第21卷 第4期 力学进展 Vol. 21 No. 4
1991年11月25日 ADVANCES IN MECHANICS Nov. 25, 1991

无穷维动力系统中惯性流形和吸引子*

刘曾荣[1)] 徐振源[2)] 谢惠民[1)]
中国科学院力学研究所非线性连续介质力学
开放实验室，北京（邮政编码100080）

提要 本文综述了无穷维动力系统近年来的发展概况，系统地介绍了它的理论基础以及有关结果，最后就无穷维动力系统发展趋势和意义作了一些讨论。

关键词 无穷维动力系统；惯性流形；吸引子；谱裂口

1 引言

非线性科学是当前自然科学的一个热门．D. K. Campbell[1] 曾指出非线性科学中的4个有意义的范例：①拟序结构和孤立子；②确定性浑沌和分形；③复杂的图形和图型(pattern)[3)]；④人工神经网络等系统中的自适应性[4)]．其中③代表了当前非线性科学面临的最严重的挑战．无疑它反映了非线性科学当前研究的主流方向．

图型和湍流的研究涉及动力系统随时间的演化和空间结构的性质，从理论本质来看与无穷维动力系统问题有关．在近年来建立无穷维动力系统框架之前，人们在解决实践问题时已经用到了若干方法，从早期的模式截断，Galerkin 方法[2]，到近20年来广泛使用的元胞自动机(cellular automata)[28]，格子气（lattice gas）方法，一直到近几年才建立的耦合映射（coupled map lattices）[29]，就是其中有代表性典型方法．所有这些方法的中心思想，都是把无穷维问题约化为有限维问题加以讨论．

这种把无穷维（高维）的动力系统问题约化为有限维（低维）动力系统的思想，从物理学角度看，在 I. Prigogine 开创的耗散结构理论[30]和 H. Haken 开创的协同论[31]中已经得到了体现．按照耗散结构理论，一个远离平衡态的复杂开放系统可以通过物质和能量交换形成各种各样的自组织，显然这种自组织是一些被激励模式通过耦合而组成的空间结构．按照 Haken 提出的役使（slaving）原理，一个复杂的大系统中起主导作用的往往是一些被称为“序参量”的变量，其他变量受到这些序参量的役使．事实上，这些序参量变量个数就代

---

* 国家自然科学基金资助项目．
1) 工作单位：苏州大学（邮政编码215006）．
2) 工作单位：无锡轻工业学院（邮政编码214036）．
3) pattern 比“图像识别”等术语中的图像具有更广泛的意义，尚无合适的译名，过去曾译为“图像”，并不确切．本文暂用译名“图型”．
4) 范例④是 Campbell 在 Aristotle 2300年纪念会（1990年8月，希腊）上的报告中加的．

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

表起到支配动力系统构形的参数个数，故也反映了约化思想．然而 Prigogine 和 Haken 只是提出了新的思想，这种思想除了极个别情况（比如中心流形情况[32]）外都没有从理论上得到证实．从这个意义上讲，从理论上解决把无穷维动力系统可以约化为有限维动力系统的问题，对非线性科学的进一步发展具有开创性意义．

近年来，R. Témam 和 C. Foias[3] 等在无穷维动力系统的理论研究上取得了突破性进展．考虑如下 Navier-Stokes 方程：

$$\left.\begin{array}{l} u_t + (u \cdot D)u = \nu\Delta u + \nabla p + f \\ \operatorname{div} u = 0 \qquad (x,t) \in \Omega \times (0,\infty) \end{array}\right\} \tag{1.1}$$

其中 $\Omega \subset R^n$ 为一开连通区域（$n=2$ 或 3），Ω 的边界 Γ 是 $n-1$ 维 C^2 紧流形．从动力学观点看，在某个合适的函数空间 H 中，(1.1) 的初值问题可作为一个动力系统 $\{S(t)\}_{t\geq 0}$ 来研究．大量的数值结果表明，对于平面流（具有静止边界以及在时间无关驱动力作用下），所有轨道 $S(t)u_0$ 当 $t\to\infty$ 时都收敛于集合 $X_{max}\subset H$，这里 X_{max} 具有有限的 Hausdorff 维数 d_{max}，维数 d_{max} 有明显上估计 $d(1/\nu)$，其中 ν 为粘性系数．根据这样的数值结果，Témam 和 Foias 等人提出如下猜测：

①任意轨道 $u(t)$ 在 H 中很快收敛到有限维流形 M 上且 $1/\nu\to\infty$ 时，M 的维数也趋于 ∞．

②上述轨道收敛于有限维流形 M 上的结论对于其他一些无穷维耗散动力系统也应成立．

从这样的思想出发，按照动力系统的理论，利用不变流形的概念，在论讨无穷维动力系统问题中他们引入惯性流形（inertial manifold）概念，从理论上证实了一些无穷维动力系统可用有限维来代替，并且给出了寻找有限维维数的一些方法．由于惯性流形存在，有限维动力系统的长时间演化结果就能代表无穷维动力系统的长时间演化结果．

无穷维动力系统理论要用到较多数学理论，在第 2 节先介绍此问题的主要概念和思路，然后在第 3 节通过一个例子说明证明的大致框架，并且讨论与惯性流形有关的一些结果和介绍几个重要实例．最后在第 4 节就我们的看法谈一些有关无穷维动力系统的意义和发展前景．

2 无穷维动力系统中的惯性流形和吸引子

无穷维动力系统理论的本质是设法证明有限维吸引子存在，然后用约化思想证明存在有限维的指数型吸引集——惯性流形．

为了清楚地说明这些概念，我们先对常微分方程系统中的中心流形、吸引子和吸引集作一个介绍．

考虑 C^2 的常微分方程系统

$$\dot{x} = Ax + f(x,y), \qquad \dot{y} = By + g(x,y) \tag{2.1}$$

其中 $x\in R^n, y\in R^m$，f 和 g 分别为 (x,y) 的 n 维和 m 维非线性矢量函数，满足 $\operatorname{Re}\sigma(A)=0$，$\operatorname{Re}\sigma(B)<0$，且 $f(0,0)=g(0,0)=Df(0,0)=Dg(0,0)=0$．按照中心流形定理，系统(2.1)局部地存在 R^{m+n} 空间中 C^2 不变流形 $M_c=\{(x,h(x))\mid |x|<\delta\}$ 满足 $h(0)=0, Dh(0)=0$．显然中心流形定理结果包含有约化思想，可以把 $n+m$ 维动力系统简化为 n 维动力系统

$$\dot{x} = Ax + f(x,h(x)) \tag{2.2}$$

其中 $h(x)$ 的近似表达式原则上可以通过 (2.1) 中的 y 方程解得．

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

再考虑一般耗散常微分方程组

$$\dot{x}=f(x) \tag{2.3}$$

其中 $x\in R^n$，$f(x)$ 为 n 维矢量函数．通俗地说（2.3）的吸引子是指当 $t\to\infty$ 时在（2.3）相空间 R^n 中所表现的几何图形，它们可能是点（平衡态）、闭轨（周期态）、不变环面（准周期态）或者奇怪吸引子（浑沌态）．当然为了使这种吸引子能够成为物理上可观察的结果，也要对其吸引性提出要求．比较通用的看法是在 R^n 空间存在吸引子的一个邻域，使得从该邻域出发的轨道当 $t\to\infty$ 时都收敛到吸引子上．近年来也有人认为邻域要求过于苛刻，也不符合许多实际情况，因而主张用一个在 R^n 中具有 Lebesque 正测度的区域来代替邻域．总之，吸引性要求有足够"大"的吸引集．

现在可以讨论穷无维动力系统．考虑用在一定边界条件和初始条件下的演化方程

$$\frac{\partial u}{\partial t}+Au+F(u)=0 \tag{2.4}$$

代替相空间 R^n，应当在某个 Hilbert 空间 H 中讨论（2.4）的动力学性质，一般要求算子 A 是 H 中的线性无界自共轭算子．由 A 的性质，存在一个由 A 的本征矢量组成的 H 的正交基 $\{w_j\}$ 对应本征值 λ_j 满足

$$Aw_j=\lambda_j w_j \tag{2.5}$$

且 $0<\lambda_1\leqslant\lambda_2<\cdots\leqslant\lambda_j\to\infty$，当 $j\to\infty$ 时

按照约化思想，自然想到把 H 空间按其正交基 $\{w_j\}$ 分成 H_1 和 H_2 两部分（splitting 思想）：

$$H_1=\mathrm{span}\{w_1,w_2,\cdots,w_N\},\qquad H_2=H\backslash H_1 \tag{2.6}$$

$\forall u\in H$，按 H_1 和 H_2 可分解为 $u=p+q$，其中 $p\in H_1$，$q\in H_2$．设 P_N 为 H_1 的正交投影，则 $Q_N=I-P_N$，（2.4）分解为

$$\left.\begin{aligned}&\frac{dp}{dt}+Ap+P_NF(p+q)=0\\&\frac{dq}{dt}+Aq+Q_NF(p+q)=0\end{aligned}\right\} \tag{2.7}$$

希望对于满足一定条件的 N，存在 H 中的 Lipschitz 不变流形

$$M=\{(p,q=\phi(p))\,|\,p\in H_1,q\in H_2\}$$

这样可把 H 上的无穷维动力系统约化为 H_1 上的有限维问题进行讨论

$$\frac{dp}{dt}+Ap+P_NF(p+\phi(p))=0 \tag{2.8}$$

在力学和物理的许多常用的无穷维耗散动力系统中，可以证明存在一个紧吸引子，并对吸引子的维数作出估计，只要它们对应的自共轭算子的谱满足一定的谱裂口条件 $(\lambda_{N+1}-\lambda_N)$．可以严格证明存在上述的 Lipschitz 不变流形．Témam 和 Foias 把这种不变流形称为惯性流形．从数学上看，惯性流形要求具有以下几条性质：

①它是无穷维空间 H 中的一个有限维 Lipschitz 不变流形；

②它包含系统的紧吸引子；

③它能以指数方式吸引所有轨道；

④它关于扰动是稳定的，

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

这里的吸引子和 R^n 中的吸引子有所不同，因为现在维数是由H中正交的本征函数 w_j 的系数来决定的，这些函数不随时间演化. 随时间演化过程是指反映 w_j 系数的演化过程，因而惯性流形上吸引子是在长时间演化后所得由$\{w_1, w_2, \cdots, w_N\}$耦合组合得到的空间图型结构. 当然在这样的空间结构上点随时间的演化轨道可以是多种多样的（不排除浑沌的可能性）. 由此可见，这种吸引子与非线性科学最关心的图型密切相关.

3 惯性流形与紧吸引子存在性的证明

以下使用的数学概念，如 Hilbert 空间，L^2空间，线性无界自共轭算子A，投影算子，本征值和本征函数，Hölder 不等式，Gronwall 不等式，Sobolev 空间等，可见[5]；非线性半群，不变流形，可见[9]；泛函不变集，整体（global 或 universal）吸引子等，可见[6].

考虑以下 2 维 Navier-Stokes 方程：

$$\left.\begin{aligned} & u_t + (u \cdot \nabla) u = \nu \Delta u + \nabla p + f \\ & \operatorname{div} u = 0 \qquad (x,t) \in \Omega \times (0,\infty) \end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

$$u|_{\Gamma} = 0 \tag{3.2}$$

用H和V分别记集合$\{v, v \in C_0^\infty(\Omega), \operatorname{div} v = 0\}$在$L^2(\Omega)$和$H^1(\Omega)$中闭包，可把（3.1），（3.2）写成$H$中的演化方程[4]

$$\frac{du}{dt} + Au + R(u) = 0 \tag{3.3}$$

由（3.1），（3.2）的性质可以证明，在一定条件下（3.3）的初值问题

$$u(0) = u_0, \ u_0 \in H \tag{3.4}$$

有唯一解 $S(t)u_0 \in D(A)$，$t \geqslant 0$，$S(t)$为H中的半群.

利用先验估计再由 Gronwall 不等式和一致 Gronwall 不等式可得

$$\lim_{t \to +\infty} \sup |u(t)|^2 \leqslant \rho_0^2$$

$$\lim_{t \to +\infty} \sup |A^{1/2} u(t)|^2 \leqslant \rho_1^2$$

$$\lim_{t \to +\infty} \sup |Au(t)|^2 \leqslant \rho_2^2$$

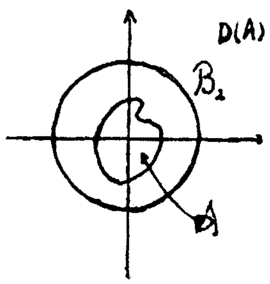

图 1 整体吸引子$\mathscr{A}$

由此可推出（3.3）的任意解$S(t)u_0$必进入原点为中心半径为$2\rho_0$（或 $2\rho_1$，或 $2\rho_2$）的H（或 $D(A^{1/2})$，或 $D(A)$）中的球 β_0（或β_1或β_2）中的ω极限集

$$\mathscr{A} = \omega(\beta_2) = \bigcap_{s \geqslant 0} \overline{\bigcup_{t \geqslant s} (s(t)\beta_2)}$$

是（3.3）的整体吸引子，它的吸引盆为整个空间H，$\mathscr{A}$为（3.3）最大吸引子（见图 1）.

（3.3）的紧吸引子$\mathscr{A}$不同于通常的平凡吸引子，它可能有丰富复杂的结构. [33]证明$\mathscr{A}$具有有限维 Hausdorff 维数和 fractal 维数，$\mathscr{A}$的整体结构可能与不稳定流形和稳定流形有密切关系[21].

证明的技巧是对(3.3)作了一定的修正，令 θ：$\mathbf{R}_+ \to [0,1]$ 是固定光滑函数，$\theta(s) = 1$，$0 \leqslant s \leqslant 1$；$\theta(s) = 0$，$s > 2$；$\theta'(s) \leqslant 0$，$s > 0$. 固定 $\rho = 2\rho_2$，定义 $\theta_\rho(s) = \theta(s/\rho)$，当 $s > 0$ 时，（3.3）的修正方程为

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

$$\frac{du}{dt}+Au+\theta_\rho(|Au|)R(u)=0 \tag{3.5}$$

修正方程与原方程在$\mathscr{A}$附近具有同样的性质。

证明中主要利用了（3.3）具有很好的几何性质——压榨性质（squeezing property）。

压榨性质 对每个$T>0$，$r>0$，$\tilde{r}>0$，存在常数K_2和K_3，使得对每个t（$0<t<T$）和每个u_0，v_0（$|Au_0|<r,|Av_0|<r$），以下等式之一对$N\geqslant 1$成立：

$$|Q_N(s(t)u_0-s(t)v_0)|\leqslant\tilde{r}|P_N(s(t)u_0-s(t)v_0)|$$

$$|s(t)u_0-s(t)v_0|\leqslant K_2\exp(-K_3\alpha\lambda_{N+1}t)|u_0-v_0|$$

证明存在惯性流形的方法是如何把问题归结为函数空间中不动点问题。惯性流形是作为Lipschitz 函数ϕ：$P_ND(A)\to Q_ND(A)$的图型（见图2），利用$\phi\in\mathscr{F}_{b,e}$的函数方程$J\phi=\phi$的不动点而导得的。[3]中得到以下定理。

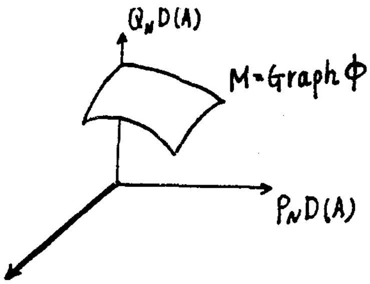

图2 惯性流形

定理 在[3]中的条件下，设$0<l<1/8$，N_0满足条件$\lambda_{N_0+1}^{-}>(2K_3\alpha t_0)^{-1}\log(2K_2)$，则存在$K_{10}$，$K_{11}$（依赖于$l$和问题的数据），使得如果

$$N>N_0,\quad \lambda_{N+1}^{\frac{1}{2}}>K_{11}$$

$$\lambda_{N+1}^{\frac{1}{2}}-\lambda_N^{\frac{1}{2}}\geqslant K_{10}$$

那么存在一个$b>0$使得：①J映$\mathscr{F}_{b,e}$到自身；②J有不动点$\phi\in\mathscr{F}_{b,e}$；③$M=\mathrm{Graph}\,\phi$是(3.5)的惯性流形；④M包括（3.5）的吸引子$\mathscr{A}$；⑤M上动力行为完全由常微分方程组

$$\frac{dp}{dt}+Ap+\theta_\rho[|A(p+\phi(p))|]P_NR(p+\phi(p))=0$$

所决定。

具有惯性流形的重要的演化偏微分方程如下：

例 1 Kuramoto-Sivashinsky 方程[8]

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}+\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+u\frac{\partial u}{\partial x}=0,\quad (x,t)\in R\times R_+$$

$$u(x+L,t)=u(x,t),\quad L>0$$

[12]中已证明在L^2范数下

$$\lim_{t\to\infty}\sup|u(t)|\leqslant C_1\tilde{L}^{5/2}=\rho_0$$

[13]中得到$\mathscr{A}$的 Hausdorff 维数d_H和 fractal 维数d_F：

$$d_H(\mathscr{A})\leqslant d_F(\mathscr{A})\leqslant 1+C_2\tilde{L}^{13/8}$$

惯性流形维数为

$$\dim M\leqslant 1+C_0\tilde{L}^{7/2}$$

例 2 反应扩散方程

$$u_t=\nu\Delta u+g(u)$$

设g满足条件：①在一定边界条件下解适定，$t>0$正则；② $G(u(x))=g(u(x))$，$G(u)$在H上局部 Lipschitz；③方程是耗散的，当$n=1,2$时，谱裂口条件满足，此时存在惯性流形。

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

例 3 修正 Navier-Stokes 方程

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\alpha\Delta^{2n}u-\nu\Delta u+(u\cdot\nabla)u+\nabla p=f$$

$$\operatorname{div} u=0$$

在周期边界条件下，[16]指出存在一个 $C>0$ 使得 $\lambda_N\sim C\lambda_1 N^4(N\to\infty)$，谱裂口条件可满足，因此存在惯性流形。

由于惯性流形存在性要依赖于谱裂口条件，这极大地限制了应用，因此 Foias，Témam（见[7]）又引进了渐近惯性流形概念，这些流形仍为有限维光滑流形，但它并不是不变的，而是使得所有轨道在一定时间后都进入包含渐近惯性流形的一个薄邻域中（见图3）。

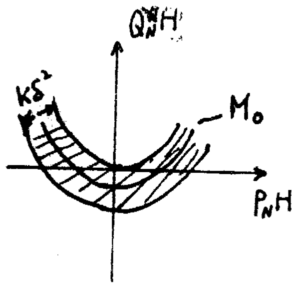

图3　解 $u(t)$ 当 t 很大时处在阴影区域中

由于惯性流形证明中涉及无穷维积分算子，因此实际计算中是有困难的，于是往往考虑惯性流形的Galerkin逼近。

讨论非线性演化方程

$$\frac{\partial u}{\partial t}+Au+F(u)=0 \tag{3.6}$$

对 A 的本征函数 $\{w_j\}_{j=1}^{\infty}$ 的 Galerkin 逼近，(3.6) 成为

$$\frac{du_m}{dt}+Au_m+P_m F(u_m)=0 \tag{3.7}$$

其中 P_m 为 $\operatorname{span}\{w_1,\cdots,w_m\}$ 的正交投影. 可以证明，如果（3.6）存在惯性流形 M，则对每一个 $m>N$，（3.7）也存在惯性流形 M_m，由于 $E(p)=P_N[F(p+\phi(p))-F(p+\phi_m(p))]$ 在一定范数意义下很小，因此可用（3.7）代替（3.6）来具体计算惯性流形.

[17]又进一步提出了计算惯性流形的 Euler-Galerkin 方法，与上述方法不同，它是用隐 Euler 方法来逼近 $\hat{q}$，$\hat{q}$ 为

$$\frac{dq}{dt}+Aq+Q_N F(p+q)=0$$

中满足初始条件 $q_0=0$ 在时刻 τ 的解. 这个方法由于牵涉到对角矩阵，因此尤其适用于数值计算，对反应扩散方程和 Kuramoto-Sivashinsky 方程的应用结果很令人满意，很低维数的 Euler-Galerkin 方法可以得到整体吸引子的梗概或关于参数的静态分支情况.

4 讨 论

近年来，无穷维耗散动力系统理论取得了令人瞩目的成果，其特出表现是证明了一类常用耗散型偏微分方程存在有穷维紧吸引子和存在有限维惯性流形，就我们的理解，它的重要意义可表现在如下几点：

①从动力系统观点来看，无穷维动力系统的理论结果表明，高维动力系统的动力学性质可以代表无穷维动力系统的性质这一事实可能具有相当大的普遍性，因而我们不必直接讨论无穷维动力系统，而直接从高维动力系统入手，这一点在理论研究中极为重要. 我们可以通过研究典型高维动力系统的动力性质，比如耦合型映射[20] 来了解一般无穷维动力系统在时空上反映的通有性质.

②无穷维动力系统的吸引子往往与系统的奇异性有关. 现在看来反映浑沌运动的奇怪吸

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

引子来源于系统的双曲点（即代表系统奇异性的集合）．这类奇异点生出的不稳定流形通过一定方式逐步结合起来，当它们变得足够“大”时，就构成了奇怪吸引子．我们可以设想一个系统的具有零测度的奇异性集合，在一定条件下会生长出新的具有非平凡意义的不变集合，当这种集合变得足够大时，就会以各种形式的自相似集合的分形结构（这些结构作为系统吸引子）表现出来．通常数学物理方法只处理系统的正则部分，而忽略了奇异部分，这样就把奇异部分所可能生长出的吸引子的信息给抹掉了．要正确反映一个系统的动力学性质就不仅要考虑它的正则部分，也必须考虑其奇异部分在动力学性质中作用，因此目前常用的自相似性、重正化群、多重分形这类处理奇异性的有效理论应该给以足够重视，另外也应该尽快发展处理各类奇异性问题的数学方法．

③前已提到，现在所讨论的有限维吸引子是在函数空间中而不是在一般欧氏空间中讨论，因而这种吸引子附有空间结构，于是它与目前非线性科学最感兴趣的图型（pattern）有密切关系．非线性科学的一个任务，就是要研究非线性系统的图型的演化过程，找出其普适性．所以我们认为有必要进一步研究无穷维动力系统的惯性流形以及吸引子的维数与参数依赖关系．我们认为如果搞清这种关系将对于图型形成、发展以至于湍流的产生都是重要的．

④从目前对于耦合映射研究结果来看，在图型随参数变化的过程中会出现图型冻结区、图型选择区、图型竞争区、有缺陷的湍流区、完全湍流区等各种情况．这些情况说明系统可能不止一个图型，而且图型会发生相互作用，这种相互作用可能导致湍流的产生．由于数学上的困难，缺乏合适的工具，目前无穷维动力系统理论只能证明存在一个有限维吸引子．我们感到应该想办法考虑无穷维动力系统存在多个吸引子情况，并且通过对惯性流形与渐近惯性流形概念进一步分析多个吸引子的相互关系，这对正确理解图型动力系统是必要的．当然从数学上来看这是一件极为困难的事，但我们相信这将成为无穷维动力学所要研究的一个重要方向．

⑤ Prigogine 和 Haken 提出了研究复杂系统的新思想，但并没有从理论上加以严格证明．中心流形定理提供了在特殊情况下约化思想成立的理论依据．现在无穷维动力系统的惯性流形的理论又一次证明了约化思想的正确性，而且更为重要的惯性流形说明在非中心流形情况下这种用不变流形约化系统想法仍然成立．由此我们可以猜想这种约化思想在更为普遍情况下也是成立的．最近我们完成的仅存在正本征值与负本征值情况下也存在不变流形[34]．因而我们应当利用不变流形概念，讨论在各种情况下约化的可能性，给 Prigogine 和Haken的思想建立可靠的理论依据，从而使得他们提出的想法能够真正用来研究复杂系统的动力学行为．

本文工作得到了中国科学院力学研究所非线性连续介质力学开放实验室（LNM实验室）主任郑哲敏教授的支持和鼓励．本文写作过程中，北京大学力学系朱照宣教授就文章的组织及题目意义等同作者进行了深入的讨论，提出了许多宝贵和有益意见．作者在此向他们表示深切的谢意．

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

参 考 文 献

1 Campbell D K. *Los Alamos Science*, No.15 (Special Issue) (1987): 218—262. 黄永念译. 非线性科学——从范例到实用. 力学进展, **19**, 2—4 (1989)
2 复旦大学数学系主编. 数学物理方程. 上海科学技术出版社 (1961)
3 Foias C, Sell G R, Temam R. *J. Diff. Eq.*, **73** (1988): 309—353
4 ——. Temam R. Finite parameter approximative structure of actual flows. Nonlinear Problems Present and Future. North-Holland Publishing Company (1982)
5 关肇直, 张恭庆, 冯德兴. 线性泛函分析入门. 上海科学技术出版社 (1979)
6 Marion M. *SIAM J. Math. Anal.*, **20**, 4 (1989): 816—844
7 ——. *J. Dyn. and Diff. Eq.*, **1**, 3 (1989): 245—278
8 Foias C, Nicolaenko B, Sell G R, Temam R. *J. Math. Pure Appl.*, to be published
9 Henry D. Lecture Notes in Math., **840**, Springer-Verlag, New York (1981)
10 Nicolaenko B, Scheurer B, Temam R. *Physica*, **16**D (1985): 155—183
11 Novick-Cohen A, Sivashinsky G I. Instabilities in solidification fronts of dilute binary alloys: The Kuramoto-Sivashinsky equation. submitted to *Physica D*
12 Nicolaenko B, Scheurer B, Temam R. AMS-SIAM Lectures in Applied Mathematics, **23** (1985)
13 ——, ——, ——. *C. R. Acad. Sci. Paries*, **238** (1984): 23—25
14 Richards J. *Adv. Math.*, **46**, 1—2 (1982)
15 Lions J L. Quelques Methods de Resolution des Problemes aux Limites Nonlinearies. Duncd, Paris (1969)
16 Metivitr G. *J. Math. Pure Appl.*, **57** (1978): 133—156
17 Foias C, Jolly M S. *Physics Letter A*, **131** (1988): 433—436
18 Chow S N, Lu K. *J. Diff. Eq.*, **74** (1988): 285—317
19 Mora X, Morales J S. *ibid*, **78** (1989): 262—307
20 Mallet-Paret J, Sell G R. Inst. Math. Appl., Preprint series No. 331, University of Minnesota
21 Jolly M S. *J. Diff. Eq.*, **78** (1989): 220—261
22 Adams R A. Sobolev Spaces. Academic Press (1975)
23 Constantin P, Foias C, Temam R. Attractors representing turbulent flows. Memoirs Amer. Math. Soc. 314
24 Hale J K. Ordinary Differential Equation. Wiley, New York (1968)
25 ——, Magalnaes L T, Oliva W M. An Introduction to Infinite Dimensional Dynamical Systems-Geometric Theory. *Appl. Math.*, **47**, Springer-Verlag
26 Hirch M, Pugh C, Shub M. Invariant Manifolds. Lecture Notes in Mathematics, **583**, Springer-Verlag (1977)
27 Pazy A. Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations. Applied Mathematical Sciences, **44**, Springer-Verlag (1983)
28 Wolfram S. *Rev. Mod. Phys.*, **55** (1983): 601
29 Kaneko K. *Physica*, **34**D (1989): 1—41; **39**D (1989): 60—82; **41**D (1990): 137—172
30 Nicolis G, Prigogine I. Self-Organization in Nonequilibrium Systems. John Wiley & Sons (1977)
31 Haken H. Advanced Synergetics. Springer-Verlag (1983)
32 Marsden J E, Mccracken M. The Hopf Bifurcation and Its Application. Springer-Verlag, New York (1976)
33 Temam R. Infinite Dimensional Dynamical Systems in Mechanics and Physics. Springer-Verlag (1988)
34 刘曾荣, 徐振源, 谢惠民. 一类非线性常微分方程组的不变流形和使役原理. 第1届系统学学术会议交流论文, 上海 (1990)

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

INERTIAL MANIFOLDS AND ATTRACTORS IN INFINITE DIMENSIONAL DYNAMICAL SYSTEMS

Liu Zeng-rong* Xu Zhen-yuan** Xie Hui-min*
Laboratory for Nonlinear Mechanics of Continuous Media,
Institute of Mechanics, Academia Sinica

Abstract This paper reviews the development in studies of infinite dimensional dynamical systems in recent years, together with their basic theory and some results in relation with inertial manifold and attractor. A discussion is made on their development in future.

Keywords *infinite dimensional dynamical system; inertial manifold; attractor; spectral gap*

* Suzhou University.
** Wuxi Light Industry Institute.

第18届国际理论与应用力学大会(ICTAM 1992)

本届大会将于1992年8月 22—28 日在以色列海法市举行．会议范围涉及整个理论与应用力学领域．大会委员将邀请一定数量的报告．并接受约 480 篇论文以分组会报告或墙报的形式进行交流．以下三方面选题将作为本届大会中的小型会议(mini-symposia) 的主题：①固体与结构力学中的不稳定性；②海洋表面力学及空气-海洋相互作用；③生物力学．

欲参加会议者须向会议提交 6 份详细英文摘要 (500词) 和 6 份简明英文摘要(100—150词，单页，双间行打字，并附上作者全名及详细地址)．这些材料应于1992年1月15日前直接送交会议办公室[1)]．根据委员会要求，作者必须声明自己希望参加会议的方式，即报告或墙报讨论．论文接受与否及作者参加会议的方式均最终由大会委员会根据国际论文委员会的推荐而定．有关详细安排于1991年下半年通知，若需进一步了解会议情况，可按下列地址写信给会议办公室：

Prof. A. Solan, Secretary ICTAM 1992
Faculty of Mechanical Engineering
Technion-Israel Institute of Technology
Haifa 32000
ISRAEL

张乐燕供稿

1) 由于IUTAM 大会授于中国力学学会论文预审权，所以按大会要求，中国学者除将英文详细摘要投寄大会外，仍需将英文详细摘要及中文全文稿于1991年11月30日前寄到中国力学学会参加预审．寄送地址，收件人：100080 北京中关村路15号中国力学学会办公室 杨亚政．——编者

© 1995-2006 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.