的本构方程,然而在复杂应力状态下,动态实验要比准静态实验困难得多。可以说人们对弹粘塑材料的动态性能仍然不够清楚,这也是塑性动力学应用于实际工程结构的一大障碍。

### 3.2 近似方法

3.2.1 限界定理 在结构比较复杂的情况下,要想获得一个问题的解析解几乎是不可能的。如果完全采用数值分析,又常常因花费浩大而降低了计算程序的实用性。因此人们开始寻求各种近似方法,其中比较重要的方法之一是限界定理,即对结构的刚塑性响应时间和最终位移给出上下限估计。基本定理有4个:①响应时间下界<sup>[95]</sup>;②最终位移下界<sup>[96]</sup>;③响应时间上界<sup>[97]</sup>;④最终位移上界<sup>[98]</sup>。可惜这4个定理都是建立在小变形基础上的。后来经过一些改造,可以推广到有限变形的情况。关于这方面的文献可以参看[99—101]。但需要说明的是由于受到各种条件的限制,经过改造的限界定理应用起来很不方便。因此,在有限变形结构中怎样寻求更一般和更简单的限界定理,仍然值得深入研究<sup>[102,103]</sup>。

3.2.2 模态解 另一个重要的近似方法是结构刚塑性动力响应的模态解。近年来,这方面的文献大量涌现,可以参考 Symonds<sup>[32]</sup>和黄筑平、王仁<sup>[104]</sup>的综述。下面把比较引人注目的几个问题提一下。

①最优模态的选取。大家知道, Martin等<sup>[105—107]</sup>提出的收敛定理以及由此推出的最小 $\Delta$ 技术为模态解匹配了初始条件,从而为逼近真实解提供了理论依据。他们提出

$$\Delta_0^{min} = \min \left( \frac{1}{2} \int_V \rho (\dot{U}_i^0 - \dot{U}_i^{0*}) (\dot{U}_i^0 - \dot{U}_i^{0*}) dV \right)$$

其中 $\dot{U}_i^0, \dot{U}_i^{0*}$ 分别为真实解和模态解的初始速度, $V$ 为结构域, $\rho$ 为材料密度。这个公式也是选取模态的根据,也就是说如果存在着许多安全的模态可供选择,那么能够取得最小

$\Delta$ 。的模态是最逼近真实解的。后来 Symonds<sup>[108]</sup> 通过一实例说明这个条件不充分，而必须附加一个条件，这就是模态还要求稳定。然而在复杂的结构中，模态很多，如何判别稳定模态是一个难题，于是提出了限界定理的判据。后来 Slutsky 和 Chon<sup>[109]</sup> 提出了更一般的判据。可是 Lepik<sup>[110-112]</sup> 发现如果结构响应在后期收敛到稳定模态，那么使用非稳定模态得到的最终形状能够更好地与分析解吻合。总之优化模态的选取是值得深入研究的问题。

②进化模态解。Palomy 和 Strong<sup>[113]</sup> 提出了研究结构大挠度刚塑性动力响应的进化模态解方法。其基本思想是利用 Lee 极值原理<sup>[114]</sup>，确定出结构随响应过程发展的瞬时模态（它只依赖于初始构形和初始模态选取），进而建立反映构形变化的模态进化规律，直至速度为零时终止。这个方法避开了完全解分析中遇到的与几何大变形和移行铰有关的非线性微分方程，使问题得到了很大简化，但又可以保证一定的计算精度。[113] 给出了半圆拱顶部受不同方向集中质量撞击的计算结果并与有限元的计算结果进行了比较，发现除了形状在高曲率区有些差异外，中点的最终挠度符合良好。最近周青和余同希<sup>[115]</sup> 把这个方法用到门形框架受均布冲击载荷的分析中，并与完全解进行比较，两者符合也相当不错。

3.2.3 SEP 方法 (separated elastic analysis) 为了综合考虑有限变形、弹性效应、应变率效应在塑性动力响应中的影响而又不进一步增加计算量，Symonds<sup>[46,47]</sup> 推广模态法，提出了 SEP 方法。他假设结构的响应可分为彼此分离的一些相。第一相是弹性响应，可以采用弹性动力学的理论和计算方法。第二相是刚塑性响应，他采用模态法，包括考虑有限变形、应变率效应等进行处理。第三相是残余弹性振动。经过这样的简化，弹塑性动力分析的复杂计算程序被相当简单的分离相计算所替代。[116] 表明 SEP 的结果与实验相符，但是这种方法仍然存在一些值得研究的问题。例如，弹塑性阶段的影响怎样估计？各相的起始和终止怎样合理定义？弹性突然跃迁到刚塑性阶段怎样协调以及卸载等问题。

3.2.4 膜力因子法 最近余同希和 Strong<sup>[88]</sup> 在研究圆柱壳受飞射物撞击的动力响应和动态破坏时，采用刚塑性地基梁比拟提出了一种求解大挠度响应的膜力因子法 (membrane method)。它的基本思想是从能量的观点出发，把大挠度的效应归结为在小挠度方程中的塑性极限弯矩上乘以一个表征膜力效应的因子，即将小挠度分析中的纯弯曲塑性铰视为弯矩和膜力联合作用下的广义塑性铰。而膜力因子则根据弯矩膜力联合作用的屈服条件和能量耗散的观点计算得到<sup>[88]</sup>。采用膜力因子法求解梁、板的大挠度响应不但概念清晰无需作许多人为假设，而且与求解小挠度动力响应相比计算量增加很少，计算结果与实验符合良好，且与已有理论的近似结果相比有所改进<sup>[64]</sup>。

以上只是笔者所比较熟悉的有关塑性动力响应中，当前人们所关注的几个方面或称为研究重点。实际上塑性动力学所涉及的范围甚广，内容十分丰富，例如：动态屈曲问题；尺寸率；绝热结构的变形；液固耦联问题等等（可参看[89]）。

#### 4 结 语

结构塑性动力响应是近年来迅速发展起来的一门学科，其研究成果已经广泛应用于评价结构在爆炸、冲击等强动载荷作用下的承载能力。本文简要介绍了该学科当前的研究进展和重点，指出了 1 阶近似理论的不足，提出目前学者们所关注的一些基本理论问题，诸如估计弹性效应、剪力和转动惯量的效应、有限变形的效应、应变率效应、缺陷效应等这样的 2 级效应的影响。本文还指出，尽管各类数值方法和近似方法已经得到了充分发展，相应的大型

非线性塑性动力分析程序已经应用于工程实际,但是由于缺乏对脆性、塑性、剪切破坏的微观力学机理的认识,至今还没有一套适合不同状态下动力破坏的准则。此外,数值结果的可靠程度主要取决于人们对材料动态特性的认识,而这方面的工作却没有能跟上。所以在结构塑性动力响应方面还有许多工作需要我们去作。

### 参 考 文 献

- 1 Johnson M, Namalis A G. *Crashworthiness of Vehicles*. Mechanical Engineering Publications Ltd, London (1978)
- 2 Maxurkiewicz M, Tien Y L. *Comput. Struct.*, 23 (1987) : 741—747
- 3 Argyris J, Balmer H A, Koltinis J S, Kurz A. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 22 (1986) : 497—519
- 4 Wang H L, Meredith D. *Int. J. Impact Eng.*, 1 (1983) : 199—255
- 5 Jones N. *Structural Crashworthiness* (eds, Jones N, Wierzbicki, T. Butterworths Press, London, Boston (1983) : 308—337
- 6 Lee L H, Hong J T. AD-A007329 (1975)
- 7 Nikolakopoulou G, Dimaggio F. *Comput. Struct.*, 10 (1979) : 659—667
- 8 沈伟琴, 张剑, 陈铁云. *力学进展*, 20 (1990) : 93—98
- 9 Lukkunaprasit P, Widartawan S, Karasudhi P. *Int. J. Earthquake Engr. Struct. Dyn.*, 8 (1980) : 237—250
- 10 Newmark N M, Rosewblueth E. *Fundamentals of Earthquake Engineering*. Prentice-Hall (1971)
- 11 华云龙, 余同希. *计算结构力学及其应用*, 5 (1988) : 105—112
- 12 余同希, 华云龙. *压力容器*, 3 (1986) : 70—76
- 13 Palusamy S, Manhardt P E. ASME Publ., No. 80-C2/PVP-148 (1980)
- 14 Reid S R, Prinja N K. *Proc. Int. Mech. Engng. Conf. on Pipework Engineering, Operation C376/044* (1989) : 315—362
- 15 杨嘉陵, 余同希. *北京大学学报*, 27 (1991) : 576—589
- 16 ———. *北京大学博士论文*, 第五章 (1991)
- 17 Veredith D, Witmer E A. ASME Publ., No. 78-PVP-33 (1978)
- 18 Rodal J J A, Witmer E A. NASA Tech. Rept., CR-159874 (1979)
- 19 Hibbitt H D. *Nucl. Eng. Des.*, 77 (1984) : 271—297
- 20 Belytschko T, Marchjertas A H. *J. Pressure Vessel Tech., Trans. ASME*, 96 (1974) : 251—257
- 21 Jones N. *Struct. Impact*. Cambridge UP, Cambridge (1989)
- 22 Johnson W. *Impact Strength of Materials* (ed, Arnold E) (1972)
- 23 乔纳斯, A·朱卡斯. *碰撞动力学* (张志云等译). 兵器工业出版社 (1989)
- 24 Jones N, Wierzbicki T (eds). *Structural Crashworthiness*. Butterworths, London, Boston (1983)
- 25 杨桂通, 熊祝华. *塑性动力学*. 清华大学出版社 (1984)
- 26 Benzley S E, Hutchinson J R, Key S W. *J. Appl. Mech.*, 40 (1973) : 731—736
- 27 Liu J H, Jones N. *Rep. Es/31/87*, University of Liverpool, Dept. Mech. Eng., Liverpool (1987)
- 28 Jones N. *J. Engng. Industry*, 98 (1976) : 131—136
- 29 Duffey T A. *Dynamic rupture of shells*, in *Structural Failure* (eds, Wierzbicki, T, Jones N). New York (1989) : 133—159
- 30 Menkes S B, Opat H J. *Exp. Mech.*, 13 (1973) : 480—486
- 31 Symonds P S. *Brown Univ., Division of Engineering Report*, BU/NSRDC/1-67 (1967)
- 32 ———. *Proc. 5th Eng. Mech. Speciality Conf. ASCE*, New York (1984) : 1—23
- 33 Jones N. *Appl. Mech. Rev.*, 42 (1989) : 95—115
- 34 Brown S J. *ibid*, 39 (1986) : 117—201
- 35 ———. *ibid*, 38 (1985) : 1625—1651
- 36 Nonaka T. *J. Appl. Mech.*, 34 (1967) : 623—643
- 37 Symonds P S, Frye C W G. *Int. J. Impact Engng.*, 7 (1988) : 139—149
- 38 ———, Yu T X (余同希). *J. Appl. Mech.*, 52 (1985) : 517—522
- 39 ———, Mental T J. *J. Mech. Phys. Solid*, 6 (1958) : 186—202
- 40 Strong W J, Hua Y L (华云龙). *Int. J. Impact Engng.*, 9 (1990) : 253—262
- 41 Yu T X, Xu. Y. *J. Appl. Mech.*, 56 (1989) : 868—873

- 42 Forrestal M J, Wesenbery D L. *ibid*, 43 (1976) : 259—262
- 43 —, —, *ibid*, 44 (1977) : 799—780
- 44 —, Sagartz M J. *ibid*, 45 (1978) : 685—687
- 45 Symonds P S. Proc. Speciality Conf. Dyn. Response of Structures, ASCE, New York (1981) : 887—901
- 46 —, Mesquera J M. *J. Appl. Mech.*, 52 (1985) : 115—121
- 47 —, Kolsky H, Mosquera J M, in Mechanical Properties at High Rate of Strain (ed. Harding J). Inst. Phys. Conf. ser. no. 70, London (1984) : 479—486
- 48 Cowper G R, Symonds P S. Technical Report No. 28 from Burown University to the Office of Naval Research under Contract Nonr-562 (10) (1957)
- 49 Symonds P S, Fleming W T. *Int. J. Impact Engng.*, 2 (1984) : 1—36
- 50 Reid S R, Gui X G, *ibid*, 6 (1987) : 109—127
- 51 霍奇 P G. 结构的塑性分析 (蒋咏秋, 熊祝华译). 科学出版社 (1966)
- 52 Jones N. *Structural Impact*, Cambridge UP, Cambridge, ch 6 (1989) : 216—275
- 53 Wang A J (王仁). *J. Appl. Mech. Trans. ASME*, 22 (1955) : 375—376
- 54 Jones N. *Int. J. Impact Engng.*, 3 (1985) : 273—291
- 55 —, Oliveria J G D. *J. Appl. Mech., Trans. ASME*, 47 (1980) : 27—34
- 56 —, Song B Q. *J. Struct. Mech.*, 14 (1986) : 275—320
- 57 —, Guedes S C. *Int. J. Mech. Sci.*, 20 (1978) : 135—147
- 58 —, Oliveria J G D. *Int. J. Solids & Struct.*, 19 (1983) : 263—266
- 59 Liu J H, Jones N. *ibid*, 24 (1988) : 251—270
- 60 Spencer A J M. *Int. J. Eng. Sci.*, 17 (1979) : 35—47
- 61 Jones N. *J. Appl. Mech.*, 43 (1976) : 319—324
- 62 陈政, 杨嘉陵. *上海力学*, 12 (1991) : 8—18
- 63 Oliveria J G D, Jones N. MIT Sept. Ocean Engng. Rept. 78 2 (1978)
- 64 余同希. 塑性力学和地动力学位文集 (余同希, 王人符编). 北京大学出版社 (1990) : 124—131
- 65 Symonds P S, Jones N. *Int. J. Mech. Sci.*, 4 (1972) : 49—69
- 66 Jones N. *J. Appl. Mech., Trans. ASME*, 35 (1968) : 59—65
- 67 Ting T C T. *ibid*, 32 (1965) : 295—302
- 68 Zhang T G (张铁光), Yu T X. *Int. J. Impact Engng.*, 4 (1986) : 229—241
- 69 周青. 北京大学硕士研究生论文 (1988)
- 70 Bonder S R. Behavior of Material Under Dynamic Loading (ed. Huffington N J) ASME (1965) : 93—105
- 71 Perzyna P. *Advances in Applied Mechanics*, 9 (1966) : 243—377
- 72 Ting T C T. *J. Appl. Mech., Trans. ASME* 31 (1964) : 38—42
- 73 Perrone N. *ibid*, 32 (1965) : 489—492
- 74 —, Bhadra P. *ibid*, 46 (1979) : 811—816
- 75 —, —, *ibid*, 51 (1984) : 505—509
- 76 杨嘉陵, 余同希, 华云龙. *振动与冲击*, 2 (1991) : 20—29
- 77 Petroski H J. *Int. J. Pres. Ves. and Piping*, 13 (1983) : 1—18
- 78 杨嘉陵, 余同希. *固体力学学报 (英文版)*, 1 (1991) : 16—32
- 79 余同希, 华云龙. *振动与冲击*, 3 (1986) : 1—11
- 80 Hua Y L, Yu T X, Reid S R. *Int. J. Impact Engng.*, 7 (1988) : 401—413
- 81 杨嘉陵, 华云龙, 潘海林. *爆炸与冲击*, 10 (1990) : 22—33
- 82 Reid S R, Hua Y L, Yang J L (杨嘉陵). *Int. J. Impact Engng.*, 9 (1990) : 485—502
- 83 Yang J L, Yu T X. *ibid*, 11 (1991) : 211—213
- 84 Petroski H J. *J. Appl. Mech., Trans. ASME*, 51 (1984) : 329—334
- 85 Kumar S, Petroski H J. *Int. J. Impact Engng.*, 6 (1987) : 87—99
- 86 Petroski H J. *Int. J. Pres. Ves. & Piping*, 16 (1984) : 285—298
- 87 —, *Int. J. Fracture*, 26 (1984) : 29—31
- 88 Yu T X, Strong W J. *Int. J. Impact Engng.*, 9 (1990) : 115—126
- 89 Jones N. *Shock Vib. Dig.*, Part 1, 10 (1978) : 21—33; Part 2, 10 (1978) : 13—19; Part 3, 13 (1981) : 3—16; Part 4, 17 (1985) : 13—19
- 90 Tuler R F, Butcher B M. *Int. J. Fracture Mech.*, 4 (1968) : 431—443
- 91 Davison L, Stevens A L, Kipp M E. *J. Mech. Phys. Solids*, 25 (1977) : 11—28
- 92 Seaman L. *Shock Vibration Computer Programs* (eds, Pilkey W, Pilkey B), Washington, D. C.

(1975)

- 93 Seaman L, Shockey D A. AMMRC-CTR-75-2 (1975)
- 94 美国机械工程师协会编. 应用力学最新进展. 科学出版社 (1987) : 1-21
- 95 Martin J B, in: Development in Theoretical and Applied Mech., 3 (1967) : 1-8
- 96 Morales W J, Nellville G E. *AIAA J.*, 8 (1970) : 2043-2046
- 97 Lee L S S, *J. Appl. Mech., Trans. ASME*, 39 (1972) : 904-910
- 98 Martin J B, *ibid.*, 32 (1965) : 1-6
- 99 Ploch J, Wierzbicki T. *Int. J. Solids, Structures*, 17 (1981) : 183-195
- 100 Van V T, Sawczuk A, *ibid.*, 19 (1983) : 189-205
- 101 Symonds P S, Chon C T, *ibid.*, 11 (1975) : 403-423
- 102 Huang Z P (黄筑平). *Mech. Res. Comm.*, 12 (1985) : 257-264
- 103 —, Vaughan H. *Int. J. Non-linear Mech.*, 22 (1987) : 291-296
- 104 黄筑平, 王仁. 力学进展, 15 (1985) : 1-20
- 105 Martin J B, Symonds P S, *J. Eng. Mech. Div. Proc. ASCE*, 92 (EM5) (1966) : 43-49
- 106 —, Lee L S S, *J. Appl. Mech., Trans. ASME*, 35 (1968) : 803-809
- 107 —, *ibid.*, 33 (1966) : 207-209
- 108 Symonds P S. The Optimal Mode in the Mode Technique. Division of Engineering, Brown University, Providence, Rhode Island, U. S. Army Research office DAAG 29-78-G-0085 (1979)
- 109 Slutsky S, Chon C T, Yeung K S. *J. Struct. Mech.*, 10 (1982) : 117-131
- 110 Lepik U. *Mech. Res. Commun.*, 6 (1979) : 135-140
- 111 —, *Int. J. Solids, Struct.*, 17 (1981) : 617-629
- 112 —, *ibid.*, 18 (1982) : 285-295
- 113 Palomy C, Strong W J. *Mech. Struct. Mach.*, 16 (1988) : 53-80
- 114 Lee L S S, *J. Appl. Mech., Trans. ASME*, 39 (1972) : 904-910
- 115 周霄, 余同希. Lee 极值原理与结构大挠度塑性动力响应. 固体力学学报 (将发表)
- 116 Kolsky M J M, Symonds P S. *J. Eng. Mech. ASCE*, 111 (1985) : 1380-1388

## RECENT DEVELOPMENTS AND EMPHASES IN THE DYNAMIC PLASTIC RESPONSE OF STRUCTURES

Yang Jia-ling\* Yu Tong-xi Wang Ren

Department of Mechanics, Beijing University (Peking University)

**Abstract** Beginning with the background of engineering applications and the research characteristics of the dynamic plastic response of structures, this article outlines recent developments in the topic. Several fundamental theoretical problems and research methods of current interest on dynamic plastic response are reviewed, and the problems which remain to be solved in numerical and approximate analysis are also suggested.

**Keywords** *dynamic plastic response; intense dynamic load; plastic hinge; shear; strain rate; finite deformation; imperfection; mode.*

\* Present address: Solid Mechanics Research Centre, Beijing University of Aeronautics and Astronautics.