

定常状态的模型。此模型正确描述了一些火灾的某些阶段。不过，它遇到实际火灾及其瞬态描述都是平滑通过的一些大的过渡问题。Pape & Waterman (1977) 首先提出一种火灾蔓延的概率模型，但尽可能转换为决定论处理的方法。目前它是不完全的模型，因为某些重要输入来自预测过程中的实验。Reeves & MacArthur (1976) 提出一种编码，利用从常规试验 (Smith 1972) 得到的确定的燃烧速率数据，计算火灾在飞机壁座位和壁上蔓延的情况。Emmons et al (1977) 正研究一种火灾计算机编码，最终目的是要根据建筑物设计图和建筑物内设备布置图来计算火灾在大建筑物内的发展情况。目前已能利用理论和基本数据计算单一房间的火灾情况，不必作什么调节便能使之符合预测的实验值。这种程序有很高的精确度 (Emmons 1978, 1979)，正在把它推广到计入流过大建筑物的火灾气流情况，前面气相现象一节对此已作简要介绍。

结论

就每座建筑物来说，火灾现象把化学、热力学、传热学、空气动力学结合成一个整体。多年来在有关各领域中一直在加强研究此领域的许多现象。然而，提出了许多新问题，许多老问题也从新的方向提出，以致同其他某些大领域（如基于对问题的怎样发生和为什么发生有彻底了解的工程领域）相比，火灾问题要能获得一席位置还需完成大量研究工作。目前已写出很特殊条件下的建筑法规，不应当把这事实看成是或者火灾安全因此有了保障，或者火灾现象的科学了解好象相当充分了。类似地，正在制订用于计算建筑物火灾扩展情况的计算机程序，并不表示搞清楚了火灾的各个分现象。猜测和贫乏的经验知识，暂时只好用于对一些事情缺乏了解的情况。只有发展火灾科学，才能使我们今后的世界免于火灾的威胁。

参考文献 (略)

译自: Emmons, H.W. (1980), Scientific Progress on fire, Ann. Rev. Fluid Mech., 12: 223—236.

(董务民译)

孤 立 波 (下)

John W. Miles

6. 准一维孤立波

一维孤立波 (1.2) 可以看作是在均匀矩形槽中传播的。因此，研究水槽宽度、深度、截面形状等的变化的效应是很自然的。Peters (1966)，Peregrine (1968, 1969, 1972)，Fenton (1973) 和 Grimshaw (1978) 已经考察了非矩形截面槽中的孤立波，这些问题在工程上很重要。还提出了一些尚未解决的课题，本文不作进一步介绍。

缓变水槽 在第2节最后一段已经提到, Boussinesq从能量守恒推断, 在深度 d 缓变的槽中, 孤立波的振幅与 d 成反比〔参看Ostrovsky & Pelinovsky(1970), Grimshaw(1970, 1971), Kakutani(1971); Johnson(1972, 1973 a, b), Shuto(1973)和Reutov(1976)〕。首先研究宽度缓变 $b(x)$ 槽的, 似乎是Saeki et al(1971)。他们预言, $a \propto b^{-2/3} d^{-1}$ 〔还可参看Shuto(1974), Ostrovsky & Pelinovsky(1975)和Miles(1977a)〕, (1.2)相应地推广为

$$\left. \begin{aligned} g &= a \operatorname{sech}^2 \left[(3ga)^{1/2} (2d)^{-1} (c^{-1} dx - t) \right] \\ a &= a_0 (b/b_0)^{-2/3} (d/d_0)^{-1} \end{aligned} \right\} (6.1a, b)$$

其中 $c(x)$ 由(1.1)在 $a=a(x)$, $d=d(x)$ 时给定, 下标0指 $x=x_0$ 处的值, 在那里 $b=b_0$, $d=d_0$ 。假定 $x < x_0$ 时槽是均匀的较为方便, 但不是必要的。

Shuto(1973, 1974)把宽度不变, 底部斜率为常数的槽的理论结果 $a \propto d^{-1}$ 同Ippen & Kulin(1954), Street & Camfield(1967), Camfield & Street(1969)和Saeki et al(1971)的实验结果作了比较。上述近似似乎仅在斜率很小时才有效。当底部斜率很大, 振幅很小时, Green定律 $a \propto d^{-1/4}$ 的近似程度更好些(参看Peregrine 1967, Svendsen 1976)。在深度不变, 宽度线性变化的槽中, 最近一些实验(Chang et al 1979)证实了 $a \propto b^{-2/3}$ 的结果, 该槽的扩张角为0.02弧度, $a/d = 0.05-0.4$ 。然而, 在收缩槽中的相应的实验表明, 指数近似等于-0.4, 这种不一致性似乎是由于特征线的非线性畸变所致(对于扩张槽, 这种现象要严重得多)。

广义KdV方程 若 L 是水槽变化的尺度, 同时假设 $a/d \ll 1$, $d^2/l^2 \ll 1$ 以及 $l/L \ll 1$ 时, 则可导出广义KdV方程(Shuto 1974, Ostrovsky & Pelinovsky 1975)

$$y_x + \frac{3}{2} g^{-1/2} d^{-3/2} y y_s + \frac{1}{6} g^{-3/2} d^{1/2} y_{sss} + \left[\ln(b^{1/2} d^{1/4}) \right]_x y = 0 \quad (6.2)$$

这里

$$s = \int_{x_0}^x (gd)^{-1/2} dx - t \quad (6.3)$$

是特征变数。变换〔参看(3.3), 将 $c_0 t$ 用(3.3b)中的 x 代替〕

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{(gd_0)^{1/2} s}{l}, \quad \tau = \frac{1}{6} \left(\frac{d_0^2}{l^3} \right) \int_{x_0}^x \left(\frac{d}{d_0} \right)^{\frac{1}{2}} dx \\ \eta &= \left(\frac{b}{b_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{d}{d_0} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{y}{a_0} \right) \end{aligned} \right\} (6.4a, b, c)$$

把(6.2)化为(3.4)形式的KdV方程, 而

$$U = U(\tau) = U_0 (b/b_0)^{-1/2} (d/d_0)^{-3/4} \quad (6.5)$$

其中 $U_0 = 3a_0 l^2 / (4d_0^3)$ 。如果按(6.4)进行变换, 下面的结果可以变得更简洁些, 但它们的物理意义不如采用原变数一目了然。值得注意的是, 若 $b^2 d^3$ 为常数, 则 $U = U_0$, 在这种特殊情况下, (6.1)是(6.2)的精确相似解。

(6.2)同KdV方程(3.1)不同, 除非 $b^2 d^3$ 为常数, 它似乎只有两个积分不变量(Miles 1979a)

$$I = b^{1/2} d^{1/4} \int_{-\infty}^{\infty} y ds, \quad E = b (gd)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} y^2 ds \quad (6.6a, b)$$

积分 E 是能量的度量, 它是守恒的; 然而, 除非 $b^2 d$ 为常数时, I 不是质量的度量。体积 (或质量) 积分 [参看 (2.4a)]

$$Q = b (gd)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} y ds = g^{1/2} b^{1/2} d^{1/4} I \quad (6.7)$$

除了 $b^2 d$ 为常数时, 它不是不变量。

若 $l/L \ll \alpha/d \equiv \alpha, d^2/l^2 = O(\alpha)$, 则 (6.2) 的系数是 x 的缓变函数, 而 (6.1) 式是绝热近似, 即 E 守恒, 但 I (除了 $b^2 d^9$ 为常数时) 和 Q (除了 $b^2 d$ 为常数时) 都不守恒。可以按如下方式建立 I 和 Q 均为守恒的近似 (Miles 1979a):

$$y = y_1 + y_+ + y_-, \quad y_{\pm} = b^{-1/2} d^{-1/4} f_{\pm} \left[\mp t + \int_{x_0}^x (gd)^{-1/2} dx \right] \quad (6.8a, b)$$

(下标分别按上, 下顺序), 这里 y_1 是绝热近似 (6.1), y_{\pm} 是尺度为 L 的右行二次波和左行二次波。由 I 和 Q 守恒的条件分别确定 f_+ 和 f_- 。

改进绝热近似的另一种方法, 是把 (6.1) 看作内展开的首项。相对说来, 构造这个内展开的高阶项比较简单。然而, 由于没有与之相匹配的外展开, 计算起来也比较困难, 结果就有不确定性 (Johnson 1973 b)。

孤立波的分裂 $l/L \ll \alpha \ll 1$ 的限制是很严的。若 $l/L = O(\alpha)$, 则 (6.2) 的解看来只能用数值积分求得。若 $\alpha \ll l/L \ll 1$, 则 (6.2) 中第四项超过了第二项 (非线性) 和第三项 (色散)。这样, 在 $O(L)$ 的整个距离上, Green 定律 $a \propto b^{-1/2} d^{-1/4}$ 成立。然而, 这种近似不是一致有效的 (除非 $b^2 d^9$ 是常数时), 必须认为它会进一步演变, 尤其是当孤立波进入较浅的水域时, 会分裂成两个以上的孤立波。Madsen & Mei (1969) 由数值积分发现了这一现象, 并由实验加以证实。

假定槽的宽度、深度从 $x = x_0$ 处的 b_0, d_0 连续变化为 $x = x_0 + L$ 处的 b 和 d , 而在 $x > x_0 + L$ 以后保持不变; 还假定孤立波 (1.2) 由 $x < x_0$ 处入射, 以及假定 $\alpha \ll l/L \ll 1$, 其中 $l^2 = 4d_0^3 / (3a_0)$ ($U_0 = 1$)。那就可以用 Green 定律来确定 $x = x_0 + L$ 处的波, 然后用反演散射理论来确定以后的演变过程。这个方法由 Johnson (1972, 1973 a) Ono (1972), Peregrine (1972) 和 Tappert & Zabusky (1971) 独立提出, 它相当于采用变换 (6.4) 和 (6.5), 再在初始条件 $\eta_0 = \text{sech}^2 \xi$ 下求解方程 (3.4)。于是, 在 $x - (x_0 + L) \gg l$ 的区域中的渐近解, 由 (3.9) 和 (3.10) 确定, 它由 N 个振幅为

$$a_n = \frac{1}{2} a_0 (d/d_0)^2 \{ (1 + 8U)^{1/2} - (2n-1) \}^2 \quad (n=1, 2, \dots, N) \quad (6.9)$$

的孤立子组成, 其中 $U = (b/b_0)^{-1/2} (d/d_0)^{-9/4}$, N 是使 (6.9) 中的量为正数时的最大整数。例如, 若 $b = b_0, d = d_0/2$ (如 Madsen & Mei 的实验的条件), 则 $N = 3$ 。计算的相对振幅为 1.72, 0.66 和 0.10, 它同观察到的振幅值 1.67, 0.75, 0.17 相比, 较为一致。注意, 若 $b^2 d^9 < b_0^2 d_0^9$, 则 $N = 1$; 波的分裂对于深度的减小, 较之宽度的减小来说要更敏感些。例如, 若 $b = b_0$, 则 $N = 3$ 的过渡深度为 $0.614 d_0$; 若 $d = d_0$, 则相应的过渡宽度为 $b_0/9$ 。

Pelinovsky (1974) 根据守恒律或 (6.2), 已经研究了深度变化有一个以上间断的效应。他大概用类似于线性理论的长波近似, 计及了在间断处的反射波 (Lamb 1932, 176节)。然而, 他的假设说得不大明确。

即使深度变化的坡度十分缓和 (Madsen & Mei 的实验, 小到 0.05 数量级), 分裂现象也进一步证实了绝热近似 (6.1) 可能不是一致有效的; 还证实了如果地形总的变化很大, 则用缓变孤立子波模型确定它的影响是不适宜的。Kaup & Newell (1978) 认为, (6.8) 中的二次波 γ_+ 可以看作是 KdV 方程解的初始位移。如果它是正的, 则它最后要分解成一个以上的孤立子。这同上述结果在定性上是一致的。

柱面孤立波 如果取 x 为径向坐标, $b=x$, 则上述结果适用于轴对称波的传播问题。若 d 为常数 (Miles 1978 a), 则可以仔细求得以 (6.1) 作为内展开首项的渐近展开式。但是, 质量的不守恒使结果的物理意义模糊了。而 Boussinesq 方程 (Chwang & Wu 1976) 和 KdV 方程 (Cumberbatch 1978, Ko & Kuehl 1979) 的数值积分都表明, (6.1) 至少在有限距离范围内, 相当准确地描述了收缩的轴对称孤立波。〔球对称离子声波问题相应于方程 (6.2) 的数值解 (Maxon & Viecelli 1974) 为 (6.1) 提供了类似的间接证明。〕另一方面, Chwang & Wu 的数值解说明反射波不是孤立波, 而是色散的波列。

7. 射线理论

看来, 二维 KdV 方程 (5.6) 不同于第 5 节所述的孤立子相互作用和最近为 Ablowitz & Satsuma (1978), Zakharov (Ablowitz & Satsuma 的参考文献, 未发表) 发现的“整体”孤立子解析解, 它只有用 Whitham (1974, 8.3—8.7节) 的非线性几何光学近似才能获得。Whitham 的方法原是为解决激波问题提出来的, 以后又为 Ostrovsky & Shrira (1976) 和 Miles (1977 d) 应用于孤立波的研究 [参看 Gorschko (1974) 和 Ostrovsky (1976)]。

设孤立波逐次的位置 (更确切地说, 波峰的位置) 和相应的正交射线, 分别用曲线族 $\mu = \text{常数}$ 和 $\nu = \text{常数}$ 来描述。于是 $F d\mu$ 是波元素在时间间隔 $d\mu / (gd)^{1/2}$ 内, 沿着 μ 增加方向的前移量; $A d\nu$ 是从 ν 到 $\nu + d\nu$ 两条射线间的这个想像的槽的宽度 (A 是无量纲的, ν 是长度量纲, $d\mu$ 和 $d\nu$ 是微分); 其次, 令 θ 为射线同某固定方向的当地倾角, $F = c / (gd)^{1/2}$ 是当地无量纲波速, 它满足方程

$$A \theta_{\mu} = -F_{\nu}, \quad F \theta_{\nu} = A_{\mu} \quad (7.1 \text{ a, b})$$

这里, 下标指的是偏微商。这个一阶非线性偏微分方程组再加上关系式 $A = A(F)$ 就封闭了。它描述了在缓变宽度槽中波的演变过程; 对于本例, 若 $dA/dF < 0$, 则方程组是双曲型的。

可以用参数形式来表达所求的 $A(F)$:

$$A = (\alpha_0/3)^{1/2} (a/a_0)^{-3/2}, \quad F = 1 + \frac{1}{2} \alpha_0 (a/a_0) \quad (7.2 \text{ a, b})$$

这里, 利用了 (1.3) 和 (6.1 b), 并把 A 归一化, 使得 $a = a_0$ 时, 射线 ν 到 $\nu + d\nu$ 间的距离为 $(\alpha_0/3)^{1/2} d\nu$ (在很多应用场合, 取此尺度是方便的); a_0 是 a 的参考值, $\alpha = \alpha_0/d$, d 假定为常数。上述公式可以推广到变深度的情形, 但这时 A 和 E 间的关系

将依赖于当地位置，这就使所得的偏微分方程组不能解析求解。

双曲型方程组(7.1)和(7.2)可以用特征线理论来处理。特征线的包络可能形成和产生孤立波侧向斜率的间断，很自然地把这些间断叫做激波。

孤立波在转角处的绕射是一个特别简单的例子(Miles 1977 d)。转角为 θ_w 的凹角绕射的结果(图4)可以同第5节图5 a, b马赫反射解的结果进行比较。 $\theta_w < (3\alpha_0)^{\frac{1}{2}}$ 时，壁面处振幅的射线法近似特别准确；但当 $\theta_w \uparrow (3\alpha_0)^{\frac{1}{2}}$ 时，马赫茎 ψ_* 的近似值就不好($\theta_w = (3\alpha_0)^{-1/2}$ 时， ψ_* 应该为零)。对于 $\theta_w > (3\alpha_0)^{\frac{1}{2}}$ ，上述近似失效，这时，马赫反射应为正则反射所取代。对于凸角绕射的结果表明，当 $\theta_w < -(3\alpha_0)^{\frac{1}{2}}$ 时，绕射波要发生分离现象(参看第5节最后一段)。应该着重指出，上述理论计算还未由实验验证(参看第5节倒数第二段)。

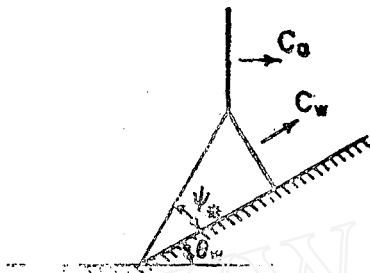


图4 转角 θ_w 的凹角绕射

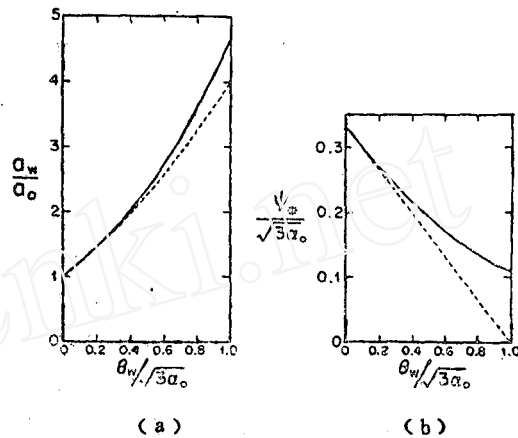


图5 (a) 凹角绕射波的振幅 (b) 角度 ψ_* (参看图4)
——射线理论计算结果 - - - 第5节的马赫反射解

8. 耗散现象

边界层粘性、表面污染、毛细迟滞、寄生毛细波、底部粗糙度引起的散射，上述任何一种因素均可引起孤立波的耗散现象。对于实验室测量而言，除了最后一种因素外，都很重要；但在现场，仅第一种和最后一种因素可能是值得注意的。此外，实验室中，边界层阻尼多数是层流的；而在现场，多数是湍流的。

在具有层流边界层的矩形槽中，孤立波振幅的衰减由下式确定(Keulegan 1948)：

$$a(t) = a_0 \{ 1 + 0.237(a_0/d)^{\frac{1}{2}} [\nu c_0 / (8d^3)]^{\frac{1}{2}} [1 + (2d/b)] t \}^{-4} \quad (8.1)$$
 其中 ν 是运动粘度， $a_0 \equiv a(0)$ 。考虑表面污染程度时，因子 $1 + 2(d/b)$ 要增加一项 C 。至少在多数实验测量中，还没有计算 C 所需的数据。大致估计， $C = 1$ (Miles 1967)。

Ostrovsky (1976) 和 Shuto (1976) 利用了湍流边界层壁面应力的经验公式 $C_* \rho u |u|$ ，得到

$$a(t) = a_0 [1 + (8C_*/15) (a_0/d^2) c_0 t]^{-1} \quad (8.2)$$

Shuto 根据波槽测量给出了 C_* 的估值。

若深度随机变化幅度的均方值为 $d^2 \langle \delta^2 \rangle$ ，它将导致发生底部散射现象而产生阻

尼, 考虑到关联长度 $L \ll (\delta^3/\alpha)^{1/2}$, 因此

$$a(t) = a_0 [1 + 0.396 \langle \delta^2 \rangle (L/d)^2 (a_0/d)^{3/2} (c_0 t/d)^{-2/3}] \quad (8.3)$$

[Ostrovsky (1976) 导出了不同的结果, 在 $\langle \zeta^2 \rangle$ 的系数中, 补充一个被遗漏的因子 L 后, 只适用于一维情况 (Ostrovsky, 私人通信)]。

值得注意的是, (8.1) — (8.3) 中任何一式, 当 $t \uparrow \infty$ 时, $a(t)$ 的渐近形式都同初始值 a_0 无关。

Weidman & Maxworthy (1978) 讨论了为证实 (8.1) 的各种测量方法。由此得出结论, (8.1) 往往低估了 $a(t)$ 的值 (虽然并不总是如此), 但包含了主要的影响; 在实验波槽中观察到的阻尼以及毛细迟滞作用 (Miles 1967), 似乎最合理地解释了这些矛盾。另一方面, 可以充分肯定, 在自然界和流通水系中, 孤立波的 (8.1) 不成立, 因为此时湍流阻尼和底部散射占主导地位。对于这种情况, 衰减规律至少可以用 (8.2) 作定性的描述; 但是, 至今似乎还没有得到确定的测量结果。

9. 内孤立波

前面几节专门讨论均匀液体自由表面上的孤立波; 但是, 孤立波的特点是非线性效应和色散效应间的平衡。当由于分层、剪切、可压缩性或转动中的一个或全部因素使自由表面不复存在时, 也有可能达到这种平衡。

双层模型 为内孤立波提供证据的最简单的模型, 是密度略有间断的双层液体。它至少定性地描述了典型的斜温层中内波的主模式, 而抑制了高阶模式, 后者是同斜温层细部结构有关的。(若上层边界是自由面, 则它也包括了表面波)。

设 d 和 $(1-d)d$ 是下层和上层的深度, ρ_0 和 $\rho_0(1-\sigma)$, $0 < \sigma \ll 1$ 为相应的密度。这样, 得到的内孤立波近似地同上边界是否为自由面或固壁无关。对 $d < \frac{1}{2}$ (或 $> \frac{1}{2}$), 波是一种凸起 (或凹陷) 的曲面。(1.2) 描述了界面的位移, 而 (1.3) 和 (1.4) 由下式代替 (Keulegan 1953):

$$F^2 = \sigma \{ d(1-d) + \alpha(1-2d) + O(\alpha^2) \} + O(\sigma^2) \quad (9.1)$$

$$d^2(1-d)^2\beta = (3/2)(\frac{1}{2}-d)\alpha + O(\alpha^2, \alpha\sigma), \quad \text{Sgn}\alpha = \text{Sgn}(\frac{1}{2}-d) \quad (9.2a, b)$$

Keulegan (1952) 已经用实验证实了 $d < \frac{1}{2}$ 的凸起波。(对于 $d > \frac{1}{2}$ 的情况, 他大概没有进行实验)。¹⁰

若上表面是自由面, 则流线位移保持在自由面下深度为 $F^2 d$ 的薄层内。自由面位移同界面位移之比为 $-\sigma d$ 。这个负号是上边界对于内波解的主要影响, 以区别于固壁边界的情况。

按 Keulegan 模型, (平方) 非线性效应的度量是 $[(\frac{1}{2}) - d]\alpha$, 而不是 α , 当 $d = \frac{1}{2}$ 时, 它等于零。若 $d - (\frac{1}{2}) = O(\alpha)$, 则立方非线性效应同平方非线性效应不相上下, 且有 $|\alpha| < |\alpha_1|$, 其中 (Long 1956)

$$\alpha_1 = d(1-d) [d^3 + (1-d)^3]^{-1} [(\frac{1}{2}) - d] \quad (9.3)$$

[Long 假定上边界为固壁, 没有利用 $\sigma \ll 1$ 的近似; 但他的结果等价于上述 $\sigma \ll 1$

1) Keulegan 似乎没有发表他实验工作的详情。Walker (1973) 发表了对于两种流体介质的实验结果, 其波速低于理论值, 波形窄于理论值。但是, 他的测量结果十分不确定。

时的结果。参看Kakutani & Yamasaki (1978)]。

双层模型可以推广到任意渐变截面的水槽的情况，它是湖泊中内涌的一种模型 (Grimshaw 1978)。

Kaup & Newell (1978) 提出：界面孤立波在变深度水中，通过 $d = \frac{1}{2}$ 变号的过渡区时，会改变极性。然而，对 $d = \frac{1}{2}$ 时，由于不可能存在孤立波，这使人们对此提法产生疑问。若 $l/L \ll \alpha$ ，其中 L 是深度变化的尺度，则如同第 6 节一样，可以导出修正的绝热近似；然而，对于一定质量的孤立波，当 $d \rightarrow \frac{1}{2}$ 时， $a \rightarrow 0$ 和 $l \rightarrow \infty$ ，于是初始的假设不成立。另一方面，若 $\alpha \ll l/L \ll 1$ ，则可以使用 Green 定律求出通过过渡区时的振幅变化，在过渡区末端的波，可以作为适当的 Kdv 方程的初始条件 (参看第 6 节中相应的表面波问题)。譬如，假定幅度为 a_0 的孤立波从深度为 d_0 (深度比 $d_0 > \frac{1}{2}$) 的区域，通过长度为 L 的过渡层，传播到深度为 d_1 (深度比 $d_1 < \frac{1}{2}$) 的区域。这样，入射波是一种凹陷波，从 Green 定律可知，在过渡区末端的波将是振幅为 $a_0 (c_0/c_1)^{1/2}$ 的类似形状的波 (Boussinesq)，其中 c_0 和 c_1 由 (9.1) 确定。所以，在孤立子本来应是正的区域中，Kdv 方程的初始位移却是负的，于是波就转变成波长逐渐增加，振幅逐渐减小的脉动波列 (参看图 2)。若 $d_0 < \frac{1}{2}$ ， $d_1 > \frac{1}{2}$ ，则可得类似的结论。因此，由于深度渐变而使界面孤立波极性改变，看来是不可能的。Djordjevic & Redekopp (1978) 同意这一结论。

分层剪切流 Peters & Stoker (1960), Long (1965), Benjamin (1966), Benney (1966), Djordjevic & Redekopp (1978), Weidman (1978), Miles (1979 b) 研究了连续分层流，它证实了无限多个离散的内孤立波集合的存在。上述所有工作除了 Miles 的以外，都只讨论了平方非线性效应，不过 Benney 和 Long 的方法很容易推广到立方非线性效应的情况。当且仅当 $\beta = O(\alpha^2)$ 时 (如第 1 节一样， α 和 β 是振幅和色散参数)，立方非线性效应才能与平方非线性效应不相上下。Benjamin, Benney, Miles 也考虑了剪切效应，但没有研究 $U = c$ 的临界层 [参看 Long (1956), Benjamin (1962), Terkrikorov (1962, 1963), Freeman & Johnson (1970) 以及 Leonov & Mitropolskiy (1975)]。Long (1965) 和 Benjamin (1966) 指出，常用的 Boussinesq 近似由于忽略了分层的惯性效应，以致应用于研究这方面的问题的根据不足。如果要使用 Boussinesq 近似，那就会抑止内孤立波。

内孤立波的形式由下式确定 (Miles 1976 b)：

$$y = a \{ \cosh^2 x - [\alpha / (2\alpha_n - \alpha)] \sinh^2 x \}^{-1} \phi_n(y) \quad (|\alpha| < |\alpha_n| \ll 1) \quad (9.4a)$$

或

$$y = \frac{1}{2} a (1 + \tanh hx) \phi_n(y) \quad (|\alpha| = |\alpha_n| < 1) \quad (9.4b)$$

其中， $x = (x - c_n t) / l$ 是在跟随波移动的参考系中的无量纲坐标， y 是主流中在无量纲高度 y 处的垂直位移 (深度单位为 d)， ϕ_n 是给定密度 $\rho(y)$ 和水平速度 $U(y)$ 的线性本征值问题的解；对于给定的 α ，参数 α_n ， $\beta = (d/l)^2$ 和波速 c_n 均是 ρ ， U 和 ϕ_n 的泛函； $c_0 > e_1 > c_2 \dots$ ，大概其中仅自由表面模式 ($n=0$) 和内主模式 ($n=1$) 是重要的。若 $|\alpha_n| \gg |\alpha|$ ，则立方非线性效应可以忽略，因此，每根流线具有 Boussinesq 公式 (1.2) 的形状。若 $|\alpha_n| \ll 1$ ，则参数 α_n 限制了振幅；采用 Keulegan 模型时， α_n 化成

(9.3), 这也是相应波的体积 Q 的度量。取极限 $|\alpha_n| \downarrow |\alpha|$ 时, $Q \rightarrow \infty$; 当 Q 固定, $|\alpha_n| \rightarrow 0$ 时, $|\alpha| \rightarrow 0$, $l \rightarrow \infty$ 。(9.4 b)的解表示 $Q = \infty$, 对它的物理意义(或许是涌潮现象的一种近似)还没有进行探讨。

Djordjevic & Redekopp (1978)考察了变深度水中的内波, 专门研究了分裂问题(参看第6节)。

嵌入层 前述结果适用于波长比流体深度大的波动现象, 不包括在很深的流体中(深度为 D)嵌入深度为 d 的非均匀层的重要情况($d \ll l \ll D$)。Benjamin (1967)和Davis & Acrivos (1967)首先开始对这层流体中的孤立波进行理论和实验研究。此后, 又在大气中进行了观察(Christie et al 1978)。

$D \gg 1$ 的假设并没有消除边界(参看Benjamin 1967)。但是, 最简单最有意义的情形是无界流体($D = \infty$)中的流体层。简单的模型由下式

$$\rho = \rho_0 (1 - \sigma \tanh y) \quad (\sigma \ll 1), \quad U = 0 \quad (9.5)$$

来描述, 这时,

$$y = a(x^2 + 1)^{-1/2} \tanh y, \quad F^2 = \frac{1}{2} \sigma (1 + \frac{3}{5} \alpha), \quad \frac{al}{d_2} = \frac{5}{2} \quad (9.6 \text{ a, b, c})$$

(Benjamin 1967)。对于主模式, 均准确到 $1 + O(\sigma)$ 。Davis & Acrivos (1967)和Hurdis & Pao (1975)的实验报告, 证实了波形和波速的结果。

Joseph (1977)把结果推广到任意 D/l 的情形。所得的波形, 当 $D/l \downarrow 0$ 时正比于 $\text{sech}^2 x$, 当 $D/l \uparrow \infty$ 时, 正比于 $1/(x^2 + 1)$ 。

可压缩性 在分层流中, 计入可压缩性效应就会导出另一族内孤立波。其波速与基本上同可压缩性无关的波的波速有相同的数量级, 但是, 当可压缩性趋于零时, 波长趋于无限(Long & Morton 1966)。

旋转 旋转对于大气和海洋中行星尺度的波动现象有重要影响。Long (1964 b)已经从理论上发现了纬向流(西风流)中的Rossby孤立波, Larsen (1965), Benney (1966), Clarke (1971)和Redekopp (1977)接着对它进行了研究(参看Maxworthy & Redekopp (1976), Maxworthy et al (1978), Redekopp & Weidman (1978))。上述所有工作都应用了Rossby的 β 平面模型, 这种模型假定地球转动垂直分量的南向梯度为常数。除了Redekopp以外, 所有上述工作还假定相对于当地流动的波速不等于零(即不存在临界层)。

Long, Larsen和Benney略去了流场的垂直变化(“无发散”近似)。他们作了为Rossby孤立波存在所必需的剪切效应很弱的假定(即纬向流几乎是均匀的), 但也不能弱到使色散效应和平方非线性效应不能达到平衡的程度。若西风流随着纬度变高而增加(或减小), 则流线位移是从北向南(或从南向北)的, 波动现象使压力呈现峰(或谷)值。分析的具体方法同研究分层剪切流的方法非常类似。

Clarke (1971)和Redekopp (1977)推广了Long的模型, 把流动的垂直变化这个因素考虑在内, 研究具有常 $V \ddot{a}i\text{s}a\ddot{a}$ 频率的模型。Clarke也考虑了波的侧向地形变化的影响。Redekopp (1977)采用匹配渐近展开法研究了临界层, 具体计算十分

复杂。

Pritchard (1970) 在具有自由面的柱形容器 (底部流动为 Rankine 涡) 和柱形管的旋涡流中, 产生了孤立波。这些波是同 Benjamin (1967), Davis & Acrivos (1967) 所讨论的波相类似的。Pritchard 所观察到的波形非常接近于用适当加以改进的 Benjamin 理论计算的结果。

对于支配有限振幅波在集中涡上传播规律的非线性积分微分方程, Leibovich & Randall (1972) 进行了数值解, 得到了孤立波。这种波定性上类似于 Boussinesq 的结果, 同 Pritchard (1970) 所观察到的波也是有联系的。

参 考 文 献 (略)

译自: Miles, John W. (1980), Solitary waves, *Ann. Rev. Fl. Mech.*,
12: 11—43. (李家春译·董务民校)

低雷诺数时卡门涡街的重新排列

Tatsuya Matsui (松井辰弥) Munenige Okude

提要 本文研究了风洞里低雷诺数时, 圆柱体尾流中卡门涡街的重新排列。用烟雾法显示了尾流中的流谱。用热线技术测量了尾流中速度脉动的波形、自关联和频谱。

在纯卡门涡旋区域中, 当雷诺数低于 160 时, 观察到卡门一次涡街在下游的一段距离处解体。发现了另一种形状的卡门涡街, 它以较大的尺度出现在更下游的地方, 在雷诺数高于 160 时, 便观察不到涡街的这种重新排列。

在二次涡街中相邻二涡旋间的流向距离同一次涡街中相应距离之比与雷诺数成反比。当雷诺数低于 160 时, 在尾流中测出的速度脉动的波形、自关联及频谱清楚地表明二次涡街的出现。

在一次涡街中, 两条涡列之间的横向距离同相邻两个涡旋之间的流向距离之比沿下游方向增大, 但这个比值在近尾流处要比卡门理论值 0.281 小, 在下游位置处则要比理论值大。在下游处涡核的尺寸增大, 但环量几乎不变。

1. 引言

众所周知, 物体尾流中的涡街称为卡门涡街。卡门理论是以理想流体假设为基础的, 卡门理论证明, 当等强度 κ 的点涡等距地分布在延伸到无穷远的直线上, 并且有一强度 $-\kappa$ 的类似的平行点涡列时, 如果 $\cosh(\pi b/a) = \sqrt{2}$ 或 $b/a = 0.281$, 涡街就稳定, 这儿 a 是二相邻涡旋间的距离, b 是二涡列之间的距离。

虽然卡门理论近似地描述了真实流体的物体尾流中显示的流谱, 但是粘性流理论却指出, 尾流宽度沿流向增加, 二涡列之间的距离并不是常数。测得的尾流平均速度分布

• 本文曾在 1980 年 8 月第 15 届国际理论和应用力学大会 (ICTAM) 分组会上宣读, 译文系根据作者寄来的抽印本译出 (有删节)。——译者