

非线性渗流力学研究进展

西南石油学院 葛家理

华东石油学院 栾志安

非线性渗流力学、多重介质渗流力学、计算渗流力学(包括优化控制理论)以及渗流物理学,是现代渗流力学领域的四个重点发展方向。我国近年来多重介质渗流力学发展较快,在某些方面接近国际水平或略为领先。计算渗流力学也做了不少工作。可是,近10年来与生产实际需要关系密切的大部分内容都和非线性渗流有关。这方面国外发展很快。这应引起我国流体力学界重视,结合我国生产实际需要,将一部分科研力量转移到这个新的生长点上。

非线性渗流力学是指在泛定的渗流数学模型中,微分方程是非线性的。引起非线性的原因有:1)运动方程本身是非线性的(如湍流时的两项式或指数式),或运动方程虽是达西方程,但其中有些参数是某一自变量的函数(如非牛顿流体的粘度是函数,二相流动时渗透率是饱和度的函数等)。这样,在代入连续性方程后会使得最终渗流综合微分方程成为非线性偏微分方程。2)状态方程引起非线性(如天然气状态方程引起渗流综合方程变为非线性)。3)伴随着渗流过程发生的物理化学作用引起渗流综合方程变为非线性偏微分方程。可见,非线性渗流力学的范围包括了现代地下渗流、工程渗流和生物渗流等许多领域。

非线性渗流力学之所以得到迅速发展,是由于生产实际需要和科学技术发展的结果。在地下渗流方面,由于人类对能源的迫切要求,在二次、三次采油方面发展很快,如采用热力驱油、化学剂驱油、CO₂混相驱油来提高采收率,就必需发展非牛顿流体渗流力学和带有吸附、扩散、传质的渗流力学,这些都是非线性渗流力学。在生物渗流方面,血液是一种非牛顿流体。在化工渗流、冶金渗流等方面也出现了很多与非线性渗流力学有关的内容。因此,国内外都急迫期待非线性渗流力学的发展。

一、非达西渗流力学研究

1. 高速和低速非达西渗流^[1,2]

大量天然气田的发现和开发,以及碳酸盐岩油田出现了日产千吨的高产油井,在井底附近非常容易达到湍流状态。因此,非达西高速渗流的研究得到了重视和发展,具体表现在:

1. 加强了高速非达西渗流物理实验的研究。1970年[4]用实验测定了湍流系数,1975年[3]用实验验证了湍流运动方程,这对高速湍流机理的认识前进了一步。

2. 求解非定常湍流方程的方法有了进展。1962年[5]用稳态依次替换法求得了解答。1964年[6]用进一步的近似方法求得近似解。1982年国内西南石油学院用对运动方程分段线

性化的方法求得了分析解。1968年[7]和1976年[8]用数值法求得了解答。

3. 开始了更复杂条件下非定常湍流的研究。如1965年[9]研究了带有集肤效应的气井非达西渗流问题。1968年[7]研究了带有井底污染及集肤效应下湍流流态的气井试井问题。1976年[8]研究了带有垂直裂缝的非达西渗流问题。1982年西南石油学院研究生用对运动方程进行分段线性化的方法,求解了近井区是非达西流动而远井区是达西流动的组合油藏非定常渗流方程,使得非达西流动研究更接近各种实际状况和条件。

4. 单重介质中非达西渗流研究推广到多重介质渗流研究取得进展。我国很多渗流工作者近年来开展了多重介质中非达西非定常渗流的研究。而且把非达西渗流研究推广到双重介质油水二相流动中。[11]建立了双重介质中油水二相高速渗流的数学模型,并做了数值解研究。1981年[12]根据影响半径概念和经过平均化的质量守恒方程,用指数式运动方程,求得了双重介质封闭地层非线性渗流的近似解。1982年西南石油学院提出了双重介质和三重介质高速达西流动组合渗流数学模型,并求得无限大地层的分析解及在试井中的应用。

5. 非达西低速渗流的研究也有进展^[13]。

II. 非线性油水二相渗流

自从40年代列弗莱特^[15,16]提出分流方程和前沿非活塞驱油理论以来,一直认为相对渗透率是饱和度的单值函数,最后可以归为拟线性方程求解。但是,越来越多的研究表明,相对渗透率并不是饱和度的单值函数。而这正是非线性油水二相渗流研究的出发点。可是,这种研究还仅是开始,仅集中在相对渗透率其他影响因素的室内实验上,还没有在整体上有所突破。目前已认识到,相对渗透率除受饱和度影响之外,还至少和下面这些因素有关^[15,16]:

1. 饱和度变化历程对相对渗透率的影响。[17,18]在室内实验中证实,对于一定孔隙系统,一种液体达到某定值的相对渗透率,和一个较高值或较低值逼近这一饱和度有关。因此,产生了“吸入型”或“排泄型”相对渗透率曲线。

2. 粘度比是否影响相对渗透率有争论^[19,20]。目前对这个问题有两派意见。Leverett等人认为粘度不影响相对渗透率曲线。而根据 Odeh 等人看法则认为与粘度有关。

3. 压力梯度(或由其决定的速度)对相对渗透率有重要影响。[21]及我国大庆油田进行的工作^[16],均证明了压力梯度或其决定的速度影响相对渗透率曲线。

4. 综合无量纲相似准数 $\pi = \sigma / (\mu v)$ 的影响研究。(σ 是表面张力, μ 是粘度, v 是速度) 1973年[15]介绍了有价值的研究成果。该文第一次把多种影响因素联系起来进行研究,这是非线性油水二相渗流的一个重要研究进展。目前,用综合无量纲参数来研究二相非线性渗流是一个发展趋势。

除以上影响因素的研究之外,国外已建立了饱和度和压力梯度两个因变量的非线性二相渗流方程组。但由于方程复杂,很难求得精确解。1967年彼斯曼发表了《多孔介质中二相渗流非线性方程数值解》一书,1977年他又明确提出了“非达西方程”的概念^[22]。

二、非牛顿流体渗流

随着科学技术的发展,在油田开发中大量使用非牛顿流体,如二次采油中常用的稠化水,井层选择性封堵用的聚丙烯酰胺及聚丙烯腈,以及泡沫驱油剂和各种微乳液。随着发现

大量高粘度油田和高含水油田,都明显呈现非牛顿流体特性。因此,非牛顿流体渗流的研究具有重要的实际意义。

非牛顿流体渗流是典型的非线性渗流,因为即使最简单的非牛顿流体流动模型,其泛定的方程中微分算子系数也是压力或压力梯度的函数。目前非牛顿流体渗流研究主要是在下述三方面取得了进展。

I. 非牛顿流体流变学研究进展很快

1. 非牛顿流体的分类学的发展使人们对非牛顿流体有了进一步认识。目前已认识到非牛顿流体有三大类及一些亚类^[23,25]:①流变特性和时间无关的非牛顿流体,这一类常见于油田渗流。它又分三个亚类:拟塑型、膨胀型、粘塑型(又称有限启动压力型)。另一大类是②触变性流体。异常高粘度原油在近井区高速渗流时就发生对称型触变性^[24]。③粘弹性牛顿流体。它又可分线性和非线性两种。

2. 对非牛顿流体流动的本构方程进行了大量研究工作。但是由于问题的复杂,建立了很多模型,却很难找到应用范围很广的模型。对于第①类非牛顿流体就有幂指数型(Ostwald-de Waele模型)、粘塑性的广义Bingham模型、幂级数模型等。值得指出的是,以 e 为底的指数式模型在苏联文献中常见^[26,27],1969年在处理沥青和胶质原油毛在细管中流动时提出流度与压力梯度比关系为

$$\frac{k}{\mu} = \frac{k_0}{\mu_0} \frac{1}{1 + a \exp\left[-b \left| \frac{dp}{dx} \right| \right]}$$

苏联在70年代以后进行了大规模油田注聚合物实验,应用了这些流变学研究成果取得了较好效果。

3. 开始了多孔介质中流变学的研究。这是目前非牛顿流体渗流力学研究的一个重点。例如,聚氧乙烯在管道中运动呈现拟塑型非牛顿流体特性,但是,在多孔介质中流变特性具有膨胀型的特点,两者完全不同^[10]。因此,研究多孔介质中非牛顿流体流变学就是渗流力学的研究重点之一。在这方面苏联做了大量工作,如[24]研究表明,高粘度原油流变曲线可以划分为三段,类似于胶体系统流变曲线。在苏联罗马什金、阿尔兰、什卡波夫油田的实验研究证明了这一点。[24]提出了一些近似式来描述粘度变化。

II. 非牛顿流体渗流模型建立和研究促进了非牛顿流体渗流力学的进展

在70年代以前,非牛顿流体渗流由Savins^[28]在1969年深入讨论了非牛顿流体渗流的理论,并综述了流变特征与边界效应关系,以及给出了非牛顿流体渗流动态预测的方法。但是,非牛顿流体渗流模型的建立是由Van Poolen和Jargon^[29]开始的,并给出了差分解。1979年Odeh^[30]和Ikoku^[31]几乎用了同样的方法建立了非线性偏微分方程模型,然后用线性化处理和拉氏变换数值反演法进行了半解析计算和试井方法的应用。以后又在这两篇文章基础上,研究了井筒因素的影响^[32]和组合油藏模型问题^[33]。苏联也进行了这方面的研究工作^[34],并得到较好的现场验证^[34,35]。[14]又将非牛顿流体研究推广到双重介质取得了进展,是我国在非牛顿流体地下渗流中的第一个研究工作。

III. 非牛顿流体渗流研究在现场的应用

非牛顿流体渗流在矿场的应用研究主要是利用不稳定试井进行的。例如在注水井的等时

试井^[30]，压力降试井^[30,31]，匹线法试井^[32]中应用。试井目前仍然是反求地层及流体流变学参数，甚至检验渗流模型的基本手段。另外，非牛顿流体驱替的研究^[27,37]也是一个极为重要的方面。由于二次、三次采油，许多流体都具有非牛顿特征，因此，这是一个值得重视的研究方向。另外，水电模拟也是值得注意的^[38]。钻具测试中非牛顿流体渗流也有很大意义^[36]。

三、多相多组分渗流

经典不可压缩、非混相液体渗流在解决天然水浸、人工水驱类的油田开发问题方面发挥过重要作用。但是也有许多地方是不令人满意的，因为实际上充满地层孔隙中的液体或气体一般讲是多组分的烃类混合物，甚或有非烃类成分。因此，实际油田和凝析气田的开发过程中常常发生多组分复杂混合物参与的多相渗流，而且在不同渗流速度的各运移相之间还伴有强烈的传质作用。

随着二次、三次采油方法的广泛应用，多相多组分渗流成为70年代以来最引人注目的非线性渗流。例如在混气原油被水或气驱替；凝析气田和凝析油-气田开发中；化学溶剂参与的水驱油过程中；油溶性驱替液驱油过程中；高压气驱中；高含蜡原油渗流；以非等温为特征的热力法采油过程中，都发生多相多组分渗流。

初步研究工作集中在混气液渗流和凝析气混合物渗流方面。早期工作基本上是 M. Muskat 和 Л. С. Лейбензон 开创的。这些初步研究工作的特点是一般只考虑两种组分，对溶剂量和相态也作了苛刻的假设，认为只是压力的单值函数。这样作的缺点是无法研究高压气驱和溶剂驱替等复杂的二次采油过程。而且在计算轻质油和凝析气藏中也产生较大的误差。Kniazeff^[40]对混气液渗流进行了深入探讨。Welge^[41]研究了富气驱油的一维问题。Collins^[42]建立了多组分混合物的渗流方程。多组分渗流方程组是非常复杂的，要得到真实条件下的精确解相当困难。因此不少研究者设法对组分进行分组来简化数学模型。Николаевский^[43]利用拟稳态解研究了一维三个组分的烃混合物渗流，求得沿流线的稳态压力分布和不稳态饱和度分布条件的解。他的物理方面的处理使原来的偏微分方程组简化为常微分方程组。数值解在多相多组分渗流中的作用越来越大，这个趋势至今更加明显。Баклановская^[44]（1971—1974）对封闭地层中二相不稳定径向流进行了差分计算。但是不能不指出，即使在计算机上计算非线性偏微分方程组，也是一件相当困难的事。

Розенберг^[39]论述了多相多组分渗流。他在该书中建立了多相多组分并考虑传质作用的渗流模型，包含有 $(nk+2)$ 个未知数， $(nk+2)$ 个偏微分方程组（ k 为相数， n 为组分数）。还研究了无限大地层、封闭地层中有相态变化的具体问题，讨论了轻质油田和凝析气田枯竭过程的数值解法，并专门讨论了含有固相（蜡、沥青、胶质）条件下的非等温渗流。同时，提出了黑油数学模型和扩展多组分模型^[45,47]在油田上推广使用。总之，多相多组分渗流研究目前正在发展中，有大量工作要做，有时还必须用诸如随机过程理论等一些新方法补充校核。最近几年多相多组分渗流研究的重点仍然在驱替方面，尤其是化学注水研究，仅1976—1981年就有20几篇论文发表，模型已发展得相当复杂，一般要包括水、油、表面活性剂、酒精、盐、聚合物六个组分^[48]。考虑了各相之间的传质和各组分的传质，以及孔隙介质对组分的吸附作用，压缩性，重力分离作用和各相态之间的压差，

四、非等温渗流

在油田开发中,特别是对地层进行人工改造时,往往出现地层中液体和气体的非等温渗流。热力法采油就是很典型的过程。注热水,注热蒸汽,蒸汽吞吐,火烧油层,井下爆炸,井底加热都造成非等温渗流特征。考虑能量方程的非等温渗流是 Чарный^[49]和 Чекалюк^[50]首先研究的。而水驱油条件下的非等温渗流则是由 Малофеев^[51]和 Шейнман^[52]等人研究的。

热力法采油主要以两个途径进行,一个是加热地层,其目的是提高地层原油的流动度,造成混相驱替条件,并有利于阻止蜡和胶质析出。另一个途径是井底热作用,其目的是清除井底区结蜡和胶质,以恢复油井的产能,提高注水井吸水能力。一般井底加热可与地层加热同时进行。目前对地层加热研究地比较系统^[50-52],而对井底加热研究不够集中。但是,最近 Вахитов^[53]的著作中研究了井底加热的渗流问题。他研究了蜡析出过程的热力学特征,井底加热温度场分布,还研究了热力过程中的传质问题。很有意义的是他指出,在非等温渗流中,液体毛管流动与热流动方向一致,毛管势与温度变化关系可以写为

$$\nabla \psi = -\frac{2\varepsilon}{\rho_{ж} r_m} \nabla T,$$

ε 为表面张力随温度的变化率, $\varepsilon = \partial\sigma/\partial T$ 。他还用解析方法(Hankel 变换)进行了分析。还介绍了常用差分格式。

Борисов 和 Розенберг^[54]等人对注水开发油田地层非等温渗流进行了系统研究。他们建立了复杂的非线性偏微分方程组,研究了毛细管压力和含水饱和度以及温度场的变化。如果不考虑毛管力的影响原方程简化为非线性抛物型方程。对温度场和饱和度方程进行了差分求解。Пудовкин^[55]研究了油田开发中的热传导问题。他认为油层渗流中热力学过程进行得相当缓慢,因此可以假设每个单元体内热力学参数为常数,但在各单元体边界上却满足热力学定律,以及对流换热和传质规律。这样导出一些线性方程,用 Laplace-Hankel 变换给出一些解析解。Филиппов^[56]利用渗流时温度与压降关系 $\Delta T = -\varepsilon \Delta p$ (ε 为焦耳-汤姆逊系数)研究了被几种开采方式破坏的温度场的恢复问题。他用 Green 函数方法给出无限和有限厚度径向问题解析解。

另外,在裂缝-孔隙双重介质地层中热水驱油也是很有意义的课题。Рыжик^[57]详尽地描述了双重介质地层中注热水、蒸汽时的采油机理,而且建立了这种条件下水驱油的数学模型,考虑了原油采收率与热注的工艺参数以及连续热注时地层物性参数的关系。另外,他还用20厘泊高粘度原油,83℃的热水进行了室内模拟实验。模型由人造的岩块和流管形式的人造裂缝构成。还给出了温度场的解析形式。目前看,双重介质非等温渗流是一个比较重要的研究方向,最近有不少关于双重介质地层中注热载体的研究,重点是液体与介质之间的热交换,目的是确定热注的采收率^[57-60]。这一研究的实际意义很大。因为强非均质高粘度油田的注水开发是相当重要而又实际的困难开发问题,常规注冷水一般是失败的。

最后,我们指出,一般注水开发中(例如边内注水),地层的传热-传质作用的系统研究也是最近的事。Пудовкин^[55]的专著从解析解的角度全面地阐述了这个问题。他用解析方法(主要是 Laplace 变换,有限和无限 Hankel 变换)求得一维和二维问题的精确解和渐

近解,他还考虑了由焦耳-汤姆逊效应引起的注水地层中节流式温度场问题。一些简单的公式可用于注水开发的工程计算。另外一个很有意义的非等温过程是研究井筒中对流换热对井-地层渗流系统工作状态的影响。这时传热、传质方程是复杂的微分-积分方程组,最后也是利用 Laplace 变换法求解的^[61,62]。

五、非线性渗流数学方法研究进展

渗流力学发展的基础有两个,一个是渗流物理实验,它是研究各种渗流规律、形态、方式的物理基础;另一个就是渗流力学数学方法的研究。从数学观点来说,非线性渗流基本问题可以归结为非线性抛物型偏微分方程的初值和边值问题。它涉及较高深的数学分析方法和计算技术。目前非线性渗流基本上按着线性化、解析方法和数值方法三个途径求解。这三方面近年来都得到迅速发展。

I. **线性化近似求解** 它的基本特征是对引起非线性因素进行限制和简化,从而使非线性方程变为线性方程。这种线性化的方法比较粗糙,但是在实际工程问题中广泛使用。例如,非牛顿流体渗流方程的线性化问题^[31,32],二维二相及多组分渗流中“分组块”的方法^[46],以及苏联许多研究中用以 e 为底的幂指数式来描绘粘度、渗透率、压缩性与压力之间变化关系^[64,65],都属此类。

II. **分析方法求解** 它在60年代是主要研究非线性渗流的途径,尤其是 Гельфанд, Бабенко, 及 Олейник^[66,67]对拟线性渗流的研究进行了出色的工作,提出了“粘性消失法”构造广义解,证明了间断解的存在性和唯一性,以及间断解和自模解的关系。Баренблатт^[62]的工作,又为用自模解求解弹性不稳定渗流许多非线性问题奠定了基础。理论上的重大突破使非线性渗流研究面貌一新。Leverett 的理论被推广到二维二相^[46,68]、变形介质^[64,65]、非等温渗流等一些复杂问题,都得到较好的解决。驱替过程毛管力及重力因素影响的研究^[76]又加深了人们对非线性渗流规律的认识。但是至今关于非线性偏微分方程的一般理论还不完善,目前还多用自模解方法求间断解^[63,70-72,74]。这就迫使人们研究新的近似解方法来解非线性渗流问题,其中较典型的是“扰动法”^[69]。近年来,又在此基础上发展出“双重空间法”^[73],值得我们注意。

III. **非线性渗流数值解法** 这实质上是偏微分方程的数值解问题。1977年 Мухидинов^[75]发表了液气非线性渗流专著,他的方法基本上应用了直接解法,有限差分法,以及直接-有限差分法,所用的差分格式基本上是 Самарский^[76]的格式。

非线性渗流从非线性程度看,可以分为弱非线性和强非线性两种。对于前者,一般所有变量都只是某一相压力函数,可以对时间的导数项进行显式或隐式近似,而后迭代求解,牛顿迭代比较通用。但对于强非线性来说,由于非线性系数一般与饱和度和毛细压力有关,这时用半隐式方法比较有利,为加速收敛也可以用修正的牛顿迭代法^[45]。

一维不稳定渗流可以利用柯克霍夫变换 $v = \int_0^{\theta} D(\alpha) d\alpha$ 将非线性方程变为拟线性方程,然后用 Douglas 预测-校正法求解。Ikoku^[31]解非牛顿流体渗流问题时,就是利用了预测-校正法,然后又用 Picard 法迭代求解。目前有限元法还很少用于非线性问题,主要还是有限差分法。

六、结 语

1. [77]认为根据我国油田地质情况,有63%以上剩余储量可用化学驱开采,而根据现场试验热力采油可使产量增加几十倍。所以,和这两种三次采油方法有关的物理化学渗流力学(包括非牛顿流体渗流及带传质、扩散、吸附的渗流)和非等温渗流力学应得到重点发展。

2. 目前渗流力学的发展有两个倾向值得注意。一个是把渗流力学的研究纯粹当做数学问题,不重视各种条件下渗流的力学现象和其他伴随发生的物理化学现象,不进行实验。另一个是将地面管流或静态的物理化学现象,不加分析地都推广到多孔介质渗流中去。以聚氧乙烯为例,实验证明,它在地面管流中属拟塑型液体,而在多孔介质中成膨胀型。又如,表面活性剂在多孔介质渗流过程的传质、扩散、吸附机理及定量计算到底如何解决,它与静态吸附-脱附过程有何差异,需要实验来决定。因此必须研究渗流物理学。当前,迫切需要解决的课题是:1)多孔介质聚合物溶液流变学;2)多孔介质的传热学;3)油气体系相态研究及相图测定;4)表面活性剂渗流中的物理化学(吸附、传质、扩散);5)多孔介质中泡露点压力及混相压力测定;6)渗流过程中化学剂损失量测定和计算;7)非牛顿流体驱油三相渗透率曲线研究;8)油、气、水(或含化学剂溶液)三相渗透率研究;9)多相多组分相渗透率曲线及渗流运动模式研究;10)在非等温情况下油、(蒸)气二相渗流机理等。

3. 非线性渗流力学要得到发展,必须解决几个生产实际问题。如三次采油的试井反求参数问题,三次采油(或凝析气田)开发方案设计问题,最优(包括经济因素)方案选择问题和开发效果预测等问题,以及生物渗流或工业渗流生产实际的具体问题。所以,非线性渗流力学必须和油藏工程学、开发地质学、数值模拟方法、油气田开发系统工程学,甚至还要和部门经济学联系起来研究,综合发展。

4. 非线性偏微分方程理论,解析求解方法和计算数学方法,是发展非线性渗流力学的保证。必须下功夫予以突破。

参 考 文 献

- 1 Forchheimer, Philipp hydraulik, Leipzig and Berlin, Druck and Verlag Ver B.G. (Feubner 1914), Chapter 15, Section 116—118, p. 423.
- 2 Irmay, S., *Trans. A.G.U.*, 39,4 (1958): 702—707.
- 3 McFarland, J.D., Drancuk, P.M., *J. Cdn. Pet. Tech.* (April-June 1975): 71.
- 4 Wong, S.W., *ibid* (Oct.-Dec. 1970): 274.
- 5 Swift, G.W., *JPT* (July 1962): 791—798.
- 6 Rowan, C., *SPEJ*, 6 (1964): 98—114.
- 7 Wattenburger, R.A., *JPT*, 8 (1968): 877—887.
- 8 Holditch, S. A., *ibid*, 10 (1976): 1159—1179.
- 9 Ramen, H.T., *ibid*, 2 (1965): 223—232.
- 10 葛家理等编, 油气层渗流力学, 石油工业出版社: 218—219.
- 11 吴理一、陈立莲, 油田数值模拟会议论文.
- 12 刘慈群, 科学通报, 17 (1981): 1081—1085.
- 13 Развитие исследование по теории фильтрации в СССР (1969).
- 14 栾志安, 双重介质中的非牛顿液渗流, 石油学报, 3 (1982).
- 15 Lefebvre, E.J., *SPEJ*, 1 (1973).
- 16 大庆油田研究院, 关于非线性渗流问题调查 (1979, 11).
- 17 Geffon, T.M., *Trans. AIME*, 192 (1951): 99.
- 18 Levine, J.S., *ibid*, 201 (1954): 57, 66.
- 19 Odeh, A.S., *ibid*, 216 (1959): 346—353.
- 20 Mungan, N., *SPEJ* (Sept., 1966): 247—253.
- 21 Sandberg, C.R., *JPT*, 2 (1958): 36—42.
- 22 Paper, S.P.E. SPE6720, Presented at SPE-AIME 52nd Annual Fall MTG (1977, 10).
- 23 Harris, J., *Rheology and Non-Newtonian Flow*, Longman Inc. (1977).
- 24 Девликамов, В.В., *НИГ*, 4 (1975): 41—45.
- 25 Schowalter, W.R., *Mechanics of Non-Newtonian Fluids*, Pergamon Press (1978).

- 26 Горбунов, А.Т., Изв. АН СССР, МЖГ, 6 (1969).
- 27 —, Труды ВНИИ, вып. 61 (1976).
- 28 Savins, J.G., *Ind. Eng. Chem.*, 10 (1969).
- 29 van Poolen, H.K., *SPEJ*, 3 (1969): 80—88.
- 30 Odeh, A.S., *ibid.*, 6 (1979).
- 31 Ikoju, C.U., *ibid.*, 6 (1979).
- 32 —, *ibid.*, 2 (1980).
- 33 Lund, O., M.S. thesis, U. of Tulsa (1980).
- 34 Шаглев, Р.Г., НИГ, 1 (1978): 36—38.
- 35 —, Нефтепромы-дело, 7 (1976): 5—6.
- 36 —, НИГ, 1 (1979): 35—38.
- 37 Шихалиев, Ф. А., *ibid.*, 9 (1975): 49—51.
- 38 Корнильцев, Ю. А., Вопросы подземной гидромеханики, вып. 7. «Казан-ун-та» (1970): 33—34.
- 39 Розенберг, М. Д., 油气田多相多组份渗流 (1976).
- 40 Kniazeff, V.I., *SPEJ*, 1 (1965).
- 41 Welge, H.J., *JPT*, 8 (1961).
- 42 Collins, R.E., Flow of fluids through porous materials, Reinhold (1961).
- 43 Николаевский, В.Н., ПММ, 23, 6 (1959).
- 44 Баклановская, Б.Ф., Тр. ВНИИ, вып. 49, «Недра» (1974).
- 45 Aziz, K., Petroleum Reservoir Simulation, ASP LTD (1979).
- 46 Данилов, В.Л., Гидродинамические расчеты взаимного вытеснения жидкостей в пористой среде, «Недра» (1980).
- 47 Thomas, G.W., Reservoir Simulation, Denver Colorado (1980).
- 48 Paul, D. Fleming, *SPEJ*, 2 (1981).
- 49 Чарный, И. А., НХ, 2 (1953): 18—23; 3 (1953): 29—32.
- 50 Чекалюк, Э.Б., термодинамика нефтяного пласта, «Недра» (1965).
- 51 Малофеев, Г.Е., НХ, 8 (1966): 29—41.
- 52 Шейнман, А.Б., Воздействие на пласт теплом при добыче нефти, «Недра» (1969).
- 53 Вахитов, Г.Г., Термодинамика призабойной зоны нефтяного пласта, «Недра» (1978).
- 54 Борисов, Ю.П., Тепловые методы добычи нефти, «Недра» (1975).
- 55 Пудовкин, М.А., Красивые задачи математической теории теплопроводности, «Казан Унив» (1978).
- 56 Филиппов, А.И., НИГ, 5 (1976): 56—60.
- 57 Рыжик, В.М., Гидродинамическое исследование механизма нефте-и газотдачи пластов, М (1973).
- 58 Желтов, Ю.В., НХ, 5 (1976): 31—34.
- 59 Малофеев, Т.Е., Фильтрация, теплоперенос и нефтегазотдача в сложных пластовых системах, «Наука» (1978): 27—35.
- 60 Кисленко, Б.Е., *ibid.*: 77—82.
- 61 Пудовкин, М.А., Температурные процессы в действующих скважинах, «Казанского ун-та» (1977).
- 62 Саламатин, А.Н., НИГ, 1 (1982).
- 63 Баренблат, Г.И., Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа, «Недра» (1972).
- 64 Николаевский, В.Н., ПМТФ, 1 (1963).
- 65 —, Механика насыщенных пористых сред, «Недра» (1970).
- 66 Гельфанд, И.М., УМН, 14, 2 (1959).
- 67 Олейник, О.А., УМН, 14, 2 (1959).
- 68 Давилев, В.А., Кац, Р.М., МЖГ, 4 (1973).
- 69 Найфа, А.Х., Методы возмущений мир (1976).
- 70 Авакян, Э.А., Теория и практика добычи нефти, «Недра» (1968).
- 71 Гаджиев, Л.М., НИГ, 5 (1982); —, ПМТФ, 6 (1968).
- 72 Marcel Dekker, Nonlinear partial differential equations in engineering and applied science.
- 73 Дадашева, Т.Д., Изв. АН АзССР, сер. физ-мат и техн. наук, 1 (1960).
- 74 Донцов, К.М., НИГ, 8 (1981).
- 75 Мухидинов, Н., Газо-гидродинамическое исследование, «ФАН» (1977).
- 76 Самарский, А.А., Введение в теорию разностных схем, «Наука» (1971).
- 77 杨普华, 我国油田三次采油主攻方向研究, 石油研究院 (1983, 1).

DEVELOPMENTS IN NONLINEAR THEORY OF FLOWS THROUGH POROUS MEDIA

Ge Jia-li

(Southwest China Petroleum Institute)

Luan Zhi-an

(East China Petroleum Institute)