

# 广义连续统场论的简略综述评论

西南交通大学 辽宁大学 戴天民

## 一、理论的发展

古典连续介质力学常常局限于在力学范围内考虑和处理问题。随着科学技术的发展和生产实际的要求,提出了许多按古典连续介质力学所不能解释或不能解决的现象和问题。此外,就是在按传统的看法认为用不着多少力学或者认为看来不一定能够用上力学的部门和学科中,实际也存在着许多力学现象和问题,这是通过各学科间的相互渗透和相互促进过程中认识到的。所以除了继续加强古典连续统理论外,还要建立新的连续统模型和相应的新理论,以及解决问题的各种方法和手段,使之满足客观实际的需要。广义连续介质力学就是这样应运而生并不断发展和扩充研究范围和应用领域,从而逐渐形成了广义连续统场论。在古典连续介质力学中采用的基本假定有: 1. 把物体看做是具有三个自由度的质点的集合; 2. 全部守恒定律,对物体的任意微小部分都成立; 3. 物体任意点的状态,只受该点的任意小邻域的影响。

这里第1个假定略去了物体的质点的极性性质,第2个假定排除了载荷对物体运动和状态变化的长程效应,而第3个假定则忽略了质点的长程交互作用。

极性连续介质力学的基础是:保留古典连续统理论的第2个和第3个假定,并把第1个假定改为:在整体的宏观运动中,每个质点可以看做是一个微小物体进行微运动。如果只允许微小物体作刚性运动,则称这种连续统理论为微极(micropolar)连续介质力学,如果还允许微小物体变形,则称为微态(micromorphic)连续介质力学。由于所采用的模型的变化,在古典连续统理论中的各个环节也都要进行相应的修改。例如,在古典连续统理论中的应变只需要刻划点与邻点间距离的变化,而在微极连续介质力学中,还需刻划点与邻点间微运动的差别;柯西应力原理需要扩充,应力张量不再是对称的;质点除具有质量外,还具有自旋惯性等。为了看清微极连续介质力学与古典连续介质力学的差别,下面分别给出微极弹性固体和微极流体的最特殊情况的场方程和本构关系式。

微极弹性固体是由可以平移和独立进行转动的微小刚性物质粒子所组成的固体。设  $\mathbf{u}$  和  $\boldsymbol{\varphi}$  分别为物体质点的位移向量和微转动向量,  $\rho_0$  和  $j_{0,kl}$  及  $\rho$  和  $j_{kl}$  分别为变形前及变形后的质量密度和微惯性张量,  $j$  为每单位质量的惯性矩,  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{l}$  为体力偶密度,则线性各向同性微极弹性固体的场方程具有下列形式:

$$\rho/\rho_0 = 1 + \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (1a)$$

$$j_{:l} = j_{0:l} = j \delta_{kl} \quad (1b)$$

$$(\lambda_e + 2\mu_e + \kappa_e) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} - (\mu_e + \kappa_e) \nabla \times \nabla \times \mathbf{u} - \kappa_e \nabla \times \boldsymbol{\varphi} + \rho(\mathbf{f} - \ddot{\mathbf{u}}) = 0 \quad (1c)$$

$$(\alpha_e + \beta_e + \gamma_e) \nabla \nabla \cdot \boldsymbol{\varphi} - \gamma_e \nabla \times \nabla \times \boldsymbol{\varphi} + \kappa_e \nabla \times \mathbf{u} - 2\kappa_e \boldsymbol{\varphi} + \rho(\mathbf{l} - j \ddot{\boldsymbol{\varphi}}) = 0 \quad (1d)$$

这里  $\lambda_e, \mu_e, \kappa_e, \alpha_e, \beta_e$  和  $\gamma_e$  为物质模量。上列场方程组是耦合的。在适当的边界条件和初始条件下可以解出位移向量  $\mathbf{u}$  和微转动向量  $\boldsymbol{\varphi}$  等。设  $t_{kl}$  和  $m_{kl}$  为应力张量和力偶应力张量，则本构方程具有下列形式：

$$t_{kl} = \lambda_e \delta_{kl} e_{mm} + (\mu_e + \kappa_e) e_{kl} + \mu_e e_{l,k} \quad (2a)$$

$$m_{kl} = \alpha_e \delta_{kl} \gamma_{mm} + \beta_e \gamma_{kl} + \gamma_e \gamma_{l,k} \quad (2b)$$

式中应变张量  $e_{kl}$  和  $\gamma_{kl}$  为

$$e_{kl} = u_{l,k} - \varepsilon_{klm} \varphi_m \quad (3a)$$

$$\gamma_{kl} = \varphi_{l,k} \quad (3b)$$

这里  $\varepsilon_{klm}$  为交替张量。

若  $\kappa_e = \alpha_e = \beta_e = \gamma_e = 0, l = 0, j = 0$ ，从而  $\boldsymbol{\varphi} = 0$ ，则由(1)和(2)得

$$\rho/\rho_0 = 1 + \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (4a)$$

$$(\lambda_e + \mu_e) \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + \mu_e \nabla^2 \mathbf{u} + \rho(\mathbf{f} - \ddot{\mathbf{u}}) = 0 \quad (4b)$$

$$t_{kl} = \lambda_e \delta_{kl} e_{mm} + 2\mu_e e_{kl} \quad (5)$$

这里  $e_{kl} = u_{l,k}$ ， $\lambda_e$  和  $\mu_e$  为拉麦常数。(4)和(5)便是古典弹性理论中线性的各向同性弹性固体的场方程和本构关系式。

微极流体是一类还可以承受力偶应力和体力偶的流体。设  $\pi$  为动压力， $\rho$  和  $j_{kl}$  为质量密度和微惯性张量， $j$  为每单位质量的惯性矩， $\mathbf{v}$  和  $\boldsymbol{\nu}$  为速度向量和角速度向量， $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{l}$  为体力和体力偶密度，则线性的可压缩微极流体的场方程组具有下列形式：

$$(\partial \rho / \partial t) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (6a)$$

$$-\nabla \pi + (\lambda_v + 2\mu_v + \kappa_v) \nabla \nabla \cdot \mathbf{v} - (\mu_v + \kappa_v) \nabla \times \nabla \times \mathbf{v} + \kappa_v \nabla \times \boldsymbol{\nu} + \rho(\mathbf{f} - \dot{\mathbf{v}}) = 0 \quad (6b)$$

$$(\alpha_v + \beta_v + \gamma_v) \nabla \nabla \cdot \boldsymbol{\nu} - \gamma_v \nabla \times \nabla \times \boldsymbol{\nu} + \kappa_v \nabla \times \mathbf{v} - 2\kappa_v \boldsymbol{\nu} + \rho(\mathbf{l} - j \dot{\boldsymbol{\nu}}) = 0 \quad (6c)$$

$$Dj_{kl}/Dt + (\varepsilon_{kmr} j_{ml} + \varepsilon_{lmr} j_{mk}) \nu_r = 0 \quad (6d)$$

在适当的边界条件和初始条件下可解出速度和角速度向量  $\mathbf{v}, \boldsymbol{\nu}$  等。本构方程形式如下：

$$t_{kl} = -\pi \delta_{kl} + \lambda_v \delta_{kl} A_{mm} + (\mu_v + \kappa_v) A_{kl} + \mu_v A_{l,k} \quad (7a)$$

$$m_{kl} = \alpha_v \delta_{kl} B_{mm} + \beta_v B_{kl} + \gamma_v B_{l,k} \quad (7b)$$

式中

$$A_k = v_{l,l} + v_{kl}, \quad B_{kl} = v_{k,l} \quad (8)$$

若  $\kappa_v = \alpha_v = \beta_v = \gamma_v = 0, l = 0, j = 0$ ，从而  $\boldsymbol{\nu} = 0$ ，故由(6)和(7)得

$$\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (9a)$$

$$-\nabla \pi + (\lambda_v + \mu_v) \nabla \nabla \cdot \mathbf{v} + \mu_v \nabla^2 \mathbf{v} + \rho(\mathbf{f} - \dot{\mathbf{v}}) = 0 \quad (9b)$$

$$t_{kl} = -\pi \delta_{kl} + \lambda_v \delta_{kl} d_{mm} + \mu_v d_{kl} \quad (10)$$

这里

$$d_{kl} = \frac{1}{2}(v_{k,l} + v_{l,k}) \quad (11)$$

对于不可压缩流体， $\rho = \text{常数}$ ， $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ ，而  $\pi$  用由边界条件确定的压力  $p$  代替。

物体总是由具有某种特征长度(尺寸或距离)的子物体(原子、分子、颗粒等)所组成的,外载荷也具有特征长度或特征时间(如外载荷具有光滑分布的区域的尺寸,波长,频率等)。当内、外特征长度接近时,古典的局部连续介质理论就不再适用。这时必须放弃古典连续介质理论中的第2个和第3个假定,而采用非局部连续介质理论。非局部连续介质理论不是微观理论,用的仍然是唯象的方法,但考虑到由于微观性质所引起的效应。这就使得有希望在古典的唯象理论和原子、分子理论间架起桥梁,从而有可能解释或解决古典连续介质理论所不能解释或不能解决的一大类物理现象和问题。为了看清非局部连续介质力学和古典连续介质力学的差别,下面分别给出非局部弹性固体和非局部流体的最特殊情况的场方程和本构关系式。

设物体所占据的体积为 $V$ ,它的边界为 $A$ , $\rho$ 为质量密度, $f$ 为体力密度, $u$ 为位移向量, $x$ 为位置向量, $x'$ 为对于 $x$ 的所有其它点的位置向量,则线性的各向同性非局部弹性固体的场方程具有下列形式:

$$(\lambda_e + 2\mu_e)\nabla\nabla \cdot u - \mu_e \nabla \times \nabla \times u + \int_V [(\lambda'_e + 2\mu'_e)\nabla\nabla \cdot u(x') - \mu'_e \nabla \times \nabla \times u(x')]dV(x') - \int_A t'_k da_k(x') + \rho(f - \ddot{u}) = 0 \quad (12)$$

这里 $\lambda_e$ 和 $\mu_e$ 及 $\lambda'_e(|x-x'|)$ 和 $\mu'_e(|x-x'|)$ ,分别为弹性固体的局部弹性模量和非局部弹性模量, $t'_k$ 为非局部表面力。本构方程具有下列形式:

$$t_{ki} = \lambda_e \delta_{ki} e_{mm} + 2\mu_e e_{ki} + \int_V [\lambda'_e \delta_{ki} e_{mm}(x') + 2\mu'_e e_{ki}(x')]dV(x') \quad (13)$$

这里 $e_{ki}$ 为线性应变张量。

在(12)和(13)中,积分项是反映非局部效应的。若把非局部效应略去,则(12)和(13)就归结为古典弹性理论中线性的各向同性弹性固体的场方程和本构方程。

线性的非局部流体的场方程具有下列形式:

$$\partial\rho/\partial t + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (14a)$$

$$-\nabla\pi + (\lambda_v + 2\mu_v)\nabla\nabla \cdot v - \mu_v \nabla \times \nabla \times v + \int_V [(\lambda'_v + 2\mu'_v)\nabla\nabla \cdot v(x') - \mu'_v \nabla \times \nabla \times v(x')]dV(x') - \int_A t'_k da_k(x') + \rho(f - \dot{v}) = 0 \quad (14b)$$

这里, $\lambda_v$ 和 $\mu_v$ 及 $\lambda'_v(|x-x'|)$ 和 $\mu'_v(|x-x'|)$ 分别为流体的局部粘性系数和非局部粘性系数, $t'_k$ 为非局部表面力。本构方程为

$$t_{ki} = (-\pi + \lambda_v d_{mm})\delta_{ki} + 2\mu_v d_{ki} + \int_V \{[\sigma' + \lambda'_v d_{rr}(x')]\delta_{ki} + 2\mu'_v d_{ki}(x')\}dV(x') \quad (15)$$

式中 $\sigma'$ 为表面张力。在(14)和(15)中,积分项是反映非局部效应的。若把非局部效应略去,则(14)和(15)就归结为古典流体力学中线性的粘性流体的场方程和本构关系式。

非局部连续介质力学和极性连续介质力学结合起来,就形成非局部极性连续介质力学。

广义连续介质力学包括极性连续介质力学和非局部连续介质力学,以及非局部极性连续介质力学。广义连续统场论包括极性连续统场论和非局部连续统场论,以及非局部极性连续

统场论。广义连续介质力学是对古典连续介质力学的改进和扩展。早在1887年 W. Voigt 就曾提出,物体的一部分对其邻近部分的作用,可能引起体力偶和面力偶的猜想。接着,1893年 P. Duhem 曾经指出,对于固体的宏观性状来说,如果能用方向子(director)向量表示的具有附加自由度的粒子的连续统模型来描述,那就可能会确切些。法国科学家 E. Cosserat & F. Cosserat 两兄弟于1909年成功地实现了 Voigt 和 Duhem 的猜想,提出了有向粒子连续统理论<sup>[1,2]</sup>。后来大家为了纪念他俩的贡献就称之为 Cosserat 连续统理论。这样一个新的连续统模型提出以后,在当时并没有引起应有的重视,主要是都没有看到它的重要意义,而且只有少数人,例如 K. Heun(1913), E. Killing(1914), C. Truesdell(1952), W. Günther & H. Schäffer(1953) 等曾经提到过它。

过了将近半个世纪,到了1958年, J. L. Ericksen & Truesdell<sup>[3]</sup> 进一步阐明了方向子的概念并提出了杆和壳中应力和应变的准确理论。同年, Günther<sup>[4]</sup> 研究了 Cosserat 连续统静力学和运动学问题,并指出了它与连续位错理论的联系。这两篇论文是重新认识和唤起重视 Cosserat 连续统理论的重要文献。

有关弹性固体方面的早期工作,有 G. Grioli<sup>[5]</sup> (1960), Truesdell & R. A. Toupin<sup>[6]</sup> (1960), Schäffer<sup>[7]</sup> (1962), R. D. Mindlin & Tiersten<sup>[8]</sup> (1962), Toupin<sup>[9]</sup> (1964) 等人提出的有关连续统理论,它们也常被称为受约束的(Constrained)连续统理论。1964年, Toupin<sup>[10]</sup> 提出有力偶应力的弹性理论, Mindlin<sup>[11]</sup> 建立了具有微结构的弹性理论, A. E. Green & R. S. Rivlin<sup>[12,13]</sup> 提出了多极连续介质力学, B. A. Пальмов<sup>[14]</sup> 建立了非对称弹性理论, A. C. Eringen & E. S. Suhubi<sup>[15]</sup> 提出了微弹性固体的非线性理论。1967年 Eringen<sup>[16]</sup> 发表了比较完整的微态连续介质力学,并对[15]的微态弹性固体理论与[10—14]中提出的各种连续统理论之间的关系做了阐述,同时说明了他本人建立的微极弹性理论<sup>[17,18]</sup> 是一种特殊情形。1972年他又提出了具有记忆的微态物质理论<sup>[19]</sup>。

在微连续统流体力学方面, Eringen<sup>[20]</sup> 于1964年提出简单微流体理论,其中首次给出了微惯性守恒定律,并建立了微态流体的基本方程。他于1966年对微极流体理论做了深入的研究<sup>[21]</sup>。1969年又提出了做为微态流体的一种子类的具有拉伸的流体理论<sup>[22]</sup>。另外, S. J. Allen, C. N. De Silva & K. A. Kline<sup>[23]</sup> 提出了简单的可变形流体理论, P. N. Kaloni & C. N. De Silva<sup>[24]</sup> 提出了有向流体理论, A. D. Kirwan<sup>[25]</sup> 提出了包括非刚性结构的流体理论。另一方面,早在1952年 H. Grad<sup>[26]</sup> 就曾考虑了由于分子相互作用,不是中心的分子组成的流体的力学问题,引进了存在力偶应力和内部角动量的机理,这种流体常称为极流体理论。接着 D. W. Condiff & J. S. Dahler<sup>[27]</sup>, S. C. Cowin<sup>[28]</sup>, M. E. Erdogan<sup>[29]</sup> 对极流体理论做了不少工作。极流体理论只允许是对称的力偶应力张量,而在 Eringen 的微极流体理论中,力偶应力张量和应力张量却是非对称的。各向异性流体是 Ericksen<sup>[30,31]</sup> 建立和发展起来的。Э. Л. Аэро, А. Н. Булыгин и Е. В. Кувшинский 提出了非对称流体力学<sup>[32]</sup>,这是和他们提出的非对称弹性力学相对应的<sup>[33]</sup>。T. Ariman, M. A. Turk & N. D. Sylvester<sup>[34,35]</sup> 对各种微连续统理论和它们之间的关系以及应用情况(直到1974年以前),做了详尽的综述评论。

接着是扩大研究范围。例如,在固体方面, Eringen<sup>[36]</sup> 系统地研究了微极热弹性理论的基础,并对各种情况做了深入的讨论;1972年他提出热微流体理论<sup>[37]</sup>;他在微极粘弹性

理论方面做了一系列工作,例如[38],这种理论可以用来处理液晶、血液悬浮等问题;在[39]中他对于变形变率相关物质和具有衰减记忆的物质做了系统的说明,Eringen & C. B. Kafadar 于 1971 年提出了相对论性微极介质理论<sup>[40]</sup>,Eringen & G. A. Maugin 讨论了具有方向子的相对论性连续统<sup>[41]</sup>;R. T. Twiss & Eringen 建立的微态物质的混合物理论<sup>[42]</sup>,是对 Truesdell & Toupin<sup>[6]</sup>,Eringen & J. D. Ingram<sup>[43,44]</sup>,Green & P. M. Naghdi<sup>[46]</sup>,N. T. Dunwoody & I. Müller<sup>[49]</sup>和 R. M. Bowen & J. C. Wiese<sup>[47]</sup>等人的有关热力混合物理论的推广;1978 年 S. Dost & B. Tabarrok<sup>[48]</sup>提出广义的微极热弹性理论等等。

从统一的观点来看,可以把上述所有连续统理论统称为极性连续统场论,这要比称做极性连续统力学更确切些。

E. Kröner<sup>[44]</sup>,И. А. Кривер<sup>[60]</sup>,D. G. B. Edelen<sup>[51]</sup>,Edelen & N. Laws<sup>[52]</sup>,Eringen & Edelen<sup>[53]</sup>,Edelen, Green & Laws<sup>[54]</sup>,Eringen<sup>[55,60]</sup>等学者为建立和发展非局部连续统场论方面做出了贡献。Edelen 在研究非局部连续统理论的同时,非常重视发展与之相关的数学问题。1973 年以来,Eringen 先后发表了非局部电磁弹性固体理论<sup>[57]</sup>,非局部连续统热动力学<sup>[58]</sup>,记忆相关的非局部弹性固体理论<sup>[59]</sup>,非局部热弹性力学<sup>[60]</sup>,最近又发表了非局部塑性力学<sup>[61]</sup>等一系列论文。F. Balta & E. S. Suhubi<sup>[62]</sup>提出了广义的非局部热弹性理论。

从统一的观点来看,可以把上述所有连续统理论统称为非局部连续统场论,这要比称做非局部连续统力学更确切些。

把极性连续统场论和非局部连续统场论结合起来,就形成非局部极性连续统场论。例如,Eringen 的非局部极性弹性连续统理论<sup>[63]</sup>,非局部线性微弹性力学<sup>[64]</sup>和非局部微流体力学<sup>[65]</sup>等,就是这个领域内的典型成果。

上面提到的都属于广义连续统场论中的一般理论。另外还有大量的专题性的研究工作,这些工作对于加深理解一般理论,和把一般理论应用于解决实际问题,是十分必要的。下面就举例一部分工作。

Green, Rivlin & Naghdi 把他们在[66]中提出的方法加以推广,导出了有向和多极连续统力学方程和不连续性条件<sup>[67-69]</sup>;H. Buggisch<sup>[70]</sup>从能量方程出发,通过把它转换为转动系统中去的方法,导出了 Cosserat 连续统的全部基本方程;M. F. Beatty<sup>[71]</sup>于 1976 年把 Noll 公理结构加以推广,把力偶也包括在内,则可直接由 Noll 提出的机械功率客观性公理导出 Cosserat 连续统的全部方程;1973 年 R. Stojanowic<sup>[72]</sup>应用虚功原理和广义的 Piola 定理,导出了全部运动方程和边界条件;1970 年 Eringen<sup>[73]</sup>专门推导了微态力学的平衡定律;P. Germain<sup>[74]</sup>应用虚功率原理给出微态连续统的基本方程;最近,G. Kluge<sup>[75]</sup>研究了具有非协调性的 Cosserat 连续统理论的动量、动量矩和能量平衡方程,并给出了作用在位错和旋错上的力和力矩;1967 年 Beatty<sup>[76]</sup>给出了线性化力偶应力理论中的互易定理;1968 年 A. C. Smith<sup>[77]</sup>把古典的唯一性定理和最小势能原理推广到线性微弹性固体理论中去;1969 年 E. Soos<sup>[78]</sup>给出具有微结构的简单弹性和热弹性物质的唯一性定理;1971 年 D. Iesan<sup>[79]</sup>应用势方法给出微极弹性静力学的存在性定理;1973 年 G. L. Anderson<sup>[80]</sup>给出线性微极弹性理论中的广义正交性条件;1975 年 G. Ahmadi<sup>[81]</sup>研究了线性微极弹性

介质的稳定性问题<sup>[82]</sup>；于1969年 Eringen<sup>[82]</sup>提出微态弹性固体的相容性条件；1975年 Edelen<sup>[83]</sup>讨论了非局部线性弹性理论的相容性条件；1977年 P. P. Teodorescu<sup>[84]</sup>研究了 Cosserat 型固体的相容性条件，对 S. Kessel<sup>[85]</sup>和 Sandru<sup>[86]</sup>的结果给出新的形式；1973年 R. N. Hills<sup>[87]</sup>提出线性微极流体的唯一性定理；G. P. Galdi & S. Rionero<sup>[88]</sup>讨论了微极流体方程解的存在性和唯一性问题；1969年 I. & M. Hlavacek<sup>[89]</sup>给出了力偶应力理论中的胡海昌-鹤津久一郎型和 Hellinger-Reissner 型的变分原理；Icsan 在 [90] 和 [91] 中分别给出了微极弹性理论和非局部弹性动力学的变分原理。

由上述已列举出来的部分结果可以看出，把古典连续统力学的基本定理和有关问题推广到广义连续统场论中去是很自然的，而且是十分必要的。

广义连续统力学这一名词，起源于国际理论和应用力学协会 (IUTAM) 于 1967 年为了纪念法国科学家 Cosserat 两兄弟创建有向粒子连续统理论，和 E. Cartan 提出空间挠率的概念所做的贡献，在西德举行的“广义连续统力学讨论会”。参加讨论会的有国际上知名的力学家、物理学家和数学家。这表示广义连续统力学从 1967 年已被国际学术界所公认，并受到比较广泛的重视。接着由设在 Udine 的国际力学科学中心 (CISM)，于 1969 年、1970 年、1972 年和 1979 年接连举办了由 R. Stojanowic, Eringen, W. Nowacki 和 Brulin 等学者主讲的“极性连续统力学”、“微极热弹性力学基础”、“极性弹性力学”和“微极介质力学”讲座。另外，在有关学术团体的年会或国际性学术讨论会上，例如，在美国的工程科学协会年会，德国的应用数学和力学协会 (GAMM) 年会，离散体系的连续统模型 (CMDS) 国际讨论会，NATO 高级研究所举办的讨论会等，都有关于广义连续统场论方面的论文。

## 二、应用的情况

到目前为止，即使从上述不很完全的有些理论发展的简况来看，广义连续统场论确已发展到一定程度，但在应用方面却仅限于广义连续统场论中的最简单的那部分内容。下面列举若干应用实例，以便大体上了解一下广义连续统场论的可应用性情况。这里所谓“应用”意指三方面含义：1) 解释或解决古典连续统理论中不能解释或解决的现象和问题；2) 解释或解决古典连续统理论解释或解决得不好的现象和问题；3) 处理与古典连续统理论相应的问题。

### 1. 极性连续统理论的应用

1) Eringen<sup>[92]</sup>和 R. Parfitt & Eringen<sup>[93]</sup>研究了线性微极弹性固体场方程的平面波的解，给出了纵波和横波的声频和光频，而且除纵波声频支模式外都是弥散的。当波长为无限时，得到光频支模式的截止频率，利用它可以计算新的微极物质模量，参阅 [94] 和 [95]。在古典弹性理论中，声频支模式是直线，而且不能给出光频支模式，可见微极弹性理论部分地改正了它的缺陷，但当波数较大时，则需采用非局部弹性理论。

2) 关于微极弹性固体中的加速度波的传播问题，曾被 M. F. McCarthy & Eringen<sup>[96]</sup>及 C. B. Kafadar & Eringen<sup>[97]</sup>研究过。G. A. Maugin<sup>[98]</sup>研究了微极粘弹性物质的有关问题。S. Dost & B. Tabarrok<sup>[99]</sup>给出了广义的微极热弹性固体的加速度波的传播问题的结果。最近，Dost<sup>[100]</sup>比较全面地研究了微极弹性固体的加速度波的传播问题，给出了平面波、柱面波和球面波的纵向宏振幅以及横波和纵波微振幅的具体表达式。

3) 1967年以来, G. Herrman & J. D. Achenbach<sup>[101]</sup>把 Mindlin 提出的具有微结构的弹性理论, 应用于研究纤维加强和复合材料的动力性状。他们在描述非均匀固体的动力性状时, 导出与具有微结构的弹性理论类似的数学关系。这就为极性连续统理论的应用又开辟了一条道路。

4) H. Neuber 从1966年以来就开始了 Cosserat 连续体内的应力集中问题的研究, 例如 [102]。Kim & Eringen<sup>[103]</sup>研究了微极无限板中椭圆孔附近的应力分布问题。

5) 从1974年NATO高级研究所举办的, 有地震学家和连续统力学方面专家参加的有关地球动力学和岩石断裂力学讨论会<sup>[104]</sup>, 可以看到地震学对于连续统力学的要求。在该讨论会上, R. Teisseyre 提出了微态连续统理论在地震过程研究中的应用。最近 Iesan<sup>[105]</sup>提出了微极地球模型, 对 [106] 应用古典弹性理论给出的由于地震断层所引起的地球惯性张量的变化做了改进, 并应用微极热弹性动力理论给出了与地震位错等价的体荷载。这是对 [107] 的推广。相对于具有连续性的情形<sup>[108]</sup>, 他给出了在地震学理论中相当重要的具有间断性的互易关系式。应当指出, W. Nowacki<sup>[109]</sup>, J. P. Nowacki<sup>[110, 111]</sup>, Eringen & W. D. Claus<sup>[112]</sup> 等人对微极介质中的位错理论做了研究, 这对实用是有意义的。可见, 广义连续统场论有可能在这方面开拓一个新的应用领域。

6) E. Sternberg & R. Muki<sup>[113]</sup>, U. S. C. O. Ejike<sup>[114]</sup> 基于 Mindlin & Tiersten<sup>[8]</sup> 的力偶应力理论, 研究了 Griffith 断裂问题。最近, H. S. Paul & K. Sridharam<sup>[115]</sup> 研究了微极弹性介质中的相应问题。

7) G. Vörös & I. Kovacs<sup>[116]</sup> 指出, 即使在古典弹性连续统中, 由于点缺陷的存在, 也可能引起微极效应。他应用弹性单极的概念, 处理了包括点缺陷的微极弹性介质中弹性波的传播问题。

8) A. J. Willson<sup>[117]</sup> 研究了微极圆柱体的弹性振动问题。S. Srinivas<sup>[118]</sup> 研究了微极筒支矩形板的自由振动, Anderson<sup>[80]</sup> 研究了强迫振动问题, 他们都做了数值计算, 并与古典结果进行了比较。

9) 关于剪切流动方面, 例如: Ariman & A. S. Cakmak<sup>[119, 120]</sup> 研究了平行板间的 Couette 流动和 Poiseuille 流动问题; C. J. Penington & S. C. Cowin<sup>[121]</sup> 研究了通过圆管的 Poiseuille 流动和两同心圆筒之间的 Couette 流动问题; Ariman, Cakmak & L. R. Hill<sup>[122]</sup> 研究了同心圆筒之间的 Couette 和 Poiseuille 流动问题; Аэро, Бульгин и Кувшицкий<sup>[32]</sup> 曾研究过在微极流体中球体的平移运动, 最近 P. Brunn<sup>[123]</sup> 应用 Eringen 的微极流体理论给出微极流体的缓慢运动方程的一般解, 并用来计算平移球体和转动球体的阻力, 这是对 Lamb(1932) 关于缓慢运动的不可压缩牛顿流体方程的一般解的推广。

10) 关于微极流体的非定常流动方面, 例如, S. J. Allen & K. A. Kline 研究了由于振荡的平壁引起的流动问题<sup>[124]</sup>, 和由于突然加速的平壁引起的流动问题<sup>[125]</sup>; 最近, A. Mizukami<sup>[126]</sup> 给出了微极流体非定常流动的控制方程的精确解, 其中引用了两个无量纲参数: 耦合系数和特征长度比。当特征长度比为零时, 就过渡到古典的 Navier-Stokes 流体情形。

11) Ariman<sup>[127]</sup> 和 Eringen<sup>[128]</sup> 曾分别应用具有拉伸的微极流体理论和微流体理论, 研究过两平板间的 Poiseuille 流动问题。

12) Kline<sup>[129]</sup>和Allen & Kline<sup>[130]</sup>曾分别研究过在有限区域和任意区域内的流体稳定性问题,并给出了相应问题的稳定性判据。

13) 1977年Kirwan & M. S. Chang<sup>[131]</sup>把微极流体理论应用于Eckman问题,他们指出,如果再做进一步的研究,有可能把微极流体理论应用于行星大气层和海洋表面和底层有关问题的研究中去。

14) 关于血液流动问题已有许多研究。例如: Turk, Sylvester & Ariman应用微极流体理论研究了通过刚性圆管的定常的<sup>[132]</sup>和脉动的<sup>[133]</sup>血液流动问题; Ariman<sup>[134]</sup>应用具有拉伸的微极流体理论分析了小动脉中血液流动问题; Ariman, Turk & Sylvester<sup>[135]</sup>以Eringen的热微流体理论为基础提出了包括红血球变形的血液的微连续统模型; C. K. Kang & Eringen<sup>[136]</sup>研究了微结构对于血液流变性质的影响等。

15) 在润滑问题中出现的某些现象,例如有效粘性的性状,按古典的流体理论就不能给予解释。J. Prakash & P. Sinha<sup>[137]</sup>应用微极流体理论对此进行计算,所得结果与Needs的实验比较符合。

16) 1967年Kirwan<sup>[138]</sup>就开始应用Eringen的微极流体理论描述湍流现象。1968年Eringen & T. S. Chang<sup>[139]</sup>给出比拟各向同性湍流理论的非局部流体模型的解。C. Y. Liu<sup>[140]</sup>导出了微极流体的平行湍流的运动方程。1972年Peddieson<sup>[141]</sup>应用微极流体理论计算剪切流动,他指出模型的宏运动和微运动分别相当于平均运动和涨落运动,而微惯性系数则相当于湍流的特征尺度。Eringen于1972年应用微流体理论,给出管道湍流的微态描述<sup>[142]</sup>。

17) 关于液晶的研究已有大量的文献,其中比较系统的理论有Ericksen-Leslie理论和Lee-Eringen理论,可以看做是两个学派。他们的早期代表作是[143,144]和[145—147],接着又发表了不少研究成果。两个学派理论的基本差异是在本构方程方面,后者是把微运动作为独立本构变量来代替方向子的。液晶可能是极性连续统理论的最合适的应用对象之一。

## 2. 非局部连续统理论的应用

1) 1972年Eringen<sup>[65]</sup>应用非局部弹性理论研究了一维平面波的传播问题,并与基于原子点阵理论计算的弥散曲线和实验结果进行比较,都很符合。这就为非局部连续统理论的应用开创了一个新的局面。接着他于1973年<sup>[148]</sup>研究了高频表面波的传播问题,所得到的弥散曲线也和点阵动力学计算的结果相符。这就使人们看到广义连续统理论有可能解释或解决具有原子尺度的现象和问题的一点希望。

2) 非局部弹性理论在断裂力学中也可显示出它的潜在能力。例如, Eringen & Kim<sup>[149,150]</sup>于1974年应用线性的非局部弹性理论,给出了与裂纹方向垂直的无限远处承受均匀拉应力的板中裂纹尖端的应力集中问题,消除了古典弹性理论给出的裂纹尖端处的应力奇异性。1977年Eringen, Kim & C. G. Speziale<sup>[151]</sup>又进一步研究了有关裂纹尖端的问题。

3) 另一类应用非局部弹性理论取得成功的例子,是处理有关位错问题或更一般的晶格缺陷问题。1977年Eringen把非局部弹性理论应用于处理边缘(edge)位错<sup>[152]</sup>和螺旋(screw)位错<sup>[153]</sup>的应力场和自身能量(self-energy)问题,消除了古典弹性理论给出的应力奇异性。接着Eringen & Balta又研究了非局部六角弹性晶体的边缘位错<sup>[154]</sup>和螺旋位错<sup>[155]</sup>问题。最近, J. Kovacs & G. Vörös<sup>[156]</sup>把Kovacs 1978年在古典弹性理论中应用弹性多极概念来描述各种可能的晶格缺陷的理论,推广到非局部弹性理论中去,从而得到了不再



具有奇异性的非局部应力,而且数字计算结果表明,只在大尺寸的缺陷时,自身能量才趋向于古典理论给出的结果。

4) 1978年Eringen & Demir<sup>[167]</sup>提出板中挤凿(plug)成形的非局部模型。同年,Eringen<sup>[168]</sup>研究了圆柱弹体侵入非局部粘塑性板的问题。可见,非局部连续统理论也有可能成为处理穿甲力学问题的一个工具。

5) Eringen<sup>[60]</sup>研究了非局部 Stokes 流体的二维定常管道流动问题,和由两平行板之一以速度 $v_0$ 平行于其自身的运动而引起的剪切流动问题。

6) Eringen & Demiray<sup>[169]</sup>于1978年提出了气体的非局部扩散问题。

7) Eringen & L. Hajdo<sup>[190]</sup>于1979年把非局部理论应用于电磁弥散(dispersion)问题。

### 3. 非局部极性连续统理论的应用

1) Eringen<sup>[64]</sup>应用非局部微弹性理论,研究了一维平面波的传播问题。

2) Eringen<sup>[101]</sup>于1980年提出各向异性微极流体理论,并用它研究了粘性流体中杆状悬浮的剪切流动问题。

3) 最近,R. K. T. Hsieh<sup>[102]</sup>把Hsieh & J. D. Eshelby(1961)按古典连续统理论处理体积缺陷的分析,推广到非局部微极弹性理论中。这个理论可以计算非局部微极弹性理论中与孤立的体积缺陷相关的长程位移场、应力场和相互作用能量场。所有物理上可能的体积缺陷,可以用体力 and 体力偶分布加以描述,从而扩大了处理缺陷问题的范围。对于诸如位错和旋错的线缺陷,也可以处理。

## 三、我国的研究现状

1979年《力学与实践》创刊号上发表了周培源<sup>[163]</sup>、钱学森<sup>[164]</sup>、钱令希<sup>[165]</sup>和陈宗基<sup>[166]</sup>对于发展我国力学事业的意见,其中对于作为广义连续统场论理论基础的理性力学给予了很高的评价,并指出了我国的发展方向。1979年中国力学学会成立了各力学分支学科专业委员会或专业组,其中钱伟长领导和指导理性力学和数学方法专业组的工作。1979年,由以钱伟长为组长的译审小组,组织翻译了A. C. Eringen主编的《现代连续统物理丛书》,其中第15分册<sup>[167]</sup>、第16分册<sup>[168]</sup>和第17分册<sup>[169]</sup>概括了1976年以前的有关广义连续统场论的主要成果。1979年郭仲衡<sup>[170]</sup>在介绍理性力学时,曾对有关广义连续统理论的主要问题进行了简明扼要的分析。1980年邀请Eringen教授来我国,在兰州大学和中国科学院力学研究所进行了题为“微极连续统理论”的讲学活动。1981年我们对Cosserat连续统理论的历史做了简述并对它的今后发展提出了看法<sup>[171]</sup>。

在我国最早系统介绍微极弹性理论的是李国平和郭友中,他们指出微极波的传输线相似性,这对于微极弹性理论在地震学中的应用十分重要<sup>[172]</sup>。郭仲衡<sup>[173]</sup>给出了非对称自变量线性各向同性张量函数的表示定理,这与微极弹性理论是密切相关的。陈至达应用虚功率原理导出了有限变形极弹性力学的广义变分原理<sup>[174]</sup>。我们也做了一点工作<sup>[175-179]</sup>。另外,还有些同行也正在进行这方面的工作。

## 结 语

在1967年E. Kröner就曾提出,要用广义连续统理论,在唯象模型和微观模型间的鸿沟

上架起一座桥梁的看法。的确,在原子距离和无限波长的范围之间,存在着一个与科学和技术密切相关的非常广阔的物理世界。这可能正是象钱学森和苟清泉<sup>[164]</sup>认为是大有前途的“精细力学”的用武之地。从前述的广义连续统场论的应用示例可见,极性连续统场论可能就相当于“精细力学”,而非局部连续统场论,特别是非局部极性连续统场论,则有可能更进一步,甚至可以处理具有原子尺度的若干物理和力学问题。应当指出的是,到目前为止,所知的应用示例都只用到广义连续统场论中的线性理论,而且只用到一部分特殊情形,可见广义连续统场论还蕴藏着很大的潜在力量。

至今虽已提出了不少有关广义连续统场论方面的理论,但还不够完整;虽已找到了不少有关广义连续统场论方面的应用,但还不够广泛,虽已进行了不少计算工作,但只限于简单的情形;实验工作尚属完全空白,这便是广义连续统场论的现状。这与广义连续统场论所要达到的目的,相差甚远,可见需要做的工作是非常多的。广义连续统场论是交叉性学科分支,它正在和其它有关学科分支相互渗透和相互促进,最后有可能发展成为一门既有完整的理论又有实用价值的新兴学科。

### 参 考 文 献

- 1 Cossirat, E. & Cossirat, F., Sur la mecanique generale, R. C. Acad. Sci., 145(1907): 1139.
- 2 ———, ———, Theorie des corps deformables(1909)
- 3 Ericksen, J. L. & Truesdell, C., ARMA, 2(1958).
- 4 Gunther, W., Abh. Braunsch, Wiss., 10(1958):195
- 5 Grioli, G., Ann. Mat. Pure ed Appl., Ser. 4, 50(1960):389.
- 6 Truesdell, C. & Toupin, R. A., The Classical Field Theories, Handbuch der Physik, Vol. III/1, Springer Verlag, Berlin(1960).
- 7 Schaffer, H., in Miszellen der Angewandten Mechanik, Akademie Verlag(1962):227.
- 8 Mindlin, R. D. & Tiersten, H. F., ARMA, 11(1962):415.
- 9 Toupin, R. A., ARMA, 11(1962):385.
- 10 ———, ARMA, 17(1964):85.
- 11 Mindlin, R. D., ARMA, 16(1964):51.
- 12 Green, A. E. & Rivlin, R. S., ARMA, 16(1964):325.
- 13 ———, ———, ARMA, 17(1964):133.
- 14 Пальмов, В. А., ПИММ, 28(1964):401.
- 15 Eringen, A. C. & Suhubi, E. S., IJES, 2(1964):189—389.
- 16 ———, in mechanics of Generalized Continua(ed. by E. Kroner)(1968).
- 17 ———, in Proc. 9th Midwestern Mechanics Congress, 3, Part 1, Wiley(1967):23.
- 18 ———, J. Math. & Mech., 15(1966):909.
- 19 ———, IJES, 10(1972):623.
- 20 ———, IJES, 2(1964):205.
- 21 ———, J. Math. & Mech., 16(1966):1.
- 22 ———, IJES, 7(1969):115.
- 23 Allen, S. J., De Silva, C. N. & Kline, K. A., Phys. Fluids, 10(1967):2551.
- 24 Kaloni, P. N. & De Silva, C. N., ibid, 13(1970):1708.
- 25 Kirwan, Jr., A. D., ibid, 11(1968):1440.
- 26 Grad, H., Comm. Pure Appl. Math., 5(1952):455.
- 27 Condiff, D. W. & Dahler, J. S., Phys. Fluids, 7(1964):842.
- 28 Cowin, S. C., ibid, 11(1968).
- 29 Erdogan, M. E., Rheol. Acta, 9(1970):434.

- 30 Ericksen, J. L., ARMA, 4(1959/60):231.
- 31 —, Trans. Soc. Rheol., 4(1960):29.
- 32 Аэро, Э. Л., Булыгин, А. Н., Кувшинский, Е. В., ПИММ, 2(1965):297.
- 33 Аэро, Э. Л., Кувшинский, Е. В., Физ. твёрд. тела, 5(1963):2591.
- 34 Ariman, T., Turk, M. A. & Sylvester, N. D., IJES, 11(1973):905.
- 35 —, —, —, IJES, 12(1974):273.
- 36 Eringen, A. C., Foundations of Micropolar Thermoelasticity, Springer Verlag, N. Y. (1970).
- 37 —, J. Math. Anal. Appl., 38(1972):480.
- 38 —, IJES, 5(1967):191.
- 39 —, Polar and Nonlocal Theories of Continua, Bogazici University, Istanbul, Turkey (1974).
- 40 —, Kafadar, C. B., IJES, 9(1971):307.
- 41 —, Maugin, G. A., J. Math. Phys., 13(1972):1778.
- 42 Twiss, R. J. & Eringen, A. C., IJES, 9(1971):1019; 10(1972):437.
- 43 Eringen, A. C. & Ingram, J. D., IJES, 3(1965):197.
- 44 Ingram, J. D. & Eringen, A. C., IJES, 5(1967):289.
- 45 Green, A. E. & Naghdi, P. M., IJES, 3(1965):271.
- 46 Dunwoody, N. T. & Muller, I., ARMA, 29(1968):344.
- 47 Bowen, R. M. & Wicsek, J. C., IJES, 7(1969):689.
- 48 Dost, S. & Tabarrok, B., IJES, 16(1978):173.
- 49 Kroner, E., Int. J. Solids Struct., 3(1967):731.
- 50 Kunin, I. A., in Mechanics of Generalized Continua(ed. by E. Kroner)(1968).
- 51 Edelen, D. G. B., ARMA, 34(1969):283.
- 52 —, Laws, N., ARMA, 43(1971).
- 53 Eringen, A. C. & Edelen, D. G. B., Green, A. E., Laws, N., ARMA, 43(1971):36.
- 54 Edelen, D. G. B., Green, A. E. & Laws, N., ARMA, 43(1971):36.
- 55 Eringen, A. C., IJES, 10(1972):425.
- 56 —, IJES, 10(1972):561.
- 57 —, J. Math. Phys., 14(1973):723.
- 58 —, in Modern Development in Thermodynamics(ed. by B. Gal-Or)(1974):121.
- 59 —, Lett. Appl. Engng. Sci., 2(1974):145.
- 60 —, IJES, 12(1974):1063.
- 61 —, IJES, 19(1981):1461.
- 62 Balta, F. & Suhubi, E. S., IJES, 15(1977):579.
- 63 Eringen, A. C., IJES, 10(1972):1.
- 64 —, Lett. Appl. Engng. Sci., 1(1973):129.
- 65 —, IJES, 11(1973):291.
- 66 Green, A. E. & Rivlin, R. S., ZAMP, 15(1964):290.
- 67 —, IJES, 3(1965):533.
- 68 —, Naghdi, P. M. & Rivlin, R. S., IJES, 3(1965):611.
- 69 —, —, IJES, 4(1966):96.
- 70 Buggisch, H., ZAMM, 53(1973):68.
- 71 Beatty, M. F., ARMA, 24(1967):264.
- 72 Stojanovic, R., ZAMM, 53(1973):79.
- 73 Eringen, A. C., IJES, 8(1970):819.
- 74 Germain, P., in Trends in Applications of Pure Mathematics to Mechanics(1976).
- 75 Kluge, G., in Continuum Models of Discrete Systems 4(ed. by O. Brulin & R. K. T. Hsieh)(1981).
- 76 Beatty, M. F., Acta Mech., 3(1976):154.
- 77 Smith, A. C., IJES, 6(1968):65.

- 78 Soos, E., IJES, 7(1969):257.
- 79 Icsan, D., IJES, 9(1971):59.
- 80 Andersón, G. L., IJES, 1(1973):21.
- 81 Ahmadi, G., IJES, 13(1975):111.
- 82 Eringen, A. C., J. Math. & Mech., 19(1969):473.
- 83 Edelen, D. G. B., IJES, 13(1975):571.
- 84 Teodorescu, P. P., Mech. Res. Comm., 4(1977):63.
- 85 Kessel, S., Abh. d. Braunsch. Wiss. Ges., 17(1965):51.
- 86 Sandru, N., IJES, 4(1966):81.
- 87 Hills, R. N., IJES, 11(1973):369.
- 88 Galdi, G. P. & Rionero, S., IJES, 15(1977):105.
- 89 Hlavacek, I. & M., Apl. Mat., 14(1969).
- 90 Icsan, D., IJES, 7(1969):1213.
- 91 —, IJES, 15(1977):693.
- 92 Eringen, A. C., in Fracture, Vol. II(ed. by Liebowitz), Academic Press, N. Y. (1968).
- 93 Parfitt, V. R. & Eringen, A. C., J. Acoust. Soc. Amer., 45(1969):1258.
- 94 Blakanski, M. & Teng, M. K., Physics of the Solids,
- 95 Askar, A., IJES, 10(1972):293.
- 96 McCarthy, M. F. & Eringen, A. C., IJES, 7(1969):447.
- 97 Kafadar, C. B. & Eringen, A. C., IJES, 9(1971):271.
- 98 Maugin, G. A., IJES, 12(1974):143.
- 99 Dost, S. & Tabarrók, B., IJES, 16(1978):173.
- 100 —, IJES, 20(1982):769.
- 101 Herrman, G. & Achenbach, J. C., in Mechanics of Generalized Continua(1968).
- 102 Neuber, H., Acta Mech., 2(1966):48.
- 103 Kim, B. S. & Eringen, A. C., Lett. Appl. Engng. Sci., 1(1973):381.
- 104 Continuum Mech. Aspect of Geodyn. and Rock Fract. Mech., ed. by Thoft-Christensen (1974)
- 105 Icsan, D., IJES, 19(1981):855.
- 106 Rice, J. R. & Chinnery, M. A., J. R. Aster. Soc., 29(1972):79.
- 107 Burridge, R. & Knopoff, L., Bull. Seism Soc. Amer., 54(1964):1875.
- 108 Icsan, D., IJES, 7(1969):1213.
- 109 Nowacki, W., Bull. Acad Polon. Sci., Ser. Techn., 21(1973):431.
- 110 —, *ibid*, 21(1973):585.
- 111 —, *ibid*, 22(1974):379.
- 112 Claus, W. D. & Eringen, A. C., IJES, 9(1971):605
- 113 Sternberg, E. & Muki, R., Int. J. Solids Structures, 3(1967):69.
- 114 Ejike, U. B. C. O., IJES, 7(1969):934.
- 115 Paul, H. S. & Sridharam, K., in Continuum Models of Discrete Systems 4 (ed. by O. Brulin & R. K. T. Hsieh)(1981).
- 116 Voros, G. & Kovacs, I., IJES, 20(1982):379.
- 117 Willson, A. J., IJES, 10(1972):17.
- 118 Srinivas, S., IJES, 11(1973):215.
- 119 Ariman, T. & Cakmak, A. S., Phys. Fluids, 10(1967):2497.
- 120 —, —, Rheol. Acta, 7(1967):236.
- 121 Pennington, C. J. & Cowin, S. C., Trans. Soc. Rheol., 14(1970):219.
- 122 Ariman, T., Cakmak, A. S. & Hill, L. R., Phys. Fluids, 10(1967):2545.
- 123 Brunn, P., IJES, 20(1982):575.
- 124 Allen, S. J. & Kline, K. A., Trans. Soc. Rheol., 14(1970):39.
- 125 Kline, K. A. & Allen, S. J., Phys. Fluids, 13(1970):263.
- 126 Mizukami, A., in Continuum Models of Discrete Systems 4(ed. by O. Brulin & R. K.

- T. Hsich)(1981).
- 127 Ariman, T., *Rheol. Acta*, **9**(1970):542.
  - 128 Eringen, A. C., in *Heat and Mass Transfer*(ed. by W. R., Schowalter), **5**(1972).
  - 129 Kline, K. A., *Trans. Soc. Rheol.*, **14**(1970):335.
  - 130 Allen, S. J. & Kline, K. A., *ibid*, **12**(1968):457.
  - 131 Kirwan, A. D. & Chang, M. S., *IJES*, **14**(1977):685.
  - 132 Turk, M. A., Sylvester, N. D. & Ariman, T., in *Developments in Theoretical and Applied Mechanics*(ed. by E. C. Henneke & S. C. Kranz), **6**(1972).
  - 133 —, —, —, *Trans. Soc. Rheol.*, **17**(1973):1.
  - 134 Ariman, T., *J. Biomechanics*, **4**(1971):185.
  - 135 —, Turk, M. A. & Sylvester, N. D., in *ASME Biomechanics Symposium* (ed. by Y. C. Fung & J. A. Brighton)(1973).
  - 136 Kang, C. K. & Eringen, A. C., *Bull. Math. Biol.*, **38**(1976):135.
  - 137 Prakash, J. & Sinha, P., *IJES*, **13**(1975):217.
  - 138 Kirwan, A. D. Jr., *Phys. Flu.*, Suppl., **S85**(1967).
  - 139 Eringen, A. C. & Chang, T. S., in *Recent Adv. Engng. Sci.* (1968):1.
  - 140 Liu, C. Y., *IJES*, **8**(1970):457.
  - 141 Peddicson, J., Jr., *IJES*, **10**(1972):23.
  - 142 Eringen, A. C., *J. Math. Anal. & Appl.*, **39**(1972):253.
  - 143 Ericksen, J. L., *ARMA*, **23**(1965):511.
  - 144 Leslie, F. M., *ARMA*, **28**(1968):265.
  - 145 Lee, J. D. & Eringen, A. C., *J. Chem. Phys.*, **54**(1970):5027.
  - 146 —, —, *ibid*, **55**(1971):4504.
  - 147 —, —, *ibid*, **55**(1971):4509.
  - 148 Eringen, A. C., *Lett. in Appl. Engng. Sci.*, **1**(1973):11.
  - 149 —, Kim, B. S., in *Continuum Mechanics Aspects of Geodynamics and Rock Fracture Mechanics*(ed. by P. Thoft-Christensen)(1974).
  - 150 —, —, *Mech. Res. Comm.*, **1**(1974):233.
  - 151 —, —, *Speziale, C. G., J. Mech. Phys. Solids*, **25**(1977):339.
  - 152 —, *IJES*, **15**(1977):177.
  - 153 —, *J. Phys. D:Appl. Phys.*, **10**(1977):671.
  - 154 —, *Crystal Lattice Defects*, **8**(1979):13.
  - 155 —, Balta, F., *ibid*, **7**(1978):183.
  - 156 Kovas, J. & Voros, G., in *Continuum Models of Discrete Systems 4* (ed. by O. Brulin & R. K. T. Hsich)(1981):373.
  - 157 Eringen, A. C. & Demiray, H., *IJES*, **16**(1978):287.
  - 158 —, —, *J. of the Franklin Institute*, **306**(1978).
  - 159 —, —, *Archives of Mechanics*, **30**(1978):65.
  - 160 —, Hajdo, L., *Lett. Appl. Engng. Sci.*, **7**(1979):785.
  - 161 —, *IJES*, **18**(1980):5.
  - 162 Hsich, R. K. T., *IJES*, **20**(1982):261.
  - 163 周培源, *力学与实践*, **1**, **1**(1979):1.
  - 164 钱学森, *力学与实践*, **1**, **1**(1979):4.
  - 165 钱令希, *力学与实践*, **1**, **1**(1979):10.
  - 166 陈宗基, *力学与实践*, **1**, **1**(1979):14.
  - 167 Eringen, A. C. & Kafadar, C. B. (戴天民译), *极性场论*, 现代连续统物理丛书, 第15分册, 江苏科技出版社(1982).
  - 168 Edelen, D. G. B. (戴天民译), *非局部场论*, 同上, 第16分册, 江苏科技出版社(1981).
  - 169 Eringen, A. C., (戴天民译), *非局部极性场论*, 同上, 第17分册, 江苏科技出版社(1982).
  - 170 郭仲衡, *力学与实践*, **1**, **2**(1979):1.
  - 171 戴天民, *固体力学学报*, **2**(1981):123.

- 172 李国平, 郭友中著, 数学地震学, 1, 地震出版社(1978).  
173 郭仲衡, 应用数学和力学, 2(1981):613.  
174 陈至达, 应用数学和力学, 2(1981):191.  
175 戴天民, 应用数学和力学, 1(1980):89; 3(1982):563.  
176 —, ibid, 2(1981):167.  
177 —, 力学学报, 3(1981):271.  
178 —, 应用数学和力学, 2(1981):347.

## A SHORT REVIEW FOR GENERALIZED CONTINUUM FIELD THEORIES

Dai Tian-min(Tai Tien-min)

(Southwestern Jiaotong University; Liaoning University)

---

### 第1届全国生物固体力学讨论会

(1983年9月13—18日, 西安)

中国力学学会常务理事杨桂通教授主持了这次会议。中国力学学会副理事长、西北工业大学校长季文美教授在开幕式上讲了话, 中国生物医学工程学会副秘书长胡良俊同志参加了会议。会议共有正式代表43名, 列席代表16名。会议邀请报告7篇: 可变形体力学的基本方程(杨桂通), 线性粘弹性力学(孙家驹), 骨的超微结构(耿介), 骨力学的基本问题(白洋), 骨力学的应用(顾志华), 生物软组织力学(王公瑞), 骨的生长和压电性(钱民全)。会议交流论文24篇, 题材较广泛, 有理论上的探讨, 有临床应用的生物力学研究, 还有新的试验方法用于生物材料的探索, 以及从电生理角度研究骨的有关问题。其中有的论文如《骨力学与电活动》(王祖昌)等受到代表们的好评; 有的论文给人以启发, 代表一种方向, 如《骨折愈合的动物实验研究》(杨育勇)等; 不少论文在一定程度上反映了我国生物固体力学研究的现状和水平。

这次会议的一个主要特点是, 学风端正, 讨论热烈, 气氛融洽; 整个会议期间, 每位代表都谦虚诚挚, 实事求是, 互相学习, 共同提高。另一个特点是, 中青年科研工作者占绝大多数, 说明我国生物固体力学研究是很有发展前途的。闭幕式上一位代表即席写的诗一首

“知音古城会, 一堂细论文。

今日坝桥别, 千里展鹏程”

正是这次会议的生动写照。

孙家驹