

数学模拟和计算实验

A. A. Сатарский

物理学中的理论研究总是建立在数学的基础上，建立在所研究现象的主要数量特性的计算上。同时，采用的数学工具的复杂程度，通常由所研究物理对象的复杂程度以及获得研究结果时所要求的精确度来决定。而精确度又取决于研究的应用特性，取决于研究的实践目的。随着科学的发展，对理论物理研究的精确度的要求不断地增长，这是因为在设计和建造现代技术的复杂装置时，在这些研究中得到的资料是主要的（有时是唯一的）资料。这使得问题的数学描述非常复杂，并且使得以传统方法求解问题变得困难，或者简直是不可能的。

利用数学方法来研究物理学，这一新阶段已经随着制成高速电子计算机而到来。新的技术手段的出现引起了计算方法的蓬勃发展，引起了解复杂数学问题的新方法的研究，这些方法是以直接进行数值计算为基础的。在科学研究中广泛运用电子计算机不仅能够加速计算，而且根本上改变了计算的方式和方法。实际上，在最近二十年内，在理论物理研究中形成了一个方向，这个新方向以采用电子计算机为基础，并且在加快科学技术进步的速度中起了重要作用。这个新方向有不同的名称：“计算实验”、“数学模拟”、“数学实验”等等。但是不管称什么，本质是一

个在数学模型的基础上借助于电子计算机进行各种装置和物理过程的研究，“表演”它们在各种条件下的行为，找到正在使用或正在设计的结构的最优参数和状态。现在已可以进行复杂现象和技术装置的数学预测，而以其它方法来研究这些复杂现象和技术装置则是困难的。

研究整套数值方法和用于电子计算机的程序，在某些情况下相当于建造巨大的实验设备，因为计算实验（在某一阶段）可以代替一系列昂贵的和旷日持久的实物（物理）实验。

目前显而易见的情况是：集中在计算中心和联成网络的整套的大型电子计算机，以及在此基础上建立起来的掌握了现代研究方法的庞大的熟练科学工作者集体，这些都是巨大的战略潜力，在必要的时候，这种潜力可以用来解决宏大的国家任务。而这种国家任务是很多的。为了体会到这种国家任务的规模、重要性和迫切性，从中列举几个例子就足够了：核物理问题，核反应堆理论，受控热核聚变（УТС），等离子体物理，磁流体力学（МГД）-能量转换，激光物理，空气流体动力学、气象学，等等。

下面更详细地谈谈“计算实验”概念的含义^[1]。

Univ. Oxford Report No.1047/22) .
Ripperger, E.A. and Watson, H. (1968),
Mechanical Behaviour of Materials
under Dynamic Loads, ed. U.S. Lind-
holm. (New York: Springer-Verlag),
p.294.
Rohde, R.W. (1969), *Acta Metall.*, 17,
p.353.
Rohde, R.W., Butcher, B.M., Holland,
J.R. and Karnes, C.H. (1973), *Metal-
lurgical Effects at High Strain Rates*
(New York: Plenum) .
Rosenfield, A.R. and Hahn, G.T. (1966),
Trans. ASM, 59, p.963.

Rosenfield, A.R., Hahn, G.T., Bement,
A.L., Jr. and Jaffee, R.I. (1968), *Dislo-
cation Dynamics* (New York: McGraw-
Hill) .
Shewmon, P.G. and Zackay, V.F. (eds.)
(1961), *Response of Metals to High
Velocity Deformation* (New York,
Interscience) vol.9.
译自: *Mechanical Properties at High
Rates of Strain—Proceeding of the
Conference on Mechanical Properties
of Materials at High Rates of Strain,*
1974/4/2-4, Oxford.

(孟 珊译 董务民、段祝平校)

计算实验的工艺流程可以设想分为几个阶段:

课题的物理近似和数学表达的选择(建立所研究现象或者研究对象的数学模型);

研究解题的计算算法;

以电子计算机程序的形式实现算法;

在电子计算机上进行计算;

计算结果的处理、分析和说明,与物理实验相比较,并且在必要的情况下修正数学模型或者使数学模型更精确,也就是回到第一阶段并重复计算实验的整个流程。

应该再一次着重指出,把计算实验划分为上述五个阶段,在很大程度上是人为规定的。事实上,所有这些基本阶段彼此之间密切联系并且服务于一个目的,即在尽可能短的机时内,得到具有必要精确度的符合于所研究的物理现象或物理过程的数值描述。

计算实验的结构本身表明,这是一个复杂的科学实验过程,各种专业的专家(从理论物理学家,实验物理学家,一直到程序设计人员和电子工程师)组成的庞大集体参加到这个过程中来。实验的成功取决于计算实验的全体参加者的协调一致的配合,特别是取决于在各种专家兴趣交错的领域中善于找到问题的折衷解决办法。

计算实验的出发点是选择数学模型。其实,在物理学中数学模拟的方法并不是新鲜事物。事实上,物理学家总是用数学模型进行研究的。但是,他们总是选择这样的模型,即借助于他们已经掌握的数学工具能够进行研究的模型。在电子计算机和现代计算数学出现以前,基本上不得不依靠分析方法。应该指出,在物理学中研究数学模型所采用的分析方法,其种类并不太多,其中有:对问题作定性的量纲分析;渐近方法[当距离或时间很大(很小)时,当问题的某一个无量纲参数很大(很小)时,等等];用对方程求平均的方法降低维数;各种不同类型方程的分离变量法;将问题线性化,等等。一般说来,这些方法只适用于有限几类问题,适用于一定条件下的一些线性问题。

在电子计算机上采用数值方法,使利用更复杂的非线性数学模型有了可能。这些模型包括了决定物理过程的那些参数、在宽广范围内变化时物理过程的所有重要特征。同时,和传统的分析方法不同,出现了对所研究对象或过程获得完全定量描述的可能性。

数学物理研究物理的数学模型。数学物理方程通常表达各种守恒定律(动量守恒,质量守恒,能量守恒,电荷守恒等等),并且是偏微分方程,积分-微分方程或者积分方程。

我们举出一些基本的数学物理方程,借助于这些

方程可以对等离子体物理、核反应堆理论、连续介质力学等大量问题建立数学模型。这些方程有:扩散方程,气体动力学方程,电动力学方程,磁流体力学方程,粒子转移和辐射动力学方程,化学动力学方程,弹性理论方程,等等。

起初是以数学物理的普通方法,例如微分方程和积分方程的一般理论方法,进行数学模型研究的。首先研究问题的提法。问题的提法在数学上应该是合理的。为了确定用这个模型进行工作的可能性和方法,必须证实存在唯一的解,必须阐明解与输入数据的关系特性(估计问题是正确的或者是不正确的)。

为了预先研究模型,开始时利用物理学家所采用的所有传统方法,例如,定性的量纲分析,求特殊情况下的特解,极限情况的研究。这样将获得了有关现象的定性特性方面的初步资料(可能是粗糙的)。此外,在这个阶段,作为对检验计算算法质量的试验,得到精确解是必需的,因为所建立的这一计算算法将用来解整个问题。物理现象的数学模型除了包括表达一般守恒定律的基本方程以外,还包括描述具体介质性质的某些补充关系,它们实际上是方程的一些系数,即热传导系数、扩散系数、电导率、辐射吸收系数、粘性系数,等等。状态方程也属于这些补充关系之列。它们都是介质的状态函数。例如,等离子体的性质和它的热力学状态有很大关系,这一点特别引起了方程的“非线性”。

在建立数学模型时必须足够精确地了解介质的物理特性。如果不这样,就连最好的计算方法也不能保证得到实际现象的正确概念。物理学家在所研究的各种过程中实现了截然不同的条件,例如从室温到恒星温度,从气体密度到固体密度。这些条件的大多数与普通条件的差别非常之大,以致用直接实验来确定物质的性质是不可能的。另一方面,象理论物理中所研究的理想气体那样的简化模型,在这些条件下却常常是不能采用的。所以,确定物质的性质(有些人则说,探求数学模型的“物理实质”)是一个独立的巨大的科学问题。这个科学问题归结为解复杂的量子力学问题。这只有在电子计算机上采用数值方法才有可能求解;并且实际上要求进行以物理实验为依据的专门的计算实验。

为了用电子计算机分析所形成的的数学模型,必须要有使问题在允许的机时内(尽可能在最短时间)得到解的经济计算算法。由于计算实验的多方案性质,这样的要求特别重要。

如果问题有分析解,那末解与各参数的关系以显式形式出现。为了研究问题的各参数的影响,在计算实验中必须进行大批同类的计算。所以计算实验的必

要条件是作为计算实验基础的算法的经济性。所谓建立计算算法,指的是两个阶段:建立数学模型的差分格式,也就是用差分网格(代数)的方程组来近似原始的微分方程组;建立对所得到的差分网格方程的快速求解方法^[2]。

建立差分格式可以看成是用类似于连续介质的某种离散体来代替连续介质。这时产生了新的参数——差分网格(沿时间或空间)的步长。引入差分网格是为了用网格点(节点)集来代替自变量的连续变化区域,而原始问题正是在这个连续区域中求解的。希望使用大步长的粗网格(节点数目不多)是很自然的,因为解差分方程所必需的时机随节点数目的增加(随网格步长的减小)而增长。但是只有当无限减小网格步长时,差分格式才渐近地接近于原始的微分问题。而在有限网格步长时,表示“离散介质”演化的相应规律的差分方程,却可能与描述连续介质行为的微分方程明显不同。有可能产生差分引起的各种不希望发生的效应,例如,出现能量虚源(汇),这些虚源的功率与网格步长的值成正比。

必须要有专门的措施来避免上述的现象。目前已经形成了在建立差分格式时应该遵循的一系列原则。这样,在将连续介质问题离散化时,也就是由微分方程转换为差分方程时,自然要求所得到的离散模型能正确反映连续介质的基本性质。首先,在模型中应该满足各基本守恒定律(质量守恒、冲量守恒、总能量守恒)。具有这种性质的差分格式称为守恒格式^[3]。守恒原则的发展导致完全守恒的概念:在完全守恒格式中,当网格步长为有限值时,除了基本守恒定律以外,各种形式的能量(动能、热能、磁能)同样遵守平衡。实践表明^[4],完全守恒格式有很高的效能,应用这些格式,已解决了一系列复杂的重要实际问题,如磁流体力学问题,辐射气体动力学问题,等等。

正像以上所指出的,差分格式是代数方程组,一般说来是非线性方程组。为了求解方程组,采用了各种迭代方法,这就使得在每一次迭代中都必须解高次线性代数(特殊形式的)方程组(10^2-10^6 个方程)。这样,研究解这些方程组的经济方法就成为重要的问题,并且是数值方法理论的主要课题之一。建立一种算法,那怕它只能使解方程组的时间缩短十分之一,也是具有很重要意义的^[5]。

在实际中广泛使用一种算法之前,应该在理论上先评价一下该算法的好坏(经济性,精确性,通用性,等等)。计算数学蓬勃发展的分支之一——数值方法理论,就是从事这项工作的。

有了满足要求的好算法之后,提出了以电子计算机程序来实现算法的问题。

从程序设计的观点来看,计算实验的特点如下:对每一个模型必须解大量的方案(改变问题的决定性参数),此外,还必须修改数学模型本身(使更加准确)。计算实验的这一特点,即“多方案性”和“多模型性”,表现在对实现算法的程序进行多次修改上,并且这些修改涉及整个程序的结构和程序的各个部分。

这样,关于组织计算的问题,关于编制程序的作法问题,就成为首要的问题了。新的作法是以数学模型和算法的模块(分程序)结构为基础,借助于专用程序可以自动地把这些模块组装成程序。目前的重要方向是构造判断问题的程序综合体以及建立称为应用程序包的系统。这些程序包的特点在于有可能不断地加以发展、扩大,这是由于它们包含了能够使新的可能性得以实现的新模块。当构造应用程序包时,除了充实它们的功能以外,系统地保证程序包顺利工作具有很大的意义。

这里指出一个重要情况。尽管所有物理和技术问题是各式各样的,但是它们的数学描述却归结为数量有限的几类方程(数学模型)。不同的物理过程允许有类似的数字描述。例如,扩散过程、热传导过程、铁磁体的磁化过程等可用同一个热传导方程来描述,而热传导、扩散、不可压缩液体流动、静电学等的稳态过程,可用拉普拉斯方程描述;差异仅在于方程中各量的物理意义上。由此可见,给一个物理领域制定的数学方法可以用于其它的领域。这样,同一个实应用程序包可以成功地用在各种物理对象的计算实验中^[6]。

计算实验工艺流程中的最后阶段是计算数据的处理、分析、说明以及计算数据与物理实验结果的比较。

应该指出,物理实验本身需要对结果进行数学处理。并且所说的不是原始的处理,例如统计处理,而是完全的处理,其目的是寻找一些基本物理参数的值(温度,密度,压力,速度,等等)。事实上,在现代物理实验中,介质受到各种超力的作用,各种物质参数具有极端的值,要直接测量各种物理特性是困难的,或者是根本不可能的。因而不得不用相应地处理照片、波形图、干涉图等方法,从间接的资料中找到信息。同时,看来必须进行事实上独立的计算实验。目前,对一系列物理实验进行完全系统地处理的第一批自动化系统已经建成并已在试用^[7]。

作完了计算数据的分析和与物理实验的比较以后可能发现:必须注意某些新的物理因素(例如考虑二

维性，从单一温度模型过渡到二温度模型，将离子温度和电子温度区分开来，等等)。这就导致得到新的数学模型，并对这个新模型重复计算实验的全部工艺流程。由于必须完善计算算法，也可以重复进行这种计算过程。

如果在计算实验的某一阶段，已达到了对所研究物理过程的特性的必要了解，得到了与物理实验满意符合的数据，计算实验就可以认为结束了。在完成了计算实验以后，自然力求在课题计算的基础上，以完全的提法建立某种简化的数学模型，例如内插法类型的模型，它的各个系数可根据计算实验的结果选取。这些模型用并不复杂的显式公式或常微分方程来描述，它们不论对于工程的目的，不论对于所研究范围内拟定进一步的计算，都是非常有用。建立按照复杂模型的计算结果构成的粗糙模型，有时会导致错误地轻视用完全模型进行计算实验的作用(要知道在粗糙模型的基础上也可以得到定性的结果!)。这种很明显的谬误，可能引起“数学消失，物理仍存”，或者“物理学的理论家应该从数学中解放出来”之类的奇谈怪论。

目前计算实验已经成为物理学中进行理论研究的新的强大工具。实际上，这里指的是在计算实验基础上组织物理学理论研究的新体系，这个新体系将数学模型、计算算法、在电子计算机上进行计算以及物理实验有机地联系起来。计算实验本身带有迭代的特点，因为在实验进行过程中，数学模型可以更精确，计算算法可以更完善，计算过程的组织也可以加以修改。很明显，与实物实验相比，计算实验便宜得多，而且更容易做到。它的准备和进行都花费较少的时间，并且容易掌握。同时，计算实验比物理实验本身能给出更详细的资料。在解决像控制核能源和开发宇宙空间这样一些重大的科学—技术计划中，证实了计算实验的巨大可能性。其实，就在从事这些计划的工作过程中(当已经建立并且首先采用电子计算机时)，已开始形成了后来成为计算实验的新的研究方式。

让我们列举几个在各个物理领域中成功地应用计算实验的例子。

十多年以前，当用数值方法研究磁场中稠密等离子体的运动时，发现了T层新的物理效应：在一定的条件下，在等离子体中形成自己维持温度升高的区域。这个区域的存在时间有限，并且在这个区域内集中着电流和焦耳热^[8]。借助于计算实验找到了形成T层的条件，并研究了用加扰动的方法，在运动的等离子体中产生T层的可能性。这个工作被评价为发现新

物理效应。以后经过5—6年，在苏联各科研机构所进行的物理实验中发现了T层。

让我们来叙述这些实验中的一个，及其与相应计算实验比较的结果^[9]。实验装置示意图见图1的上图。借助于θ收缩以压缩气体(氢)而得到等离子体凝块，将其注入轨道器中，轨道器是联在电容器组上的两根平行电极。开始时，在电极之间的空间中均匀地充满着冷的不导电的氢气。热的等离子体凝块接通了电路；这时产生的磁场阻滞了凝块的运动(见图1的下图)。

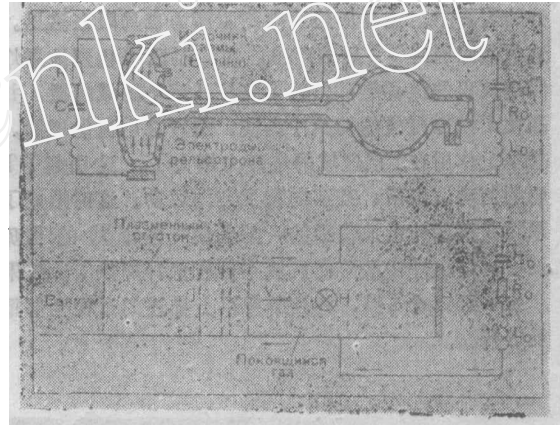


图1 实验装置(轨道器)示意图，在这个装置上曾记录下T层(上图)；在计算实验中应用的数学模型图(下图)

在实验中确定参数值时可观察到复杂的结构，这种结构已在CФP图(空间-时间图)上记录下来(图2)。这种结构由较热的气体(2—5电子伏)和较冷的气体(0.2—0.5电子伏)的互相交替的区域组成，这些区域的移动方向与凝块开始运动的方向相反。

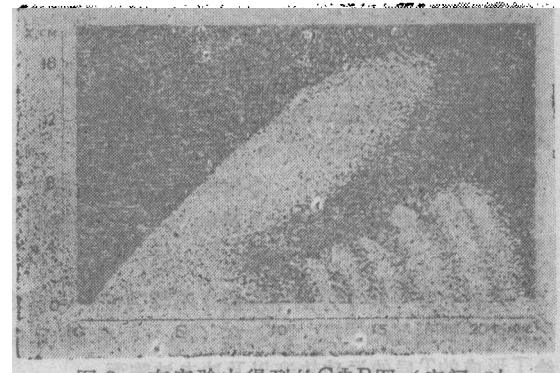


图2 在实验中得到的CФP图(空间-时间图)。图中右下角的“条纹”区由T层的轨迹形成

在数值实验中,关于用磁场阻滞等离子体凝块的问题,在以拉格朗日物质变数表示的磁流体力学一维方程范围内进行了研究。等离子体凝块用冲击波来模拟,冲击波沿着充满轨道器的静止冷气体传播。凝块的参数数值及外电路等均与实验数据相符。氢的状态方程以及电导率与物质的热力学状态的关系,均取自文献〔10〕的表,这表是足够精确地考虑了物理现象而编制成的。

图3给出了一些计算结果,这些结果表明了数值实验中产生复杂结构的机制。随着放电电流的增加以及凝块中气体加热的增加,电流集中在凝块前面部分的表面上。焦耳加热及电磁阻滞力也局限在这里。这些效应引起了T层的产生。在T层区域猛烈地爆炸似地放出的焦耳热,引起了气体从这个区域抛掷,并强化了模拟凝块的初始冲击波。随着总电流的增加,基本上作用在T层区域的电磁力增大了,这引起了T层的制动、停留、甚至向相反方向运动。这时形成了跟随着初始冲击波传播的,并且使气体冷却的稀疏波。所以在冲击波阵面区域不再有焦耳加热了。结果产生了第二个T层,并且所有以上描述的过程全部重复进行。

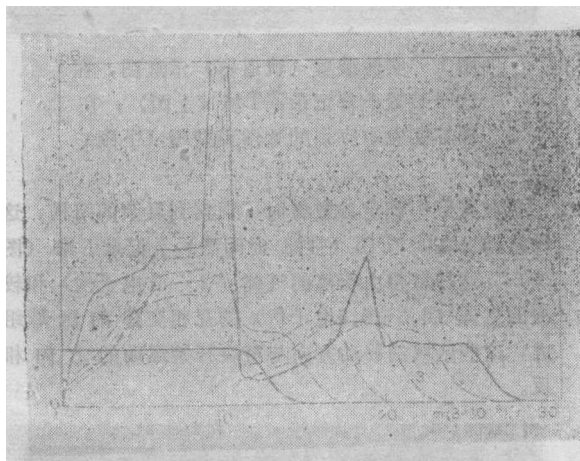


图3 相对于计算中得到的各个时刻,按物质变数表示的温度分布曲线显示了T层产生的机制

$U_0 = 750$ 伏

1	2 微秒	2	4 微秒
3	6 微秒	4	8 微秒
5	10 微秒		

这样,在等离子体流中形成了不均匀性——被冷气体区分开的热的T层。图4在(X,t)平面上描绘了形成的T层的运动轨迹以及冲击波阵面。

计算结果和物理实验数据的全面比较表明,过程的基本定性特性和定量特性很吻合。这就证实在实

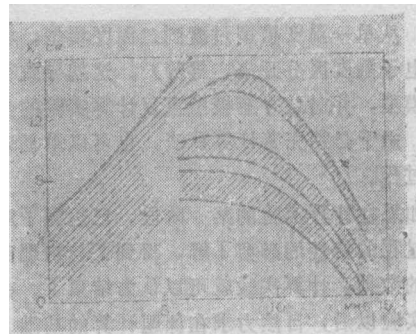


图4 计算实验中得到的T层轨迹和冲击波阵面

验中〔11〕记录下了T层的现象。

我们指出,所进行的直接计算有可能确定T层对于二维扰动的稳定性〔12〕。

作为说明解决巨大-科学-技术问题计算实验的能力的又一个例子,我们谈谈在激光热核聚变(ЛТС)领域中的计算-理论研究。大家知道,解决受控热核聚变问题的有前途的方向之一是利用强大的激光脉冲来压缩和加热热核靶并在其中触发热核反应〔13〕。因为目前尚未出现达到所需功率的激光技术,计算实验就成为研究物质与激光辐射相互作用时的过程的唯一方法。计算实验在两个方面进行。一方面,进行不太大的激光靶的计算和分析。目前,对这些激光靶进行物理实验是可能的(在激光脉冲中能量为100焦耳的量级时,含有氘氚或者氘氦气体的玻璃壳体)。在这种物理实验中未达到激发热核反应必需的条件。但是使这些实验结果和相应的数值模拟结果相吻合,就有可能修正所采取的数学模型,证实对于激光压缩和加热物质的实际过程所采取的数学模型的有效性和等价性。

另一方面,计算实验是在鉴定过的模型基础上进行的,这些实验的目的,是要得到关于能量强化系数大大超过1的靶的理论预测,对这种靶的实验研究则是将来的事。

计及电子和离子的热传导,计及激光辐射在等离子体频率方面的吸收,计及热辐射和其它效应,可以用二温度流体力学模型作为基本模型。借助于所选择的这种数学模型〔14〕而进行的计算,其结果同“Кальмар”(ФИАН)装置上以及“Аргус”(Livermore, 美国)装置上进行的物理实验很好地吻合。应用这种模型,可以提出具有大强化系数的“壳”靶结构〔15〕。

图5给出了计算的(R,t)图(实线表示靶壳内部边界的运动轨迹,以及位于临界密度附近的激光辐射吸收区域的运动轨迹),并同在“Кальмар”

装置上得到的实验数据进行了比较。

由此可见,除了开始阶段以外,计算和实验结果是接近的。

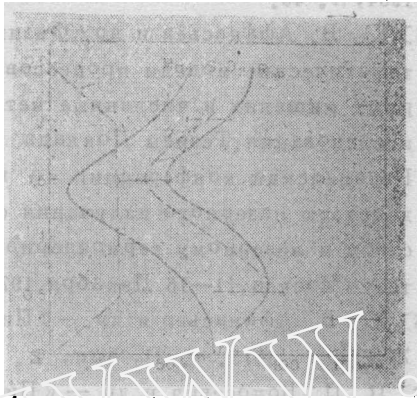


图5 “Гальмар”装置的实验和计算结果的比较

1 激光脉冲 2 实验

在研究薄壳激光靶时,阐明压缩过程对激光辐射流动的扰动和壳体形状的扰动二者的流体力学稳定性很重要。在具有电子热传导性的气体动力学二维问题的数值计算基础上,在二温度近似方面已经确定了辐射流动和壳体边界二者的扰动的许可极限。在这些情况下激光等离子体的平均热核特性,同球对称情况下二维计算得到的特性的差别不大。同时对瑞利-泰勒不稳定性非线性阶段的物理图象进行了详细的分析。图6和图7分别表示激光辐射流动中和薄壳几何形状中扰动发展的最终阶段^[10]。特别是,流动的扰动对压缩不对称性的影响,比同一相对值时几何形状的扰动的影响要小。

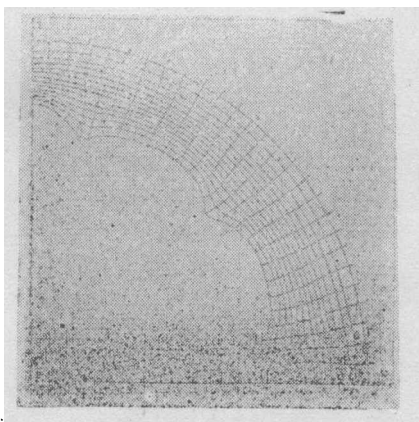


图6 在靶壳中由于激光辐射流动的不
对称性所引起的瑞利-泰勒不稳定性发
展的计算图

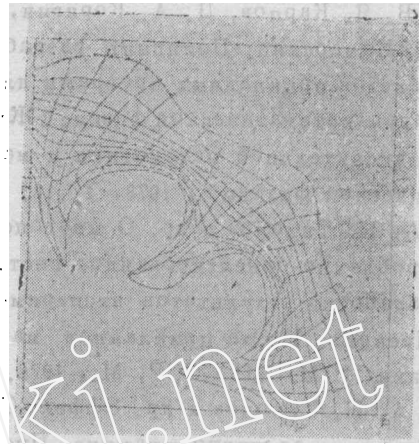


图7 在靶壳中由靶的初始不对称形状
所引起的瑞利-泰勒不稳定性发展的计
算图

最后我们指出,不应当把计算实验中所用数学模型的复杂性作为目的本身。仅仅因为存在着解二维问题的方法和程序而放弃简单的模型,例如一维模型,那是不合理的。实践表明,在进行计算实验时遵循以下策略是合理的:在一维近似中(例如,在球对称的近似中)充分地考虑物理效应;考虑二维或三维对使用比较简单的模型来研究的物理过程的影响。

解决巨大的科学技术问题没有计算实验是不可能的。要在物理与技术中成功地采用计算实验,要求各种专业的物理学家、工程师和数学家们的共同努力。

参 考 文 献

- [1] А. А. Самарский, Ю. П. Попов, Вычислительный эксперимент в физике.—В сб.:Наука и человечество. М., «Знание», 1975, с.280.
- [2] А. А. Самарский. Теория разностных схем. М., «Наука», 1977.
- [3] А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. Об однородных разностных схемах.— «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1961, Т. 1, №1.
- [4] А. А. Самарский, Ю. П. Попов. Разностные схемы газовой динамики. М., «Наука», 1975.
- [5] А. А. Самарский, Е. С. Николаев. Методы решения сеточных уравнений. М., «Наука», 1978.

- [6] В. Я. Карпов, Д. А. Корягин, А. А. Самарский. Принципы разработки пакетов прикладных программ для задач математической физик. «Журнал вычислительной математики и математической физики», 1978, Т. 18.
- [7] А. Н. Тихонов и др. О многоцелевой проблемно-ориентированной системе обработки результатов эксперимента. Препринт Ин-та прикладной математики (ИПМ) АН СССР, М., 1976.
- [8] А. Н. Тихонов и др. Эффект Т-слоя в магнитной гидродинамике. Препринт ИПМ АН СССР, М., 1969.
- [9] Г. В. Дачилова и др. Взаимодействие сгустка плазмы с магнитным полем в канале рельсотрона. — «Докл. АН СССР», 1974, Т. 216, № 6.
- [10] Н. Н. Калиткин, Л. В. Кузьмина, В. С. Рогов. Таблица термодинамических функций и транспортных коэффициентов плазмы. Препринт ИПМ АН СССР, М., 1972.
- [11] А. К. Захаров и др. Экспериментальное наблюдение Т-слоев в движущейся плазме, взаимодействующей с магнитным полем. «Докл. АН СССР», 1973, т. 212, № 5.
- [12] Р. А. Волкова и др. Численное исследование структуры Т-слоя. Препринт ИПМ АН СССР, М., 1975.
- [13] Н. Г. Басов, О. Н. Крахин. — ЖЭТФ, 1964, т. 46.
- [14] Ю. В. Афанасьев и др. Физико-математические модели процессов в лазерных мишенях и численные методы их исследования. Тезисы Доклада на XII Европейской конференции по взаимодействию лазерного излучения с веществом и лазерному термоядерному синтезу (Москва, 11—16 Декабря 1978 г.).
- [15] Ю. В. Афанасьев и др. — «Письма в ЖЭТФ», 1975, т. 21, вып. 2.
- [16] П. П. Волосевич и др. — «Письма в ЖЭТФ», 1976, т. 24, вып. 5; Е. Г. Гамалий и др. Гидродинамическая устойчивость сжатия сферических лазерных мишеней. Тезисы Доклада на XII Европейской конференции по взаимодействию лазерного излучения с веществом и лазерному термоядерному синтезу (Москва, 11—16 Декабря 1978 г.).
- 译自: А. А. Самарский, Математическое моделирование и вычислительный эксперимент, Вес. АН СССР, 5 (1979), 38—49.
- (程屏芬译 晏名文、董务民校)