第21卷 第3期 力学进展 Vol. 21 No. 3
1991年8月25日 ADVANCES IN MECHANICS Aug. 25, 1991

# 大型空间结构的动力学建模与控制*

林 健 黄 琳
北京大学力学系（邮政编码100871）

**提要** 综述了近年来关于大型空间结构的动力学建模和控制的研究成果．介绍与评论了化简分布参数系统的3种方法，最后提出了如何有效地控制大型空间结构的一些看法．

**关键词** 大型空间结构；动力学建模；降阶模型；模态控制；分布参数系统

## 1 引 言

近20年来，由于空间技术的发展和人类在经济、军事和科学研究上的需要，一些发达国家已经发射了不少大型空间飞行器．这些大型的空间结构（LSS），包括从带有柔性附件的刚体一直到尺寸巨大的太阳能帆板．由于对LSS的姿态和外形的要求越来越高，传统的把整个系统作为刚体来处理的方法已经不能满足要求了．因此不得不在系统的数学模型中考虑弹性的影响．一般来说，LSS具有以下特点[1.1-1.3]：①它们本质上是分布参数系统；②它们的固有频率很低，而且往往“成堆”出现；③系统阻尼很小；④地面上的试验难以准确预测它们的空间行为；⑤它们对姿态、消振和定位的要求很高．

因此，设计者们不得不发展利用在线计算机进行系统控制的方法来改善系统的行为．由于弹性体的控制本质上是分布参数系统的控制问题，因此，对它的研究过去有2个方向：一个是用偏微分方程的理论研究弹性体控制．从60年代起，这方面的研究已取得了丰硕的成果[1.4-1.10]，并且也有一些实际的应用，但对弹性体控制来说，它却难以提供有效的控制方法．LSS的另一个实用研究方向是寻找工程上能实现的弹性体控制技术．它的特点是把弹性体用一个有限维的系统来近似，然后在此基础上设计控制器和补偿器．这样做的主要原因是工程上所能实现的控制只能是点测量和点控制，而分布参数系统控制理论需要分布的控制器，这在实际上做不到．这样做的结果是给控制界提出了许多新的问题．近10年来，LSS的控制问题得到了广泛的重视，为此还召开过不少专门的国际会议，不少杂志也刊登了许多有关的文章．LSS的控制需要多学科知识的综合，其中特别是结构动力学、现代控制理论、计算机技术和算法理论的结合．虽然结构动力学和现代控制理论各自已经发展得很完

* 国家自然科学基金与高等学校博士学科点专项科研基金资助项目．

善，但是如何把二者结合起来，仍然存在许多工作要做．其中特别突出的是如何选取近似系统的维数问题．结构动力学家们所关心的只是弹性体的动态性质，因此他们希望近似系统维数大一些，以便更好地反映系统性能．这样做的结果是导致一个大的矩阵特征值问题．而在另一方面，控制专家则希望系统维数小一些，因大维数的系统对控制来说是个灾难．因此，如何把二者的要求很好地综合起来，合理地选择系统维数，将是个很重要的问题．这将涉及系统的动力学建模方法．本文将在第2节讨论此问题．第3节将讨论分布参数系统的近似方法及由此带来的有关问题．最后第4节将讨论与LSS有关的控制方法．

## 2 LSS的动力学模型

LSS的动力学建模方法目前大致有如下3种[2.1]．

2.1 *离散坐标法或离散参数法*[2.2-2.4] 其特点是认为整个系统由许多互相连接的刚体组成，系统所采用的坐标是物体的姿态和位置坐标．如果认为刚体连接的方式是弹簧连接，则调整弹簧刚度就可以把弹性包括进去．这个方法的优点是允许系统作大的姿态运动，特别是适用于多刚体情形．其缺点是不能正确反映弹性体当地的变形情况，而且会得到高阶的方程，对于要精确知道弹性体位移的情况，此法不太适用．

2.2 *混合坐标法*[2.5-2.7] 其特点是把离散坐标和弹性模态坐标结合起来．它特别适用于带有弹性附件的刚体结构．混合坐标法既保证飞行器能作大的姿态运动，又能正确反映弹性变形．而且利用了模态坐标在描述物体变形上所带来的计算上的有效性．对弹性附件来说，有3种简化方法：①附件是由弹性结构相连的小刚体组成．②附件是有限个弹性元件的组合，它们有质量且在结点处相连．③附件是连续体．[2.5]讨论了③的系统的动力学方程．混合坐标法的弱点是对非均匀复杂的结构难以得到形函数，同时线性化后方程阶次太高．

2.3 *连续体方法*[2.8-2.10] 其特点是认为物体上任一点的运动是刚体运动和结构模态运动的叠加，从而得到一般的系统运动方程．其缺点在于必须预先知道所需要的频率和形函数，而且对复杂的结构必须计算很复杂的体积分．[2.9]讨论了用有限元法简化模型时的误差问题．[2.11]提出了分层近似建模的理论与方法，为提高有限维模型的精度创造了条件．

## 3 分布参数系统的简化模型

对LSS的建模来说，最关键的是如何对弹性体建模，实用上也就是用有限维系统来近似弹性体，同时又能保持我们所关心的系统的某些特点．下面介绍3种常用方法．

3.1 *差分法*[3.1-3.4] 差分法从本质上来说就是对给定的分布参数系统的定义域作某种划分，然后用差商代替相应的偏导数，从而得到系统的近似方程．差分法包括对时间差分，对空间差分和对时间空间同时差分3种．差分法在偏微分方程的数值计算中是很重要的工具．一般来说，为了使差分法有效，应使差分格式满足相容性、收敛性和稳定性等要求．这里的稳定性是指在求解近似系统时，数值计算误差能逐渐消失或保持有界．

在控制弹性体时，如果差分格式不满足上述3个条件的话，就可能得出错误的结论．考虑弦振动问题

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2},\quad 0<x<l,\ t>0\\&Q(0,t)=u(t),\ Q(l,t)=0\end{aligned}\right\}\qquad(3.1.1)$$

初条件

$$Q(x,0)=Q_0(x),\ \ \partial Q/\partial t|_{t=0}=Q_1(x)$$

我们要寻找控制 $u(t)$，使系统在 $t=T$ 时稳定下来。采用空间差分法离散（3.1.1），有

$$\frac{d^2Q(\Delta x_i,t)}{dt^2}=\frac{a^2}{\Delta x}\left[\frac{Q[(i+1)\Delta x,t]-Q(\Delta x_i,t)}{\Delta x}-\frac{Q(\Delta x_i,t)-Q[(i-1)\Delta x,t]}{\Delta x}\right],\quad i=1,\cdots,N-1 \tag{3.1.2}$$

令

$$q_i(t)=Q(\Delta x_i,t),\quad q_0(t)=u(t),\quad q_N(t)=0$$

则（3.1.2）可简化为

$$\left.\begin{aligned}\ddot{q}(t)&=\frac{a^2}{(\Delta x)^2}(q_{i+1}-2q_i+q_{i-1})\\ q_0(t)&=\dot{u}(t),\ q_N(t)=0\end{aligned}\right\} \tag{3.1.3}$$

由现代控制理论的可控性知道，（3.1.3）是可控的，因此无论 $T$ 取多小，都存在控制 $u(t)$，使 $t=T$ 时近似系统平衡．但是 Бутковский[1.4] 对此问题的研究表明，当 $T\geqslant 2l/a$ 时，存在不唯一的 $u(t)$ 使系统平衡；当 $T<2l/a$ 时，一般来说，不存在 $u(t)$ 使系统平衡．也就是说，控制时间不得小于波在弦中传播时间的 2 倍．这体现了有穷维系统与无穷维系统的本质不同．由于有穷维线性系统的可控性的定义太宽，它只要求在有限时间内把系统从一个状态变到零点，因此，我们设想通过对可控性的定义多加限制也许有可能反映波动的某些特征．差分法的优点在于它适用面广，缺点在于没能利用系统的物理特性，而且控制 $u(t)$ 的求得很繁，有时需要通过方程组的反解求得，这对控制设计来说很不方便，而且还带来许多未解决的理论问题．

3.2 模态控制　这是目前在弹性体控制中应用最广泛的方法[3.5-3.9]．它与结构动力学有密切的联系，而且方法直观简便，从而得到了最广泛的应用．对于具有闭特征值问题的弹性体，可以很方便地得到其模态控制方程．考虑如下的偏微分方程：

$$m(x)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+2\xi A^{1/2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+Au=F(x,t) \tag{3.2.1}$$

其中 $u(x,t)$ 为物体位移．$A$ 是时间不变，对称和正定的算子，其定义域为 Hilbert 空间的稠密域．设 $A$ 的离散特征值为 $\lambda_k$，相应正交归一特征矢量为 $\phi_k(x)$．$\lambda_k=\omega_k^2$．这里的 $\omega_k$，$\phi_k(x)$ 就是工程上所说的频率和振型函数．

我们不妨设 $m(x)\equiv 1$，否则令 $u(x,t)\to u(x,t)/\sqrt{m(x)}$，于是有

$$A\phi_k(x)=\lambda_k\phi_k(x),\quad A^{1/2}\phi_k(x)=\omega_k\phi_k(x)$$

由于 $\phi_k(x)$ 组成 Hilbert 空间的基，因此有

$$u(x,t)=\sum_{k=1}^{\infty}u_k(t)\phi_k(x) \tag{3.2.2}$$

对（3.2.2）进行截取，取前 $L$ 项，则得 $u(x,t)$ 的近似为

$$u(x,t)\approx\sum_{k=1}^{L}u_k(t)\phi_k(x) \tag{3.2.3}$$

把（3.2.3）代入（3.2.1）并两边用 $\phi_i(x)$ 作内积，得

$$\ddot{u}+2\xi\Lambda^{1/2}\dot{u}+\Lambda^2 u=B_L f(t) \tag{3.2.4}$$

其中

$$u=(u_1(t),\cdots,u_L(t))^T,\qquad \Lambda=\mathrm{diag}(\omega_1,\cdots,\omega_L)$$
$$f(t)=(f_1(t),\cdots,f_L(t))^T,\quad b_{kj}=\phi_k(x_j)$$

同理可得近似的输出方程为

$$y=Cu(t)+D\dot{u}(t) \tag{3.2.5}$$

方程（3.2.4）和（3.2.5）就是模态控制的基本方程．工程上，对于复杂的LSS，只能采用 Rayleigh-Ritz 法（包括有限元法）对系统离散化，从而得到系统的动力学方程[3.10,3.11]．这样，模态控制实质上变成了通过一个线性变换，把描述系统运动的微分方程组化为独立的方程组．由于力学系统的质量和刚度矩阵的对称正定性，进行模态控制设计和计算是很方便的．下面讨论几种常见情形．

①无阻尼无陀螺力情形．系统方程为

$$M\ddot{q}+Kq=u_1(t) \tag{3.2.6}$$

其中 $M$，$K$ 分别是正定对称的质量和刚度矩阵．由代数学可知[3.12]，存在非奇异矩阵 $P$，使

$$P^TMP=I_n,\quad P^TKP=\mathrm{diag}[\omega_1^2,\cdots,\omega_n^2)=\Lambda^2$$

令 $z=P^{-1}q$，即有

$$\ddot{z}+\Lambda^2 z=u(t) \tag{3.2.7}$$

其中 $u(t)=P^Tu_1(t)$．相应的输出方程为

$$y=Cz+D\dot{z} \tag{3.2.7'}$$

这样系统就变成了 $n$ 个互不耦合的方程组．我们可以很方便地对它们进行控制设计．系统的许多特性，如可控可观性，均可直接由（3.2.7）和（3.2.7′）直接讨论[3.13-3.15]．

②有阻尼无陀螺力情形．系统方程为

$$M\ddot{q}+C\dot{q}+Kq=u(t) \tag{3.2.8}$$

其中 $C$ 为阻尼矩阵：$C^T=C$．仿照①的作法，令 $z=P^{-1}q$，即有

$$\ddot{z}+C'\dot{z}+\Lambda^2 z=u_1(t) \tag{3.2.9}$$

其中 $C'=P^TCP$．令

$$M^*=\begin{bmatrix} M & 0\\ 0 & -K\end{bmatrix}\qquad K^*=\begin{bmatrix} C & K\\ K & 0\end{bmatrix},\quad x=\begin{pmatrix}\dot{q}\\ q\end{pmatrix},\quad U^*=\begin{pmatrix}u_1\\ 0\end{pmatrix}$$

则（3.2.8）变为

$$M^*\dot{x}+K^*x=U^* \tag{3.2.10}$$

方程（3.2.10）的特征值问题的解决须用到复特征矢量[3,11]．有3种情形（3.2.9）可解耦：

i）$C=\alpha M+\beta K$．此时 $C'=\alpha I+\beta\Lambda^2$．

ii）系统只有结构阻尼．即系统在周期外力作用下，$C=\nu K/\Omega$．$\Omega$ 为外力的频率．

iii）由于LSS的阻尼往往很小，有时也可近似认为 $C$ 与 $M$ 和 $K$ 可同时对角化，其可行性由具体问题来定．

③无阻尼有陀螺力系统．系统方程为

$$M\ddot{q}+G\dot{q}+Kq=u(t) \tag{3.2.11}$$

其中 $G$ 是陀螺力矩阵，$G^T=-G$。令

$$M^*=\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix},\quad K^*=\begin{bmatrix} G & K \\ -K & 0 \end{bmatrix},\quad x=\begin{pmatrix} \dot{q} \\ q \end{pmatrix}$$

即有

$$M^*\dot{x}+K^*x=U^* \tag{3.2.12}$$

其中 $K^{*T}=-K^*$，$M^{*T}=M^*$，$U^*=\begin{pmatrix} u \\ 0 \end{pmatrix}$．考虑（3.2.12）的特征值问题

$$\det(\lambda M^*+K^*)=0 \tag{3.2.13}$$

可以证明[3.16]，（3.2.13）有 $n$ 对共轭的纯虚根 $\lambda_r=\pm\omega_r i$ 和 $n$ 对共轭特征矢量 $x_r=y_r+z_r i$，且有

$$P^TMP=I_n,\quad P^TK^*P=\mathrm{diag}\left\{\begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 \\ \omega_1 & 0 \end{bmatrix},\ \cdots,\ \begin{bmatrix} 0 & -\omega_n \\ \omega_n & 0 \end{bmatrix}\right\}$$

其中 $P=(y_1,z_1,\cdots,y_n,z_n)$．于是系统（3.2.12）变为

$$\dot{\xi}_r-\omega_r\eta_r=Y_r(t),\quad \dot{\eta}_r+\omega_r\xi_r=Z_r(t),\quad r=1,2,\cdots,n \tag{3.2.14}$$

其中

$$Y_r(t)=y_r^TU^*,\quad Z_r(t)=Z_r^TU^*,\quad W=(\xi_1,\eta_1,\cdots,\xi_n,\eta_n)^T,\quad x=PW$$

这样，我们就可以很方便地应用古典设计方法来设计控制器[3.17]．

从上面的叙述可以看出，模态控制的优点是物理概念清楚，充分利用了结构动力学上广泛应用的模态分析技术，从而得到了比较适合于控制设计的方程．缺点在于必须预先知道应该控制哪几个模态和应选取多大阶数的方程．这必须对系统的动力学性能有个大概的估计，抓住最本质的几个模态．一般来说，低频模态较重要．但对复杂的 LSS 来说，也有例外情况．[3.18]给出了飞机机翼振动的实验与模拟结果，在那里第 1,6,7 个模态较重要．为此，一些作者试图给出如何选取模态的原则和判据[3.19-3.21]．但实际应用起来可能并不方便．这个问题可能必须通过实验和模拟来解决．

另外，模态控制中一个很使人头痛的问题是溢出问题．它本质上是截断所产生的．由（3.2.4）和（3.2.5）可得，若实际控制的模态阶数为$N$，则存在 $L-N$ 个残余模态，我们把它们的方程分开写就得到

$$\dot{v}_N=\bar{A}_Nv_N+\bar{B}_Nf(t) \tag{3.2.15}$$

$$\dot{v}_R=\bar{A}_Rv_R+\bar{B}_Rf(t) \tag{3.2.16}$$

$$y=\bar{C}_Rv_R+\bar{C}_Nv_N(t) \tag{3.2.17}$$

其中

$$v_N=[u_1(t),\cdots,u_N(t)]^T,\quad v_R=(u_{N+1},\cdots,u_L)^T$$

$$\bar{A}_N=\begin{bmatrix} 0 & I_N \\ -\Lambda_N & -2\xi\Lambda_N^{1/2} \end{bmatrix},\quad \bar{A}_R=\begin{bmatrix} 0 & I_R \\ -\Lambda_R & -2\xi\Lambda_R^{1/2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{B}_N=\begin{bmatrix} 0 \\ B_N \end{bmatrix},\quad \bar{B}_R=\begin{bmatrix} 0 \\ B_R \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_N=[CC_N,DC_N],\quad \bar{C}_R=[CC_R,DC_R]$$

$$A=\begin{bmatrix} \Lambda_N & 0 \\ 0 & \Lambda_R \end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix} \bar{B}_N \\ B_L \end{bmatrix},\qquad C=[C_N, C_R]$$

实际设计控制器时，所考虑的方程是

$$\dot{v}_N=\bar{A}_N v_N+\bar{B}_N f,\qquad y=\bar{C}_N v_N \tag{3.2.18}$$

这时 $\bar{B}_R f(t)$ 和 $\bar{C}_R v_R$ 被忽略了，它们分别称为控制和观测溢出。控制溢出实际上就是控制力对残余模态有作用，而观测溢出实际上是所谓的信息过剩。控制溢出将影响实际系统的性能而观测溢出有可能导致残余模态的不稳定[3.6]。

3.3　多项式逼近法　多项式逼近法目前研究得很少。它的主要思想是把偏微分方程化为积分方程，然后用正交多项式（如 Jacobi 多项式）进行离散处理，最后利用正交多项式的性质对常微分方程进行解耦[3.23-3.26]。考虑一般的弹性体方程

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[K(x)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right]+\beta(x)\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}+m(x)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=u(x,t) \tag{3.3.1}$$

不妨设其边条件为零边条件：

$$w(0,t)=0,\quad \frac{\partial w}{\partial x}(0,t)=0,\quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(l,t)=0,\quad \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}(l,t)=0$$

否则可作变量替换，不影响结果。在（3.3.1）的两边乘以 $g(x)$[$g(x)$ 的边条件与 $w(x,t)$ 同]，并在[0,1]上进行积分。分部积分后可得

$$\int_0^1\left[a_1(x)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}-a_2(x)\frac{\partial w}{\partial t}+a_3(x)w-F(x,t)\right]dx=0 \tag{3.3.2}$$

其中

$$a_1(x)=g(x)m(x),\qquad a_2(x)=\frac{d}{dx}[g(x)\beta(x)],\qquad a_3(x)=\frac{d^2}{dx^2}[K(x)g'']$$

$$F(x,t)=g(x)\left[u_1(x,t)-\beta(x)\frac{\partial w}{\partial t}\delta(x-1)\right]$$

利用 Gauss 积分公式有

$$\int_0^1 w(x)f(x)dx=\sum_{i=1}^{N}v_i f(x_i) \tag{3.3.3}$$

其中 $w(x)$ 为权函数，对 Jacobi 多项式来说，$w(x)=x^{\beta}(1-x)^{\alpha}$，$-1<\beta$，$\alpha<1$，$v_i$ 为离散权，$x_i$ 为 $N$ 次多项式之根。

把（3.3.3）代入（3.3.2）可得

$$\sum_{i=1}^{N}v_i[b_1(x_i)\ddot{w}_i-b_2(x_i)\dot{w}_i+b_3(x_i)w_i-G(x_i,t)]=0 \tag{3.3.4}$$

其中

$$w_i=w(x_i,t),\qquad b_j(x_i)=a_j(x_i)/w(x_i),\qquad j=1,2,3$$

$$G(x_i,t)=F(x_i,t)/w(x_i)=G(x_i)G(t)$$

把 $w_i$，$\dot{w}_i$，$\ddot{w}_i$ 的系数用 $N$ 个正交 Jacobi 多项式展开，可得

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{n=0}^{N-1}[\alpha_{1n}P_n(x_i)\ddot{w}_i-\alpha_{2n}\dot{P}_n(x_i)\dot{w}_i+\alpha_{3n}\dot{P}_n(x_i)w_i-\nu_nP_n(x_i)G(t)]=0 \qquad (3.3.5)$$

其中

$$\nu_ib_j(x_i)=\sum_{n=0}^{N-1}\alpha_{jn}P_n(x_i),\quad \nu_iG=\sum_{n=0}^{N-1}\nu_nP_n(x_i)$$

有两个正交条件可用来解耦方程（3.3.5）[3.23]：

$$\sum_{i=1}^{N}P_n(x_i)P_m(x_i)=\delta_{mn},\qquad \sum_{n=0}^{N-1}P_n(x_i)P_n(x_j)=\delta_{ij} \qquad (3.3.6)$$

其中 $P_N(x_i)=0$。可以证明（证明略），（3.3.5）可化为

$$\alpha_1\ddot{z}-\alpha_2\dot{z}+\alpha_3z=KG \qquad (3.3.7)$$

其中

$$z=(z_0,\cdots,z_{N-1})^T,\quad z_j=\sum_{i=1}^{N}P_j(x_i)y_i,\quad \alpha_j=\mathrm{diag}(\alpha_{j0},\cdots,\alpha_{jN-1})$$

$$K_j=\nu_j\sum_{i=1}^{N}P_j(x_i),\qquad K=\mathrm{diag}[K_0,\cdots,K_{N-1})$$

相应的输出方程为

$$y=Cz+D\dot{z}$$

多项式逼近法的优点在于它适用于一般的弹性体结构，而且当$N$增大时，它的截断误差可迅速下降。它的缺点在于$N$的大小不好确定，而且还可能导致很高阶的方程。另外，这种方法也可能遇到类似差分法所遇到的不收敛和不稳定的问题。多项式逼近法还有许多问题有待研究，如系统的可控可观性等。

最后值得一提的是，我们通过讨论认为，最近兴起的二维系统理论虽然好象适用面很广，但要把它用到弹性体的控制上还不太可能[3.27]。

## 4 LSS的控制方法

LSS的控制方法很多，传统的极点配置，二次型最优和输出反馈等方法仍然是有效的[4.1-4.7]。由于LSS具有高维和低频的特性，近年来不少作者发展了一些其他的方法试图解决这些问题。例如大系统理论和分散控制等[4.8-4.12]。另外，自适应控制，滤波和鲁棒性（robustness）的研究也在发展中[4.13-4.18]。我们认为要有效地对LSS进行控制，必须首先对LSS的动力学性能有很好的了解，这样就容易抓住问题的本质，从而有可能使系统的阶次降低同时又能准确反映系统特性。比如可以直接对二阶系统方程进行设计，不一定都把它们化为状态空间型。最后值得一提的是LSS上的激励器（actuator）和传感器（sensor）对LSS的控制很重要，它们的位置和数目对系统的性能有很大的影响。如果选取适当的位置，就可以对系统进行简化。多加了传感器后，还有可能消除系统的观测溢出，从而保证系统的稳定[4.19-4.22]。

总之，LSS的出现给力学和控制提出了许多新的问题，它要求力学和控制的专家共同努力，结合二者的特点去解决它。我们相信随着我国航空航天事业的发展，必将大大推动LSS的研究。

# 参 考 文 献


1.1 Balas M J. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, AC-**27**, 3 (1982)

1.2 Meirovitch L, Oz H. Control of large aerospace structures: state of technology—A assessment of methods for the control of large space structures. Joint Automatic Control Conference (1979)

1.3 Athans M. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, AC-**15**, 4 (1970)

1.4 Бутковский А Г. Структурная Теория Распределенных Систем. Наука (1977)

1.5 Wang P K C. Control of distributed parameter systems. Advances in Control Systems Theory and Applications. Edited by Leondes, C. T. Vol. 1. Academic Press (1964)

1.6 Lions J L. Optimal Control of Systems Governed by Partial Differential Equations. Springer-Verlag (1971)

1.7 王康宁. 分布参数控制系统. 科学出版社 (1986)

1.8 Russell D L. *SIAM Rev.*, **20**, 4 (1978)

1.9 Banks S P. State-space and frequency-domain methods in the control of distributed parameter systems. Peter Pergrinus, London (1983)

1.10 Curtain R, Pritchard A. Infinite Dimensional System Theory. Springer-Verlag (1978)

2.1 Bainum P M. A review of modelling techniques for the open and closed loop dynamics of large space systems. 15th Int. Symp. on Space Technology and Science. Tokyo, Japan (May, 18—24, 1986)

2.2 Hooker W W, Margulies G. *J. Astronaut. Sci.*, **12**, 4 (1965)

2.3 Roberson R E. Wittenburg J. A dynamical formalism for an arbitrary number of inter connected rigid bodies with reference to the problem of satellite attitude control. Proc. 3th Int. Cong. of Auto. Contr., London, 1966. Butterworth, London (1967)

2.4 Likins P M. *Int. J. Solids and Structures*, **9**, 12 (1973)

2.5 ——. *ibid*, **8**, 5 (1972)

2.6 Meirovitch L, Nelson H D. *J. Spacecraft and Rockets*, **13**, 11 (1966)

2.7 ——. *AIAA Journal*, **8**, 7 (1970)

2.8 Santini P. *Acta Astronautica*, **3**, 9—10 (1976)

2.9 Diarra G M, Bainum P M. On the accuracy of modelling the dynamics of large space structures. 36th Int. Astronaut. Cong. Stockholm, Sweden (Oct. 7—12, 1985)

2.10 Bainum V K, Bainum P M. Dynamics of a flexible body in orbit. AIAA/AAS. Astro-dyn. Conf. Palo Alto, Calif. (1978)

2.11 黄琳, 陈德成, 罗华耿. 力学学报, **20**, 3 (1988)

3.1 林伟等. 分布参数控制系统. 国防工业出版社 (1981)

3.2 南京大学数学系计算数学专业. 偏微分方程的数值解法. 科学出版社 (1979)

3.3 冯康. 数值计算方法. 国防工业出版社 (1978)

3.4 钱学森, 宋健. 工程控制论. 科学出版社 (1980)

3.5 Balas M J. *SIAM J. Contr. Optimiz.*, **16**, 3 (1978)

3.6 ——. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, AC-**23**, 4 (1978)

3.7 Poter B, Crossley R. Modal Control Theory and Applications. Taylor and Francis. London (1972)

3.8 Balas M J. Finite element models and feedback control of flexible aerospace strutures. Joint Automatic Control Conference (1979)

3.9 Meirovitch L, VanLandingham H F, Oz H. *Acta Astronautica*, **4**, 9—10 (1977)

3.10 Strang G. Fix G. An analysis of the FEM. Englewood, Cliffs, N J, Prentice-Hall (1973)

3.11 Meirovitch L. Computational Methods in Strutural Dynamics. Alpenaan Denrijn, Sijthiff and Noordhoff (1980)

3.12 黄琳. 系统与控制中的线性代数. 科学出版社 (1984)

3.13 黄琳, 陈德成. 应用数学与力学, **3**, 2 (1982)

3.14 Hughes P C. Skelton R E. *J. Guidance and Control*, **3**, 5 (1980)

3.15 ——, ——. *J. Appl. Mech.*, **47**, 2 (1980)

3.16 Meirovitch L. *AIAA Journal*, **12**, 10 (1974)

3.17 ——. *J. Appl. Mech.*, **42**, 2 (1975)

3.18 Johnson T. The aerodynamics surface location problem in optimal control of flexible aircraft. M.S. thsis, June, 1969. also Electronic Systems Lab. MIT. Cambridge, Tech. Rept. ESL-R-387

3.19 Hughes P C. *J. Guidance and Control*, **4**, 3 (1981)

3.20 Skelton R E, Hughes P C. *ibid*, **5**, 4 (1982)
3.21 Likins P W, Ohkani Y, Wang C. *J. Spacecraft and Rockets*, **10**, 10 (1976)
3.22 Skelton R E, Likins P M. Techniques of Modelling and Modal Error Compensation in Linear Regulator Problems. Advances in Control and Dynamic Systems, Vol. 14, Edited by Leondes, C. T. (1977)
3.23 Spalding G R. A state-space model for distributed systems. AIAA/AAS Astrodynamics Conference (1978)
3.24 Lanczos C. Applied Analysis. Prentice-Hall (1957)
3.25 Fox L, Parker I B. Chebyshev Polynomials in Numerical Analysis. Oxford University Press(1968)
3.26 王竹溪，郭敦仁．特殊函数概论．科学出版社 (1965)
3.27 杨成梧．二维线性多变量系统．华东工程学院出版 (1987)
4.1 Tseng Q T, Mahn R H. *J. Guidance and Control*, **1**, 5 (1978)
4.2 Balas M J. Reduced order control of LSS. AIAA Aerospace Sci. Meet. (1979)
4.3 Schaechter D. *J. Guidance and Control*, **4**, 1 (1981)
4.4 Meirovitch L, Baruh H. *ibid*, **4**, 2 (1981)
4.5 Balas M J. *J. Astronaut Sci.*, **27**, 2 (1979)
4.6 Canavin J. The control of spacecraft vibration using multivariable output feedback. AIAA/AAS Astrodynamics Conference (1978)
4.7 Wu Y W, Juang J N, Rice R B. Control of large flexible space structures using pole placement design techniques. AIAA Guidance and Control Conference (1979)
4.8 Siljack D D. Large Scale Dynamic Systems: Stability and Structures. New York, North-Holland (1978)
4.9 Jsohi S M, Groom N J. *J. Guidance and Control*, **2**, 4 (1979)
4.10 Michel A N, Porter D W. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, AC-**17**, 4 (1972)
4.11 Sandell N, Varaiya P, Athans M, Safonov M. *ibid*, AC-**23**, 2 (1978)
4.12 West-Vukovich G, Davison E J, Hughes P C. *ibid*, AC-**29**, 10 (1984)
4.13 Balas M J, Johnson Jr C R. Toward adaptive control of large structures in space, in applications of adaptive control. Narendra, K. S., Monopoli, R., Eds., New York, Academic (1980)
4.14 Arbel A, Gupta N K. *J. Guidance and Control*, **4**, 5 (1981)
4.15 Lin J G. Closed-loop asymptotic stability and robustness conditions for large space systems with reduced-order controllers. Proc. 20th IEEE CDC (1981)
4.16 Krishna R, Bainum P M. *J. Guidance and Control and Dynamics*, **8**, 5 (1985)
4.17 Gran R.Rossi M.A survey of the large structures control problem. Proc. 18th IEEE CDC (1979)
4.18 Kubrusly C S, Malebranche H. *Automatica*, **21**, 2 (1985)
4.19 Wu Y W, Juang J N. Sensor and actuator placement for large flexible space structures. Joint Automat. Contr. Conference (1979)
4.20 Johnson T L. Principles of sensor and actuator location in distributed systems. Proc. NCKU/AAs Symp. Eng. and Mechanics, Tainan, Taiwan, (1981)
4.21 林健，黄琳．弹性体降阶控制系统的闭环稳定性，控制理论与应用年会，山东，曲阜 (1988)

# DYNAMICAL MODELLING AND CONTROL OF LARGE SPACE STRUCTURES

Lin Jian Huang Lin

Department of Mechanics, Beijing University (Peking University)

**Abstract** In this paper, the advances in the dynamical modelling and control of large space structure are summarized. Three methods for dealing with distributed parameter systems are reviewed. Finally, some remarks are made concerning the effective control of large space structures.

**Keywords** *large space structure; dynamical modelling; reduction model; modal control; distributed parameter system*