流体力学的最近发展*

W. R. Sears

感谢谈镐生教授的介绍。我能在这里给这么多的力学工作者讲话是很愉快的。在我的讲座的头两讲中，我要讲流体力学的最近发展。我必须解释一下题目的涵义。"最近"意味着近15年。另外，我的题目是流体力学的最近发展而不是流体力学的最重要的发展。我选择了这样一些课题来讲：或者我相信它们是重要的，或者它们是我本人感兴趣的，或者既是重要又是我感兴趣的。我希望这些题目虽然不一定在广义上是重要的，但它至少一定是有启发性的，帮助你们对流体力学的概念有所了解。

一

第一个题目肯定是重要的。它关系到在流体力学中应用计算机的问题。我们称之为计算流体力学的这一领域变得和实验流体力学一样重要。我强调计算流体力学的重要性不会过分。我们知道现在有三种处理流体力学的方法：理论流体力学、实验流体力学和计算流体力学。有些人错误地认为，有了实验流体力学和计算流体力学，理论流体力学就不要了。这肯定是错误的，这点无需强调。

但是，对理论工作者来说，数值计算起着与实验相似的作用。理论家可以从计算中学习到许多东西，正像他从实验中得到的一样，而且还可进行在实验室中不能进行的数值实验。我不是计算机方面的专家，但我知道，计算流体力学的大的进展一方面是由于计算机本身的改进，一方面则是数值分析取得进展的结果。我要指出，像气动力学家那样经常与流体问题打交道的工程师，现在完全依靠计算流体力学。对他们来说，理论给出重要的指导和原则，但当他们开始设计机器、飞机和导弹时，他们马上就去求助于计算机。大多数（而不是全部）计算，大多数计算流体力学，主要针对无粘性近似。在无粘性近似的范围内，计算流体力学的能力实际上是不受什么限制的。我们可以以很快的速度来计算三维、定常或非定常、可压缩和不可压缩的流场。这包括空气动力学的跨声速领域。这里我们知道实际上不能得到分析解。我要把这点讲清楚：包括激波的计算是不准确的。在计算流体力学中总做这样的近似：激波是间断面，但是是等熵的间断。这实际上当然是不准确的，这意味着激波关系式——Rankine-Hugoniot关系式实际上是不满足的。但在跨声速领域中激波相对地较弱，近似是很有用的。非线性的跨声速小扰动无粘性方程是我们经常在计算机上求解的方程。但是计算机是这样快，其能力是这样大，以致无须用小扰动非线性方程，我们也可以用完全的欧拉方程而不用小扰动近似。在这种近似下，计算跨声速领域的三维有激波的机翼的流场是日常的事。许多飞机公司，像波音、道格拉斯、洛克希德等等，有一些进行这些计算的程序在计算机上进行日常的计算。我想在以后另一讲中讲这个问题，在此不讲。让我讲一讲关于目前这一领域中有哪些局限的看法。

首先，用正确的Rankine-Hugoniot激波关系式代替等熵间断是一个研究的课题。这叫做激波拟合（shock-fitting）。第二，这一领域中的非定常流动还是一个要研究的问题。第三，有一类有边界层存在的计算当然是研究的课题，因为激波、边界层相互作用很复杂，现在还没完全了解清楚。

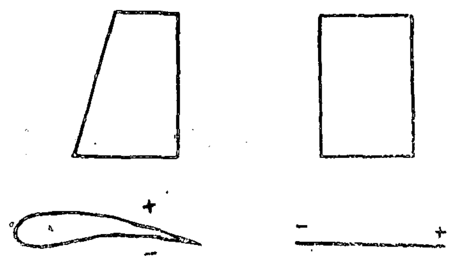
现在讨论粘性流动领域。Navier-Stokes方程甚至在三维情况下也可以在计算机上求解，对于内流，如在管道、沟渠中的流动，最容易解。显然，计算只是对小Re数进行的，因为在大Re数下流动变得不稳定，变为湍流。要考虑粘性，现在的办法是用湍流边界层模型，这点你们是很熟悉的。这通常是对边界层的积分方法的描述，如Kármán-Pohlhausen方程。这一领域的人在谈论着计算流体力学，如何计算湍流边界层和混合区，所用的方法是积分方程。一点也不奇怪：这不是好的方法，它有严重的局限性。这一领域的许多工作者都有自己的湍流边界层程序，每个人都认为自己的程序最好。另外，还对不是边界层类型的湍流问题的计算有很大的兴趣。特别明显的

*本文是美国科学院院士、亚利桑那大学教授W.R.Sears应中国科学院力学研究所邀请来华讲学的头两讲（1979年5月9日和11日），由沈青同志整理而成。

是理论计算分离、再附、混合。通过燃气轮机喉道的流动，燃气轮机燃烧室中的流动，有襟翼的机翼的流场，垂直起落机的机翼问题，这些流动的混合型区对于飞机近地面时的气动性能有很大的影响。人们用计算流体力学来处理这些问题，使用Reynolds方程，即时间平均的Navier-Stokes方程，有Reynolds应力的方程。我要提一下，我不喜欢美国人在这里用的术语，因为在美国，尤其是在NASA，总是把Reynolds方程叫做Navier-Stokes方程。你做Reynolds平均时，恰恰把Navier和Stokes加到方程中的东西给去掉了。我告诉你们，当美国人讲Navier-Stokes方程计算时，他们可能是指Reynolds方程。如果你听美国人讲他在算Navier-Stokes方程，你要问他Reynolds数是多少。如果他说Re＝100，那么你知道，他是在讲Navier-Stokes方程，如果他说Re＝10^6，那么他指的是解Reynolds方程。重要的是，如果你想在计算机上算Reynolds方程，这和算Navier-Stokes方程的过程是相似的，要提出Reynolds应力的模型，但这个课题还没有做到很科学。模型是相当粗糙的。尽管如此，这样一些问题得到了相当有价值的结果，不是很精确的结果，用了很粗糙的Reynolds应力模型。幸运的是，这些问题中大部分是低速问题，你不需要在可压缩流、在有激波相互作用区等模拟Reynolds应力，这是很困难的。NASA的Ames研究中心向美国政府要一笔款，弄了一架大的计算机来解三维、定常、非定常的Reynolds方程，价钱1600万美元。在Reynolds应力模型上，特别是对于可压缩、非定常流动，肯定会有一些更大的进展。

在喷气推进领域，计算流体力学对于压气机和涡轮机流动的计算是特别重要的。因为流动受粘性影响很大，总有强的三维效应和粘性效应，例如管道前的边界层。对于这些流场用Reynolds方程求解是十分重要的。现在这些计算还不是很好，是研究的对象。

关于计算流体力学再讲一点，特别是对听众中的搞数学的人讲的。你们可能对于了解跨声速流场计算感到兴趣。三维的计算方法是这样的。三维机翼，用不是保角的而是会发生剪切的变换（仿射变换），从图1a的形状变为图1b的形状，把图1c变为图1d的形状。一般地讲，要通过一系列的非保角变换，把机翼的复杂的边界，变为非常简单的，平的，只有一面的，无限薄的边界。微分方程也就随着边界一起变形，你不用担心方程变得多么复杂，显然它会因为变换引起的新的项而变得十分复杂。最后，你得到一个具有简单的边界，十分复杂的方程的空间，把它放到机器上求解，再转换到物理空间。现在举出在这方面工作的人



a.左上图　b.右上图　c.左下图　d.右下图

图1　三维机翼的剪切变换

的名字：Jameson（纽约大学），Canshey（康奈尔大学），Bailey和Balhaus（NASA），Murman（某公司），Seebass和冯其英（我的同事），等等。

总括一下，这一领域中的研究课题是Reynolds应力模型和激波的耦合问题。在有些情况下，会对高阶差分感兴趣。当你写$df/dx=\Delta f/\Delta x$时，这只是一阶，如果你引进二阶项，你会得到复杂得多的方程。你也可以引进二阶项，三阶项，等等。问题在于，在计算流体力学中，是引进高阶项好呢，还是用一阶而用小的步长好。我的同事Seebass发现用小步长这办法好。

今天我在这一个问题上花了这么多时间，因为我想它是重要的。

二

现在讲另一个问题，简短地讲讲实验。我认为实验技术的最重要的进展是发展了激光测试设备。你们熟悉激光测速的原理。大家知道，最简单的激光测速仪是通过激光光束在空气中的灰尘或其他粒子的散射，用多普勒效应（因粒子运动而改变频率）来测量流动的速度。当然要假设粒子的速度和流体是一样的，这是个好的假设。我不是这方面的专家，但我注意到近年来激光测速仪越来越复杂了。最现代的仪器是由两束激光组成的，它们焦聚于一点，测量它们相交处的很小容积的粒子速度。激光交汇的点可以在整个流场移动，二束激光的干涉用来测速，测量的是干涉条纹。还有一种应用Post Beam的技术，把光束摆在一定位置上。

我选了图2（参看American Scientist，№2，1979，即将出版的《力学与实践》，1979年第4期第29页图1）只是做为激光应用的例子。这是一个叫Cantwell的年青人的工作。他是Liepmann教授在加州理工大学的同事。这是一个研究湍流斑的工作。你们可能知道，在边界层流过平板的转捩区出现所谓湍流斑，它发展起来，是湍流的逐渐增大的斑点，从Emmons教授在40年

代工作以来就为人所知了。在平板上转捩的发生是在层流中出现一个湍流斑，又一个湍流斑，越来越多而变为湍流。Cantwell博士所做的工作是在不同的位置上观察一个湍流斑的增长过程。他得到了与图2相类似的三个图是同一个湍流斑在距某原点分别为74厘米，104厘米，134厘米处的增大情况。Liepmann教授是量纲分析和相似方法这个艺术的大师。在他的影响下，他的学生想一定有一个相似律。函数$\psi/U_\infty{}^2T$（其中ψ是流函数，U_∞是流速，T是时间）应该是$X/U_\infty T$和$Y/U_\infty T$的函数。他用激光测速仪做了复杂的测量，测出了三个位置上的流场，用相似律重新整理了流场。相似几乎是完全的，这是个基本性的结果，十分漂亮的结果。我想你们通过这几张图，可以看到思维、理论的意义，相似律的用处，以及用激光技术能干些什么。没有激光设备，得到它们是十分困难的。你可以想像用热线风速仪来测，这是十分困难的。

当我们谈论实验装备时，我要指出，除了激光外，压力测量和热线技术仍然是很重要的。在高速情况下，不能用热线，它们会断掉，经常用热膜。加利福尼亚圣迭戈的拉霍雅大学的Libby教授，发展了测量速度、温度和组分的测试仪器。在实验领域方面我还要讲的是，计算机变得十分重要。实验是通过计算机在测量过程中处理数据而进行的。像湍流研究这样的课题，要求在实验进行中利用计算机进行复杂的，精细的求平均。

三

你们会说，我到现在还没有讲到流体力学。我讲了两个技术问题：实验技术和计算技术。我还没有讲到什么流体力学。现在我要讲流体力学中发现的一些现象。

在美国对湍流混合和湍流剪切流动的大尺度结构很感兴趣。图3（参看American Scientist，№2，1979；或《力学与实践》1979年第4期第30页图2）是一张很有名的照片，因为每个搞这方面的工作的人总是从给他看这张照片开始的。它是Roshko教授和他的加州理工大学的同事Brown在大约十年前得到的。这是一个简单的掺混实验：具有平面交界面的两种不同速度的流体进行二维混合。这个实验的独特之处就是使用不同的两种气体。可以用光学方法看清混合过程的细节，如你们从这张阴影照片所看到的。同样的实验对5个不同的Re数进行，每种情况你都可以看到大尺度结构的迹象。它们不是真正周期性的，而是看起来几乎是周期性的，但可以看出不是周期性的。重要的是，这是持续的现象，一直向下发展。这个现象所以没有在以前看到，主要是因为没有得到这样的照片。过去，在普通的湍流研究中，你看不到这样的照片，你只见到湍流谱。过去许多湍流混合和湍流边界层的概念是错误的。例如，关于各向同性结构或近乎各向同性结构的概念。你从这张照片看出，它们都是错误的。实际上，这个现象不是很新的，在这以前很久就有关于这种现象的观测，但没有人给予什么注意。这表明下面这个古老的中国谚语是多么重要：“百闻不如一见”。

我提请你们注意这点，不是因为已有实际的结果。在刚刚谈到计算流体力学时，我们提到了Reynolds应力的模型。很清楚，这时要把持续的大尺度结构考虑进去。在图的右端以后，可以说是各向同性或近乎各向同性，显然，我们要在某种程度上把持续的大尺度结构包括到Reynolds应力的模型中去。但这点还没有做。这一结构对于喷气噪声这一课题也是重要的，因为喷气发动机的射流肯定是受这种大尺度结构的包围的。

除了Brown，Roshko外，在这一领域中工作的其他人还有：Libby，Broward，Champagne，Wygnansky，Cantwell等等。美国在这一领域工作的许多人试图研究大尺度结构的后果。

补充一点。早些时候Corrsin教授指出混合层大尺度结构，还有我们在30年代的日本研究生Atsumi也指出了大尺度结构，但只是在Brown和Roshko的照片以后，才引起大家的注意。

四

我想简短地提一下Marble教授关于湍流燃烧的工作。最好是Marble教授自己来讲他的工作，但我可以讲一讲他的中心思想。我想你们会感兴趣的。Marble教授关心的是这样类型的燃烧，其中有氧化剂在流动，还有燃料在流动。我自己不在燃烧领域工作。我想这叫做扩散火焰，与有氧化剂和燃料的混合剂的情况不同，那时传播的火焰叫做预先混合燃烧。

扩散火焰的经典情形是本生灯，燃料从一源中流出，而氧化剂就是周围的空气。Marble教授的基本思想是，湍流火焰阵面是由很复杂的层流火焰阵面所组成的。因此他讨论的基本流体力学问题是简单的一维情况的层流火焰面。流动与流体力学学生知道的简单的经典的驻点流动相似，差别在于在交界面上有燃烧，燃料和氧化剂的流率为化学性质所决定，而速度不为零。重要的是，Marble教授发现，对于每一种燃料和氧化剂组合，在燃料和氧化剂的流率和燃

烧产物的流速之间存在一个唯一的关系式。这一速度称为伸展速度，这是层流火焰阵面被拉伸开来的速度。我们看到，基本的状况是，火焰阵面被拉伸，而其伸展速度决定了燃料以多大的速率在交界面被烧掉。如果伸展得不够快，在交界面处就不能提供足够的燃料和氧化剂。Marble教授解了这个简单的问题，发现了伸展速度和流来的燃料和氧化剂的流速的关系，认为复杂的波阵面的情况局部地可以由这种简单的一维理想化情况所描述。而关于伸展我们有一些知识。Batchelor在他的关于湍流的书中做了计算，伸展的速度可以作为湍流的统计量的函数计算出来。你如果知道基于湍流尺度的Re数，密度ρ等统计量，就可以算出平均伸展速度。Marble教授所做的就是，从Batchelor那里得到从湍流量计算出的平均伸展速度，由于伸展速度是统计平均量，然后就算出燃烧阵面上的统计平均意义上的燃烧速度。从这样得到的知识，他可以预言火焰的角度、长度等十分重要的湍流火焰的大范围的特征量。实际上当然不这么简单，他还要考虑这样的事实：有的地方湍流阵面要破裂，例如有的地方阵面要卷曲起来，燃料被氧化剂包围，而后完全燃掉等等复杂的现象。但是基于湍流经验数据和层流流场分析的结果给出与实验很好相符的结果。

五

我要讲的下一个问题是气动噪声——声学。这是我以后的一个讲座的题目，今天只讲几句。

先做一个概述，我们比十五年以前对噪声了解得多了，但是我们不知道如何减少噪声。我们懂得，但不能控制。对于这一问题的最成功的解决是遵循Lighthill教授的思想所做的一些工作。我们叫做Lighthill类比。在什么意义上类比？Lighthill从运动的完全的Navier-Stokes方程出发，假设小扰动，把方程写为如下形式：

$\Box^2\phi=\frac{1}{a_0{}^2}\phi_{tt}-\nabla^2\phi=F$〔非线性项，粘性项，Reynolds应力，作用在流体上的力〕。即任意地把$\Box^2\phi$放在左侧，而把所有其他项放在右侧。其中φ是压力势，不是速度势，因考虑压力的梯度。若$F\equiv0$，我们就得到简单的声学方程。所以F就是在声学中忽略掉的所有的东西。右端项是声学中忽略的非线性项，以及粘性应力和Reynolds应力项。他还注意到，当对压力感兴趣时，你要把作用在流体上的力包括进去。Lighthill把所有的右端项都解释为噪声的源。如果你在右端取F为零，则噪声不产生，声学方程起作用。如果你仔细考察这些项，你可以看出它们分别是这样一些东西：力是压力场中的偶极子，所有其他项是四极子，没有单极子，即没有源和汇。Lighthill做了很漂亮的分析，证明这些项是四极子。你取两个偶极子，或两个力，把它们放在一起，它们会互相抵消，但如果取极限，结果你得到四极子，其形式为u_i,u_j，其中u_iu_j为速度。Reynolds应力的形式为$\bar{u}_i\bar{u}_j$，要取平均，所以它是四极子，这是一点也不奇怪的。我刚刚说过，通常没有单极子，因为没有流动的源。但如果你研究汽笛噪声场，汽笛是由单极子作成的，有射流从口中喷出。这就是汽笛为什么这样有效的原因，因为单极子以$\frac{1}{r}$规律衰减，偶极子以$\frac{1}{r^2}$，四极子以$\frac{1}{r^4}$衰减，这就是为什么极数越高，你在远处就越听不到的原因。上述方程的解的形式为

$$\phi(x,\ y,\ z,\ t)=\int_{-\infty}^{x,y,z}\frac{G\left(\xi,\eta,\zeta,t-\left(\frac{r}{a_0}\right)\right)}{r\ (\xi,\eta,\zeta)}$$

$$\times d\xi d\eta d\zeta$$

G是时间的函数，下面解释。Lighthill将解写为这样的形式，可以进行微分，方法如下：流动中物体意味着偶极子，因为物体上有压力，而物体有大小相等方向相反的力作用在流体上，作用在流体上的力为偶极子。令物体运动，它有边界层、尾迹，因而它就有四极子，因为它们都有Reynolds应力，都是四极子，还有代表方程中的非线性项的四极子。令x，y，z处有个观察者在听噪声。积分要这么计算：以x，y，z为中心画一个向中心坍缩的球面，其坍缩速度为未扰动声速a_0，a_0不是声音在任何点传播的速度，如果a_0与当地声速不同，这也在F中出现，这也是个非线性项。尽管如此，精确解是以未扰动声速a_0向中心坍缩的球面这样的声波。在物体和它产生的扰动之外的区域对积分无任何贡献。但当球面一接触到扰动区就开始有贡献，尾流、扰动场等为四极子，物体为偶极子。而物体在运动，尾迹也在运动，坍缩球面与之交于新的位置，直到坍缩到里面不再与物体和尾迹相交为止。观察者听到的声音从球面刚接触到尾迹开始到球面向里坍缩离开物体引起的任何扰动为止。

这里有很漂亮的数学，因为我们所积分的方程的右端项是不连续的，例如，偶极子是个阶梯函数，因你碰到物体时有个跳跃。而物体上的激波给出非线性项，不是偶极子，而是四极子，由δ函数给出。所以，从数学上讲，我们碰到的是其中有阶梯函数和δ函数的积分。如果要积分这些广义函数（你们知道

δ (t) 不是通常的函数，要用极限过程来描述），好在我们有处理像δ函数这种广义函数的积分运算的相当完善的数学理论，其中包括对广义函数的积分求微分。

有一个南安普敦大学的年青学生J. FfowcsWilliams，对这个题目写了博士论文。英国有校外主考制度，Lighthill是他的校外主考，从帝国大学请来当Ffowcs Williams的论文的主考。Lighthill写了一本关于广义函数的书，他对Ffowcs Williams这个年青人说，你的工作很好，但你应该用广义函数。这就是这个工作的源起。它在这一领域中是很有用的，是噪声领域中的一个完善的工作。譬如，我们考虑直升飞机的机翼，旋转机翼在转，飞机向某处运动，观察者听到声音如何？要画一向中心坍缩的球面，计算直升飞机产生的对积分的贡献，不要做简化，把边界层、尾流、激波都放进去，因为气动力学家知道怎么算直升飞机的气动力。

我的学生Farassat博士，是我在康奈尔的学生，现在NASA的Langley研究中心工作，做了直升飞机噪声的工作。我已讲过，我们能够产生噪声，但是对它产生影响是很难的。关于噪声还是发现了一些有趣的事，例如，我们可以回答这样的问题：如果旋翼有激波，是不是会产生更大的噪声？令人惊奇的是，激波对噪声没有很大影响。叶片在超临界状态产生噪声是由于偶极子或力的作用。要减少噪声，就要使阻力最小，而升力是需要的。如果为使阻力变为最小，要把激波去掉，却需要更大的物体就不好了，关于这点下面还要讲到。

我最后讲一讲两个台球的相碰产生的噪声来使大家高兴一下。常识认为，两个球相碰产生的噪声是由于球的振动引起来的。球是弹性的，在碰撞处变平、复原，产生振动，这是个常识，但是是完全错误的。完全不是那么回事。如果做一个简单的实验，你拿来一个麦克风，来听这卡嗒一声产生的噪声，并画出其随时间的变化，你会发现如下的结果（图4）。小的起伏是振动。我对于台球比较有把握，因为台球的振动频率高，乒乓球我不清楚，振动要慢些。球的声音，即卡嗒一声，是大的起伏造成的。这噪声从何而来呢？它是从这个积分而来，从偶极子即力产生的。你可以计算由于加速作用在球上的压力，即计算附加质量这类东西。这意味着，当它减速时，它与另一球相撞突然减速，而向相反方向加速，球会产生作用于空气的很大的力。显然，球带动很大质量的空气，突然，附加质量改变方向向后方运动，要有很大的力作用于空气上才做到这点。所以，当我们计算做为时间的函数的这一压力时（这可以用不可压缩近似来算），我们可以计算出球施加于空气的压力，把它放在积分中去计算，我们得到的结果与图4的曲线十分相近。这是我们康奈尔大学的一个叫做Kitaplioglu的学生做的硕士论文。

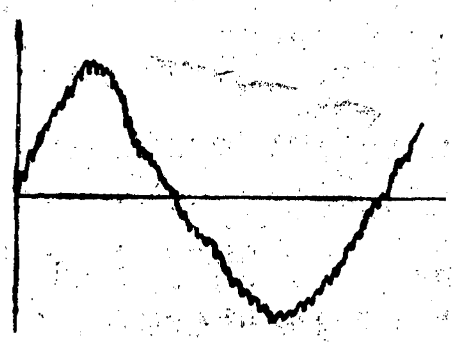


图 4

六

下面讲无激波跨声速流。这是流体力学历史上有趣的故事。让我们回顾一下这个问题的历史。G. I. Taylor爵士计算了波形表面上的跨声速流和亚声速流，发现了流动中嵌入无激波的超声速流。在喷管流动中也有超声速区存在。其他做了这样计算的人（所有的计算都是近似的）有Kaplan和Görtler。没有人认真地对待这些计算，因为它们都是近似的，例如，Kaplan用逐步近似，引入越来越高阶的项，但都是近似计算，在实验中没有观察到这样的流动。例如在喷管中发现有激波，或者绕突起的流动，也发现有激波，在超声速区之末有激波。

但是在1940左右时，有个Ringleb（他是Tollmien的学生）写了一篇有关绕流障碍物的流动的文章，是个准确解，是用速度图变换法得到的。我想大家都知道速度图法。这是把平面x,y变换为以速度分量为坐标的变换。等熵、可压缩气体流动方程在速度图平面中是线性的，而在x，y平面中是非线性的。在x，y平面中我们求φ(x，y）势函数，由非线性方程给出，在u，v平面中我们求φ（u，v），方程是线性的。Ringleb和Tollmien做的是在速度图平面中找简单的解，使其在M＝0时会给出由图5a给出的流动，而马赫数较高时给出图5b的流动。图5a是速度图平面中的流动，而M＞0时得到物理平面中如图5b所示的流动。Lighthill, Cherry和郭永怀发展了推广速度图法。当回到物理平面时，可以用这种方法得到流场，这时得到嵌入流动中的无激波的超声速区。用这样的方法算绕机翼的流动，得到M＞1的无激波区。因此用速度图平面的复杂理论，可以预言

a　　　　b

图　5

无激波的混合型区。但没有证据表明实验中有这样的流动存在。至少曾有两种理论来解释为什么实验中没有这种流动。其中，Busemann和Guderley等人试图证明，这种无激波流动是特别的、奇异的情况，它们有"无邻域解"。如我们有一个"有邻域解"，这意味着，对给定的解在其边界条件上做微小改变，我们可以得到与原来的流动相差无几的解。我举一个物理问题的例子，它给出很好的解，但是是无邻域解，即欧拉压缩杆。在欧拉压杆上，当载荷大于欧拉弯曲载荷时，你有一个很好的解，它是无邻域解。如果使力的位置有小的改变，或使杆发生微小的偏心和不对称，那么仅有的解与你原来得到的解差别很大。Guderley和Busemann认为，对于流经物体的流动也是一样，如果使物体形状有微小的改变，那怕用加工物体的工具做一些擦痕，那么你就会得到完全不同的有激波的流场。把M数做微小的改变、无穷小的改变，也会使流动变得形态完全不同。我应承认，没有人理解Guderley的数学。

郭永怀教授，Kantrowitz教授和我提出不同的理论。我们认为，这种无激波流动对于随时间变化的小扰动是不稳定的，即在时间变化的意义上不稳定。Kantrowitz研究了管道中的等熵流，如图6所示的喷管中的流动。他假设有小扰动引入下游流场，并证

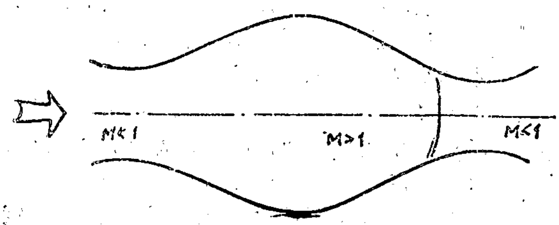


图　6

明了，这些扰动如果可以向与超声速流流速相反的方向运动，则它们会堆积在一起，形成一个强激波，停在那里，得到有激波的流动。郭永怀对于如图7所示的绕突起的流动做了同样的计算，在突起后引入小扰动，小扰动向超声速区传播，发现小扰动形成激波。遗憾的是，郭永怀博士要做小扰动假设，因此他所能研究的流动只是小曲率的流动。而Ringleb研究的流

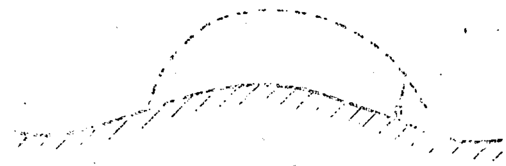


图　7

动则有大的曲率。郭永怀和Sears对这一问题写了一篇评论文章，讨论了Kantrowitz（图6）和郭永怀（图7）的情况和Guderley和Busemann的理论，指出欧拉压杆也是随时间不稳定的。这两种不稳定性是完全相似的。

但正像在工程和科学中常常发生的那样，有些搞实验的人不知道有这样的理论计算。机翼的设计者，不用速度图法，他们设计了压力分布很平的机翼，使压力平台靠近后缘想把激波推向后缘，并使它变弱，超声速区有弱的激波。

在60年代，荷兰的N．R．L．做了机翼的风洞实验，机翼上的亚声速区中有很大的超声速区而只有很弱的激波，有时甚至没有测量到激波。这些实验重新引起N．P．L．的Nieuwland对速度图法的兴趣。他在速度图平面用Lighthill，Cherry理论设计机翼，并在N．R．L．风洞进行实验。他发现它们或者只有很弱的激波，或者完全没有激波。所以，企图解释为什么无激波跨声速区不会存在的理论应该是错的。关于我自己和郭永怀与Kantrowitz的工作，我知道错误在那里。因为它是线性的，只能考虑小曲率，当然还是二维的。但是我讲不出Guderley错在哪里，因为我已说过，我不懂得他的数学。

不管怎样，现在的情况是：所有美国、英国、德国、荷兰、法国等设计的跨声速机翼都是借助于速度图法设计的。无激波机翼存在说明无粘的计算是成功的，虽然实际机翼当然是在有粘性的流动中工作的。如出现激波也很弱，不重要。如果绘出C_D与M数的依赖关系，那么在跨声速区（M～1时），曲线不再很陡上升，而有很好的改进。

现在我详细地讲一讲美国在设计机翼方面的现况：

1．速度图变换是借助于计算机进行的，这是计算流体力学的很重要的一个例子。从u,v向x,y物理平面的变换是用数值法做的。

2．在用速度图法设计成机翼后，其气动力性能用直接法再复算一遍，这点在上面已经讲过。

3．用实验来证实计算结果的正确。

4．然后是非设计工况问题，即改变M_∞和升力

系数C_L情况下的性能，用计算和实验得到的结果都很好。

这个问题在以后的讲座中还要细讲，今天就不多讲，只再提两点。

在美国给NASA的Whitcomb以很高的荣誉。但有意思的是，他的机翼不是数学推导出来的，而是在风洞上用一般的Whitcomb方法经验地推出的。有趣的是，NASA从这类基于Whitcomb工作的翼型得到专利，而我听说，美国政府想从全世界每个用基于Whitcomb方法得到的无激波翼型的人收版税。因为有我给你们讲的这一段长的故事，许多人怀疑“Whitcomb翼型”的法律约束力。但是，这已经不完全是科学范围内的事了。每个主要的飞机公司都进行例行的计算，每个公司都有自己喜爱的设计方法。波音公司在747之后设计新运输机波音7x7。他们告诉我，它将有超临界翼型，即当M>1时性能仍然很好的翼型。有一个加拿大的小型商业喷气机，我想是世界上第一个具有这样翼型的飞机。

我想讲一个我以为很有趣的跨声速流的解析工作。密执安大学的Adamson和Sichel的关于跨声速流的解析研究，基于如下的聪明的想法。从二维、定常、经典的有激波的跨声速流出发，他们做如下各种小的扰动：

i 小的三维性，即第三维有小的变化；

ii 由壁的运动引起的小非定常性；

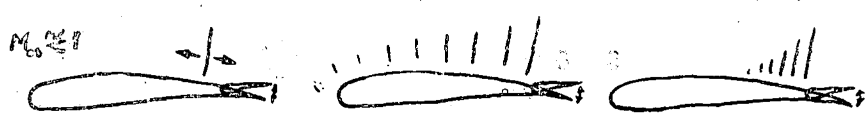
iii 来流的小的非均匀性。

在每种情况下都引入合适的无量纲小参数，来度量流动中的这些小的变化。做了很好的分析，以在每种情况下都得到借以做展开的小参数。结果是很有趣的，例如在壁面运动的非定常情况，他们发现激波如何随壁面而运动。引入三维的小变化，显然是涡轮机中发生情况的很好的描述。第三维是涡轮机的轴向，M数在第三方向上改变。他们用小扰动法计算了这种情况：其中沿着轴向向外移动时，我们分别有亚声速、声速和超声速的流动。

非均匀管流也是一个有趣的例子。靠近下壁，M数小，没有达到声速，靠近上壁M数大，中间可能达到声速，下面无阻塞现象，上面有阻塞现象。结果表明，这个组态会发生阻塞现象，即有一个最大的流量。要有激波，其后有一个很复杂的超声速区，流动发生大的偏转。

如果取非线性方程的基本解，并做小的变化，则得到的是变系数的线性方程，变系数是从基本流动来的，但是方程是线性的，可以将解叠加。显然，这又要用计算流体力学，因为微分方程的系数是从基本流动得来的x，y的复杂的函数。

有一个与此相关的工作，是荷兰人Tijdemann（N. R.L.）的实验工作。实验是高亚声速的机翼，



a　　b　　c

图　8

而襟翼做小的振动的情况（图8）。基本流动有激波。测量当襟翼振动时激波如何反应是很有趣的。Tijdemann发现有三类现象：

1. 激波简单地前后振动，加强、减弱，加强、减弱，……（图8a），如我们可以预料到那样。

2. 当M数较小时，激波向前走出机翼的范围，消失，然后在后缘重新出现。襟翼在振动，激波向前跑，消失掉，再出现，向前跑，再消失掉，……（图8b）。

3. 激波在循环的一段时间中出现，变弱，消失，不走出翼面，而是由于变弱、衰减而消失，没有激波，再后它又出现，总是在老地方出现和消失，在循环的一部分时间内无激波（图8c）。

对跨声速流关心的人对这个实验很感兴趣，有些人想通过计算再现Tijdemann的实验情况。亚利桑那大学的yu Neng-jong博士成功地用计算流体力学计算了这一流场，他并用计算图解法使他们计算结果在屏幕上显现出来，使你可以观察到上面这三种情况的过程。

七

现在转到低速粘性流动，边界层现象中的一个课题：非定常分离。这是这次讲座中另一讲的题目。我今天只做个介绍，以对下次不听的人有些好处，同时也别把听下一讲的人的胃口给破坏了。很多年来我对非定常分离感兴趣，因为边界层分离控制机翼的环量。每个流体力学教授都告诉他的学生，绕过机翼后

缘的流动，引起边界层的分离，引起起动涡的脱离，从而产生涡量。整个非定常机翼理论是基于如下的假定，即Kutta-Жуковский后缘条件是在每一瞬时满足的。当然，每一瞬时它不可能满足，因为这些粘性现象，像边界层分离、涡的脱离和环量的产生都要一段时间。但是这个题目是如此不清楚，你甚至不知道振动机翼的无粘性理论在Re数大小变化时是变好还是变坏。

每个流体力学学生熟悉图9这幅边界层分离的图

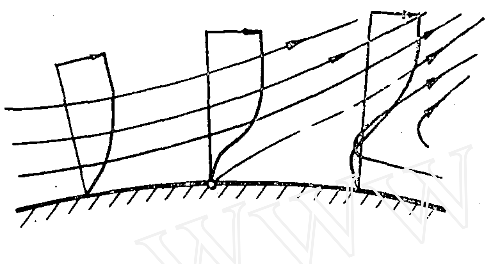


图　9

画，图中表示出速度剖面，虚线内的区域是尾迹。Prandtl分离判据是壁面上剪切力为零：当$y=0$时，$\partial u/\partial y=0$。但是，很容易证明，这一判据对于非定常流动或对于运动的壁面的情况是不对的。我的同事Rott教授证明，对于运动壁面的定常驻点流中，$\partial u/\partial y\big|_{y=0}=o$ 这点与分离无关。$\partial u/\partial y\big|_{y=0}=o$ 点并无分离发生，除非你把$\tau_w=o$这点就叫做分离，但这是没有什么意义的。Prandtl引入分离这个词，是用来描述从壁面脱离开来，分离开来的运动，所以我们也可以称之为“脱离”，至少从现象上讲我们是清楚的。分离现象在有些情况下变得有些不精确了，但它仍是一个有用的概念。你问任何一个实验工作者，他都会说，我知道分离，我知道我的风洞中的边界层何时分离。我们从研究一个流过运动壁面的定常流动开始。我们得出结论：当在剖面上有一点同时有速度为零$u=o$和剪切力为零$\partial u/\partial y=o$时，发生分离。图10中三幅图分别表示了分离前，分离，和分离后的情况。你可以想像流线如图11所示，有回流，尾迹。有一个关于旋转圆柱的经典的例子，它甚至有工程意义，因为它产生涡量、升力。当壁面运动方向与流动方向相反时，情况更复杂。很清楚，尾迹会被带向前方，在特殊情况下甚至会被带着跑一圈。在下一次要详细讲，我告诉你们这时速度剖面是什么样。情况如图12所示。这是Moore，Rott，Sears在50年代

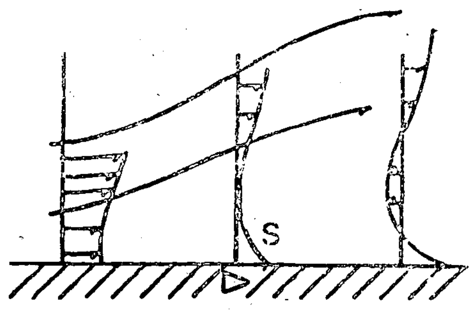


图　10

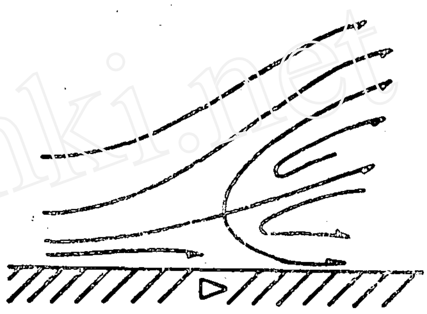


图　11

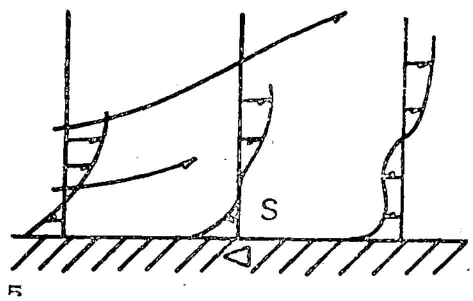


图　12

提出的推测。实验是那时在康奈尔大学的Ludwig博士（现在Calspan公司）进行的。Ludwig的实验证实了这些上面的结论，即定常流动，运动壁面的情况。

在1970年我与一个希腊的研究生Telionis一起回到这个题目。我们发现，分离时有如下特征，在边界层近似中 $v\to\infty$，$\dfrac{\partial u}{\partial x}\to\infty$，$\dfrac{\partial \delta^*}{\partial x}\to\infty$（其中$\delta^*$为边界层的位移厚度）。换句说，我们认为所谓分离是边界层类型流动行为的破坏，这才是Prandtl用分离这一词时所指的意思。我们现在是用计算流体力学计算有逆压梯度的边界层分离，来寻找这一现象。u，

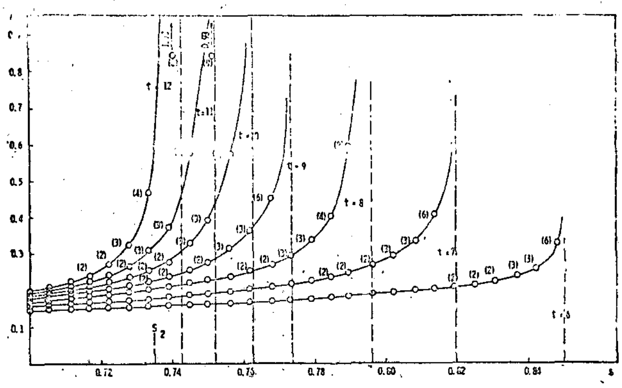


图 13

v是x，y，t的函数，计算很复杂，因有三个自变量。要找个简单的情况来计算。下次讲座中详谈，这次用三张图片来说明。

图13是考虑有逆压梯度，且逆压梯度随时间增加的情况。我们来计算与壁面垂直的速度分量来发现分离，发现边界层的破坏。图13中绘出法向速度分量与沿壁面距离的从属关系，是对于不同时刻绘出的，时间从逆压梯度开始的时刻量起。t＝o逆压梯度开始增加，在一段时间后，逆压梯度不再增长，在很长时间后，流动的分离点将在S_2处，在中间的时刻，如t＝6，v在某处转向上方，t＝7，8，9，…，v向上转的点逐渐向S变小方向移动，直到t＝12，移到很接近于新的定常流动的分离点S_2。括弧中的数字表示得到边界层方程的解所要求的迭代次数，显然越接近边界层近似被破坏的地方，要求迭代的次数就越高。我们的结论是，在边界层概念被破坏的每一点上，流动与Moore，Rott和Sears对向下游运动的壁面的情况所预言的完全一样，如果观察者与分离现象一起运动，他会看到壁面运动。你可以说问题已经解决了：当在与分离现象一起运动的坐标系中有Moore，Rott，Sears剖面产生时，就发生分离。但这是什么坐标系呢？我们发现这一坐标系的办法是进行详细的计算，然后以这个速度运动并进行观察，我们会发现同一点有u＝o，$\partial u/\partial y$＝o，即Moore，Rott，Sears条件。但是，我们很愿意做的是预言现象，不要进行复杂的计算就能告诉工程师，边界层何时分离。现在出现的是这样一种情况：我们完全了解现象，但没有简单的方法来预言现象的速度，从而不进行复杂计算就不能预言现象。

图14是最后得到的情况，这是一个向上游运动的分离现象，回流在前面发生，分离发生在后，分离要根据边界层的破坏或速度有奇异性的条件来决定。在向下游运动的分离现象的情况，逆压梯度随时间而减

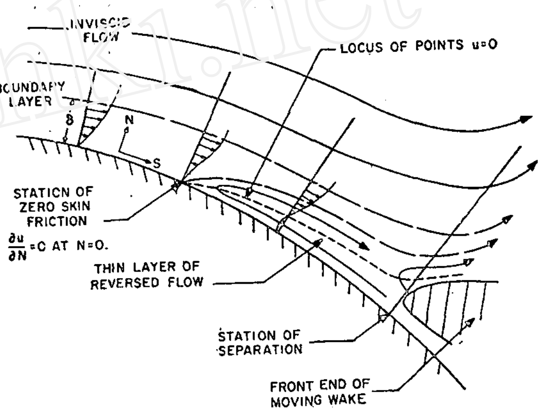


图 14

小，相反，你会发现分离发生在回流之前。

图15是逆压梯度突然增加的情况，在t＝o逆压梯度突然增加，然后变为常值。如果取Prandtl判据，寻找剪切力为零$\partial u/\partial y|_{y=o}$＝o的这一点，你会发现逆压梯度一增加，剪切力为零这点马上向前运动跑到前缘。随着时间的推移，这点渐渐后移，然后前

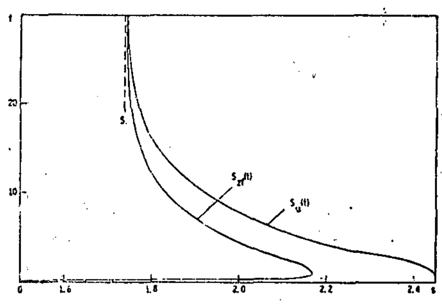


图15 按Prandtl判据

移，如图15（纵坐标为时间，横坐标为距离）中的下面曲线。而根据我们判据，即边界层脱离开的条件，定出的分离点沿着上面曲线运动。当然，两条曲线在长

时间后逐渐靠近。我要特别明确指出，Prandtl是很小心的，他考虑的只是定常情况，所以这不是对 Prandtl的批评。我想做的是对于1904年以来到70 年代所有愚蠢地假设$\partial u/\partial y=o$就是分离的那些人进行严厉的批评。甚至有一本关于边界层分离的厚厚的书，是中国人写的，有这么一章专门讲非定常分离，是完全错误的，因为根据的都是Prandtl判据。

我们要认真考虑一下，我们是不是简单地在谈论术语，我们是不是只是讲定义呢？为什么不能说$\partial u/\partial y|_{y=o}=o$就是分离呢？回答是否定的。边界层行为的破坏是很重要的，因为它决定机翼的升力，扩压段的性能，决定很多工程上重要的量，是个有用的、重要的概念。另一方面，有些工程问题要求知道回流本身的出现。例如，在传热中需要知道何时在壁面有回流。所以，我有个很强烈的忠告：我们对于两个现象都需要自己的名词，对于脱体现象需要一个词，对于回流现象需要一个词，而不应把它们混淆起来，只有在定常流动，不动壁面的情况下，它们才是一回事。

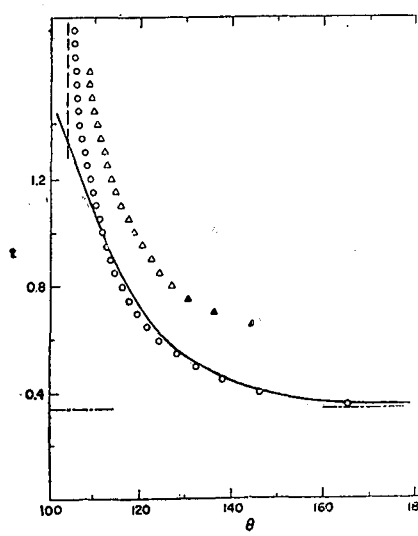


图　　16

图16是关于有名的t＝o时刻突然起动的旋转圆柱的情况的，这个问题最早由Blasius，Goldstein和Rosenhead研究过，曲线是$\tau_w=o$的曲线，纵坐标为时间，横坐标为沿壁面的角度，$\theta=180°$为后驻点。学习过边界层的学生都知道，在突然起动和首次出现$\tau_w=o$之间有一个时间滞后，而$\tau_w=o$出现在后驻点。

我的学生Telionis，现在是弗吉尼亚工学院的教授。他的学生Tsahalis，用我们的方法进行了这种情况下的非定常分离的计算。我们又发现分离曲线是不同的，请你们注意显著的新现象：根据我们的计算，直到$\theta\approx140°$这点没有分离（图16中的三角形，是Tsahalis计算的分离点）。因为回流即$\tau_w=o$（图中的圆圈）开始在先，这意味着在回流开始的时间到分离时间有带回流的边界层，但无分离。分离现象，由于某种原因在图中所示的地点和时间突然出现。

这一新现象引起沈申甫教授的很大兴趣，使他对边界层分离重新进行研究。他把粘性流动看做是衔接的渐近展开，发现所谓脱离就是无法实现衔接，他得到的结果既适用于定常流动，也适用于非定常流动。沈申甫教授关于这个题目的工作还未发表，是与他的学生Nenni一起作的。

我们关于非定常分离的工作是完全数值的。因而有一些数学思维的人说，我们没有证明任何事情。但这一问题的历史是很有趣的。在30年代，人们用手动计算机来计算边界层。尽管他们没有高速计算机，Hartree和Howarth成功地计算了边界层的细节。他们发现了同样的现象：在分离附近$v=\infty$。这一观察使Goldstein教授作了解析研究，他发现了奇异性，后来称为Goldstein奇点。但是正是Goldstein教授首先指出，这一奇点应该叫做Hartree-Howarth奇点，因为这是他们发现的。Telionis，Tsahalis和我做的工作有一个很好的历史比拟，我们也没有对一般情况的分离做解析的预言，我们用数值方法发现了分离行为。

关于非定常边界层分离再讲一点。流经运动壁面的定常流动情况，可以看成是一个观察者随着壁面运动的非定常情况。如果你随壁面向下游运动，你看到分离点向上游运动。我们认为，这是对我们理论的很好的证明。因为对这种情况总有实验结果。但怀疑的人，不相信我们，他们说，这只是个特例。我当然不认为这是个特例。幸亏，有个J. C. Williams（北卡罗来纳大学）发现了一类很一般的非定常流，可以通过如下变换把它们变成两个变量的流动：

$$\xi=\xi(x,t),\ \eta=\eta(x,t)$$

他把这种流动称为“半相似”，我不喜欢这个名词。他所以叫“半相似”，显然是因为他以为我们有三个变量。我们只能把它们减少到两个，如果能减少到一个就可以叫“相似”流动了。无论怎样，这些流动在任何坐标系中都不会变为定常的，不论观察者如何运动。把方程在ξ，η平面简化，数值求解边界层方程。例如图17中给出不同的ξ值下u随η的变化。然后他来寻找脱体现象$v\to\infty$何时发生。他发现，这在譬如说$\xi=\xi^*$时发生。然后转变到x，y，t，定义这点为分离，得到非定常情况下的运动现象。有趣的是，当ξ

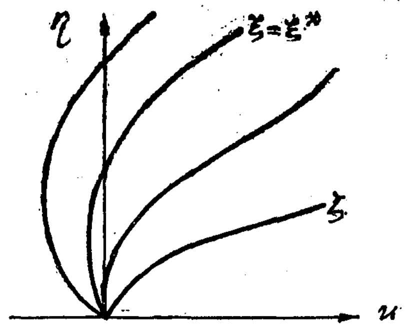


图　　17

$=\xi^*$时，他可以计算$\left.\frac{\partial x}{\partial t}\right|_{\xi=\xi^*}$，即当保持$\xi=\xi^*$时，x随t如何快地变化。这是分离现象运动的速度。结果是，当以这个速度运动时，你就会发现$\partial u/\partial y=0=u$。

指出两点。第一，Williams是英雄，因为他使Telionis和我得到完全的胜利。虽然他的情况不是完全一般的，但是是十分一般的，有ξ，η两个参数，是以前文献从未研究过的。第二，应有可能构造一个近似计算方法，利用Williams的结果与任意问题的结果拟合。但这尚未做。

在转向另一题目前，要指出一点。在图15中，比较$\partial u/\partial y|_{y=0}=0$曲线和分离曲线时，你会发现经过一段相对很短的时间后，两条曲线相差不大。我想，可以告诉进行实际工作的工程师，虽然Prandtl判断不正确，但在大多数实际情况下，当随时间的变化不是很大时，它是一个很好的近似。所以，对于要预言非定常情况的分离的工程师来说，用Prandtl判据了解是足够了，而如果要了解其他的情况，如回流的出现，Goldstein和Rosenhead情况的细节，那末就要用复杂的理论。

八

我现转向别的题目。我想提一下流体力学中看来还没有给出有用结果的几个问题。说没有给出有用结果可能说的过重了，至少是没有给出重大的结果。

首先，关于各向同性湍流。15年前，各向同性湍流的情况是：得到了把二阶关联和三阶关联联系起来，把三阶关联和四阶关联联系起来的有趣的微分关系。要解决的是如何“封闭”的问题，如何使这一系列无穷的关系式封闭。你们记得，von Kármán教授推测，也许三阶关联很小，可以丢掉。但是G. I. Taylor和另外的人很快地证明这是不对的。需要做的与统计力学中的各态历经理论有些相似，但还没有人做到。Corrsin教授继续在这一领域工作，继续得到有趣的理论和实验的对于各向同性湍流的观察。但是有关封闭这一基本问题尚未解决。

其次，有人对非牛顿流体力学感兴趣。在工程问题中有时出现非牛顿流问题，关于连续介质力学有很复杂的新的结构，这主要是Truesdell教授和他的学生的工作。就我所知，在最近15年，在这领域没有什么新的激动人心的结果。实际上，我们认为，Truesdell教授关于把力学领域“公理化”的思想是个很坏的想法，这意味着使力学领域远离现实领域。

九

你们记得，在我讲到气动噪声时，我没有提到声爆。这里，毛病不是出在研究和理论方面，恰恰相反，在10年或15年前，理论已做到无需再做了。我简短地讲一下你们中有些人可能不太熟悉的情况。

声爆理论已达到这一步，每一个空气动力学家可以估算他的飞行器的气动性能，从而他可以根据近场的空气动力学计算远流场的波形，得到压力信号。结论是，信号在很大程度上依赖于阻力D，升力L和飞行器的长度l，而与流场细节没有很大关系。理论清楚表明近流场很快调整，而在距离超过2l时，几乎不再调整。这一事实很难使人信服。甚至好的工程师也深深感到，飞机是后掠翼还是三角翼或是垂直翼不会没有差别。但是，这的确是无关的，如果你能产生同样的升力而无激波，那末它产生的声爆和有激波时产生的声爆是一样的。因为从机翼、尾部和机身产生的局部激波，实际上不是产生声爆的激波。实际上，我的杰出的朋友Robt. T. Jones（美国有名的航空工程师，独立于Busemann发现后掠翼原理，发现了超声速面积律），浪费了很多时间企图发明无激波机翼，想这样可以消灭声爆。实际发生的情况是，大尺度的流动形态会发展为同样的远场流谱，不管你用什么样的系统，只要产生同样的升力就是如此，从远场范围来看这是相同的偶极子。我很高兴可以向Jones解释，他自己的理论超声速面积律可以证明，你对声爆无法可办。

在声爆方面有一点改善还是很重要的，即对不均匀的、分层的大气计算声爆。一般我们总设大气有常密度、常温度。实际上，当考虑真正大气时，密度ρ，温度T，或声速a，是随高度z而变化的。要计算非线性波在分层大气中的传播，要求进行新的类型的空气动力学计算。W. D. Hayes做了这样的工作。理论称为几何光学。让我定性地讲一讲。我们要把坐标系固定于大气中，飞机飞过大气。在第（五）课题中讲

到的波在这一坐标系中看起来有所不同。几何光学近似考虑流体沿一条射线的行为。Hayes发现沿射线为守恒的量。当射线传播时沿着它不变的量是流动变量的函数，即压力跳跃、密度和温度的函数。因而，工程师可以这样做：计算近场空气动力学、激波等等，然后用几何光学方面沿相继的射线计算至地面。发现这样一个重要结果：在一定的高程下，实际上这些量不再变化；虽然大气条件变化，压力信号在近场迅速变化，在这一高程上变化很慢，然后实际上冻结，不再变化地传向地面。这一高程近似地等于大气的标尺高程。大气的标尺高程，即等密度的可以产生同样海平面压力的大气的高度。不幸的是，飞机要在20000米高空飞行。如果设计飞机，使它慢慢形成的等熵波，它们在达到标尺高程以前不堆积起来形成激波，那么它们在以下的路程上就不会形成激波，也就不产生声爆了。但这做起来很困难，譬如飞机要在20000米高空飞行，而标尺高程为6000米，我们会得到很长的飞机。曾经真有人在考虑造很长的飞机，这要有1公里长，当然还要有同样的重量，所以这是一种很长，很轻，像纸一样的飞机。结论是，如果你用纸造协和式飞机，它有1公里长，那末它就不会打扰地面上的任何人了。但是，从实际的观点来看，Hayes关于在标尺高程上信号冻结这一发现，会给工程师一些帮助，但还不是问题的解决。

我应该介绍我个人对这点的看法。这一课题的学生——声学家、气动力学家——中流行这样的说法：是信号中的激波产生令人讨厌的感觉。如果在空地上碰到声爆，那么真是如此，有激波的声爆对耳朵是更为烦恼的，它给出很尖锐的声响，给出尖锐的噼啪的爆裂声。但我认为，并不是这点骚扰人，我以为骚扰人的是建筑物，是建筑物对声爆的响应。我想，当人们在睡觉、读书和工作时是在建筑物里，烦扰他们的是建筑物的响应。大家知道，建筑在载荷作用下要发生振动。信号的长度为飞机长度的4—6倍。在M＝2时，这对应于声爆持续时间为0.6秒（设飞机长60—70米）。这相对很短。房子振动的时间也是这一量纲，也许是它的2—3倍。我的看法是，为了使建筑物振动起来，重要的是这样的一个积分$\int pxdx$，它并不受是否有激波存在的影响。你能不能去掉激波，它对你的房子都有同样的影响，使你同样感到不愉快。但是，没有人同意我的意见。

十

最后，我提一下流体力学中另一个没有产生什么有用结果的课题，即磁流体力学。我们在二十年前做了流体有大电导率σ和相对高密度ρ的流体力学的相当复杂的研究，是在连续介质近似下做的。我们发现了引人注意的现象，例如图18给出方程类型。横坐标给出马赫数M_∞，而纵坐标给出阿尔芬数的倒数，阿尔芬数是决定电磁波、阿尔芬波传播速度的数。一般的流体力学，不考虑电磁场时，处在图的上方，在亚声速下为椭圆型，超声速下为双曲型。我们发现在磁流体力学中在亚声速下有双曲型的区域，在超声速下有椭圆型区域，由于它们位于图形的下方，它们代表有强磁场的流动。在有磁场的区域，我们有向前传播的波，边界层由后向前发展，而尾流跑的比物体快（图19）。

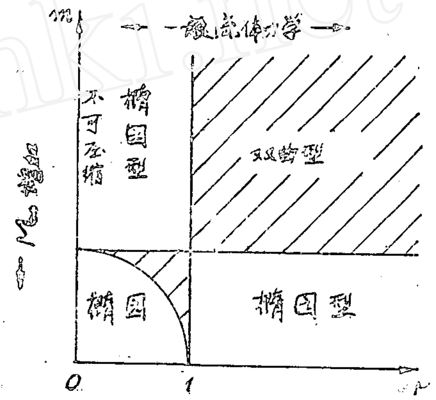


图　　18

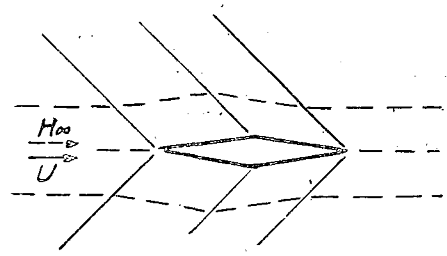


图　　19

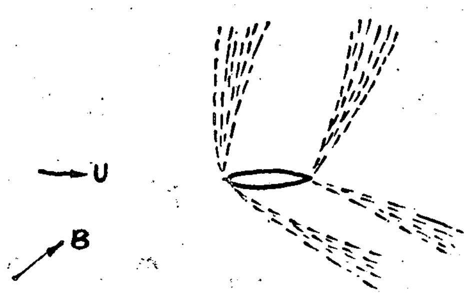


图　　20

我们还发现：边界层在物体上发展，但没有尾迹，因为边界层在后缘分裂向两个不同方向（阿尔芬方向）造成两个尾巴（图20）。关于这些现象，以及像焦耳加热、电磁力这样的新现象有什么应用，我们并不知道。我们曾经深信，如果我们指出有这么一些现象，那么有人一定会找到有用的应用。但是，很令人失望，经过了10年左右还没有看到有什么应用。其原因在于，如果在空气或气体中有大的电导率σ，你要通过把温度提高到很高的值才行。那么，关于高密度的假设就很有问题了，除非在很大的压力下。典型的情况是像液态金属如汞这样的不可压缩流体。但是，汞动力学看来不会有很重要的工程应用。有一个重要的工程应用是磁流体发电。但是，典型的情况是很小的电导率σ，而这些十分有趣的现象并不出现。实际上，磁流体发电主要是在材料方面碰到很大技术困难的一个工程问题。简单地说，对磁流体发电感兴趣的人主要要关心高温电极和高温绝缘的问题。我相信，大σ的磁流体力学应该叫做磁等离子体动力学，等离子体是不是连续介质是值得怀疑的。当有磁场存在时，流体肯定不是各向同性的。在磁流体发电和托克马克等离子体动力学之间的领域没有什么重要的进展。有些人仍然深信，如果核聚变是可以实现的，那么要用磁流体力学方法取出能量及加以利用。

如果回顾这两讲的内容，你会发现关于方法讲了许多，尤其是数值方法，Adamson的小扰动方法，Hayes的几何光学方法。谈到的新现象是湍流大尺度结构和无激波跨声速混合型流动。但我们要承认，流体力学不像核物理和高能物理，在那里新的粒子、新原理和新的物理现象不断出现。东京的谷一郎（Tani）教授最近被请求做类似于我们这次这样的讲课。他报告了这么一个故事："有个学生来找我问道：'在流体力学中还剩下什么问题值得我们研究吗？'我告诉他说：'我的回答将是否定的，如果你是如此的理想主义，以致你对完全由Navier-Stokes方程控制的现象不感兴趣；否则的话，我的回答将是肯定的：在流体力学中有许多问题值得你去研究。'"

以物理学家的眼光看来，从流体力学没有什么东西可学。我碰到一个物理学家问我："你们那儿不是任何东西都受Navier-Stokes方程的控制吗？"回答当然是："是啊！但是我们领域中的已知方程的解中还有许多神秘的东西要我们去研究。"

谢谢大家。

湍流数值计算的最近发展

中国科学院力学研究所　晏名文

湍流是有大量自由度的非线性力学系统，看来是流体的复杂的宏观不规则运动。因此，就是对于最简单的理想湍流——均匀各向同性湍流进行严格的理论分析，也是很困难的。湍流数值计算长期停留在半经验理论阶段。最近十几年来，高速电子计算机的应用，使湍流数值计算发生了巨大变化，根本改变了湍流问题的可解性。现在求出误差在百分之几以内的湍流精确数值结果已变成了现实。相应于计算机的发展，各种计算方法，包括统计平均法，大旋涡模拟，用 Navier-Stokes 方程（简称为N-S方程）求湍流数值解等，都在迅速发展。总之，湍流数值计算不仅是工程计算和天气预报的重要手段，而且和湍流实验，湍流理论相平行，成为湍流研究必不可少的途径，受到了广泛重视。

本文综述最近十几年来不可压缩湍流数值计算的一些主要发展。由于近来国外这方面的文献发表得既多又快，难以找全，本文的内容难免不全面。希望以后有更好的总结综述文章发表。

一、统计平均法

统计平均法是传统的湍流计算方法。其中心问题是假设合理的雷诺应力模型，使雷诺方程封闭。首先，Boussinesq（1877）通过湍流同分子运动的直观比拟，提出旋涡粘性概念，为雷诺应力模型提供了简单的思路。几十年来围绕着这个概念进行了大量工作，在一定条件下获得了满意的结果。但是，已往的湍流模型有一个很大缺点，这就是包含着相当多的经验常数，局限性较大，应用起来不方便。最近十几年来，各国大力发展所谓完全的湍流模型。此种模型的特点是，包含的经验常数或经验函数较少，适用范围较广。迄今发展此类模型的方法是：（一）唯象理