

# 计算空气动力学述评

北京空气动力研究所 付德薰

## 一、引言

计算空气动力学在60年代初期才开始形成,近十多年来有很大发展,大大促进了空气动力学的研究工作,开始改变了一些原有的传统气动设计方法。很多从前难以模拟的复杂飞行器绕流问题,现在可以模拟了。它在飞行器的发展中起着越来越大的作用。另一方面,宇航事业的高速发展又反过来不断对计算空气动力学提出各种复杂且计算量大的研究课题。这些要求导致电子计算机的进一步发展。

计算空气动力学发展很快的原因,除计算机的高速发展以外还有它本身的重要原因。首先它具有比实验更为广泛的模拟能力。例如,再入飞行器以高超音速飞行时所遇到的雷诺数效应和真实气体效应都是风洞实验难以模拟的,而计算机却可以模拟。其次对于同一问题来说,它比实验更节省开支。随着计算机的进一步发展,计算速度大大加快,使得利用计算机模拟气动问题所需的经费大大下降(图1)。而同一问题的大型风洞实验所需的经费却越来越多,加之世界能源的紧张将带来更多困难。

当然,风洞实验仍然是研究空气动力学的重要工具。因为实验,包括风洞实验和飞行实验,是研究物理现象同数学方程一一对应的重要方法,也是检验数值计算结果正确性的重要手段,是提供典型气动数据的重要工具。实验空气动力学与计算空气动力学一样,它有其自身的特点,是研究空气动力学的重要方法之一。

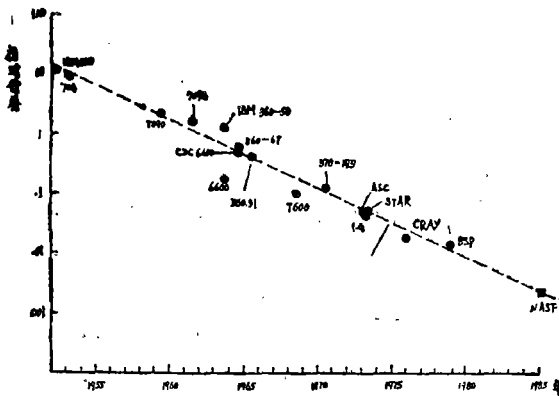


图1-1 计算机发展与相对价格的关系

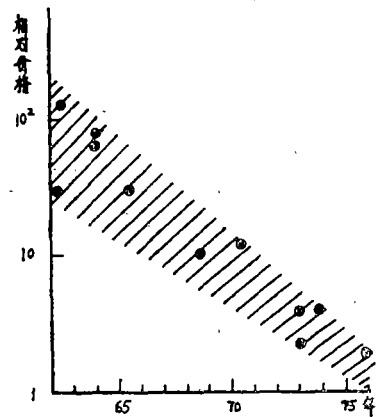


图1-2 计算机改进与相对价格的关系

• 1980年12月5日收到。

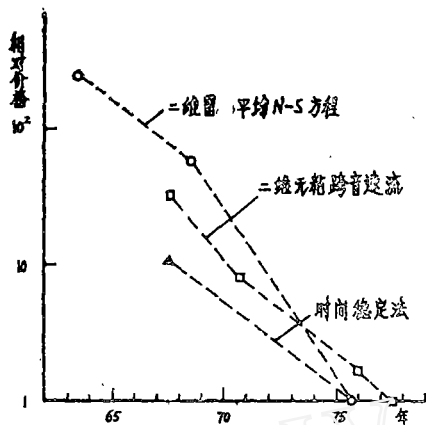


图1-3 计算方法改进与相对价格的关系

计算空气动力学的发展进程是伴随着电子计算机的发展而前进的。一般来说，只有当计算机的速度和存储量达到一定程度时才有计算空气动力学的新阶段的出现。Chapman [ 1 ]按数值求解的方程逐步逼近非定常完全Navier-Stokes方程（以后简称N-S方程）的发展过程，将计算空气动力学的发展进程划分为四个阶段：（1）线性化无粘流方程；（2）非线性化无粘流方程；（3）雷诺平均N-S方程；（4）非定常完全N-S方程。本文根据国内外情况简略总结了计算空气动力学的现状，重点放在旋转体无粘绕流数值解方面。本文共分五节：一、引言；二、无粘流数值解；三、雷诺平均N-S方程数值解；四、非定常完全N-S方程数值解；五、讨论。

## 二、无粘流数值解

无粘流数值解是指用数值方法求解Euler方程，即雷诺数相当大时粘性项可忽略不计的N-S方程。60年代初期这部分工作就开始发展起来了。这使得原有的小扰动线性理论难以模拟的跨音速和高超音速绕流问题得到了模拟。随着计算机存储量和运算速度的快速发展，目前无粘流数值解已成为宇航工业发展的重要工具。

飞行器以超音速或高超音速飞行时，由于其外形不同绕流流场将有所不同。以钝头旋转体绕流流场为例（图2），在钝头前缘头冲波之后形成一亚跨音速区，而在从物面发出的第一条特征线之后，物面与冲波之间的流场为超音速区。现分别进行讨论。

**A. 钝头体无粘绕流数值解** 描述无粘绕流的定常Euler方程，在流场当地马赫数不大于1的区域内是拟线性混合型方程组。钝头体无粘绕流数值解就是用数值方法求解此方程组的边值问题。其数值计算方法可分直接方法和时间稳定法两大类。

直接方法中首先要提到的是积分关系法。其基本思想是Дородницын [ 3 ]于1956年提出，1957年Белоцерковский [ 4 ]成功地用于超音速钝体绕流数值计算，给出了一系列钝体绕流数值计算结果。以后还利用此方法给出了具有角点的钝头体和真实气体钝体绕流计算结果 [ 5—7 ]。其次是直线法，这是1963年Теленин等 [ 8 ]提出的，以后给出了包括有凹形头部的一系列钝头体绕流的计算结果 [ 9—11 ]。1964年Теленин等 [ 12 ]用直线法第一次给出了三维钝体绕流的计算结果。此外还有反方法，有代表性的是1958年提出的Van Dyke方法 [ 14 ]和同年Vaglio Laurin与Ferri [ 15 ]提出的计算方法，都给出了各种钝头体绕流结果。文献 [ 16 ]给出了有攻角Apollo指挥舱绕流数值计算结果。实际上直接方法是将混合型

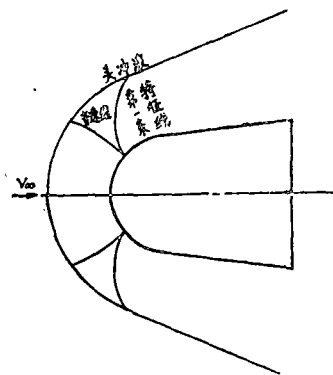


图2

方程组的边值问题归结为不适定的初值问题来求解，因此必须设法控制误差的增长。一般讲来，直线法能解的问题要求流场比较光滑且求解区不宜太大，这造成了使用上的某些限制。例如再入飞行器的发展中提出的各种复杂形状钝头体的绕流问题，直线法就难以模拟了。

时间稳定法是随着计算机速度和存储量的增加而发展起来的。其基本思想是利用非定常Euler方程将原描述钝头体绕流的混合型边值问题归结为双曲型方程的初边值问题来求解。这样数学问题就适定了，但方程增加了一维。实际上这是解非定常无粘流方程，取时间相当大时的渐近解为定常解。它适用于粘性干扰效应不大的任何一种钝体绕流的计算。这里首先要提到的是Бабешко和Русанов [16, 17]采用隐式差分格式给出了各种钝体绕流的结果。以后Русанов [18]用同一方法给出了三维钝头体绕流的计算结果，且在文献 [19]中对此方法进行了详细研究并分析了结果。其次是Moretti和Abbett [20]等从非守恒型方程出发，用Lax-Wendroff格式计算了钝体绕流。以上这些方法都是将头冲波作为精确的间断面来处理，称为冲波分离法。另一类方法是不把冲波分出来处理，而是利用人工粘性克服二阶精度差分格式过冲波的跳动问题，称为冲波捕捉法。例如Белоцерковский [23]在1970年提出的大质点方法和MacCormack等 [24]提出的时间分裂法。最近Hall [25]利用MacCormack格式对具有内插冲波的亚钝形钝头体绕流给出了数值计算结果。作为一个算例在图3中给出了计算结果与实验值的比较，可以看出二者是符合的。一个很有趣的结果是文献 [28]给出的半锥角 $\theta_c = 60^\circ$ 的大钝锥三维绕流的数值解。它指出，当攻角在一定范围内（给定来流马赫数），背风面冲波附近将出现局部超音速区或音速线的拐点（图4）。这一现象在攻角为零、比热比由1.4减小到1.1时也同样出现。

我国关于钝头体无粘绕流数值计算的研究工作也早在60年代初就开始了。最早是李松波 [29]采用Ferri的反解法给出了钝头体绕流的计算结果。以后好些作者采用积分关系法给出了球头绕流计算结果 [30, 31]。文献 [32]还用直线法给出了各种钝体

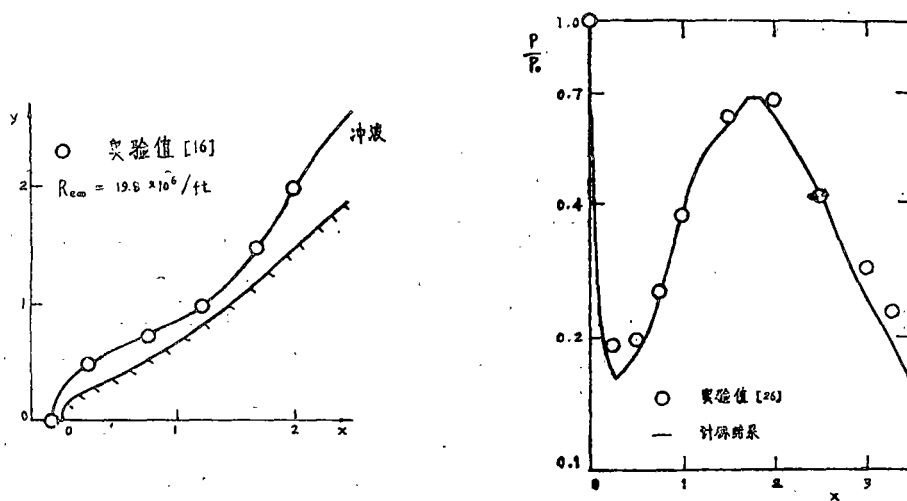


图3-1  $M_\infty = 5$  的物面压力和冲波形状

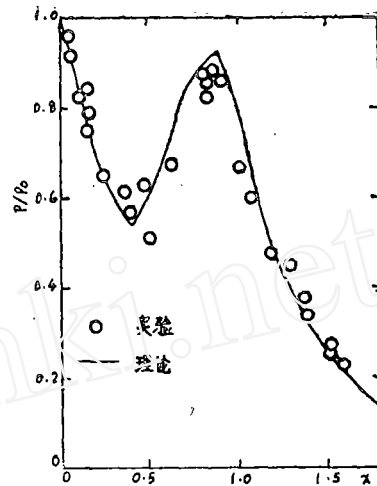
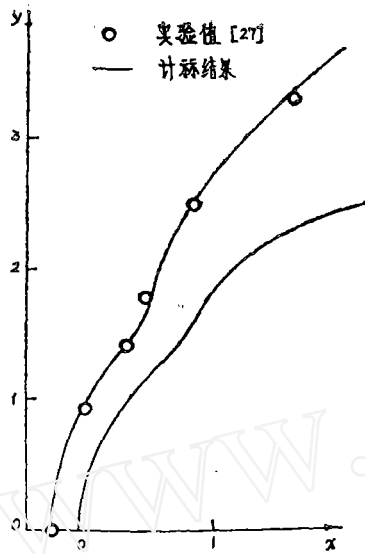


图3-2 冲波形状和物面压力分布

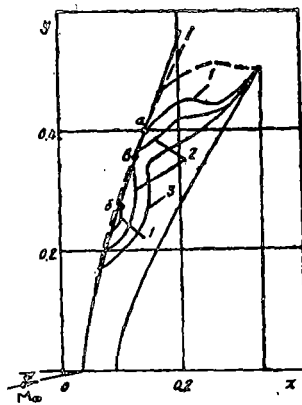


图4-1 冲波及音速线形状

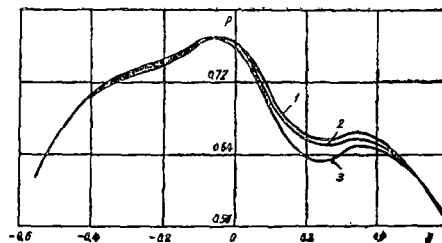


图4-2 物面压力分布

图4 大钝锥有攻角绕流

$M_\infty = 8$     $\gamma = 1.4$    ---  $\alpha = 0$    1.  $\alpha = 5^\circ$    2.  $\alpha = 5.5^\circ$    3.  $\alpha = 6^\circ$

绕流的计算结果。采用时间稳定法模拟钝体绕流的研究工作也给出了不少结果。文献 [ 33 ] 采用MacCormack格式给出了亚铃形钝体绕流的计算结果。文献 [ 34 ] 根据直线法的基本思想提出了非定常直线法, 给出了大锥角钝锥和平头钝体的三维绕流数值计算结果。在文献 [ 35 ] 中侯天相等人采用Lax-Wendroff格式, 根据Moretti提出的特征边界处理的思想, 用时间稳定法给出了三维钝体绕流的计算结果。以后他们在文献 [ 36 ] 中详细分析了边界处理的重要性, 且在边界上给出了对时间步长为二阶精度的特征关系, 使方法得到了重大改进。作为一个算例, 在图 5 中给出了计算结果。图 5-1 是各种钝体绕流的计算结果; 图 5-2 中给出了具有肩部的钝体绕流计算结果, 流场中产生两个亚音速区。

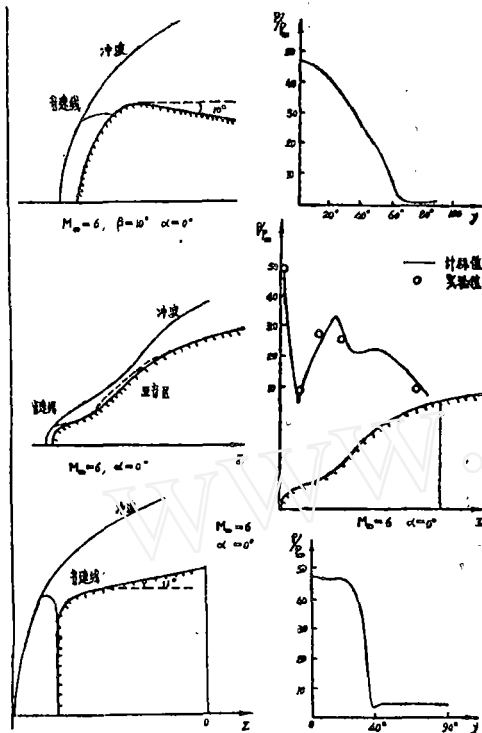


图5-1 各种钝体绕流的冲击音速线和物面压力分布

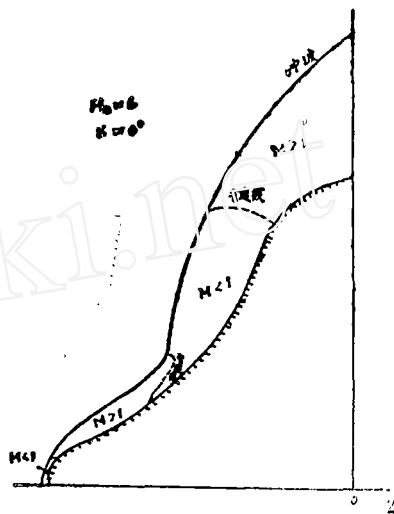


图5-2 冲击波和音速线的形状

**B. 超音速流动区的数值解** 描述无粘绕流的定常Euler方程，当流场所有点在求解方向上的分速都是超音速时，为拟线性双曲型方程。其数值计算方法在二维绕流问题中用得最早最多的是特征线法。采用此方法不但给出了简单物形的绕流结果，而且还给出了具有膨胀拐角和压缩折角的组合体物形绕流结果 [ 37—39 ]。三维绕流超音速区的计算方法大致可归结为三种：一为参考特征线方法（又称半特征线法） [ 39 ] 和多面特征线法 [ 40 ]；一为积分关系法 [ 41 ]；一为差分方法 [ 43—46 ]。文献 [ 47 ] 利用参考面特征线法计算了非轴对称物体绕流，后来又用来计算了航天飞机 [ 48 ] 和非平衡气体的钝体绕流 [ 49 ]。差分方法又可分为两类。一类是Lomax和Kutler所采用的“冲击波捕捉法”，此方法已得到广泛应用且给出了大量结果。值得提出的是Lomax和Kutler使用MacCormack的两步格式，以冲击波捕捉法计算了导弹以超音速或高超音速飞行通过爆炸波的瞬时载荷。计算结果与实验非常符合且比实验得到了更多的信息。另一类是以Бабенко [ 43 ] 和Moretti [ 39 ] 等人的工作为代表的“激波分离法”。后来大多数作者采取将头冲击波分离出来作为间断面精确处理，而流场内的冲击波用冲击波捕捉法来处理。此方法用于计算有多个间断面的三元绕流流场是成功的。最近Moretti等人利用此方法给出了复杂翼身组合体绕流计算结果 [ 52 ]，但方法比前一类更为复杂。

超音速流动区数值计算方法的研究，在国内也已取得了可喜的成果。首先要提到的是朱幼兰等 [ 53 ] 提出的“分离奇性差分方法”。这是计算具有多间断面流场的组合体绕流较好的方法，其特点是精度高，通用性较强，理论基础较扎实。他们利用此方法给

出了各种组合体超音速高超音速三元绕流的计算结果。作为一个算例，图6给出了流场计算结果与实验值的比较。可以看出结果是理想的。另外，纪楚群[54]利用冲波捕捉法采用MacCormack的二步格式给出了复杂组合体超音速高超音速三元绕流的计算结果。此方法比朱幼兰等的方法简单，但精度差一些。然而，由于纪楚群在计算中仔细处理了物面各奇点，得到了很好的结果，图7中给出了两个算例，可以看出其计算结果与

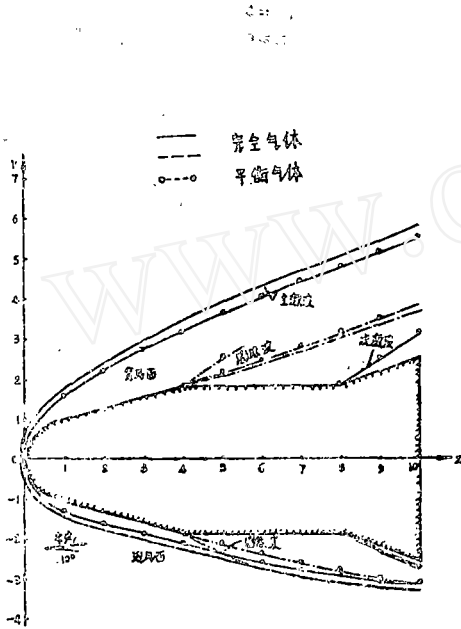


图6-1 流场断面形状

$M_\infty = 20$   $\alpha = 10^\circ$  球头半径  $R_0 = 1$

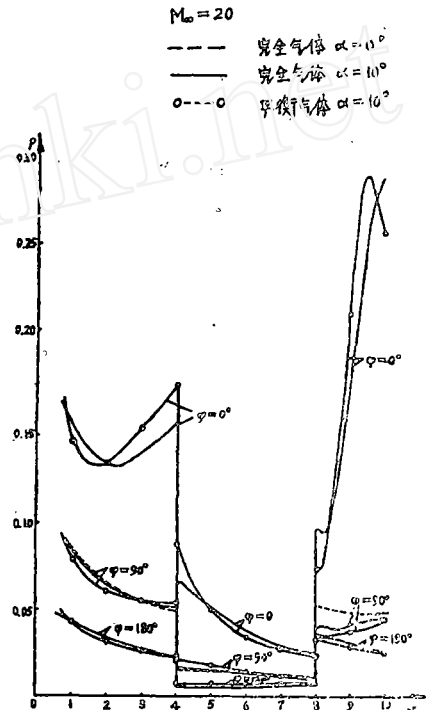


图6-2 物面压力分布

(物形与图6-1相同)

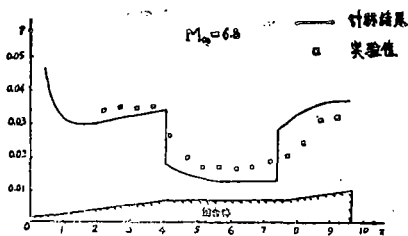


图6-3 零攻角压力分布

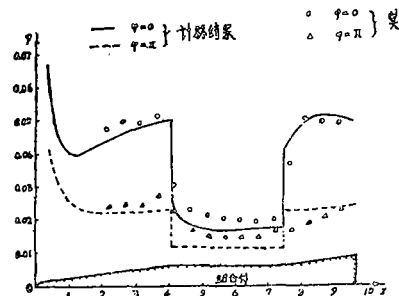


图6-4 物面压力分布 ( $\alpha = 6.19^\circ$ )

实验值是符合的且给出了流场波系图象。最近纪楚群[55]又利用同一方法给出了三元翼身组合体超音速高超音速绕流的数值计算结果。文献[56]利用半特征线方法给出了三元无粘绕流的数值解，此方法的特点是简单且具有较好的精度。图8给出了两个算例。以上三种方法已实际用于宇航工业。

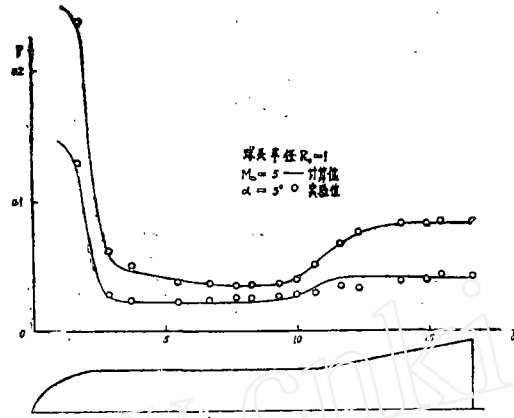


图7-1 组合体HB-2物面压力分布

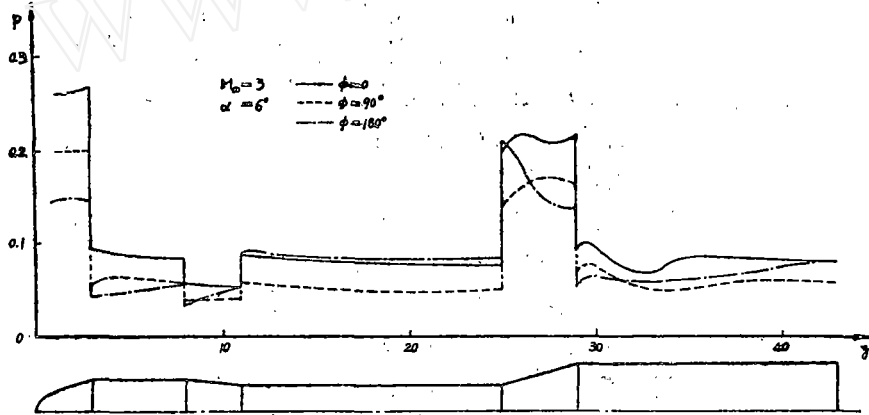


图7-2 组合体物面压力分布

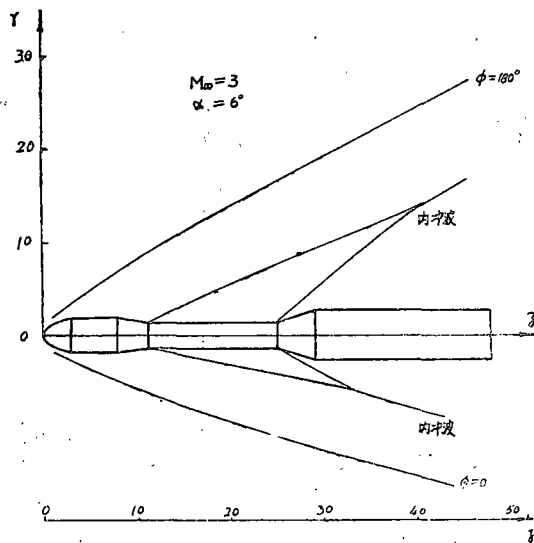


图7-3 组合体冲波外形计算结果(其他波系未给出)

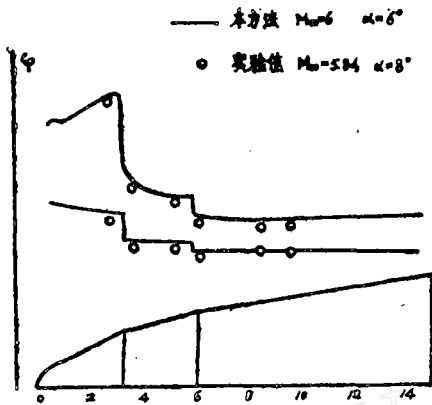


图8-1 球-多锥组合体 $C_p-x$ 分布曲线

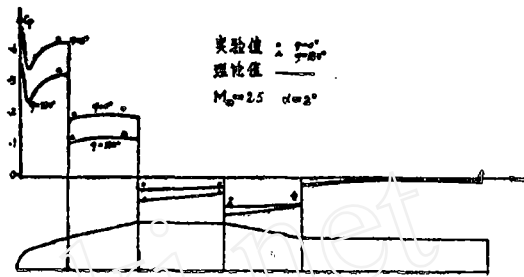


图8-2 球-多锥组合体 $C_p-x$ 分布曲线

**C. 跨音速无粘流数值解** 当飞行器以跨音速飞行时,其绕流场的旋度基本上可忽略不计,因此描述无粘绕流的Euler方程可化为位势方程,且在跨音速时此方程不能线性化。跨音无粘绕流数值解就是用数值方法求解此非线性位势方程。

随着计算机速度和存储量的迅速增加(图9),目前跨音速无粘绕流的数值解已广泛应用于航空工业。这里首先要提到的是Maguns和Yoshihaya [58]等采用时间关系法第一次给出了流场具有内插冲波的飞行器跨音速无粘绕流的数值解。其次要提到的是很多作者在小扰动近似假设下,数值求解了小扰动方程,给出了很好的结果。作为一个算例在图10中给出了文献[60]中得到的翼身组合体跨音速绕流的数值解,其计算结果与实验值是一致的。在计算方法的研究方面,以后提出的隐式计算方法[59]比原有的松弛方法大大加快了收敛速度。最近,Boppe [61]利用窝冗方法计算了具有超临界翼的翼身组合体三维跨音速无粘绕流,在小攻角时计算结果与实验值符合得很好。

国内在这方面的研究工作也已开展了起来。最近罗时钧等[62]在小扰动假设下,采用Murman-Cole的混合差分格式按松弛方法给出了复杂组合体跨音速无粘绕流的计算结果,为我们跨音速无粘绕流的数值计算起到了先导作用。

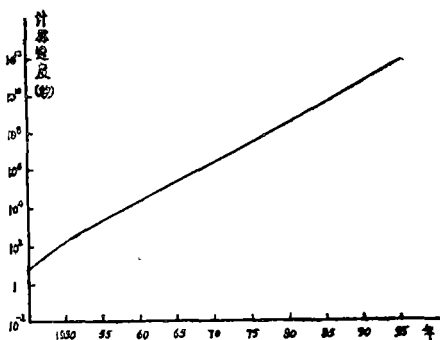


图9-1 大型计算机计算速度发展趋势

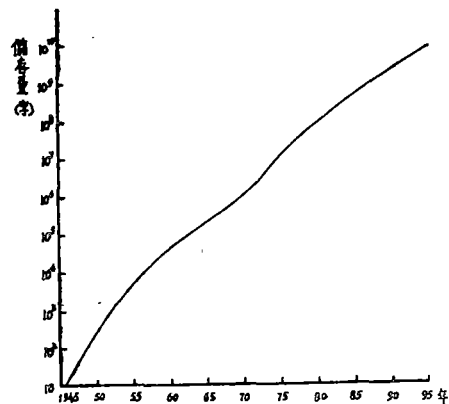


图9-2 大型计算机存储量发展趋势



从以上介绍可以看出，无粘绕流数值解目前已广泛应用于宇航工业。它与地面实验比较，具有模拟更广泛的马赫数和飞行高度的能力，且耗费较少。

然而还有很多重要的流动现象，例如分离流或包含有分离和再附的复杂流动，是无粘绕流数值解不能模拟的，而这些现象又是实际宇航和航空方面迫切需要解决的问题，也是地面实验难以模拟的问题。雷诺平均N-S方程数值解的研究和非定常完全N-S方程数值解的研究使以上提出的问题有了解决的可能。

当然，无粘绕流数值解本身还有很多值得我们进一步研究的问题，例如冲波-冲波相互干扰；复杂翼身组合体三元绕流；非对称体三元绕流等等问题。

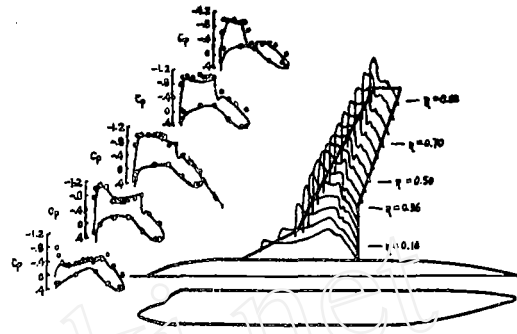


图10 翼面压力分布的计算结果与实验值比较

$$M = \infty 0.825 \quad \alpha = 4^\circ$$

— 计算结果    O 实验值

### 三、雷诺平均Navier-Stokes方程数值解

这里所讨论的雷诺平均N-S方程是指非定常完全N-S方程沿时间积分后所得到的平均方程。其数值计算方法的研究工作还处于初始阶段。加之现有计算机速度和存储量的限制，国内外计算结果都还未能用于实际宇航工业中。然而从现有的结果我们可以看出，随着计算机和计算方法的进一步发展，宇航飞行中所遇到的许多问题将逐步得到解决。下面分层流和湍流两部分来叙述。

层流N-S方程可看成湍流度为零的雷诺平均N-S方程。其数值解在文献[63]中已综合论述。这方面工作最早是MacCormack[64]给出了冲波附面层干扰的计算结果。文献[65]中Carter采用Lax-Wendroff格式数值求解N-S方程，给出了二元压缩折角层流分离流的数值计算结果。以后MacCormack[66]采用自己的二步格式的时间分裂法给出了高超音速二元压缩折角层流分离流的数值计算结果。作为一个算例，图11给出了此计算结果与实验值的比较，可以看出二者是符合得很好。文献[67，

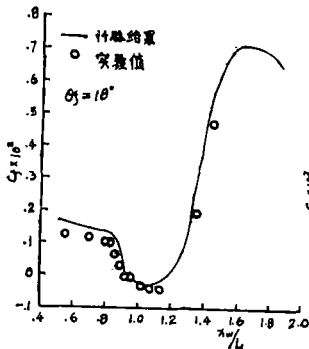


图11-1 摩擦系数

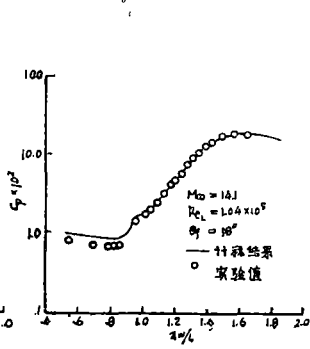


图11-2 壁面压力分布

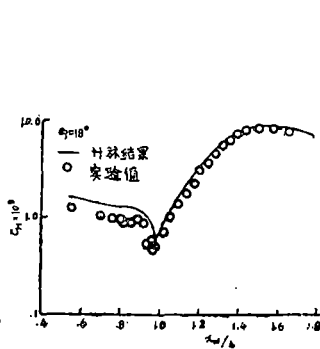


图11-3 热流分布

图11 压缩折角分离流计算结果(折角  $\theta_f = 18^\circ$ )

68]中给出了三元压缩折角层流分离流的数值计算结果。以上这些结果表明,用附面层方程难以模拟的分离流,N-S方程的数值解给出了满意的结果。这里还应提到的是Mehta [69]用N-S方程数值解模拟了低雷诺数情况下飞行器产生振动而引起的失速现象,计算得到的所有结果与实验值都是符合的。另外,为了减少计算机时和程序量,近几年来许多作者从N-S方程的近似方程——粘性冲波层方程出发,给出了各种粘性绕流的计算结果。这里首先要提到的是Davis等人[70,71]采用隐式差分 和迭代方法数值求解了抛物型粘性冲波层方程,给出了与实验值相当一致的钝锥层流绕流计算结果。文献[72]采用类似的方法给出了尖锥有攻角层流绕流数值解。文献[73]利用粘性冲波层方程的数值解给出了钝锥大攻角数值计算结果。以上这些工作都成功地模拟了旋转体大攻角绕流的背风面层流分离流动,计算结果与实验值符合得很好。一般讲来,在通常所使用的网格情况下,对于上面所提到的问题,粘性冲波层方程与N-S方程的数值解之间的差别不大。

国内在这方面的研究工作刚开始,但已有了一些结果。例如文献[74]按Брайловская-Alien-Cheng差分格式数值求解N-S方程,给出了二维层流底部流动的数值解。在计算方法中,该文引进了一调整因子,改善了二阶精度差分格式过冲波的跳动且加快了收敛速度。以后文献[75]又采用高精度差分格式且加调整因子的方法数值求解N-S方程,给出了包括大锥角钝锥在内的钝体超音速层流绕流的计算结果,在图12中给出了算例。另外,文献[76]提出了二阶精度的单步差分格式,且利用此格式数值求解N-S方程,给出了高超音速平板前缘干扰结果,在图13中给出了计算结果与实验值的比较,二者是符合的。以后文献[78]用同一方法给出了二元压缩折角层流分离流的计算

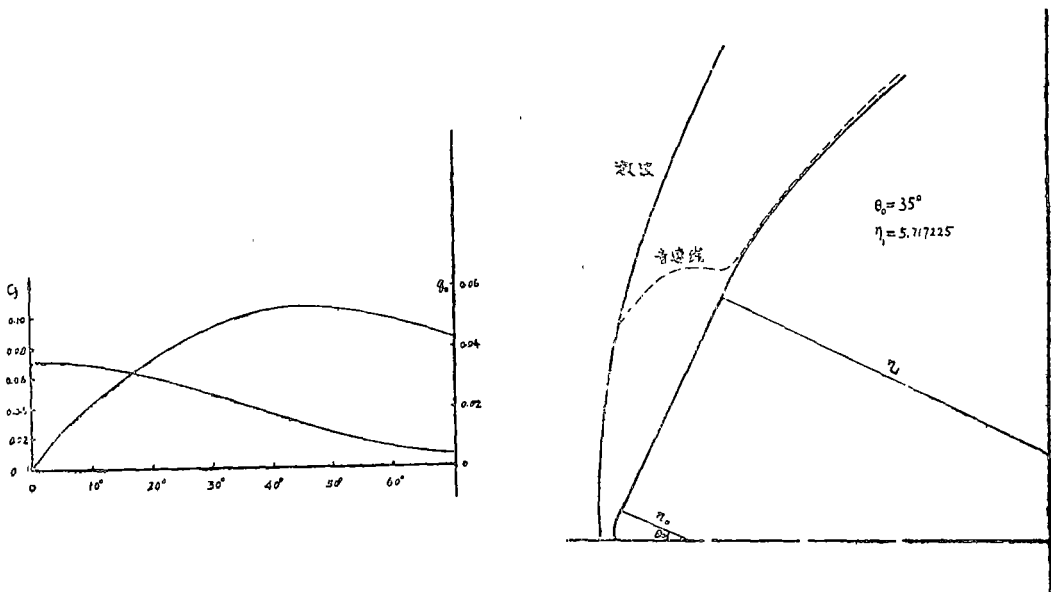


图12-1  $Re = 200, M_\infty = 6$   
沿物面的摩阻与热流(球头)

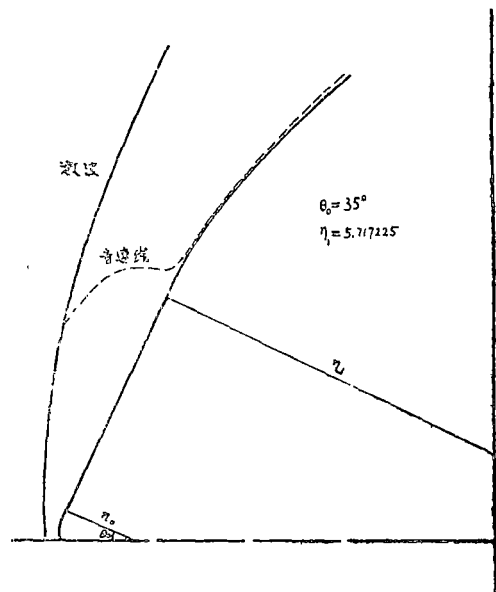


图12-2  $M_\infty = 6, Re_{z_0} = 0.2 \times 10^5$   
大锥角激波形状与音速线

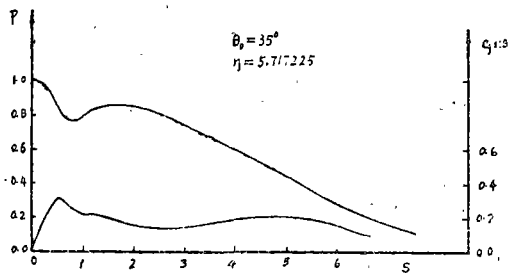


图12-3  $M_\infty = 6$ ,  $Re_{z0} = 0.2 \times 10^5$   
大锥角沿物面压力分布

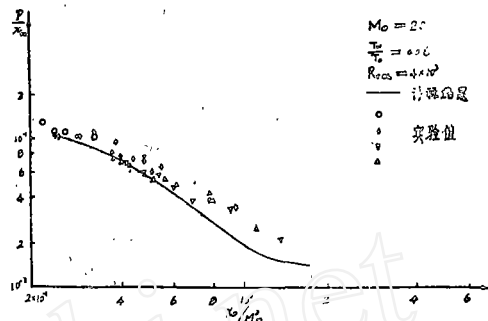


图13 平板前缘的压力分布

结果，其结果与文献 [ 65 ] 的结果一致。但由于计算机速度和存储量的限制，这部分工作还仅限于方法的研究。

用雷诺平均N-S方程的数值解来模拟湍流，其计算结果的精度很大程度依赖于所选择的湍流模型（关于在雷诺平均N-S方程数值解中采用不同的湍流模型，所得到的不同效果在文献 [ 1 ] 中已有论述，这里就不重复了）。已有的数值解大多是计算冲击波-湍流附面层干扰 [ 79—81 ] 和轴对称体绕流 [ 82 ]。且都采用了简单代数湍流模型。最近已给出了一些三元湍流分离流的数值计算结果。为了说明计算结果的现状，在图14中给出了Pulliam和Lomax [ 83 ] 等得到的有攻角半球-柱湍流绕流的数值计算结果。这里模拟了背风面分离和头部拐角处分离现象，其计算结果与实验值符合得很好。图15给出了最近文献 [ 84 ] 中得到的平板-楔的三元湍流分离流的计算结果，与实验值比较是一致的。从这些结果可以看出，采用雷诺平均N-S方程的数值解来模拟冲击波-湍流附面层干扰对飞行器气动特性的影响，模拟飞行器在飞行过程中的高雷诺数效应是完全可能的。当然还需进行深入细致的研究工作，这包括计算方法的研究，适合于粘性干扰的湍流模型的研究等等。

#### 四、非定常完全N-S方程数值解

从非定常完全N-S方程出发，直接模拟湍流涡的数值计算方法，要求计算机有足够快的计算速度和足够大的存储量。现有的一些研究工作已给出了可喜的结果。例如Feriziger [ 82 ] 给出了大涡的数值模拟结果，文献 [ 84, 85 ] 还给出了数值模拟三维湍流的结果。虽然这些结果还是初步的，还受到现有计算机的速度和存储量的限制，但从计算机发展的远景来看，直接数值求解非定常完全N-S方程是完全可能的。

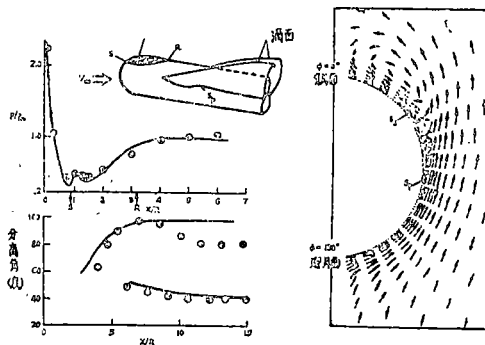


图14 球-柱体三元绕流的压力分布和分离点位置  
 $M_\infty = 1.2$   $\alpha = 19^\circ$   $Re_D = 4.45 \times 10^5$   
——计算结果      • 实验值

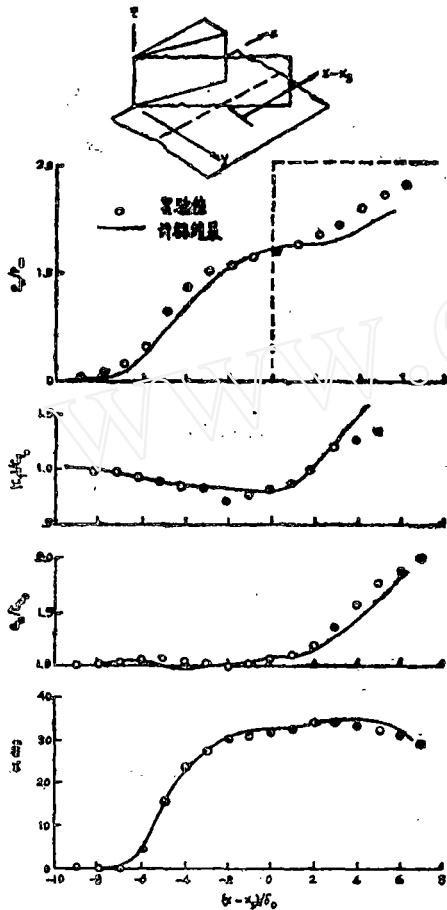


图15-1  $\theta = 9.75^\circ$ ,  $M_\infty = 3$ ,  $y/\delta_0 = 7.27$ ,  
 $E/\delta_0 = 0$  的计算结果与实验值比较,  $x_0$  为无粘流  
 冲波位置,  $\delta_0$  为干扰前附面层厚度,  $\theta$  为楔角

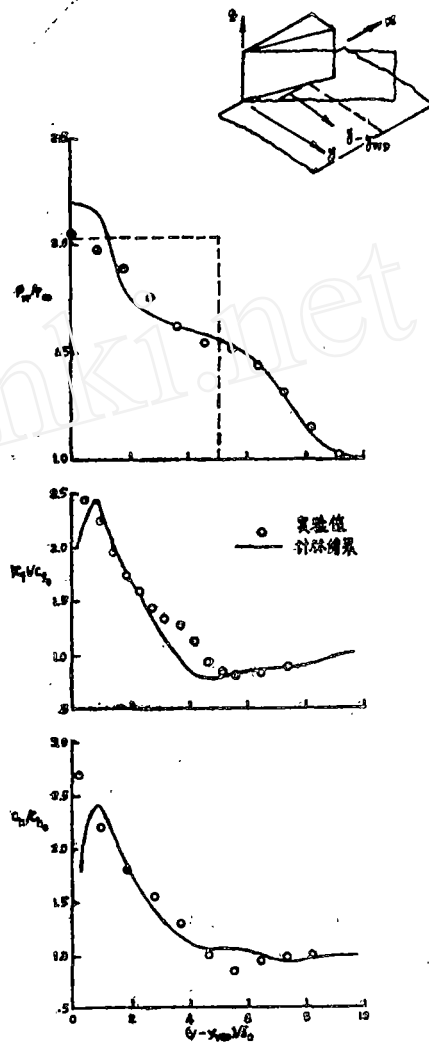


图15-2  $\theta = 9.75^\circ$ ,  $M_\infty = 3$ ,  $y/\delta_0$   
 $= 13.8$ ,  $z/\delta_0 = 0$  的计算结果与实验值  
 比较,  $y_{WD}$  楔表面坐标

## 五、讨 论

从前面的叙述可以看出, 计算空气动力学的出现给原有的空气动力学的研究方法、计算和论证带来了新的变革。空气动力学的许多经典理论方法已逐渐被推向次要地位。计算空气动力学为各种飞行器的发展提供了一个比风洞实验模拟能力更强、更广且花钱更少的数值实验工具, 它还将引导我们去认识以前尚未被人们所了解的更多的物理现象。

为了使计算空气动力学在国内更快地发展起来, 首先要求有更大的计算机, 另一方面是要求进一步开展对计算方法的研究。

正如前面所说, 计算空气动力学的发展进程是伴随着电子计算机的发展而前进的, 对大型计算机的要求主要是增大存储量, 其次是加快计算速度。因为只有提供更多的计算网格点才能模拟更为复杂的气动现象。对于雷诺平均N-S方程来说, 计算时间大致是与网格点数成比例。然而为了能模拟粘性效应, 要求在附面层厚度 $\delta$ 的同量级的长度内, 特别在壁面的法向, 应有足够的计算点数。文献[1]详细论述了计算各种问题所需要的网格点数, 且根据美国计算机的发展进程预估了计算机今后的发展远景。在图1中我们列出了文献[1]给出的美国计算机和计算方法的发展与计算价格的关系。在图9中给出了美国计算机速度和存储量的发展趋势。它给我们预示了计算空气动力学对计算机的进一步要求, 而国内现有的计算机远不能满足这一要求。

计算方法的研究也是促进计算空气动力学发展的重要因素之一。以侯天相等[35, 36]的工作为例。最初他们采用Moretti的方法计算了钝体无粘绕流, 需迭代1800次才能收敛, 且冲波速度只能收敛到 $10^{-1}$ 。以后他们对边界处理进行了仔细分析和改进, 用改进后的方法计算同一问题则只需迭代300步就收敛了, 且冲波速度可收敛到 $10^{-3}$ , 每次迭代所需的机时不变。图1-3说明了计算方法改进的重要性。对于雷诺平均N-S方程数值解来说, 计算方法的改进就更加重要了。特别在国内, 要想在现有的计算机速度和存储量的条件下作些工作, 计算方法的研究尤其显得重要。

#### 参 考 文 献

- [1] Chapman, D.R. (1979), AIAA Paper 79-129 [又见AIAA J., 17, 12 (1979): 1293—1313]
- [2] Lax, P.D. and Wedroff, V. (1960), Comm. Pure Appl. Math., 13, 2.
- [3] Дороницын, А.А. (1958), Труд III Всесоюз. матем. съезда, III, М., Изд-во, АН СССР.
- [4] Белоцерковский, О. М. (1957), ДАН СССР, 113, 3.
- [5] —, и др. (1966), М. В. АН СССР, Изд. 2-е.
- [6] Лебедев, В. И. и Фомин, В. Н. (1969), Ж. ВММФ, 9, 3.
- [7] Душин, В. К. (1969), Ж. ВММФ, 9, 5.
- [8] Росляков, Г. С. и Теленин, Г. Ф. (1963), В сб. «Численные методы в газовой динамике, II, Изд. МГУ, 1963»
- [9] Гишинский, С. М., Теленин, Г. Ф. и Тиняков, Г. П. (1964), Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 4.
- [10] Гишинский, С. М. и Теленин, Г. Ф. (1964), ibid., 5.
- [11] Гишинский, С. М. и Лебедев, М. Т. (1965), Изв. АН СССР, Механика, 1.
- [12] Стулов, В. П. и Теленин, Г. Ф. (1965), ibid., 1.
- [13] Турчак, Л. И. (1970), Изв. АН СССР, М.Ж.Г., 2.

- [14] Van-Dyke, M. D. (1958), *J. Aerospace Sci.*, 25, 8.
- [15] Vaglio-Laurin, R. and Ferri, A. (1958), *ibid.*, 25, 12.
- [16] Бабенко, К. И. и Русанов, В. В. (1965), В «Труды II Всесоюз. съезда по теорет. и прикл. мех., 1965, Вып. 2».
- [17] Rusanov, V. V. (1975), In «Lecture Notes in Physics, Vol. 35, Springer-Verlag, New York, 1975».
- [18] Русанов, В. В. (1968), *Ж. ВММФ*, 8, 3.
- [19] Rusanov, V. V. and Liubimov, A. N. (1969), In «Applied Mechanics, Proc. 12th Intern. Cong. of Appl. Mech., Stanford Univ. (1968), Springer-Verlag, New York, 1969».
- [20] Moretti, G. and Abbett, M. (1966), *AIAA J.*, 4, 12.
- [21] Moretti, G., NASA TR R-311.
- [22] Porter, R. W. and Coakley, J. F. (1972), *Intern. J. Numer. Methods in Eng.*, 5, 1.
- [23] Белоцерковский, О. М. и Давыдов, Ю. М. (1971), *Ж. ВММФ*, 11, 1.
- [24] McCormack, R. W. and Paullay, A. J. (1972), AIAA Paper 72-154.
- [25] Hall, D. W. (1979), AIAA Paper 79-0342.
- [26] Jackson, M. D. and Baker, D. L. (1974), SAMSO TR-74-86.
- [27] Reeves, B. L., Todisco, A., Lin, T. C. and Pallone, A. (1977), AIAA Paper 77-91.
- [28] Голомазов, М. М., Зюзин, А. П., (1979), *НАН СССР, МЖГ*, 4.
- [29] 李松波 (1973), 北京空气动力研究所报告.
- [30] 高玉文 (1965), 北京空气动力研究所报告.
- [31] 黄绍鹏 (1978), 北京空气动力研究所报告.
- [32] 朱幼兰、钟锡昌, 中国科学院计算中心报告.
- [33] 李松波、陈琼康 (1979), 航空学报, 2.
- [34] 付德薰、纪楚群、杨振生 (1979), 航空学报, 2.
- [35] 侯天相、周荣春、孟德俊 (1979), 航空学报, 4.
- [36] 侯天相、周荣春 (1978), 航空学报, 4.
- [37] Eastman, D. W., and Radke, L. P. (1963), *AIAA J.*, 1, 10.
- [38] Inouye, M., Rakich, J. V. and Lomax, H. (1965), NASA TND 2970.
- [39] Moretti, G. (1960), GASL, Inc. TR-172.
- [40] Fowell, L. R. (1961), IAS Paper 61-208-1902.

- [41] Белоцерковский, О. М. и Чушкин, П. И. (1962), Ж.ВММФ, 2, 5.
- [42] Rusanov, V. V. (1969), Phys., Fluids, 12, 12, Part II, II-126-129.
- [43] Бабенко, К. И. и Воскресенский, Г. П. (1961), Ж.ВММФ, 1, 6.
- [44] Бабенко, К. И., Воскресенский, Г. П., Любимов, А. Н. (1964), Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом, М., Наука.
- [45] Любимов, А. Н. и Русанов, В. В. (1970), Течения газа около тупых тел, М., Наука.
- [46] Moretti, G., Grossman, B. and Marconi, F., Jr. (1972), AIAA Paper 72-192.
- [47] Joss, W. W. (1966), NASA CR-445.
- [48] Северинов, Л. И. (1965), Ж.ВММФ, 5, 3.
- [49] Coakley, J. F. and Porter, R. W. (1971), AIAA J., 9, 8.
- [50] Kutler, P. and Lomax, H. (1971), J. Spacecraft and Rockets, 8, 12.
- [51] Kutler, P. and Sakell, L. (1975), AIAA J., 13, 10.
- [52] Tannehill, J. C., Holst, T. L. and Rakich, J. V. (1976), AIAA J., 14, 2.
- [53] 朱幼兰、钟锡昌、陈炳木、张作民 (1980), 初边值问题差分法及绕流, 科学出版社.
- [54] 纪楚群 (1980), 航空学报, 2.
- [55] 纪楚群 (1979), 北京空气动力研究所报告.
- [56] 李家良、张锡成、居绍一、黄绍鹏、屈金霞 (1979), 气动力学学刊, 1, 1.
- [57] 林菁秀 (1966), 北京空气动力研究所报告.
- [58] Steger, J. L. and Lomax, H. (1971), Proc. 2nd Intern. Conf. on Numer. Methods in Fluid Dynamics, Lecture Notes in Physics, Vol. 8.
- [59] Ballhaus, W. F., Jameson, A. and Albert, J. (1977), AIAA Paper 77-634.
- [60] Bailey, F. R. and Ballhaus, W. F. (1975), NASA SP-347, Part II.
- [61] Ворпе, С. W. (1978), AIAA Paper 78-104.
- [6] 罗时钧、郑郁文、钱鸿、王蝶茜 (1979), 中国力学学会第二届全国流体力学学术会议报告.
- [63] MacCormack, R. W. (1971), Lecture Notes in Physics, Vol. 8,

Springer-Verlag.

- [64] Peyret, R. and Viviand, H. (1975), AGARDograph, No 212.
- [65] Carter, J. E. (1972), NASA TR R-385.
- [66] Hung, C. M. and MacCormack R. W. (1975), AIAA Paper 75-2.
- [67] Shang, J. S. and Hankey, W.L. (1977), AIAA J., 15, 11.
- [68] Hung, C. M. and MacCormack, R. W. (1977), AIAA Paper 77-694.
- [69] Mehta, U. (1977), AGARD Fluid Dynamics Panel Symposium  
Ottawa, Paper No 23.
- [70] Davis, R. T. (1970), AIAA J., 8, 5.
- [71] Srivastava, B. N., Werle, M. J. and Davis, R. T. (1978), AIAA J.,  
16, 2.
- [72] Lubard, S. C. and Helliwell, W. S. (1974), AIAA J., 12, 7.
- [73] Murray, A. L. and Lewis, C. H. (1978), AIAA Paper 78-259.
- [74] 马延文、董常铨 (1978), 计算数学会议报告.
- [75] 马延文、董常铨 (1978), 计算数学会议报告.
- [76] 付德薰 (1978), 北京空气动力研究所报告.
- [77] 付德薰 (1979), 中国力学学会第二届全国流体力学学术会议报告.
- [78] 付德薰、陈英文 (1979), 广州计算数学会议报告.
- [79] Wilcox, D. C. (1973), AIAA J., 11, 11.
- [80] Wilcox, D. C. (1974), AIAA Paper 74-584.
- [81] Hung, C. M. and MacCormack, R. W. (1977), AIAA J., 15, 3.
- [82] Holst, T. L. (1977), AIAA Paper 77-224.
- [83] Pulliam, T. H. and Lomax, H. (1979), AIAA Paper 79-0206.
- [84] Horstman, C. C. and Hung, C. M. (1979), AIAA Paper 79-0002.
- [85] Kreiss, H., Oliger, J. (1973), GARP Publications Series No 10.

## 高超声速湍流边界层研究现状\*

中国科学技术大学 蔡树棠 麻柏坤

### 一、高超声速湍流边界层研究的重要性

随着再入导弹武器从惯性弹道导弹发展到可作机动飞行的多弹头分导弹道导弹, 以及航天飞机的出现, 高超声速再入飞行器的气动外形变得更复杂了。由于出现了多个激波的相互干扰, 激波与边界层的相互影响, 以及边界层的分离(入射激波和后台阶产生

• 1989年11月24日收到