

$$M_{1111} = 4\pi \int_0^1 \Delta \rho^2 x^2 [d(1-x^2) + f\rho^2 x^2] [c(1-x^2) + f\rho^2 x] dx$$

$$M_{2323} = M_{3232} = \frac{\pi}{2} \int_0^1 \Delta (1-x^2) \{ [f(1-x^2) + h\rho^2 x^2] [(c+3d)(1-x^2) + 4f\rho^2 x^2] - 3g^2 \rho^2 x^2 (1-x^2) \} dx$$

$$M_{2121} = M_{3131} = 2\pi \int_0^1 \Delta \rho^2 x^2 \{ [(d+c)(1-x^2) + 2f\rho^2 x^2] [f(1-x^2) + h\rho^2 x^2] - g^2 \rho^2 x^2 (1-x^2) \} dx$$

$$M_{1313} = M_{1212} = 2\pi \int_0^1 \Delta (1-x^2) [d(1-x^2) + f\rho^2 x^2] [c(1-x^2) + f\rho^2 x^2] dx$$

$$M_{2233} = \frac{\pi}{2} \int_0^1 \Delta (1-x^2)^2 \{ g^2 \rho^2 x^2 - (d-c) [f(1-x^2) + h\rho^2 x^2] \} dx$$

$$M_{3311} = M_{2211} = (-2\pi) \int_0^1 \Delta g \rho^2 x^2 (1-x^2) [c(1-x^2) + f\rho^2 x^2] dx$$

式中 $\Delta^{-1} = [c(1-x^2) + f\rho^2 x^2] [d(1-x^2) + f\rho^2 x^2] [f(1-x^2) + h\rho^2 x^2] - g^2 \rho^2 x^2 (1-x^2)$

耿伯华译 殷家驹校

具有回流和径向压力梯度的火焰结构的计算

D. E. Jensen D. B. Spalding
D. G. Tatchell A. S. Wilson

引言

过去 Jensen 和 Wilson^[1] 讨论过高焓流度, 有化学反应, 轴对称, 低空火箭排气火焰结构的计算方法。但其中作了两个关键性的简化假定: ①流场没有径向压力梯度; ②轴向输运特性由对流项而非由扩散项支配。本文介绍一种取消了这些假定的新计算方法, 能够计算流场中激波的结构, 同时还可计算火焰稳定及导弹飞行中靠近尾部所形成的回流区(当导弹底部直径大于喷管出口直径时)的其他特性。激波结构和回流区两者都强烈影响整个火焰特性, 例如, 它们可以决定火箭发动机排气中过剩的一氧化碳和氢的点火是否发生。虽然这里讨论的方法是针对火箭排气火焰的, 但是, 它可以很容易地推广到其他与气体力学及化学反应过程有密切联系的燃烧系统中去。

模型

在典型的火箭排气火焰里, 由锥形喷嘴排出的温度为 700—2500°K 的富油气体, 将与运动的冷空气发生湍流混合, 这一火焰结构可

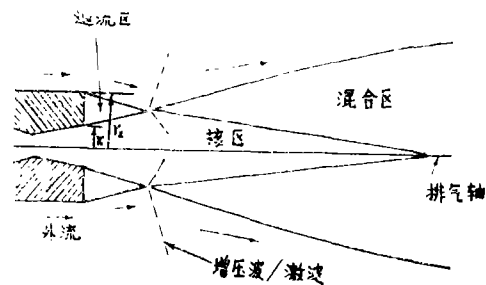


图 1 排气火焰几何形状示意图

分为三段即燃烧室、喷管和火焰射流或叫羽状火焰烟柱来计算。我们要讨论的是最后也即最困难的一段。

排气火焰的主要区域见图 1。稳定排气火焰的结构特性应包括：按时间平均的化学成分，温度、压力，速度和湍流尺度，以及各种组分的浓度，温度和压力的脉动分量均方根值。给定了喷管出口条件，任一高度上火箭的速度，适当的化学反应机理以及湍流混合模型参量之后，就可以算出上述各量。本文方法保留了两个简化假定：①流场轴对称；②忽略凝聚粒子的温度和速度滞后现象。目前我们正在研究的计算方法力图把这些假定也予以取消。

控制方程 用 x 和 r 分别表示轴向和径向坐标，则在自由射流中控制湍流剪切层的流动的经验偏微分方程可写成：

(a) 轴向动量守恒方程

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) \quad (1)$$

(b) 径向动量守恒方程

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{2\mu v}{r^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) \quad (2)$$

(c) 能量守恒方程

$$\rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\sigma_H} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \mu}{\sigma_H} \frac{\partial H}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu \left(1 - \frac{1}{\sigma_H} \right) \frac{\partial (u^2/2)}{\partial r} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu \left(\frac{1}{\sigma_k} - \frac{1}{\sigma_H} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right] \quad (3)$$

(d) 化学成分的守恒方程

$$\rho u \frac{\partial F_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial F_i}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\sigma_m} \frac{\partial F_i}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \mu}{\sigma_m} \frac{\partial F_i}{\partial r} \right) + w_i \quad (4)$$

式中 u, v 分别表示轴向和径向速度分量， ρ 是密度， p 是压力， H 是总焓， F_i 是 i 成分的质量百分数， w_i 是 i 成分物质生成率， μ 是湍流涡粘性系数， σ_H 是焓交换率与动量交换率之比（即焓交换系数比，或叫湍流 Pr 数）， σ_m 是湍流 Sc 数。涡粘性系数是由湍流动能 k 和湍流耗散率 ε 来描述的。湍流动能 $k = (1/2)(u'^2 + v'^2)$ ，而 ε 由下式决定：

$$\mu = \rho k^2 C_\mu \varepsilon^{-1} \quad (5)$$

式中 C_μ 是经验常数， u', v' 分别是轴向和径向速度分量按时间平均的脉动分量。 k 和 ε 的运输方程可以写成如下的形式^[2]：

$$\rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r \mu}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + \mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 \right] - \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial r} \right\} - \rho \varepsilon$$

$$+\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2\left]+\left(\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\frac{2v^2}{r^2}\right\}-\rho\varepsilon \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r\mu}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) \\ &+ C_1 \frac{\varepsilon \mu}{k} \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 \right] \right. \\ &\left. + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \frac{2v^2}{r^2} \right\} - \frac{C_2 \rho \varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (7)$$

式中 C_1 和 C_2 是经验常数, σ_k 和 σ_ε 分别是 k 和 ε 的交换系数比。进一步, 方程可以写成描述标量 f 的平均平方脉动分量 g 的输运方程^[1,3]:

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial g}{\partial x} + \rho v \frac{\partial g}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\sigma_g} \frac{\partial g}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r\mu}{\sigma_g} \frac{\partial g}{\partial r} \right) \\ &+ C_{s1} \mu \left\{ \left(\frac{\partial \bar{f}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{f}}{\partial r} \right)^2 \right\} - C_{s2} \rho \varepsilon g k^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

式中 \bar{f} 是 f 的当地平均值, g 是 $(f - \bar{f})^2$, C_{s1} 和 C_{s2} 是经验系数。

为了计算未知量 u , v , ρ , p , H , k , ε , F_i 和 g , 需要两个附加方程。第一个是理想气体的状态方程

$$pM = \rho R \bar{T} \quad (9)$$

式中 M 是混合物的平均分子量, R 是气体常数, 平均温度 \bar{T} 是当地焓、速度、湍流动能和混气成分的函数。第二个附加方程表示对于当地流体体积元的连续条件, 即

$$\int_S \rho U dS = 0 \quad (10)$$

式中 U 是当地总平均速度, 积分是对流体体积元的表面积 S 进行的。

主要方程 (1)~(4) 和 (6)~(8) 是一组描述流场结构的椭圆型联立偏微分方程组。椭圆型方程组的求解要用迭代逼近法。先任意猜测一个初始流场结构, 再用下面将要讨论的有限差分法把流场分成网格, 尔后在所有网格点上逐次迭代控制方程组和方程 (9), (10), 直到流场收敛于最后的结构。然而, 在此之前, 还必须仔细给定边界条件^[4]。

边界条件 适用于排气火焰流场的边界条件为 (ϕ 表示任何一种流场性质):

$$\begin{aligned} &\left. \begin{aligned} x=0, & \quad r \leq r_{\text{exit}} \\ x=0, & \quad r \geq r_{\text{base}} \end{aligned} \right\} \phi = \phi(0, r) \\ &r=0: \quad \partial \phi / \partial r = 0 \\ &r=r_{\text{max}}: \quad \phi = \phi(\infty) \quad (\text{特例 } U=0) \\ &x=x_{\text{max}}: \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r\mu}{\sigma_\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{\sigma_\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = 0 \\ &\int_0^{r_{\text{max}}} \rho(x_{\text{max}}, r) u(x_{\text{max}}, r) r dr = \int_0^{r_{\text{max}}} \rho(0, r) u(0, r) r dr \\ &x=0, \quad r_{\text{exit}} < r < r_{\text{base}}: \quad \text{对于 } \phi = u, k, F_i \end{aligned}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = 0$$

x_{max} 和 r_{max} 需选得足够大, 以便确保积分时可以包括流场的全部相关区域。

靠近喷管底部壁面处 V 和 H 的剖面假定近似服从“壁面对数律”^[5]。用如同Gibson和Spalding^[6]所描述的方法分析压力梯度、表面传热和其他流场性质的影响, 得出靠近喷管底部壁面的有效粘度的经验公式为

当 $x^+ \leq 11.5$ (低湍流度) 时, $\mu_{eff} = \mu_{lam}$

当 $x^+ > 11.5$ 时, $\mu_{eff} = K_1 x^+ \mu_{lam} [\ln(K_2 x^+)]^{-1}$

$$\mu_{eff, H} = \frac{x^+ \mu_{lam}}{K_1^{-1} \ln(K_2 x^+) + P_f}$$

式中 $x^+ = \rho k^{0.5} C_D^{0.25} x (\mu_{lam})^{-1}$

$$P_f = 9 \left[\frac{\sigma_{H, lam}}{\sigma_{H, turb}} - 1 \right] \left[\frac{\sigma_{H, lam}}{\sigma_{H, turb}} \right]^{-0.25}$$

$K_1 = 0.432$, $K_2 = 8.8$ 是经验常数。靠近底部壁面的 ε 的值由下列经验关系式确定:

$$\varepsilon_x = (C_D^{0.75} k^{1.5}) / (K_1 x)$$

有限差分方程 方程组 (1) — (4) 和 (6) — (8) 可以综合写成下列一般形式:

$$\rho u \frac{\partial \phi}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + S_\phi \quad (11)$$

式中 S_ϕ 是物理量 ϕ 的当地生成率。如果方程 (11) 先乘以 r , 再用文献 [7] 描述的方法在每一网格点周围的小体积元上积分, 如图 2 所示, 则经过一些变换后, 方程可写成

$$(A_1 - S_p) \phi_{i,j} = A_2 \phi_{i+1,j} + A_3 \phi_{i-1,j} + A_4 \phi_{i,j+1} + A_5 \phi_{i,j-1} + B \quad (12)$$

式中系数 A_1 到 A_5 是通过体积元表面的质量通量 (包括对流和扩散) 的函数, 而

$$B + S_p \phi_{i,j} = V S_\phi \quad (13)$$

式中 $V = r \delta_r \delta_x$ 是基础网格的体积。源项 $V S_\phi$ 作为对稳定性的一个辅助手段, 相对于 ϕ 是线性的。对稳定性的第二个辅助手段是 Spalding 在 [8] 中建议的对高的侧向流量条件进行近似而获得的。其中, 如果通过网格表面的扩散流量比通过网格表面对流流量小的话, 则可以忽略扩散流量。这里假定该流量取决于该网格上游网格点上的 ϕ 值, 而不是取决于方程 (12) 中各系数的平均值。于是在这个方程中, 就可以把一个网格点的值与其邻近网格点的值联系起来。这样就对所有 i 和 j 的值 $\phi_{i,j}$ 建立了联立方程组。

对 u 和 v 的显控制方程的源项用特殊方法处理。对 u 和 v 的压力梯度项分别写为

$$B = S + r \delta_r (p_{i-\frac{1}{2}} - p_{i+\frac{1}{2}}) \quad (14a)$$

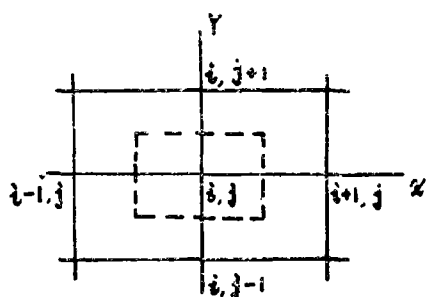


图 2 有限差分法计算的网格单元
虚线连接出积分区域

$$\begin{aligned} & (x_{i-\frac{1}{2}}, r_{j+\frac{1}{2}}), (x_{i+\frac{1}{2}}, r_{j+\frac{1}{2}}) \\ & (x_{i+\frac{1}{2}}, r_{j-\frac{1}{2}}), (x_{i-\frac{1}{2}}, r_{j-\frac{1}{2}}) \end{aligned}$$

$$B = S + r\delta x(p_{i-\frac{1}{2}} - p_{i+\frac{1}{2}}) \quad (14b)$$

这种方法对压力场来说允许用方程(10)的连续性条件来计算。

压力场 在整个解的范围内, 经过对压力和速度场的修正都可以完成对压力的计算。该压力和速度场可以使得在每一个当地的体积元中都满足连续性条件^[9]。在网格面 $x_{i+\frac{1}{2}}$ 处, 由当地的压力修正 δp 可以得到密度的变化 $\delta\rho$, 并由下式给出:

$$\delta\rho_{i+\frac{1}{2}} = \left[\frac{M}{RT} \delta p \right]_{i+\frac{1}{2}} \quad (15)$$

速度修正 δu 和 δv 与压力修正的关系, 是将式(14a)或(14b)代入式(12)而联系起来, 在此令 $\phi \equiv u$ 或 v , 例如可得

$$\delta u_{i+\frac{1}{2}} = D_{i+\frac{1}{2}} (\delta p_i - \delta p_{i+1}) \quad (16)$$

式中

$$D_{i+\frac{1}{2}} = r_i \delta r (A_1 - S_p)^{-1} \quad (17)$$

于是由于压力和速度修正, 在 $x_{i+\frac{1}{2}}$ 处通过网格面的质量流量变化为

$$\delta m_{i+\frac{1}{2}} = r_i \delta r \left[\left(\frac{Mu}{RT} \delta p \right)_{i+\frac{1}{2}} + (\rho D)_{i+\frac{1}{2}} (\delta p_i - \delta p_{i+1}) \right] \quad (18)$$

借助方程(18), 连续方程可以用压力修正来写出, 于是得到

$$\delta m_{i+\frac{1}{2}} - \delta m_{i-\frac{1}{2}} + \delta m_{i+\frac{1}{2}} - \delta m_{i-\frac{1}{2}} + \bar{M}_p = 0 \quad (19)$$

式中 M_p 是点 (i, j) 周围的物质源, 可以写成

$$M_p = r_i \delta r [(\rho u)_{i+\frac{1}{2}} - (\rho u)_{i-\frac{1}{2}}] + \delta x [(r\rho v)_{i+\frac{1}{2}} - (r\rho v)_{i-\frac{1}{2}}] \quad (20)$$

经过一些变换后把方程(18)的 δm 项代入方程(19), 可得 δ_p 的方程(参看方程(12))。

$$A_1 \delta p_{i,j} = A_2 \delta p_{i+1,j} + A_3 \delta p_{i-1,j} + A_4 \delta p_{i,j+1} + A_5 \delta p_{i,j-1} - M_p \quad (21)$$

这样, 方程(21)就给出了点 (i, j) 的压力修正(即在第 n 次与第 $n+1$ 次回迭代时计算的净质量生成率。在正向及逆向反应均存在时可写

$$\sum_i \alpha_{i,j} X_i - \sum_i \beta_{i,j} X_i = 0 \quad (22)$$

式中 $\alpha_{i,j}$ 和 $\beta_{i,j}$ 分别代表一组反应的第 j 个反应中, 反应物和生成物两侧 X_i 组分参加反应的分子数。于是净反应率就是正向反应率与逆向反应率之差:

$$\left. \begin{aligned} \text{净反应率}_j &= k_{f,j} N^{\sum_i \alpha_{i,j} - 1} \prod_i \left(\frac{F_i \rho}{M_i} \right)^{\alpha_{i,j}} \\ &\quad - k_{r,j} N^{\sum_i \beta_{i,j} - 1} \prod_i \left(\frac{F_i \rho}{M_i} \right)^{\beta_{i,j}} \quad [\text{k molc} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}] \\ w_i &= M_i \sum_j \text{净反应率}_j \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}] \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中 $N = 6.023 \times 10^{23}$, ρ 的单位是 $[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$, M_i 是组分的分子量, 正向和逆向反应率系

数 $k_{f,i}$ 和 $k_{r,i}$ 是以 $[\text{ml} \cdot \text{molecule} \cdot \text{sec}]$ 为单位。正向反应率系数可以很方便地表示成

$$k_{f,i} = Z \bar{T}^n \exp(-E/\bar{T}) \quad (24)$$

其中 \bar{T} 是当地平均温度。逆向反应率系数可以从下式求得:

$$k_{r,i} = k_{f,i} K_{e,i}^{-1} \quad (25)$$

其中 $K_{e,i}$ 称为反应 i 的平衡常数, 且由下式给出:

$$\ln K_{e,i} = -\frac{\Delta G_i^0}{R\bar{T}} + \sum_j (\alpha_{j,i} - \beta_{j,i}) \ln R\bar{T} \quad (26)$$

式中 ΔG_i^0 是反应中标准 Gibbs 自由能的变化量。每一种组分的定压比热都被表示为温度的多项式的形式:

$$C_p = \sum_{n=-1}^{n+4} a_n \bar{T}^n \quad (27)$$

在标准状态下焓 h^0 , 熵 S^0 和 Gibbs 自由能分别由下列公式给出:

$$h^0 = \int_T C_p d\bar{T} + (C_h - a_{-1}) \quad (28)$$

$$S^0 = \int_T \frac{C_p d\bar{T}}{\bar{T}} + C_s \quad (29)$$

$$G^0 = h^0 - \bar{T} S^0 \quad (30)$$

式中积分常数可以从每一组分生成的标准焓和标准熵中导出。

对于第 i 种化学组分的源项 $S_{\phi,i}$, 由包含那种组分的所有化学反应率相加而得。通过调整下列二式, 可以使源项线性化:

$$S_p = V(\delta S_{\phi,i} / \delta F_i)$$

$$B = V[S_{\phi,i} - F_i(\delta S_{\phi,i} / \delta F_i)]$$

因此有 $B + S_p F_i = V S_{\phi,i}$ 。这正是方程 (13) 所要求的。

计算方法 方程 (12) 和 (21) 形成了有限差分方程的核心。前者可应用于流场变量 u, v, H, k, c, g 和 F_i 的任何一个, 压力 p 可以从方程 (21) 求得。密度由状态方程算出, 而温度可从当地焓回推而算出。有限差分方程对全部(二维)解范围内每一变量均可求解, 用的是交错方向的三重对角线矩阵算法 (TDMA) [17]。对方程求解是先对 x 方向, 然后对 r 方向, 在每次迭代中逐次应用 TDMA 法。计算的顺序可以概括为如下的步骤: ①最初对流场中每个网格点给定一个猜测的值(这些值对程序的总执行时间是不灵敏的); ②为了计算压力分布, 要解轴向和径向速度分量的控制方程; ③压力场和速度场调整到满足上述连续方程; ④对剩下的变量如焓, 湍流特性, 化学组分浓度以及生成率再进行求解; ⑤按上述顺序反复迭代, 直至得到收敛的解为止。

对于一个典型的计算, 用 CDC-7600 计算机计算, 运算时间约为 1 小时, 通常要几千次迭代。目前我们正在研究既大大减少运算时间又不降低精度的新计算方法。在实际计算中, 方便的办法是仅在回流起重要作用的那段流场上应用迭代方法, 而进一步向下游的计算用快速的一次向前推进算法。这些与下文引入的近似假定有关。

忽略回流情况的分析 当轴向扩散项很小时, 控制方程可写成如下的近似形式:

$$(a) \text{ 轴向动量守恒方程 } \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (31)$$

$$(b) \text{ 径向动量守恒方程 } \rho u \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial r} \quad (32)$$

(c) 能量守恒方程

$$\rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{r \mu}{\sigma_H} \frac{\partial H}{\partial r} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu \left(1 - \frac{1}{\sigma_H} \right) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{2} u^2 \right) \right] \quad (33)$$

(d) 化学组分守恒方程

$$\rho u \frac{\partial F_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial F_i}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{r \mu}{\sigma_{s_i}} \frac{\partial F_i}{\partial r} \right] + w_i \quad (34)$$

(e) 湍流动能方程

$$\rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{r \mu}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial r} \right] + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - \rho \varepsilon \quad (35)$$

(f) 湍能耗散率方程

$$\rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{r \mu}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] + C_1 \frac{\varepsilon}{k} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - C_2 \rho \varepsilon^2 k^{-1} \quad (36)$$

(g) 脉动分量方程

$$\rho u \frac{\partial g}{\partial x} + \rho v \frac{\partial g}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{r \mu}{\sigma_g} \frac{\partial g}{\partial r} \right] + C_{r1} \mu \left(\frac{\partial \bar{f}}{\partial r} \right)^2 - C_{r2} \rho \varepsilon g k^{-1} \quad (37)$$

这些方程可用[1]所描述的分析方法求解, 但要与上述径向动量运输联系起来考虑。

应用 (略——译者)

结论

我们讨论了允许有回流和径向压力梯度影响的, 有化学反应的, 轴对称火箭排气火焰的湍流结构的一般计算方法, 并且讨论几个应用实例。首先指出的是这种算法可以满意地解释观察到的火焰特性, 当然对计算方法还有必要进行更严格更综合的试验。目前我们正在进行的工作是: 大幅度缩短计算机程序的运行时间, 把计算对象推广到处理三维非轴对称流体, 以及计算活泼的和化学上惰性的凝聚粒子温度和反应率延迟等计算程序。

参 考 文 献 (略)

卫景彬译自: *Combustion and Flame*, **34** (1979): 309—326 (傅维标校)