

非线性科学——从范例到实用 (III)

D. K. Campbell

4 复杂的图形和图象

当一个空间扩展的非线性系统被驱向远离平衡态时，典型出现的很多局部拟序结构能把它们本身组织成规则或随机空间**图象** (patterns) 的奇妙排列。可能最熟悉的例子是湍流。在这种流动中，尽管人们经常观察到拟序结构的图象，时间行为却是浑沌的；回想起图 3a 中红斑周围的旋涡的复杂图形 (configuration)。图象形成和选择的过程出现在整个自然界，出现在范围从电离层中的电磁波，冶金学中的细观尺度晶体结构 (mesoscale textures)，到贝壳上的斑纹和老虎身上的条纹等非线性现象中。因此，复杂图形和图象代表了非线性科学的第三个范例。尽管它们没有象孤立子和浑沌那样大地发展，但这一范例已有希望对统一了解很多领域内的非线性现象提供一个基础。

我们以前关于动力学系统的讨论对处理图象的一般问题提供了一个有用的概念框架。一个典型的扩展的非线性非平衡系统具有很多可能的图形或图象，其中某些是稳定的，另一些是不稳定的，以及绝大多数是亚稳定的。高度对称的图象在分析上是可达的，但一般地，各向异性图形则必须首先用实验数学来研究。在耗散扩展系统中，这些图象大体上类似于简单动力学系统的吸引子——但附有重要的条件：它们不对应于真正的渐近吸引子，因为大多数事实上只是**亚稳定的**。无论如何，多个吸引子的比拟正确地表明，一个扩展的非线性系统具有很多暂时的吸引盆。从我们关于阻尼、驱动单摆的结果来看，我们预料吸引盆的边界是复杂的，可能是分形的物体。作为一个结果，复杂的图形，所考察的图象序列，以及最终选择的（如果有的话）图象的**动力学的**研究，代表了非线性科学面临的最严峻的挑战。

当前，面临这种挑战的，主要仍在实验方面，包括真实物理系统和数值仿真两方面，而不是在分析方面。因此，这里我们主要依靠这些实验的观察结果来指明这个范例的一些重要方面。

4.1 实验和数值仿真 作为第一个说明，考虑推广一个熟悉的例子即正弦 Gordon 方程，只是现在是阻尼、驱动和具有两个空间维数。这个模拟某些平面磁性材料和大面积 Josephson 结阵列的方程具有形式

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial \theta}{\partial t} + \sin \theta = \Gamma \cos \omega t \quad (29)$$

我们可以从我们以前的讨论来想象这个模型将包含拟序结构（不过不是孤立子，因为二维正弦 Gordon 方程是不完全可积的）。我们也可预期模型将包含有浑沌，因为有驱动力和阻尼力。

图 14 中表示了 $\alpha = 0.1$, $\Gamma = 1.6$, 和 $\omega = 0.6$ 的系统的时间演化的四张快照照片。尽管

可以看得很明显,应该提及作为加强目视说明手段的彩色编码;彩色图片,特别在高速相互作用模中,不是没有意义的奢侈品,而事实上

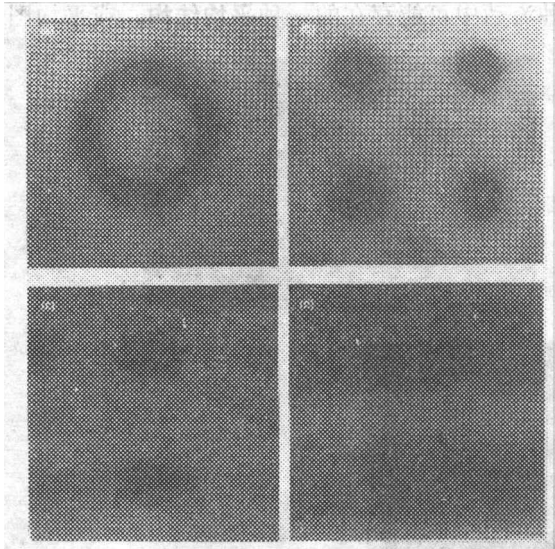


图 14 空间二维正弦 Gordon 方程. 该方程时间行为的四张快照照片. 红色表示 2π 附近的 θ 值, 蓝色表示 0 附近的 θ 值, 红色与蓝色之间的光谱颜色表示中间值.
(a) 初始圆桶形结构. (b) 在约等于系统基本振频 100 单位的时间之后, 初始圆环破裂成两行两列对称图象的四个结构. (c) 上面这最后图象是亚稳定的, 它逐渐滑离中心, 在 $t \sim 200$ 成为在 x 方向明显开始“浸润”的图象. (d) 最终, 在 $t \sim 300$ 时, 浸润作用形成条带状稳定图形. 方程 (29) 中用来产生这些图片的参数为 $a=0.1$, $\Gamma=1.6$, $\omega=0.6$. (Los Alamos 国家实验室的 Peter Lomdahl 惠允图片)

是实验数学最有力的工具之一. 这里, 例如, 彩色表示 θ 的近似值. 这个系统的初始圆桶形结构(图 14a)最终形成事实上是随时间振动的其他图形. 由于边界条件对 x 和 y 都是周期的, 当系统演变成两行两列图象的四个结构时, 该系统保留了高度对称性(图14b). 但是, 最后在平行于 x 轴的方向上观察到“浸润作用”(图14c), 它导致产生图14d的条带状图形. 在此以后就不再发生质的变化了.

由于问题的原始对称性, 在 x 方向而不是在 y 方向最后成条带状图象的出现, 一定是与方程本身以外的一个微弱的不对称性有关. 这些可能性是由于计算机的舍入误差引起 x 和 y 的初始条件的微小差别或解法中的某种不对称性. 这种不对称性可以看成是外部噪声, 它导致破坏方程的对称性的图形. 某些图象选择过程对外部噪声和对微小不对称性的极端敏感性, 在图13的分形增长模型中已经指出过, 并且也在很广泛的领域内,

包括如图11的雪花那样的树枝状晶体的生长, 从实验上观察到了.

与在数值仿真中见到的那些图形有关的图形, 其出现和演变有很多(包括 Rayleigh-Benard 对流在内)是最近实验的焦点. 利用能清晰地区分流体上升流和下降流的阴影法, 在从下方加热的硅油中观察到对流卷筒结构(图 15 和 16). 图 15a 的非对称图象是一种只

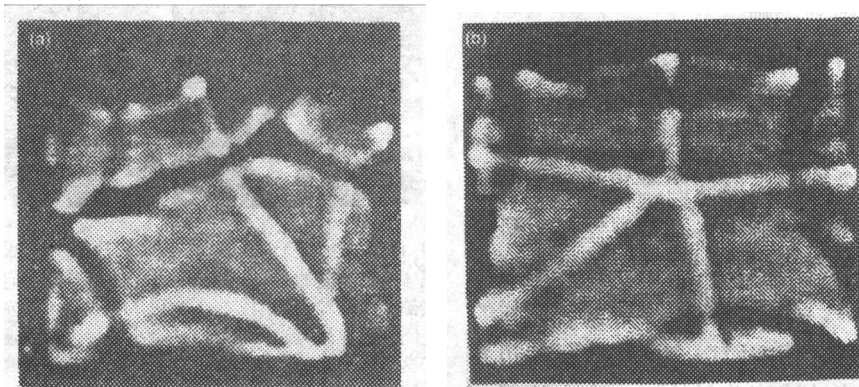


图 15 Rayleigh-Benard 对流图象, 这里是从下方加热硅油的实验中用阴影法产生的对流卷筒流动图象. 黑线对应于流体上升流, 亮线对应于下降流. (法国原子能委员会的 Pierre Berge 惠允照片)

维持几分钟的典型图形. 另一方面, 图 15b 的比较对称的图象是比较稳定的, 维持它的形式

达10几分钟。尽管我们没有非常详细了解这种现象，但显然边界的作用是使系统把自己“固定”在比较稳定的图形上。图16演示了在这种流动中可能存在的一种**平均结构**，或平均图

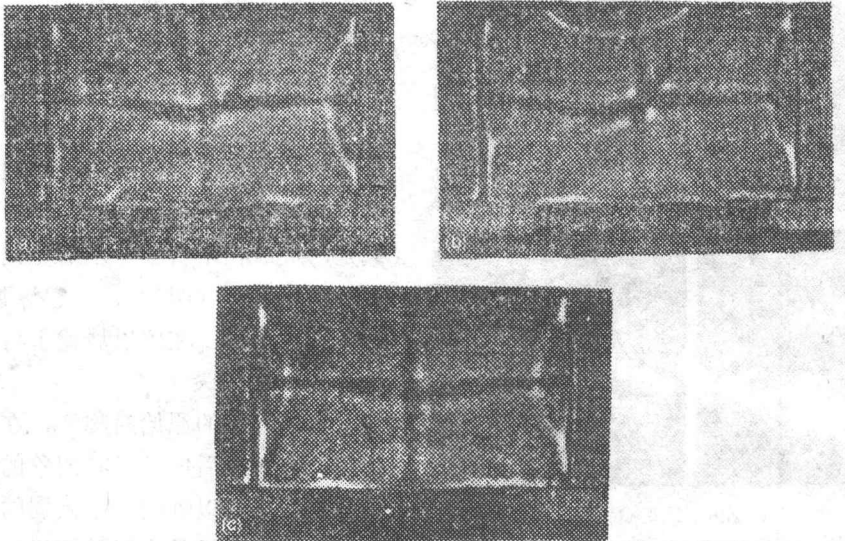


图16 一个平均对流图象。这些Rayleigh-Benard 对流图象的前两张 (a 和 b) 是在硅油实验中流动的快照照片，而 c 是 10 张这种瞬时照片的和。（惠允照片者同图15）

象。前两张象片 (图16a 和 b) 是流动的快照照片，而第三张 (图16c) 是10张这种瞬时照片的和，它清楚地表明了高度对称的平均图形的存在。

流体动力学还包含大量的其他复杂图形和图象形成的例子。与技术应用特别有关的是**剪切不稳定性**，它是在一股流体迅速地流过一个固定的边界或两股流体以不同的速度互相流过时出现的。例如，飞机的性能和燃料效率受到由剪切不稳定性的后果形成的湍流边界层的强烈影响。

图17是用模拟可压缩无粘流体流动的二维Euler 方程来仿真“Kelvin-Helmholtz”剪切不稳定性的一系列图象。（严格地说，由于此研究没有解决薄的湍流边界层，所以在学术上这是“滑移面”不稳定性。）研究揭示了非常丰富的信息，我们只在这里讨论其中的一部分。两股都以声速运动的同样的流体互相流过。初始时，在两层之间的边界上对铅直的流动速度分量给以一个小的正弦扰动，接着便是导致两股流体混合的最终卷带和卷起现象。

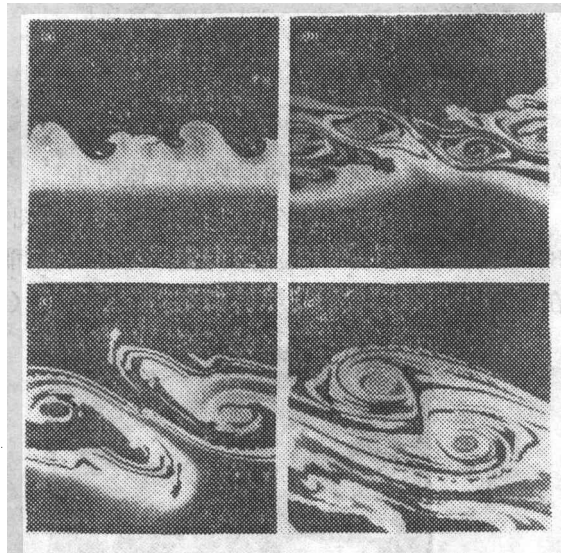


图17 剪切不稳定性。两股同样的流体流互相流过，顶部流（从绿到蓝的彩色）以 Mach 数 1（声速）向右运动，而底部流（从红到紫的彩色）也以 Mach 数 1 向左运动。两层之间的边界是黄线。初始时一个小的铅直正弦速度扰动作用在这边界上，并以彩色标明给定的一点儿流体的初始 y 值。这一系列图片表示边界的卷起 (a) 和旋涡形式的拟序结构的发展。到了 (d)，一个有界涡对形成了。（Minnesota 大学的 Paul Woodward 以及 David Helder 在 Lawrence Livermore 国家实验室所做的图片）

在仿真开始后不久，边界的卷起就已经开始产生拟序结构（图 17a）。这些结构一直增长（实际上以自相似的方式），直到在 x 方向的周期边界条件使结构产生相互作用为止（注意图 17b 中的四个旋涡状结构）。除此以外，在顶部和底部区域中彩色强度的突然跳跃揭示了激波的存在。四个旋涡合并成两个（图 17c），然后相互挟带形成一个有界的涡对（图 17d）。卷起现象使初始光滑的边界产生非常复杂的（分形）结构。因此，我们在图 17 中清楚地看到大尺度拟序结构同代表扩展非线性系统中复杂图形的浑沌、分形动力学之间的相互作用。而且，尽管细节上不同，图 17d 明显地与图 3a 的更熟悉的形状在外形上相似；艺术——在本情况中，是计算机艺术——确实是摹拟了自然界。

一个对我们前面所有的例子都是共同的性质，是在所观察到的系统的图象中有关系的只有有限多个拟序结构。在每一种情况中，这种限制来自“盒子”——是计算的或物理的——的小尺寸（相对于拟序结构本身的尺度），图象形成系统包含在此盒子中。

放松这个限制的一个例子，是由 Fred Tappert 于 10 年前在 Los Alamos 进行的强激光束与等离子体相互作用中产生的自聚焦不稳定性的数值仿真（图 18）。这种不稳定性在概念上与光纤中孤立子形成的机理密切相关，并且反映了试图发展惯性约束聚变的一个重大的困难。在一个差别很大的尺度上，这种现象导致

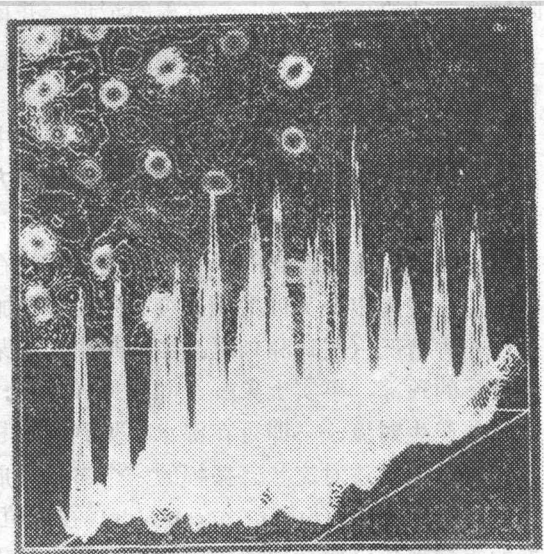
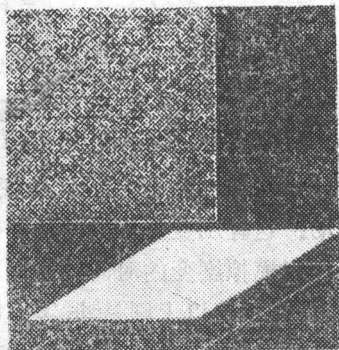


图 18 腔子：自聚焦不稳定性。在一激光束通过等离子体时形成的自聚焦不稳定性。这些取自计算机产生的电影画面，表示了激光束横剖面上激光强度的轮廓图（左上方）和投影图。（a）初始时，激光束实质上是均匀的，只带有少量随机空间“噪声”，但是当它进入等离子体时，自聚焦不稳定性产生高强度的细丝，这些细丝（b）随着激光束的进一步前进急剧地增长。（Miami 大学的 Fred Tappert 在 Los Alamos 做的照片）

电离层中显著的电磁干扰。

在仿真中所用的特殊方程是非线性 Schrödinger 方程（方程 (12)）的两个空间维数的变种。这里方程具有特殊形式

$$i \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + (1 - e^{-|E|^2}) E = 0 \quad (30)$$

式中 $E = E(x, y, t)$ 是电场包络函数。对于小的 $|E|^2$ ，方程包含一个有效的 3 次方非线性，并因而变成方程 (12) 的直接二维推广。当 E 趋于无穷大时，非线性饱和，方程 (30) 实际上变成了线性方程。

从空间白噪声的一个随机初始条件出发（图 18a），发展成一个包含大量拟序结构的复

杂图形(图 18b)。Tappert 在观察到这些包含很多拟序结构的图象后,进一步孤立出各单个拟序结构——现在称为**腔子**(cavitons)——并在数值上研究了它们的相互作用。因为没有表示时间演变就不能恰当地了解动力学,所以我不打算在这里叙述它了;但是,此研究是用实验数学来解决分析上达不到的在复杂图形形成中拟序结构所起作用的一个很好的例子。

4.2 分析的发展 我们对图象形成的数值和实验研究的简要图片评述应该能澄清一般问题的唬人性质。因此,现在的分析方法都集中于能把问题简化为比较容易处理的形式特殊和孤立的图象形成情况。尽管继续要做的事还有很多,但这种“分割包围,各个击破”的原理,最近已证明了在下一个10年中,我们应该能亲眼目睹可以同孤立子和浑沌的革命相匹敌的一场图象的革命这一可靠的希望。

一条分析攻击的路线是从有一些精确孤立子的一个系统(例如,一维正弦 Gordon 方程或非线性 Schrödinger 方程)出发。然后用驱动力和阻尼力去扰动此系统,并研究在浑沌动力学的影响下,分析上已知的拟序结构的演化所产生的那些图象。这种方法已经广泛地用在阻尼、驱动的正弦 Gordon 方程的情形,并已发展了非常丰富的唯象理论。但是,详细的定量了解,即使在一个受扰的可积系统情况中,现在也只能在纯分析方法是数值仿真来指导和补充时才得以产生。

为了描述其他的半分析方法,让我们集中注意流体流动中的图象形成。我将讨论三种有关的分别称为**振幅方程法**,**相方程法**和**原型方程法**的方法,它们对特殊情况能导出近似的或有效的方程。

正如前面所观察到的,一个非线性系统在作为其一个参数的函数的解所具有的定性行为中,往往表现出分叉或急剧转变。在从下方加热的流体中的 Rayleigh-Benard 不稳定性就是这样一种情况(图 15 和 16)。当加热率低于某个阈值时,流体简单地把热量从热的底部传导到较冷的顶部,事实上象一个固体那样进行。在加热率的阈值处,这种传导状态变为不稳定,并产生**对流**——即可在沸水中见到的那种熟悉的滚动。这种剧变是相变的非平衡比拟。我们可以用描述对流状态振幅的一个参数写成的唯象方程来模拟剧变的时间和空间结构。这种**对流有序参数**(order parameter)在阈值以下将是零,在阈值以上则是非零。在阈值附近的很多现象已成功地用这种振幅方程来处理了。

现在考虑一个已经在一种全部规则图象状态中的非线性系统:例如,在一个大盒子中的一排直对流卷筒或在图 16c 中矩形排列的对流涡胞。设这种图象可用我们称为 k_0 的一个主要的波向量(或几个波向量)来描述。很多与初态接近的图象可以通过考虑 k_0 的缓慢空间和时间调制来研究。所得的相方程可以看作流体动力学的非平衡比拟,因为它们适用于在一给定状态附近的低频长波长运动。而且,这些相方程已用来分析很多特殊的流体流动。

原型方程,尽管可能是从特殊的流体运动中诱导出来的,不必要从基本的 Navier-Stokes 方程严格地推导出来,而宁可打算抓住某些非线性作用的本质。更精确地说,原型方程通常是作为获得对竞争中非线性作用的深刻了解的一种手段,并因此在发展分析了解中是极其重要的。在发现孤立子中起中心作用的 Korteweg-de Vries 方程(方程(10)),可以看作是原型方程的一个例子。一个附带的优点是它也能对浅水窄渠中表面波推导出来。类似地, Kuramoto-Sivashinsky (KS) 方程(方程(28))是另一个原型方程。

就在最近,用 Kolmogorov-Spiegel-Sivashinsky (或 KSS) 方程(原始 KS 方程的一个推

广)研究了大容器内对流流体流动的形象形成。因为从这些研究中得到了有关拟序结构和混沌的相互作用的某些非常有趣的结果,我们将用KSS方程来说明原型方程法。

方程的具体形式为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \beta \phi + \gamma \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\alpha - \delta \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{\partial \phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} = 0 \quad (31)$$

式中 α, β, γ 和 δ 是可调参数。这个方程模拟了大尺度单向流动。一个例子是Kolmogorov流动,其中一种有效二维粘性流体受到一个空间方向上是周期的单向外力场的作用。这样一种流动可以在实验室内采用在一个周期磁场中运动的薄层电解流体来实现。

在方程(31)中 $\phi = \phi(x, t)$ 是流函数的脉动部分(即流函数减去平均周期场分量), $\partial \phi / \partial t$ 是熟悉的流体运动的局部导数, $\beta \phi$ 表示脉动的经典线性阻尼, $\gamma (\partial \phi / \partial x)^2$ 是以一种不熟悉的形式表示的流体运动的对流导数,最后几项描述粘性作用。

通过把方程(31)对 x 微分,并考虑流函数的梯度 $u(x, t) = \partial \phi / \partial x$ (它与速度有关),我们就可以更直接地看到局部导数和对流导数项的作用。在微分后的方程中,这两项假定是,例如,从Korteweg-deVries方程(方程(10))所熟悉的形式 $(\partial u / \partial t) + 2\gamma u (\partial u / \partial x)$ 。注意方程(31)中的对流项在 ϕ 随 x 迅速变化时(即对于大波数 k)将迅速地增加,这正确地提示了这一项将导致能量从大的空间尺度传向小的空间尺度的流动。

仔细考察粘性作用(由方程(31)的最后三项给出)将揭示出关于这个模型的形象形成性质的相互作用和竞争本质。因为 $\alpha > 0$,故最低阶扩散项 $\alpha \partial^2 \phi / \partial x^2$ 对稳定扩散具有错的符号,并因此对所有的波数 k 导致解的指数式增长。高阶线性扩散项 $\partial^4 \phi / \partial x^4$ 控制了大 k 的增长。作为一个结论,只有某一个波数围范($0 < k < k_c$)显示出导致迅速增长的线性不稳定性。这个**负粘性**区域引起能量从小的空间尺度传到的空间尺度的流动,并因而产生在方程中观察到的拟序结构。反过来,这些结构的生长受非线性项特别是受对流导数项的限制,并且所产生的负粘性和对流项之间的竞争提供了能量在小尺度和大尺度之间来回循环的一种机理。最后,非线性粘性项 $\delta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^3$ 提供了粘性中一个重要的**局部**变化;在 $\partial \phi / \partial x$ 很小的区域内,有效的局部粘性是负的,但随着 $\partial \phi / \partial x$ 的增长,非线性导致局部正粘性并导致能量在小尺度上的正常耗散。

对于KSS方程,最近的分析研究表明,整个偏微分方程严格地等价于与有限维动力学系统对应的一个耦合常微分方程组。而且,这个动力学系统的相空间维数正比于线性不稳定模的数值,并因此随系统的长度 L 而线性地增加。除此以外,有限动力学系统具有一个普适的奇怪吸引子,其分维也正比于 L 。这些结果是模的简化程序的具体例子,并且它们在包含**局部负粘性**作用的方程中的成就标志了向分析了解湍流前进了一步。但是,正如KS方程的情况那样,结果本身既不足以能验证出现在方程(31)中的拟序结构,也没有把它们和简化模直接联系起来。

为了寻找拟序结构,KSS方程的广泛数值仿真现在正在进行之中。图19描绘了尺寸有50个不稳定模的系统的一个解(对于 $\alpha = 2, \beta = 0.15, \gamma = 1$ 和 $\delta = 0.58$)。黑色篱笆状结构是(空间均匀的)混沌区域。注意水平轴表示时间而铅直轴表示位置,正如篱笆状面积的对角“运动”所表示的那样,这些区域经常通过系统传播。

图19中最引人注目的性质是在系统内不同位置 and 不同时刻间歇地出现和消失的橙色水平带。这些是相对平静的大尺度空间子区域，并且是拟序结构的候补者。注意传播着的混沌区域不穿过这些结构。但是，正如在右下角长期存在的拟序结构附近区域特别表明的那样，我们可能描述传播的混沌区域同拟序结构之间的相互作用。这种相互作用可以包括传播的混沌和拟序结构二者的相移（如同孤立子的情况）以及它们的产生和消亡。现在，这些问题以及与此有关的问题都正在积极研究之中。

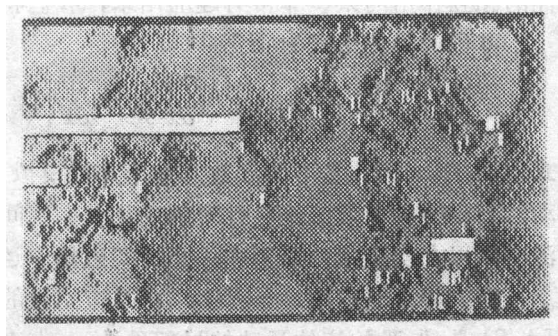


图 19 KSS系统. KSS方程的这个解（对于方程 (31) 中的 $\alpha=2$, $\beta=0.15$, $\gamma=1$ 和 $\delta=0.58$ ）既具有混沌的区域（篱笆状的）又具有相对平静行为的区域（橙色的）。因为时间用水平轴表示，而空间变化用铅直轴表示，故篱笆状面积的对角“运动”代表了这些混沌区域通过系统的传播。（Los Alamos国家实验室的Basil Nicolaenko和Hughes Chate惠允照片）

从我们的讨论很清楚，尽管正在开始出现令人兴奋的结果，复杂图形和图象形成的范例的发展将在未来的岁月中由非线性科学的研究者来承担。提出如下一些必须提到的很宽围范的问题可能是有意义的：

①在什么程度上复杂结构和图象可以设想为拟序结构的叠加？在什么“空间”内这些结构可以叠加？关于这一点，我们知道，对弱扰动的孤立子产生系统中，近似叠加在其中成立的专用空间是逆散射变换空间。而且，某些最近的研究提示，某些湍流可以有效地分解为许多项的和，每一项都有与速度平行的涡量。

②什么是图象之间的竞争动力学？这种竞争如何依赖于各个拟序结构之间相互作用的性质？对什么样的系统，可以把不同图象看成是在一个“图象可达性 (pattern accessibility)”空间内的局部最小值？在这个空间内我们对吸引盆能说些什么？

③在具有几何约束的系统中（如图 15 和 16 的流体实验）我们能否定量地了解观察到的选择，即选择比较对称的图象胜过选择比较不对称的图象？这里，对固态系统中固定现象的比拟可能是有用的。

④对什么图象形成系统，我们能构造一系列方程，其中近似程度逐级下降，即从 Navier-Stokes 方程经一个近似的偏微分方程，变到具有有限个耦合常微分方程的一个方程组？我们如何匹配这个方程系列各级近似程度的解？这种匹配将是根本性的，特别是对于了解系列中较低级的有效方程不适用时会发生什么现象？

⑤在充分发展的三维湍流中我们能对图象形成说些什么？对于整个 Navier-Stokes 方程，能否看出任何与 KSS 方程中的竞争机理相似的东西？能否因此而存在包含能量从大的空间尺度传向小的空间尺度流动和大尺度拟序结构的重现的循环？如果存在，则这种循环可能构成一种“湍流引擎”的基础，它至少能解释湍流中主要的输运性质。

因为我们的大部分评论集中在流体动力学的问题方面，所以重要的是要再次强调我们最后这个范例的很广泛的影响。在陶瓷裂纹中和在石油开采问题中观察到的复杂分形结构，尽管为方便起见在我们的分形讨论中处理过了，但事实上，更精确地应看作是图象的一些例子。类似地，枝蔓晶体生长是一种固化过程，它关键地依赖于本身对各向异性和外部噪声非

常敏感的图象选择机理。细观尺度晶体结构的发展，即大于原子尺度但仍不是宏观尺度的图象，仍然是冶金学的一个重要课题。

事实上，在固态材料的微观理论中，基本的图象动力学机理是至今还未完全解决的一个问题。这里，与流体的情况不同，我们没有象 Navier-Stokes 方程那样的基本模型作依靠，所以我们不能自然而然地假定图形之间的扩散耦合。取而代之的是必须密切注视各种可能的机理。

在生物学中，图象形成或选择是普遍存在的，从细胞层次到整个有机体层次都有应用。而在生态学中，非线性反应-扩散方程提示了食肉动物-被捕食动物分布的空间图象，和流行病流行的空间图象相同。

在结束本节时，我们用一种元胞自动机¹⁾来考察非线性图象形成系统的一个引人入胜的性质，即图象的自复制性质。元胞自动机是空间和时间都是离散的非线性动力学系统，并且重要的是，在每个位置只有有限个状态值（因变量所允许的值）。这种系统是 John von Neumann 和 Stan Ulam 发现并首先探索的。现在，人们正在研究它们的迷人的内在性质和包括图象识别在内的大量应用。它们也已被用作求解连续介质偏微分方程组的一种新型计算方法（见以格子气流体动力学为例的“离散流体”²⁾一文）。

图20示出了每个位置有8个可能状态的一个元胞自动机中发现的自复制图象的增长的四个阶段。在每个时间步长上，一个给定元胞（cell）的新状态由一组规则确定，它们以此元胞的现在状态和在一个正方形格子上四个最近的邻居的状态为基础。所显示的特殊图象产生它自身的复制品，并形成一群体。在一个无限大格子上，群体将无限地持续增长。除了它的预定规则的简单性和严格性以外，这种自动机的自复制是真实有机体（如珊瑚）发育而生长成大的群体的引人入胜的再现。

图 20 元胞自动机。这个元胞自动机由一些正方形元胞的一个网格组成，每个元胞能取任何8种可能状态的一种（由不同颜色表示）。(a) 这个自动机的重复图象的基本构造块是一个带有一条尾巴的占有 10×15 个元胞面积的中空正方形，它发展成 (b) 直到它产生第二个中空正方形为止。(c) 图象随时间继续增长直到 (d) 它产生了原始图象的一个大群体为止。（Los Alamos 国家实验室的 Chris Langton 惠允图片）（图略³⁾。——编者）

5 非线性科学的未来

从前面几节提出的许多尚未解决的问题中，应该很清楚，非线性科学有着光明的和挑战性的未来。在基础方面，仍然没有解决的课题有多重分形的奇怪点集的标度结构，遍历性假设的基础；图象形成系统中的方程系列。在实用方面，深入了解复杂图形对湍流边界层、先进的石油开采和高性能陶瓷这些方面的作用，将会对很多前沿技术提供有价值的知识。对诸如预言确定性混沌系统或模拟充分发展的湍流这些问题所出现的解法，具有基础和应用两方面的后果。而且，非线性革命允许扩展到很多其他学科领域，包括经济学，社会科学，甚至还可能有国际关系。

- 1) 元胞自动机 (cellular automaton)，本刊过去曾译为点格自动机，见：力学进展，17，1 (1987)：76—80。——编者
- 2) 见 Hasslacher B. Discrete fluids, Los Alamos Science, No. 15 (Special Issue) (1987)：175—217。——译者
- 3) 本文有不少彩色图片，限于印刷条件，在本译文中都印成黑白图了，如需参看原文及彩色图片，请到中国科学院力学研究所资料室借阅。——编者

但是，如果我们必须选择一个前途最光明的领域，我们应该特别注意 Stan Ulam 的另一句名言：

不要问数学对生物学能作什么，

要问生物学对数学能作什么。

如果我们用“非线性科学”代替“数学”，对现在的情况，Stan 的意见将变得还要更合适些。我们已经从羊齿植物的分形结构到人指的非线性图象选择模型，看到开始了解形态学的很多方面情形。类似地，在生物圈中，从心搏到细胞密度，浑沌的作用已被迅速搞清楚。在由非常简单的规则决定的系统中能出现非常复杂的行为，包括图象形成和自复制，其基本的观察对模拟生物现象具有明显的意义。

但最大的挑战显然是了解自适应、学习和演化。复杂的**自适应**系统具有与通常的动力学系统所熟悉的性质，包括分层结构，多个吸引盆，以及许多亚稳态图形之间的竞争。除此以外，它们还必须有一种能应付并利用它们环境的变化变化的机构。

一种自适应方法是构造一个明显的时间层次：一个尺度描述真实动力学，第二个较慢的时间尺度考虑非线性方程本身的变化。对人类免疫系统的模型和对自催化蛋白质网络的模型都是属于这个概念可预见的初始应用之列。

第二种自适应方法，有时称为**联结论** (connectionism)，其基本思想是因为结构之间的联结，很多简单结构表现出复杂的集体行为。最近这种方法的特殊情况包括了所谓**神经网络**¹⁾的数学模型。尽管在真正的神经病学系统后面只是模糊的图象，但这种网络表现出惊人的能从经验学到东西的希望。一组有关的自适应模型（称为**分类系统** (classifier systems)）表明了能自己产生多层次行为规则的能力：即层次不是预先放到系统中而是在该系统的经验的基础上自然发展成的。一般来说，联结模型提示了一种从不可靠部件建造一台可靠计算机的长期课题的解决。

在所有这些未来的发展中，协调实验数学、真实实验和新型分析方法三者之间的方法论将继续起关键的作用。一个非常令人兴奋的前景是使用超高速交互作用图解法，其中大量数据集可利用肉眼可见的显示并以接近人类所能接受的极限速率交互作用显示出来。利用彩色和时间演变，这些技术能揭示复杂系统中新型和预料不到的现象。

为了保证非线性科学不断成功，关键是要培训非线性范例方面的年轻研究者。必须鼓励那些坚定地以各个个别学科领域为基础，但又清楚和渴望了解其他领域发展的学者组成跨学科的联络网。

总而言之，非线性科学代表了一种 Stan Ulam 专有的卓越的智慧遗产：广泛的跨学科性，智能上的追求和不受束缚，以及——非常重要的——有风趣。

进一步的读物

非线性科学的一般讨论及背景

- H. H. Goldstein and J. von Neumann, 1961. On the principles of large scale computing machines. In *John von Neumann: Collected Works, Volume V*, edited by A. H. Taub, pp. 1-32. New York: Pergamon Press.
- E. Fermi, J. Pasta, and S. Ulam, 1965. Studies of nonlinear problems. In *Enrico Fermi: Collected Papers, Volume II*, pp. 978-988. Chicago: University of Chicago Press.

1) 参见：张承福，神经网络系统，力学进展，18，2 (1988)：145-160。——编者

David Campbell, Jim Crutchfield, Doyne Farmer, and Erica Jen, 1985. Experimental mathematics: the role of computation in nonlinear science. *Communications of the ACM* 28: 374—384.

孤立子及拟序结构

- D. J. Korteweg and G. DeVries, 1895. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal and on a new type of long stationary waves. *Philosophical Magazine* 39: 422—443.
- Arfred Segger, Hans Donth, and Albert Kochendorfer, 1953. Theorie der Versetzungen in eindimensionalen Atomreihen. III, Versetzungen, Eigenbewegungen und ihre Wechselwirkung. *Zeitschrift für Physik*, 134: 171—193.
- J. K. Perring and T. H. R. Skryme, 1962. A model unified field equation. *Nuclear Physics* 31: 550—555.
- N. Zabusky and M. Kruskal, 1965. Interaction of "solitons" in a collisionless plasma and the recurrence of initial states. *Physical Review Letters* 15: 240—243.
- Alwyn C. Scott, F. Y. F. Chu, and David W. McLaughlin, 1973. The soliton: a new concept in applied science. *Proceedings of the IEEE* 61: 1443—1483.
- A. R. Osborne and T. L. Buich, 1980. Internal solitons in the Andaman Sea. *Science* 208: 451—460.
- C. H. Tze, 1982. Among the first texts to explain the "soliton revolution." *Physics Today*, June 1982, 55—56. (This article is a review of *Elements of Soliton Theory* by G. L. Lamb, Jr., *Solitons: Mathematical Methods for Physicists* by G. Eilenberger, and *Solitons and the Inverse Scattering Transform* by M. Ablowitz and H. Segur.)
- Akira Hasegawa, 1984. Numerical study of optical soliton transmission amplified periodically by the stimulated Raman process. *Applied Optics* 23: 3302—3309.
- David K. Campbell, Alan C. Newell, Robert J. Schrieffer, and Harvey Segur, editors, 1986. *Solitons and Coherent Structures: Proceedings of the Conference on Solitons and Coherent Structures held at Santa Barbara*, Amsterdam: North-Holland Publishing Co. (reprinted from *Physica D* 18: Nos. 1—3).
- C. G. Slough, W. W. McNairy, R. V. Coleman, B. Drake, and P. K. Hansma, 1986. Charge-density waves studied with the use of a scanning tunneling microscope. *Physical Review B* 34: 994—1005.
- L. F. Mollenauer, J. P. Gordon, and M. N. Islam, 1986. Soliton propagation in long fibers with periodically compensated loss. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, QE-22: 157—173.

确定性混沌及分形

- Henri Poincaré, 1952. *Science and Method*, translated by Francis Maitland, New York: Dover Publications, Inc.
- W. A. Bentley and W. J. Humphreys, 1962. *Snow Crystals*, New York: Dover Publications, Inc.
- M. V. Berry, 1978. Regular and irregular motion. In *Topics in Nonlinear Dynamics: A Tribute to Sir Edward Bullard*, edited by S. Jorna, A. I. P. Conference Proceedings, No. 46, pp. 16—120. New York: American Institute of Physics.
- Edward N. Lorenz, 1979. On the prevalence of aperiodicity in simple systems. In *Global Analysis: Proceedings of the Biennial Seminar of the Canadian Mathematical Congress*, edited by M. Grmela and J. E. Marsden, pp. 53—75. New York: Springer Verlag.
- Mitchell J. Feigenbaum, 1980. Universal behavior in nonlinear systems. *Los Alamos Science* 1(Summer 1980): 4—27 (reprinted in *Physica D* 7: 16—39, 1983).
- Robert H. G. Helleman, 1980. Self-generated chaotic behavior in nonlinear mechanics. In *Fundamental Problems in Statistical Mechanics*, edited by E. G. D. Cohen, pp. 165—233. Amsterdam: North-Holland Publishing Co.
- B. A. Huberman, J. P. Crutchfield, and N. H. Packard, 1980. Noise phenomena in Josephson junctions. *Applied Physics Letters* 37: 750—753.
- J.-P. Eckmann, 1981. Roads to turbulence in dissipative dynamical systems. *Reviews of Modern Physics* 53: 643—654.
- G. Mayer-Kress and H. Haken, 1981. The influence of noise on the logistic model. *Journal of Statistical Physics* 26: 149—171.
- Benoit Mandelbrot, 1983. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman and Company.
- David K. Umbarger and J. Doyne Farmer, 1985. Fat fractals on the energy surface. *Physical Review Letters* 55: 661—664.
- Gerard Daccord, Johann Nittmann, and H. Eugene Stanley, 1986. Radial viscous fingers and diffusion-limited aggregation: fractal dimension and growth sites. *Physical Review Letters* 56: 336—339.

Johann Nittmann and H. Eugene Stanley, 1986. Tip splitting without interfacial tension and dendritic growth patterns arising from molecular anisotropy. *Nature* 321: 663-668.

James Gleick, 1987. *Chaos: Making a New Science*. New York: Viking Penguin, Inc.

David K. Campbell, 1987. Chaos: chto delat? To be published in *Nuclear Physics B, Proceedings of Chaos, 1987*.

复杂图形及图象的形成

J. D. Farmer, T. Toffoli, and S. Wolfram, editors, 1984. *Cellular Automata: Proceedings of an Interdisciplinary Workshop, Los Alamos*. Amsterdam: North-Holland Publishing Co. (reprinted from *Physica D* 10: Nos. 1-2).

Alan R. Bishop, Laurence J. Campbell, and Paul J. Channell, editors, 1984. *Fronts, Interfaces, and Patterns: Proceedings of the Third Annual International Conference of the Center for Nonlinear Studies, Los Alamos*. Amsterdam: North-Holland Publishing Co. (reprinted from *Physica D* 12: 1-436).

Basil Nicolaenko (Nichols), 1987. Large scale spatial structures in two-dimensional turbulent flows. To be published in *Nuclear Physics B, Proceedings of Chaos, 1987*.

Pierre Berge, 1987. From temporal chaos towards spatial effects. To be published in *Nuclear Physics B, Proceedings of Chaos, 1987*.

Paul R. Woodward, David H. Porter, Marc Ondrechen, Jeffrey Pedelty, Karl-Heinz Winkler, Jay W. Chalmers, Stephen W. Hodson, and Norman J. Zabusky, 1987. Simulations of unstable flow using the piecewise-parabolic method (PPM). In *Science and Engineering on Cray Supercomputers: Proceedings of the Third International Symposium*, pp. 557-585. Minneapolis: Cray Research, Inc.

Alan C. Newell, The dynamics of patterns: a survey. In *Propagation in Nonequilibrium Systems*, edited by J. E. Wesfried. New York: Springer Verlag. To be published.

自适应非线性系统

Doyne Farmer, Alan Lapedes, Norman Packard, and Burton Wendroff, editors, 1986. *Evolution, games, and learning: models for adaptation in machines and nature: Proceedings of the Fifth Annual International Conference of the Center for Nonlinear Studies, Los Alamos*. Amsterdam: North-Holland Publishing Co. (reprinted from *Physica D* 22: Nos. 1-3).

黄永念译自: *Los Alamos Science*, No. 15 (Special Issue) (1987):
218-262. (董务民校)