

直升机气动弹性力学发展现状 (续)

符 长 青

(南京航空学院)

III. 单片桨叶气动弹性问题的求解

1. 桨叶离散化方法 求解旋翼桨叶气动弹性力学问题的第一步是将连续桨叶离散化, 即把一个具有无限多个自由度的连续参数系统离散化为具有有限个自由度的离散系统。常用方法有三种:

1) 整体模态方法 在直升机旋翼气动弹性力学中, 以往用得多的离散方法是整体模态法, 或称为整体伽辽金方法^[2,25,38,78]。此方法的实质是利用桨叶自由振动振型是线性独立的性质, n 个自由振型可以构成一个 n 维空间的完备正交基, 作为一个新的坐标系的基底, 旋翼桨叶的位移矢量可以用自由振型的线性叠加来表示。 n 阶自由振型矩阵相当于坐标变换矩阵, 把物理坐标系下的位移矢量变换为模态坐标系下的模态坐标。

直升机气动弹性力学分析中采用的振型大都是旋转桨叶的自由振型。对于悬停情况, 耦合^[25]和非耦合^[2,23]的自由振型都有采用的。非耦合振型是分别求解旋转变摆、摆振、扭转自由振动问题而获得; 耦合振型则是通过求解旋转变摆-摆振-扭转全耦合自由振动得到的。利用耦合振型可以使气动弹性问题计算收敛性好一点。对于前飞情况, 耦合振型反而更不精确, 因为桨叶有周期变距, 弹性耦合项导致桨叶自由振动中出现周期系数, 所以前飞时采用非耦合自由振型更好一些^[38,88]。

整体模态方法应用在直升机旋翼气动弹性力学问题上的一个很大缺点是代数运算过于庞大复杂, 很难用来处理真实桨叶问题。这就迫使人们去寻找其他更为有效的离散方法。

2) 积分矩阵方法 这种方法已经成功地用于旋转变摆或桨叶振动问题的线性和非线性方程中^[80-84], 其基础是直接数值积分方法。积分矩阵可以看作是一个矩阵算子, 它预先乘上一个矢量, 矩阵元素是桨叶离散计算站上的未知函数, 从桨叶的一端依次递推到每一个计算站。在求解微分方程时, 必须依次在每一个计算站上写出该微分方程或它的积分形式。积分矩阵的推导是基于分段多项式插值, 如果采用等距配置点, 则可以利用牛顿前插差分公式来表示多项式的系数。多项式进行积分就可以得出积分矩阵的元素。

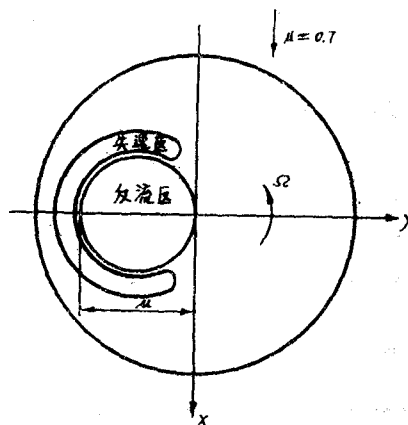


图7 桨叶动失速特性

对于旋转梁自由振动问题的求解,积分矩阵方法是一种有效的工具。其优点是精度高,收敛性好。虽然据说积分矩阵方法应用到旋翼气动弹性稳定性和响应问题上有很大潜力,但是公开发表的有关应用这种方法求解非线性非保守问题的文献还很少。这种方法的缺点是:①矩阵总是非带状不对称的,甚至对于自伴系统问题也不例外;②求出的特征矢量不是正交的;③应用于自由振动问题时,动力学矩阵是退化的,最后会导致对应于无限多个频率的零特征值。

3) 有限元方法 这是一种应用非常广泛的结构分析方法。它首先成功地应用到旋翼桨叶的振动问题上^[95-99],后来又用来计算旋翼主轴的临界转速^[100],非线性动力响应及阵风条件下桨叶的平衡解和响应^[101,102]。80年代初期开始用有限元方法来确定旋翼桨叶气动弹性稳定性。[103]利用伽辽金有限元公式计算了无铰桨叶挥舞-摆振耦合自由振动特性,然后利用局部模态法计算平衡状态、稳定性和响应。[104]和[105]都采用基于变分原理的常规有限元方法,前者利用哈密顿原理,后者利用广义最小能量原理。这三篇文献研究的对象、内容、目的相同,是在相互没有联系的情况下同时进行,各自独立完成的。

直升机旋翼有限元方法要求桨叶划分为若干有限元素,选择好形状函数。一般采用简单的梁元素,形状函数满足元素之间位移和斜率连续性,也有的采用内节点高精度元素,以提高计算精度。然后利用能量原理或加权余量方法导出元素矩阵,把这些元素矩阵组合起来,可以得到最后的运动方程。

在旋翼气动弹性力学分析中采用有限元方法,能起到直接离散桨叶非线性运动方程的作用,这可以大大减少求解过程中的代数运算工作量。有限元方法和现代高速电子计算机紧密结合,使用方便灵活,可以解决无轴承复合材料桨叶复杂的结构多余度超静定问题。这种方法还可以较准确地反映旋翼桨叶各种结构参数的影响,适合于分析真实桨叶的气动弹性力学问题。

和积分矩阵方法相比较,有限元方法的优点是:①用于自伴系统产生的矩阵是带状对称的,求解运算简便;②非线性项出现在旋翼桨叶问题中,利用有限元方法可以直接把它们表达出来;③有限元方法产生正交的特征矢量,可直接用于坐标转换中,大大减少用来模拟动力系统的自由度数目。因为直升机旋翼气动弹性稳定性问题要求有大量的特征值问题解,有限元方法的这些优点是很重要的。

2. 运动方程的求解 直升机旋翼桨叶气动弹性力学问题是非线性,非自伴,非保守的。对于前飞情况,其运动方程还包含有周期系数,求解时悬停状态和前飞状态要分开考虑。

1) 悬停状态 如果不考虑动来流影响,运动方程(1)就转变为常系数非线性方程

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F_{NL}(x, \dot{x})\} \quad (5)$$

利用绕平衡位置的摄动方程

$$\{x(\phi)\} = \{x_0\} + \{\Delta x(\phi)\} \quad (6)$$

忽略摄动方程中的非线性项,即 $\Delta x_i(\phi)\Delta x_j(\phi)$ 项,得到两个分开的方程

$$[S]\{x_0\} = \{L_S\} + \{F_{SN}(x_0)\} \quad (7)$$

$$[M]\{\ddot{\Delta x}(\phi)\} + [C(x_0)]\{\dot{\Delta x}(\phi)\} + [K(x_0)]\{\Delta x(\phi)\} = \{0\} \quad (8)$$

方程(7)是一组非线性代数方程,由它可以求出静平衡位置,将静平衡位置代入方程

(8), 得到线性化方程。再将线性化方程写成一次状态变量形式, 有

$$\{Y(\phi)\} = \begin{cases} \dot{\Delta x}(\phi) \\ \Delta x(\phi) \end{cases} \quad (9)$$

由此方程(8)转变为标准的特征值问题

$$[A]\{Y\} = \lambda\{Y\} \quad (10)$$

特征值 λ_i 的实部确定了桨叶气动弹性稳定性边界。

2) 前飞状态 直升机前飞时桨叶运动方程比悬停时要难处理得多, 这中间的主要差别是由前进比 μ 和周期变距角 θ 引起的:

$$\theta = \theta_0 + \theta_{1c} \cos \phi + \theta_{1s} \sin \phi \quad (11)$$

前飞时桨叶运动方程带有周期系数, 有两个专门问题需要特别处理。① Floquet 理论在桨叶周期系统中的应用: 直升机前飞时, 由于桨叶承受周期性变化的气动载荷, 旋翼桨叶的运动方程是周期性非线性非自伴偏微分方程, 它要利用 Floquet 理论求解, 其稳定性是通过 Floquet 传递矩阵特征值来分析的^[106-108]。在处理周期系统稳定性问题时, 关键的步骤是 Floquet 传递矩阵的有效数字计算。Friedmann & Hammond^[112] 在直接数值积分方法的基础上, 发展了一种改进的数字积分方法, 要比 Hsu^[110,111] 的近似计算方法更有效^[113]。② 全机平衡条件: 由于旋翼气动弹性力学本质上的非线性特性, 前飞时的气动弹性问题要求桨叶动力学和直升机全机平衡状态耦合处理^[25,28,38]。直升机存在着两种不同的平衡状态:

i) 推进平衡状态 它模拟实际的前飞条件。前进比 μ 和重量系数 C_W (近似等于拉力系数 C_T) 是给定的, 机身所受的水平力、垂直力、俯仰力矩和倾侧力矩是平衡的。作为推进平衡计算结果的输出量是旋翼攻角 α_R , 来流系数 λ , 桨距角分量 $\theta_0, \theta_{1s}, \theta_{1c}$ 和定常状态挥舞响应值。

ii) 力矩平衡状态 它模拟在风洞中进行实验的旋翼。俯仰力矩和倾侧力矩保持为零, 因为旋翼是安装在支架上的, 力的平衡明显地满足。计算过程中前进比 μ , 总距角 θ_0 和旋翼攻角 α_R 是给定的, 计算结果输出 $C_T, \theta_{1s}, \theta_{1c}, \lambda$ 和挥舞响应值。

求解前飞时桨叶运动方程的第一步是把方程(1)写为一次状态变量形式

$$\{\dot{q}(\phi)\} = \{Z(\phi)\} + [L(\phi)]\{q(\phi)\} + \{N(q, \phi)\} = \{F_{NL}(\phi, q, \dot{q})\} \quad (12)$$

其中 $\{Z(\phi)\}$ 为已知的周期力, $[L(\phi)]$ 为线性系数矩阵, $\{N(q, t)\}$ 为非线性矢量。方程(12)是周期系统, 周期为 2π 。

$$\{q(\phi)\} = \begin{cases} x(\phi) \\ x(\phi) \end{cases} \quad (13)$$

方程(12)的线性部分为

$$\{\dot{q}_L(\phi)\} = \{Z(\phi)\} + [L(\phi)]\{q_L(\phi)\} \quad (14)$$

对线性方程(14)进行数值积分, 可得到周期定常状态解。

非线性方程(12)的解要经过准线性化过程, 其一次 Taylor 级数展开式迭代 k 次后为

$$\{\dot{q}\}^{k+1} = [A(\phi)]^k \{q\}^k + \{f\}^k \quad (15)$$

其中 $[A(\phi)]^k$ 和 $\{f\}^k$ 分别表示准线性化过程中的周期矩阵和周期矢量。方程(15)表示在准

线化过程中一系列线性响应迭代，直到达到给定的精度要求为止。最后得到的收敛解就是非线性周期平衡位置，运动方程将绕该平衡位置线化。

$$\{q(\phi)\} = \{\bar{q}(\phi)\} + \{\Delta q(\phi)\} \quad (16)$$

按照 Floquet 理论来计算特征指数，从而确定线化系统的稳定性。图 8 表示前飞时刚硬旋转平面桨叶的稳定性计算结果。

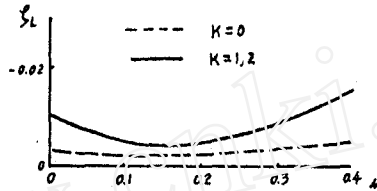


图 8 刚硬旋转平面桨叶稳定性

IV. 旋翼/机体耦合气动弹性力学问题

旋翼系统几片桨叶之间，以及旋翼和机体之间，存在着强烈的空气动力和动力学耦合作用。这对直升机气动弹性稳定性和响应影响很大。这个问题在直升机旋翼系统研制设计中占有重要的地位^[114-111]。

铰接式旋翼直升机的旋翼/机体耦合运动稳定性，一般是指经典的地面共振问题。这是一种纯机械不稳定性，其能量来源于旋翼转动，旋翼的空气动力影响可以忽略不计。无铰旋翼直升机的旋翼/机体耦合运动则要复杂得多，旋翼的空气动力对这种系统的稳定性有很大的影响，特别是柔软旋转平面的无铰旋翼直升机对地面和空中发生的气动机械不稳定性十分敏感，即所谓的地面共振和空中共振。

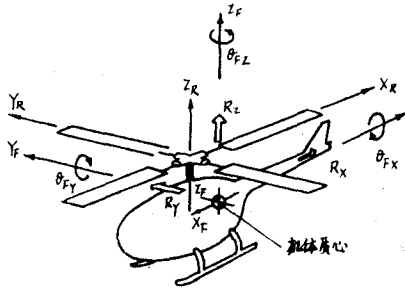


图 9 旋翼/机身耦合模型

图 9 表示直升机旋翼/机身耦合动力学模型。此模型的数学处理有一点类似于前面所述单片桨叶的情况，但是数学运算更复杂更麻烦。Hodges^[88]已经提出了一个适用广泛的数学模型，包括几何非线性，既适用于无铰旋翼也适用于无轴承旋翼直升机。Warmbrodt & Friedmann^[116]导出了旋翼和刚体机身耦合运动方程，这是一个带周期系数的非线性方程，用来研究前飞时的旋翼/机体耦合气动弹性力学问题。Johnson^[119]发展了一种旋翼飞行器通用分析技术，可以普遍适用于各种直升机地面共振、空中共振和其他动力学分析。下面通过一个简单的悬停情况的例子，来说明旋翼/机体耦合气动弹性力学问题的求解过程。

结构算子和前述的单片桨叶情况相同，但是惯性算子则要复杂一些，因为桨毂也在运动，这种运动是由于机身平移和转动引起的。第 \$k\$ 片桨叶剖面上的一个质点的加速度 \$\mathbf{a}_{pk}\$ 为

$$\mathbf{a}_{pk} = \ddot{\mathbf{R}}_0 + \ddot{\mathbf{r}}_{pk} + 2\boldsymbol{\omega}_K \times \dot{\mathbf{r}}_{pk} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_K \times \mathbf{r}_{pk} + \boldsymbol{\omega}_K \times (\boldsymbol{\omega}_K \times \mathbf{r}_{pk}) \quad (17)$$

其中角速度是

$$\boldsymbol{\omega}_K = \boldsymbol{\omega}_F + \Omega \mathbf{i}_z \quad (18)$$

为中 \$\mathbf{R}_0\$ 是运动坐标相对于惯性坐标的位置矢量，\$\mathbf{r}_{pk}\$ 是第 \$k\$ 片桨叶上点 \$p\$ 的位置矢量，\$\boldsymbol{\omega}_K\$

是运动坐标角速度， i_z 是转轴方向上的单位矢量。

除了桨叶的惯性载荷以外，还要求出机体的惯性载荷。

旋翼/机体耦合问题的空气动力算子，也类似于单片桨叶的情况。但是，在桨叶变形后剖面相对气流速度分量中，会出现大量与机身动力学相联系的小量，这使得公式推导和运算大为复杂。所以，目前的趋势是尽量采用简单的准定常气动力理论以简化方程。或者在旋翼/机体耦合问题中采用动来流理论，近似地考虑非定常气动力的影响。

通过旋翼桨毂处的力 P 和力矩 Q 的动平衡条件，可以得到非线性动力方程

$$\left. \begin{aligned} P_{HX} + P_{GFX} + P_{RX} + P_{GRX} = 0, & P_{HY} + P_{GFY} + P_{RY} + P_{GRY} = 0 \\ Q_{HX} + Q_{GFX} + Q_{RX} = 0, & Q_{HY} + Q_{GFY} + Q_{RY} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

其中 $P_{HX}, P_{HY}, Q_{HX}, Q_{HY}$ 是机身的惯性力和力矩分量； $P_{GFX}, P_{GFY}, Q_{GFX}, Q_{GFY}$ 是机身重力和力矩分量； $P_{RX}, P_{RY}, Q_{RX}, Q_{RY}$ 是旋翼载荷力和力矩分量，是由桨叶上的惯性力，气动力和结构阻尼力相加得到的； P_{GRX}, P_{GRY} 是旋翼桨叶重力的分量。

如果机体的重心位于旋翼转轴轴线上，即 $X_F = 0$ (图 9)，最后可导出由 $(3N + 4)$ 个方程组成的非线性动平衡方程组，其中 N 表示旋翼桨叶的片数。

旋翼/机体耦合气动弹性力学问题的解法，和前述的单片桨叶的情况差不多。第一步是将桨叶运动方程空间离散化，这可以采用整体模态法，也可以用有限元方法。然后求出桨叶的静平衡位置来，对于悬停情况，所有 N 片桨叶的静平衡状态是相同的，即定义桨叶静平衡的方程是通过消除方程中所有时间导数项而得到的。非线性运动方程绕平衡位置线性化，得到线化的摄动方程。这时，线性化摄动方程具有周期系数，因为它们是在桨叶固定坐标系中写出来的。利用坐标转换，将摄动方程转换到固定在桨毂上的旋翼平面坐标系中，可将周期系数消掉，得到具有常系数的摄动方程。最后，利用特征值分析技术可以确定线性化系统的稳定性边界 (图 10, 11)。

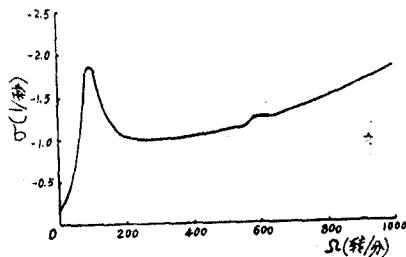


图 10 机体俯仰阻尼曲线

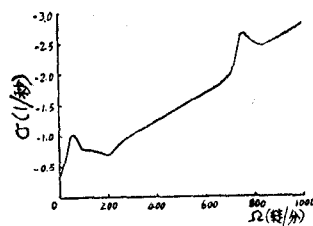


图 11 机体倾侧阻尼曲线

对于前飞情况，周期性是运动方程固有的特性，即使转换到旋翼平面坐标系中也不会消除所有的周期系数。因此，坐标转换是不必要的，可以根据它们开始在桨叶固定坐标系中的表达式，利用 Floquet 理论求解。

Gaonkar 等^[118]利用纯理论的方法研究了动来流对直升机旋翼/机体耦合气动机械稳定性的影响，结果表明，空中共振和地面共振对动来流是敏感的。因为后退摆振在空中共振和地面共振问题中起很重要的作用，而动来流对这种振动型态有较大的影响。另一原因是动来流会使机身的转动阻尼下降。可见非定常气动力对旋翼/机体耦合气动弹性问题的影响实际上很大，即使采用近似的（低频）非定常气动力也要优于准定常气动力。

参 考 文 献

- 1 王适存, 张晓谷, 郭士龙, 南京航空学院学报 (1979, 3).
- 2 Friedmann P., *J. Aircraft*, **11** (1977).
- 3 Bramwell A. R. S., *Helicopter Dynamics*, John Wiley & Sons (1976).
- 4 Dowell E. H., et al, *A Modern Course in Aeroelasticity*, Sijthoff & Noordhoff (1978).
- 5 张晓谷, 张呈林, 南京航空学院科技报告, No. 1788 (1983, 10).
- 6 Staley J. A., Gabel R., McDonald H. L., Paper No. 79-23, Proc. 35th Ann. Nat. Forum of the Amer. Helicopter Soc. (May 1979).
- 7 Huber H., Frommlet H., Buchs W., *Vertica-Int. J. of Rotorcraft and Powered Lift Aircraft*, **5**, 2 (1981).
- 8 Miller R. H., Ellis C. W., *J. AHS*, **1**, 3 (1956).
- 9 高义中, 悬停时直升机升桨叶非线性颤振的近似分析, 西北工业大学研究生毕业论文 (1965, 8).
- 10 Loewy R. G., *J. AHS*, **14**, 3 (1969).
- 11 Friedmann P., 8th European Rotorcraft Forum, Paper No. 3. 2 (1982).
- 12 Young M. I., *J. AHS*, **9**, 3 (1964).
- 13 Hohenemser K. H., Heaton P. W., *ibid*, **12**, 2 (1967).
- 14 Ormiston R. A., Hodges D. H., *ibid*, **17**, 2 (1982).
- 15 Friedmann P., Tong P., NASA CR-114485 (1972).
- 16 —, —, *J. Sound and Vib.*, **30**, 1 (1973).
- 17 Ormiston R. A., Bousman W. G., *J. AHS*, **20**, 1 (1975).
- 18 Huber H. B., AHS Preprint No. 731, Presented at the 29th Ann. Nat. Forum of the Amer. Helicopter Soc., Washington, D. C. (1973).
- 19 Arcidiacono P. J., USAAVLAPS TR 68-18A, Vol. 1 (1968).
- 20 Houbolt J. C., Brooks G. W., NACA Rept. 1346 (1958).
- 21 Hodges D. H., Ormiston R. A., AIAA Paper 73-405 (1973).
- 22 Hodges D. H., Dowell E. H., NASA TN D-7818 (1974).
- 23 Friedmann P., *AIAA J.*, **15** (Feb. 1977).
- 24 Bielawa R. L., NASA CR-2638 (1976).
- 25 Hodges D. H., Ormiston R. A., NASA TN D-8192 (1976).
- 26 —, NASA TM X-73 (1976).
- 27 Burkham J. E., Miao W., *J. AHS*, **17**, 4 (1972).
- 28 Shamie J., Friedmann P., *J. Sound and Vib.*, **53**, 4 (1977).
- 29 Friedmann P., Reyna-Allende M., AIAA Paper 77-455 (1977).
- 30 许心钰, 南京航空学院学报 (1979, 3).
- 31 徐桂祺, 南京航空学院科技报告, No. 1076 (1981, 10).
- 32 徐桂祺, 同上, No. 1717 (1983, 10).
- 33 Rosen A., Friedmann P., NASA CR-159478 (1978).
- 34 Bielawa R. L., AHS Preprint No. 1032, Presented at the 32th Ann. Nat. V/STOL Forum of the Amer. Helicopter Soc., Washington, D. C. (1976).
- 35 Chopra I., Aeroelastic Stability of an Elastic Circulation Control Rotor Blade in Hover, AIAA/ASME/AHS 24th Structures, Structured Dynamics & Materials Conference (May 1983).
- 36 Chopra I., NASA CR-152244 (Jan. 1979).
- 37 Chopra I., *J. AHS* (Jan. 1983).
- 38 Friedmann P., Kottapalli S. B. R., Paper No. 14, Proc. 6th European Rotorcraft and Powered Lift Aircraft Forum (Sept. 1980).
- 39 Bispinghoff R. L., Ashley H., Halfmen R. L., *Aeroelasticity*, Addison-Wesley Pub. Co. (1959).
- 40 王适存, 直升机空气动力学, 西北工业大学 (1965).
- 41 Ван Шв-пувь, Тр. МАИ, Вып. 142 (1961).
- 42 Мартынов А. К. (Ред.), Теория Несущего Винта, Машиностроение (1973).
- 43 Johnson W., *Vertica-Int. J. of Rotorcraft and Powered Lift Aircraft*, **5**, 3 (1981).
- 44 Ormiston R. A., *J. AHS*, **19**, 4 (1974).
- 45 Theodorsen T., NACA Report 496 (1935).
- 46 Jones W. P., Repts. and Memo. 2117, British Aeronautical Research Council (1945).

- 47 Greenberg J. M., NACA TN 1326 (1947).
- 48 Kaza K. R., Kvaternik R. G., NASA TM 74059 (Aug. 1977).
- 49 —, —, *J. Aircraft*, **18**, 7 (1981).
- 50 Loewy R. G., *J. Aeronaut. Sci.*, **24** (1957).
- 51 Friedmann P., Yuan C., *AIAA J.*, **15**, 7 (1977).
- 52 Jones J. P., *The Aeronaut. Quart.*, **9** (Aug. 1958).
- 53 Anderson W. D., Watts G. A., *J. AHS*, **21** (April 1976).
- 54 Jonea W. P., McCrosky W. J., Costes J. J., NATO AGARD Report No. 595 (April 1972).
- 55 市川辉雄, TR-68 (1964, 6).
- 56 —, TR-85 (1965, 3).
- 57 —, TR-100 (1966, 2).
- 58 —, 航空宇宙技术研究所, 昭和 52 年度研究发表会前刷 (1977).
- 59 Jones W. P., Rao B. M., *AIAA J.*, **8**, 2 (1970).
- 60 —, R&M, No. 2921 (1953).
- 61 —, Rao B. M., *AIAA J.*, **9**, 1 (1971).
- 62 Costes J. J., *La Recherche Aerospaciale*, 1972, 2 (Mar.-Apr. 1972).
- 63 Dat R., *ibid*, 1969, 133 (Nov.-Dec. 1969).
- 64 Rao B. M., Jones W. P., AD 775418 (Jan. 1974).
- 65 Jones W. P., Moore J. A., *AIAA J.*, **11**, 9 (1973).
- 66 高泽金吾, 昭和 47 年度飞行机讨论会讲演集 (1972).
- 67 符长青, 直升机旋翼非定常可压缩流升力面理论及其有限元解法, 南京航空学院硕士论文 (1981).
- 68 Rao B. M., Schatzle P. R., *J. Aircraft*, **15**, 4 (1978).
- 69 Peters D. A., Gaonkar G. H., *J. AHS*, **25**, 3 (1980).
- 70 Banerjee D., Crews S. T., Hohenemser K. H., Yin S. K., *ibid*, **22**, 2 (1977).
- 71 —, —, —, *ibid*, **24**, 1 (1979).
- 72 Pit D. M., Peters D. A., *Vertica-Int. J. Rotorcraft and Powered Lift Aircraft*, **5**, 1 (1981).
- 73 Huber H., Strehlow H., *ibid*, **1** (1976).
- 74 Caradonna F. X., Philippe J. J., *ibid*, **2**, 1 (1978).
- 75 Johnson W., *Helicopter Theory*, Princeton Univ. Press (1980).
- 76 Beddoes T. S., *Vertica-Int. J. Rotorcraft and Powered Lift Aircraft*, **1**, 2 (1976).
- 77 Gangwani S. T., Prediction of Dynamic Stall and Unsteady Airloads for Rotor Blades, Proc. 37th Ann. Forum of the Amer. Helicopter Soc. (May 1981).
- 78 Shamie J., Friedmann P., Paper No. 24, Proc. 3th Europ. Rotorcraft and Powered Lift Aircraft Forum (Sept. 1977).
- 79 Hodges D. H., Qrmiston R. A., Peters D. A., NASA TP 1566 (1980).
- 80 Dowell E. H., Traybar J., Hodges D. H., *J. Sound and Vib.*, **50**, 4 (1977).
- 81 Rosen A., Friedmann P., *ASME J. Appl. Mech.*, **46** (March 1979).
- 82 Stephen N. G., Levinson M., *J. Sound and Vib.*, **67**, 3 (1979).
- 83 Rehfield L. W., Murthy L. N. P., AIAA Paper 80-0683-CP, 21st AIAA/ASME/ASCE/AHS, Structures, Structural Dynamics and Materials Conf. (1980).
- 84 Worndle R., Paper No. 65, Proc. 7th Europ. Rotorcraft and Powered Lift Aircraft Forum (Sept. 1981).
- 85 Bielawa R. L., Cheney Jr., M. C., Novak R. C., NASA CR-2637 (1976).
- 86 Hodges D. H., *J. AHS*, **24**, 1 (1979).
- 87 —, *AIAA J.*, **17**, 4 (1979).
- 88 —, NASA TM-78459 (1978).
- 89 Hansford R. E., *J. AHS*, **24**, 5 (1979).
- 90 Hunter W. F., NASA TN D-6064 (Dec. 1970).
- 91 White W. F., Malatino R. E., NASA TM X-72751 (1975).
- 92 Kvaternik R. G., White W. F., Kaza K. R., AIAA Paper 78-491, Proc. AIAA/ASME 19th Structures, Strut. Dyn. and Mater. Conf. (April 1978).
- 93 Murthy V. R., *AIAA J.*, **15**, 4 (1977).
- 94 White W. F., *ibid*, **15**, 5 (1978).
- 95 Nagaraj V. T., Shanthakumar P., *J. Sound and Vib.*, **43**, 3 (1975).
- 96 Putter S., Manor H., *ibid*, **56**, 2 (1978).
- 97 Hodges D. H., Rutkowski M. J., *AIAA J.*, **19** (Nov. 1981),

- 98 Murty A. V. K., Murthy S. S., *Mechanism and Machine Theory*, 12 (1977).
- 99 蔡承武, 陈树辉, 桨叶的耦合振动, 教育部高等学校“计算结构力学学术交流会”论文(1978).
- 100 符长青, 直升机技术(1981, 1).
- 101 刘守慎, 南京航空学院学报(1979, 3).
- 102 Murty A. V. K., Raman A., *J. Sound and Vib.*, 69, 4 (1980).
- 103 Straub F. K., Friedmann P., *Vertica*, 5 (1981).
- 104 Siveneri N. T., Chopra I., Proc. AIAA/ASME/ASCE/AHS 22nd Structures, Struct. Dyn. and Mater. Conf. and AIAA Dynamics Specialist Conf., CP 812, Part I (April 1981).
- 105 符长青, 无铰直升机旋翼桨叶颤振分析中的有限元素方法, 南京航空学院硕士论文(1981).
- 106 Peters D. A., Hohenemser K. H., *J. AHS*, 16, 2 (1971).
- 107 Hammond C. E., *ibid*, 19 (1974).
- 108 Friedmann P., Silverthorn L. J., *AIAA J.*, 12, 11 (1974).
- 109 符长青, 直升机技术(1984, 2).
- 110 Hsu C. S., *J. Appl. Mech.*, 39, 2 (1972).
- 111 —, Cheng W. H., *ibid*, 40, 1 (1973).
- 112 Friedmann P., Hammond C. E., Woo T., *Int. J. Numer. Meth. in Eng.*, 11 (1977).
- 113 Gaonkar G. H., Prasad D. S., Sastry D., *J. AHS*, 26, 3 (1981).
- 114 Bellavita P., Giorgi C., Gleazzi M., Paper No. 14, Proc. 2nd Europ. Rotorcraft and Powered Lift Aircraft Forum (Sept. 1976).
- 115 Bousman W. G., Hodges D. H., *Vertica*, 3, 3 (1979).
- 116 Warmbrodt W., Friedmann P., *ibid*, 3 (1979).
- 117 Bousman W. G., *J. AHS*, 26, 1 (1981).
- 118 Gaonkar G. H., Mitra A. K., Reddy T. S. R., Peters D. A., *Vertica*, 6, 1 (1982).
- 119 Johnson W., NASA TM 81182 (June 1980).

THE DEVELOPMENT AND STATE-OF-THE-ART OF HELICOPTER AERO-ELASTICITY

Fu Chang-qing
(Nanjing Aeronautical Institute)

Abstract This paper gives a comprehensive review of the development of helicopter aeroelasticity in the last fifteen years. The structural, inertia and aerodynamics operators are discussed. The important role of geometric nonlinearities, due to moderate deflections, and aerodynamic stall in the aeroelastic stability and response problems are expounded. Aeroelastic problems for complete rotor are described as well as for coupled rotor/fuselage.

Keywords *helicopter, aeroelasticity, coupled rotor/fuselage aeroelastic problems*