

钻孔法测量残余应力的现状

南京航空学院 陶宝祺

一、钻孔法的基本原理

零件表面总可以看成是主应力为 σ_1, σ_2 的二向残余应力状态, 见图1. 如果在测量处钻一个直径为 a 的小孔, 就成为二向应力状态下的孔边应力集中问题. 预先在孔边粘贴应变片测出应变数值后, 就可以由弹性理论公式算出残余应力 σ_1, σ_2 的数值.

通常在 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 三个方向粘贴应变片, 见图2. 图中 φ 角是 0° 方向的应变片与主应力方向的夹角, 计算公式为.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{aligned} \right\} = \frac{E}{4A} (\varepsilon_0 + \varepsilon_{90}) \pm \frac{\sqrt{2} E}{4B} \sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{45})^2 + (\varepsilon_{90} - \varepsilon_{45})^2} \quad (1)$$

$$\operatorname{tg}(2\varphi) = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{90} - 2\varepsilon_{45}}{\varepsilon_0 - \varepsilon_{90}}$$

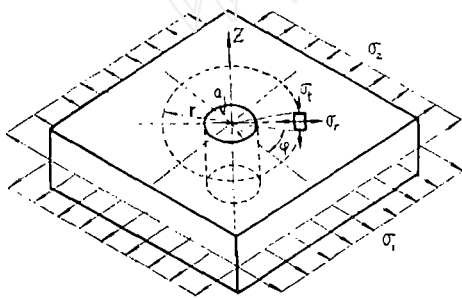


图 1

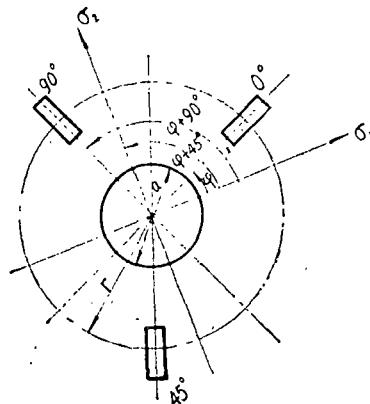


图 2

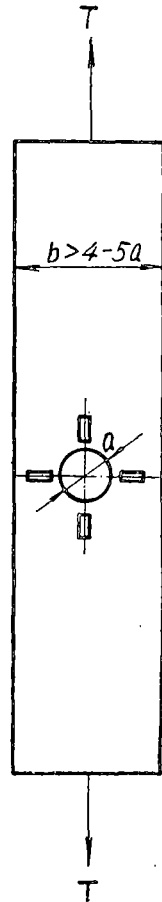


图 3

式中 $\varepsilon_0, \varepsilon_{45}, \varepsilon_{90}$ 为钻孔后测量得到的三个应变片的应变值; E 为被测件材料的弹性模量; A, B ——系数, 可以由弹性理论推导也可以用标准试件由标定方法确定, 见图3. 由弹性理论得到系数 A, B 为

$$\left. \begin{aligned} A &= -\frac{(1+\mu)a^2}{2r_1 r_2} \\ B &= \frac{2a^2}{r_1 r_2} \left[\frac{(1+\mu)a^2(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)}{4r_1^2 r_2^2} - 1 \right] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 r_1, r_2 为应变片敏感栅两端离孔中心的距离, 见图4; a 为钻孔直径;

μ 为被测材料的泊桑比。

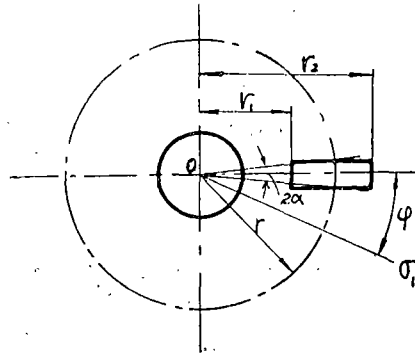


图 4

二、应变片横向效应的修正

钻孔法测量残余应力时，经常使用小栅长应变片，它的横向效应较大，不修正会产生较大误差。横向效应的修正公式为

$$\bar{\varepsilon}_r = \frac{1-H\mu_0}{1-H^2}(\varepsilon_{r,i} - H\varepsilon_{t,i}), \quad \bar{\varepsilon}_t = \frac{1-H\mu_0}{1-H^2}(\varepsilon_{t,i} - H\varepsilon_{r,i})$$

式中 $\bar{\varepsilon}_r, \bar{\varepsilon}_t$ 为测量处二个方向的实际平均应变； $\varepsilon_{r,i}, \varepsilon_{t,i}$ 为假如在测点处粘贴互相垂直两个应变片测得的应变值； H 为应变片的横向效应系数； μ_0 为应变片标定梁材料的泊桑比。

测量残余应力时，只在孔边缘间粘贴应变片以测得应变 $\varepsilon_{r,i}$ 。这由上两式消去 $\varepsilon_{t,i}$ 即得。

如果被测零件表面的残余应力为 σ_1, σ_2 ，则距离孔中心 r 处的应变为

$$\varepsilon_r = -\frac{1+\mu}{E} \frac{a^2}{2r_2} (\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{E} \left[\frac{3}{2} \frac{a^4}{r^4} (1-\mu) - \frac{2a^2}{r^2} \right] (\sigma_1 - \sigma_2) \cos(2\varphi)$$

$$\varepsilon_t = \frac{1-\mu}{E} \frac{a^2}{2r^2} (\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{E} \left[\frac{3}{2} \frac{a^4}{r^4} (1+\mu) - \mu \frac{2a^2}{r^2} \right] (\sigma_1 - \sigma_2) \cos(2\varphi)$$

粘贴在该处应变片栅长内的实际平均应变为

$$\bar{\varepsilon}_r = \frac{1}{r_1 - r_2} \int_{r_1}^{r_2} \varepsilon_r dr = \frac{A}{E} (\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{B}{E} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos(2\varphi)$$

式中 A, B 与公式(2)相同。

将 $r = (r_1 + r_2)/2$ 代入 $\bar{\varepsilon}_r$ 的表达式，又由于栅宽所夹的圆心角 α 很小(图 3)，得到栅宽内的实际平均应变值为

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_r &= \frac{1}{(\varphi + \alpha) - (\varphi - \alpha)} \int_{\varphi - \alpha}^{\varphi + \alpha} \varepsilon_r d\varphi \\ &= \frac{2(1+\mu)a^2}{(r_1 + r_2)^2} \cdot \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{E} - \left[\frac{12(1+\mu)a^4}{(r_1 + r_2)^4} - \frac{4\mu a^2}{(r_1 + r_2)^2} \right] \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{E} \cos(2\varphi) \end{aligned}$$

将 $\bar{\varepsilon}_r$ 和 $\bar{\varepsilon}_t$ 代入 $\varepsilon_{r,i}$ 的公式中，得到

$$\varepsilon_{r,i} = \frac{A'}{E} (\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{B'}{E} (\sigma_1 - \sigma_2) \cos(2\varphi)$$

对于粘贴成 $0^\circ, 45^\circ$ 和 90° 三个应变片时，可以根据上式推导得到与公式(1)相同的形式，不

过应将其中的 A 改为 A' , B 改为 B' , 系数 A', B' 为

$$\left. \begin{aligned} A' &= A \left[\frac{1 + \frac{H(1-\mu)a^2}{A(r_1+r_2)^2}}{1 - H\mu_0} \right] \\ B' &= B \left\{ \frac{1 - \frac{H}{B} \left[\frac{12(1+\mu)a^4}{(r_1+r_2)^4} - \mu \frac{4a^2}{(r_1+r_2)^2} \right]}{1 - H\mu_0} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

三、贴片偏差及钻孔偏差的修正方法

1. 应变片没有粘贴在同一半径 r 上, 但是三个应变片轴线交于钻出孔的中心, 见图 5。这时残余应力的计算公式应改为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 + \sigma_2 &= E \frac{B_{90}\varepsilon_0 + B_0\varepsilon_{90}}{A_0B_{90} + A_{90}B_0} \\ \sigma_1 - \sigma_2 &= E \frac{A_{90}\varepsilon_0 - A_0\varepsilon_{90}}{(A_0B_{90} - A_{90}B_0)\cos(2\varphi)} \\ \operatorname{tg}(2\varphi) &= \frac{B_{90} \left[\frac{A_{45}}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) - \varepsilon_{45} \right]}{B_{45} \left[\frac{A_{90}}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) - \varepsilon_{90} \right]} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中 $A_0, A_{45}, A_{90}, B_0, B_{45}, B_{90}$ 根据每个应变片的 r_1, r_2 由公式(2)或(3)算出。

2. 三个应变片粘贴在同一半径 r 上, 应变片轴线交于一个中心, 但孔的位置钻偏了。

图 6 中三个应变片的轴线交于 O 点, 三个应变片的中点位于距 O 点半径为 r 的圆周上, 因为某种原因使直径为 a 的孔钻偏了, 孔的中心为 O' 。如果测量得到 $OO' = S$, OO' 与 0° 应变片轴线的夹角为 β , 由 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 三个应变片中心与孔中心的距离分别为 $O'A = r'_0, O'B = r'_{45}, O'C = r'_{90}$ 。

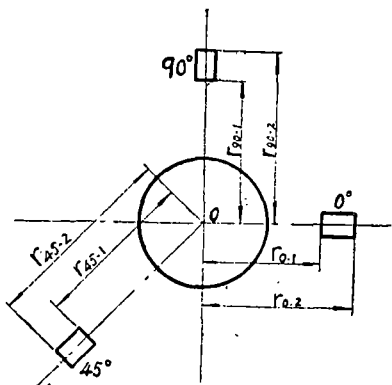


图 5

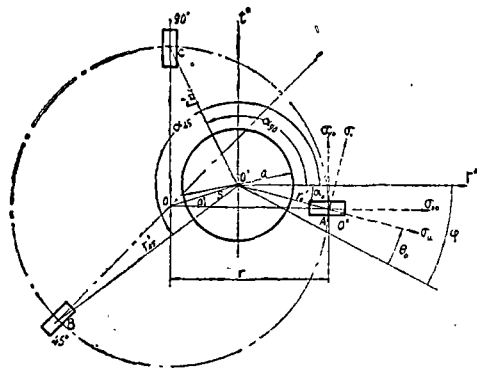


图 6

从钻孔的中心 O' 作 r^* 轴, 它平行于 0° 应变片的轴线, 与它垂直的为 t^* 轴; r^* 轴与 $O'A, O'B, O'C$ 的夹角分别为 $\alpha_0, \alpha_{45}, \alpha_{90}$ 。假设主应力 σ_1 方向与 r^* 轴的夹角为 φ 。

由应变片测量得到应变值为 $\varepsilon_0, \varepsilon_{45}, \varepsilon_{90}$, 孔钻偏后残余应力的计算步骤如下:

(A) 假设应变片轴线的交点与钻孔中心重合, 由式(1)求得残余应力 σ'_1, σ'_2 , 及 φ' 角。

由于 $\varepsilon_0, \varepsilon_{45}, \varepsilon_{90}$ 是孔钻偏后测量得到的, 因此上式算出的不是真实的残余应力, 必须进行修正.

(B) 计算出应变片中心至孔中心的距离

$$\left. \begin{aligned} r'_0 &= \sqrt{(r - S \cos \beta)^2 + (S \sin \beta)^2} \\ r'_{45} &= \sqrt{\left(S \cos \beta + \frac{r}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(S \sin \beta + \frac{r}{\sqrt{2}}\right)^2} \\ r'_{90} &= \sqrt{(S \cos \beta)^2 + (r - S \sin \beta)^2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

由图 6 中的几何关系, 算出 r^* 轴与 $O'A, O'B, O'C$ 的夹角为

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{S \sin \beta}{r - S \cos \beta} \right) \\ \alpha_{45} &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{S \sin \beta + r/\sqrt{2}}{S \cos \beta + r/\sqrt{2}} \right) \\ \alpha_{90} &= \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{r - S \sin \beta}{-S \cos \beta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

(C) 确定出残余应力 σ_1 方向与 $O'A, O'B, O'C$ 的夹角

$$\theta_0 = \alpha_0 + \varphi, \quad \theta_{45} = \alpha_{45} + \varphi, \quad \theta_{90} = \alpha_{90} + \varphi \quad (7)$$

式中 $\alpha_0, \alpha_{45}, \alpha_{90}$ 规定由 r^* 轴起, 逆时针到转向为正, φ 规定由主应力 σ_1 方向起, 逆时针到转向为正. 图 6 中的 α_0 是负值, α_{45}, α_{90} 和 φ 是正值.

(D) 考虑到孔钻偏的影响, 计算出各个应变片处的应变值, 下面以 0° 应变片为例说明计算步骤:

0° 应变片处沿着孔的径向应力 σ_u 和切向应力 σ_v 为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u &= - \left[\frac{(\sigma'_1 + \sigma'_2)}{2} \left(\frac{a}{r'_0} \right)^2 \right] - (\sigma'_2 - \sigma'_1) \left[3 \left(\frac{a}{r'_0} \right)^4 - 4 \left(\frac{a}{r'_0} \right)^2 \right] \frac{\cos(2\theta_0)}{2} \\ \sigma_v &= \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2}{2} \left(\frac{a}{r'_0} \right)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_1) \left[3 \left(\frac{a}{r'_0} \right)^4 \right] \frac{\cos(2\theta_0)}{2} \\ \tau_{uv} &= (\sigma'_2 - \sigma'_1) \left[2 \left(\frac{c}{r'_0} \right)^2 - 3 \left(\frac{a}{r'_0} \right)^4 \right] \frac{\sin(2\theta_0)}{2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

应用转轴公式算出沿 0° 应变片轴线方向的应力 σ_{r_0} 和垂直于应变片轴线方向的应力 σ_{t_0}

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r_0} &= \sigma_u \cos^2 \alpha_0 + \sigma_v \sin^2 \alpha_0 + 2\tau_{uv} \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 \\ \sigma_{t_0} &= \sigma_u \sin^2 \alpha_0 + \sigma_v \cos^2 \alpha_0 - 2\tau_{uv} \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

然后由广义虎克定律算出沿应变片轴线方向的应变为

$$\varepsilon'_0 = (\sigma_{r_0} - \mu \sigma_{t_0}) / E \quad (10)$$

对于 45° 和 90° 方向的应变片可用类似的方法进行计算, 将公式中的 r'_0, θ_0 改为 r'_{45}, θ_{45} 或 r'_{90}, θ_{90} . 而公式(10)可以写成如下的统一的形式:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r(n)} &= C_{1(n)} \sigma_{u(n)} + C_{2(n)} \sigma_{v(n)} + C_{3(n)} \tau_{uv(n)} \\ \sigma_{t(n)} &= C_{3(n)} \sigma_{u(n)} + C_{2(n)} \sigma_{v(n)} - C_{3(n)} \tau_{uv(n)} \\ \varepsilon'_n &= (\sigma_{r(n)} - \mu \sigma_{t(n)}) / E \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中 n 代表 0, 45 或 90; $C_{1(n)}, C_{2(n)}, C_{3(n)}$ 由表 1 查得。

表 1 系数 $C_{1(n)}, C_{2(n)}, C_{3(n)}$

n	$C_{1(n)}$	$C_{2(n)}$	$C_{3(n)}$
0	$\cos^2 \alpha_0$	$\sin^2 \alpha_0$	$\sin(2\alpha_0)$
45	$(\cos \alpha_{45} + \sin \alpha_{45})^2 / 2$	$(\cos \alpha_{45} - \sin \alpha_{45})^2 / 2$	$\cos(2\alpha_{45})$
90	$\sin^2 \alpha_{90}$	$\cos^2 \alpha_{90}$	$\sin(2\alpha_{90})$

(E) 将由式(11)算出的 ε'_n ($\varepsilon'_0, \varepsilon'_{45}, \varepsilon'_{90}$) 与测量得到的 $\varepsilon_0, \varepsilon_{45}, \varepsilon_{90}$ 进行比较。当两者相差较大时, 应当将 ε'_n 的数值(或进行修改后的数值)代入式(1)中, 重复步骤(A), (C), (D), 由公式再次算出 ε_n'' , 再将它与测量值 $\varepsilon_0, \varepsilon_{45}, \varepsilon_{90}$ 进行比较。用逐次逼近的方法, 使由公式(11)算出的应变值与测量得到的应变值接近时, 由步骤(A)计算出来的 σ_1, σ_2 即为残余应力数值。

对于残余应力为已知主应力方向的二向应力状态, 孔钻偏情况见图 7。这时不需要应用逐次逼近方法, 而可以直接按下列公式算出:

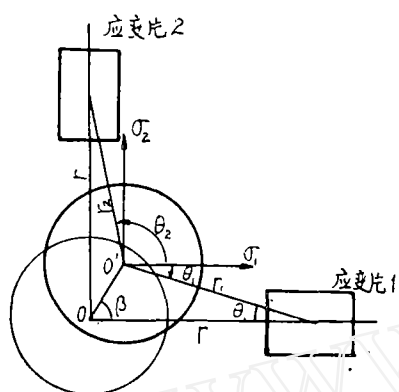


图 7

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{E}{K_{11}K_{22} - K_{21}K_{12}} (K_{22}\varepsilon_1 - K_{12}\varepsilon_2) \\ \sigma_2 &= \frac{E}{K_{11}K_{22} - K_{21}K_{12}} (-K_{21}\varepsilon_1 + K_{11}\varepsilon_2) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} K_{11} \\ K_{12} \end{aligned} \right\} = \left\{ \left[-\frac{1}{2} \pm \left(\frac{\sigma}{(r'/a)^2} - 2 \right) (1 - 2\sin^2 \theta_1) \right] [1 - (1 - \mu)\sin^2 \theta_1] \right. \\ \left. + \left[\frac{1}{2} \mp \frac{\sigma}{(r'/a)^2} (1 - 2\sin^2 \theta_1) \right] [-\mu - (1 - \mu)\sin^2 \theta_1] \right\} \\ \div [4(r'/a)^2 (1 - 2\sin^2 \theta_1)]$$

$$\left. \begin{aligned} K_{21} \\ K_{22} \end{aligned} \right\} = \left\{ \left[-\frac{1}{2} \mp \left(\frac{\sigma}{(r'_2/a)^2} - 2 \right) (1 - 2\sin^2 \theta_2) \right] [1 - (1 - \mu)\sin^2 \theta_2] \right. \\ \left. + \left[\frac{1}{2} \mp \frac{\sigma}{(r'_2/a)^2} (1 - 2\sin^2 \theta_2) \right] [-\mu - (1 - \mu)\sin^2 \theta_2] \right\} \\ \div [4(r'_2/a)^2 (1 - 2\sin^2 \theta_2)]$$

$$(r_1/a)^2 = (s/a)^2 + (r/a)^2 - 2(s/a)(r/a)\cos\beta$$

$$\sin^2 \theta_1 = \frac{(s/a)^2 \sin^2 \beta}{(s/a)^2 + (r/a)^2 - 2(s/a)(r/a)\cos\beta}$$

$$(r_2/a)^2 = (s/a)^2 + (r/a)^2 - 2(s/a)(r/a)\cos(90^\circ - \beta)$$

$$\sin^2 \theta_2 = \frac{(s/a)^2 \sin^2(90^\circ - \beta)}{(s/a)^2 + (r/a)^2 - 2(s/a)(r/a)\cos(90^\circ - \beta)}$$

四、钻孔法测量残余应力中的技术问题

1. **应变片的粘贴位置** 应变片的最佳粘贴位置应当是钻孔后应变片测得的应变值大，误差小。粘贴在何处最合理呢？现以单向残余应力为例来说明。径向应变 ε_r 的计算公式为

$$\varepsilon_r = G\sigma_1/E \quad (13)$$

式中

$$G = -\frac{1+\mu}{2}\left(\frac{a}{r}\right)^2 + \left[\frac{3}{2}\left(\frac{a}{r}\right)^2(1-\mu) - 2\left(\frac{a}{r}\right)^2\right]\cos(2\varphi) \quad (14)$$

如果将应变片粘贴在某个半径 r 处，则上式中的 φ 就是应变片轴线与主应力 σ_1 的夹角。在相同的 σ_1 下要应变大，就要求 G 大，图 8 是按公式(14)计算得到的不同 φ 角下 G 与 a/r 的关系曲线。由图可见，当 $a/r > 1.5$ 时， G 的变化很陡。由于应变片测量的是敏感栅长度内的平均应变，应变梯度很大，贴片稍有偏差，就会造成很大的误差，并且该区域距离孔边缘很近，钻孔对应变片的影响大，还容易损坏应变片。因此，建议根据选用应变片的栅长，按表 2 确定钻孔直径和粘贴位置。

目前国外应变片厂已生产专门用于测量残余应力的应变片，图 9 是其中的一种形式。

2. **钻孔深度** 前面介绍的公式仅适用于残余应力沿着厚度方向是均匀分布的情况，钻孔深度数值要求表面处的残余应力全部释放。图 10 是在残余应力沿着厚度方向均匀分布，钻不同直径孔时，测出的应变随钻孔深度变化的情况。在该图表面，当钻孔深度 h 比钻孔直径 a 大 1.2 倍以上时，表面残余应力基本释放了，继续增加深度对表面应变影响很小，即图中的接近水平线段。

在某些情况下，表面处的残余应力较大，内部残余应力较小，这时必须采用逐次钻孔法。该方法是先将应变片粘贴在标准试件上，然后逐次钻孔，每次的钻孔深度为孔径的 $1/20$ — $1/10$ ，在拉伸试经机上进行标定，标定出各层的 A_i 和 B_i 。对构件进行测量时，应采用与标定时相同的应变片、粘贴位置、钻孔直径和钻孔方法，根据测出的 $\varepsilon_0, \varepsilon_{45}, \varepsilon_{90}$ ，即可由公式 (1) 求得残余应力沿孔深的变化规律。

3. **钻孔技术** 根据被测件材料硬度选用不同的钻孔方法。

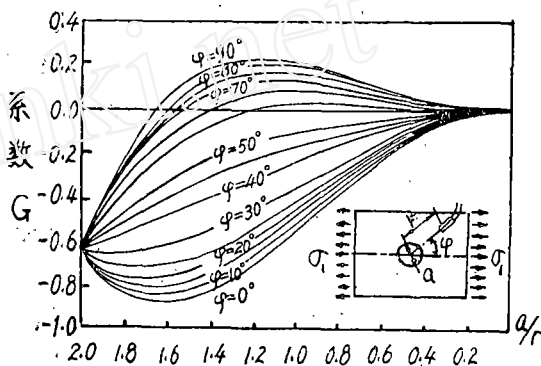


图 8

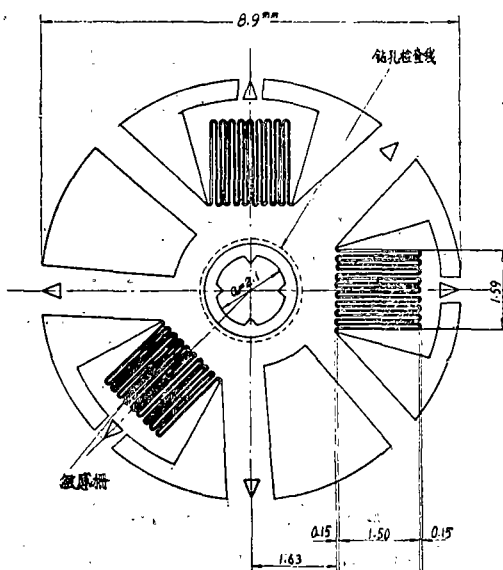


图 9

表 2 不同的应变片栅长时钻孔的直径和贴片的位置

应变片栅长 $l(\text{mm})$	孔 的 直 径 $a(\text{mm})$	敏感栅两端与孔中心的距离	
		$r_1(\text{mm})$	$r_2(\text{mm})$
1	1.5	1.7	2.7
1.5	2.2	2.3	3.8
2	2.5	2.5	4.5
3	3.5	3	6

(a) 低硬度材料 我们采用改装后的手摇钻和专用钻孔测量设备,如图 11 所示. 钻孔前先安装读数显微镜,用螺钉调整显微镜的位置,使它对准孔的位置[图 11 (a)],然后安装钻孔装置[图 11 (b)]. 钻孔后用读数显微镜检查孔径和孔的中心位置. 钻孔测量设备与被测件的连接是依靠磁铁的吸力. 对于测量非磁性材料时,可以预先在被测件上粘贴磁性材料.

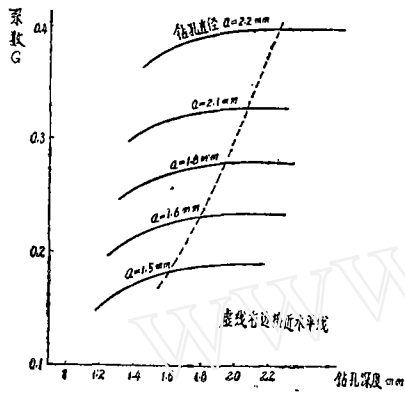


图 10

(b) 高硬度材料 我们采用电火花钻孔方法,它是在专用的电火花仿型穿孔机床上进行的. 钻孔的电极头一般采用 2—2.5mm 之间,利用试件和电极之间产生的电弧放电钻出孔来. 本方法的优点是: ①加工后附加残余应力小,试验表明约为 $10\text{--}15\mu\text{e}_2$. 孔的直径准确,并易于控制钻孔深度. 我们采用的直径为 2mm 的电极,钻孔 8 次测量钻出的孔径为 6 次 2mm,

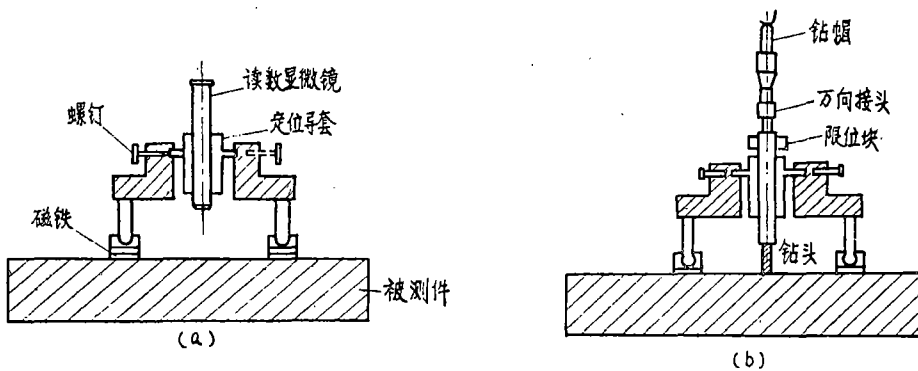


图 11

2 次为 2.02mm. ③温度影响小. 由于电火花钻孔是在绝缘溶液中进行的,钻孔后经过 1—2 分钟,即可消除温度影响.

本方法的缺点是必须在电火花仿型机床上进行,因此不适用于大型构件. 对于大型构件

可以采用喷气磨削钻孔方法，该法的钻孔装置见图 12 所示。它是由电机带动一个特殊形状的喷咀转动，使喷咀对准钻孔处，连续喷气氧化铝使它零件磨削出孔来，该法产生的附加残余应力很小，约 $10\mu\epsilon$ 。

用空气磨削钻头钻出孔的形状是底部和口上有圆角的锥形孔。试验表明该形状孔与柱形孔测量得到的数据相近，见图 13。

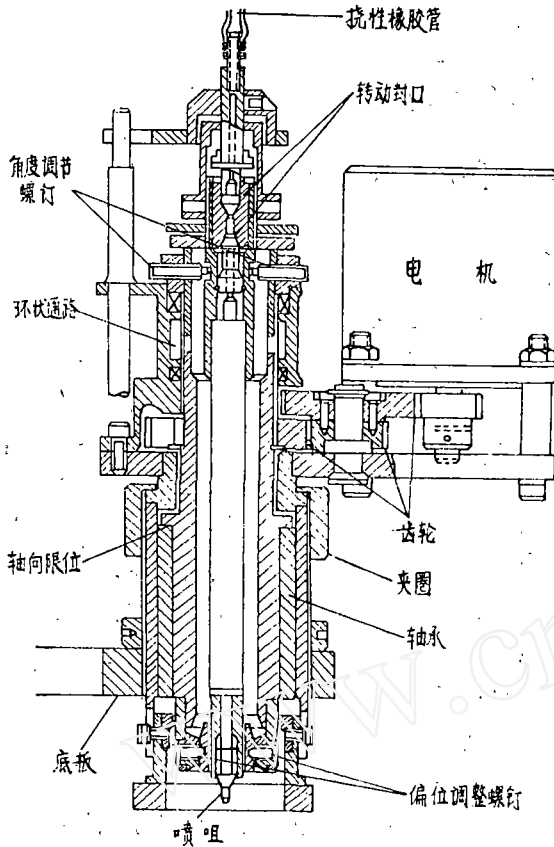


图 12

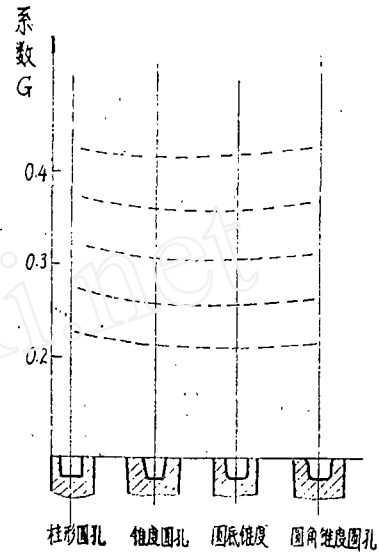


图 13

五、结 语

采用钻孔法测量残余应力的优点是方法简单，对零件破损小，又能测量沿着零件厚度残余应力的变化规律，因此国外已较多使用，应变片制造厂也生产了专用的应变片和钻孔装置，国内也已使用该法测量板材、铸造件、焊接件中的残余应力。对于切削和磨削等加工方法引起的表面残余应力，由于它沿着表面附近深度方向的衰减很快，应用钻孔法是无法进行准确测量的。目前需要进一步改进钻孔技术，提高测量精度。

参 考 文 献

- [1] Kelsey, R. A. (1956), Measuring non-uniform residual stresses by hole drilling method, *SESA*; 181-194.
- [2] Rendler, N. J. and Vigness, I. (1966), Hole drilling strain-gage me-

(下转第 237 页)

