

动脉中脉搏波的分析

复旦大学 柳兆荣

摘要: 本文利用流体瞬态理论的线化模型, 分析了脉搏波在动脉管中传输时的瞬态特性, 特别是分析了脉搏波从动脉管端点反射时对脉搏波波形的可能影响, 从而从理论上论证了利用某些浅表动脉的脉搏波波形来无创伤诊断某些心血管疾病的可能性, 为医学上的应用提供了理论依据。

一、前言

多年来, 人们对动脉中脉搏波的波形(即所谓脉图)十分感兴趣, 采用多种换能器来记录动脉中某些特征部位(例如桡动脉、颈动脉或股动脉等一些浅表动脉)的脉搏波波形, 力图通过这些波形为心血管疾病的无创伤诊断提供某些手段, 或者为中医的脉象机理研究提供某些客观方法。国内许多单位先后做了不少有益的工作。但是, 由于缺乏对动脉中脉搏波传输规律的正确认识, 以致对脉图无法得到本质的了解, 对脉图的认识不免带有主观、甚至是错误的看法, 因

而使整个研究工作收效不大。

我们知道, 心脏的有节律缩、舒及动脉瓣的单向导流作用, 心脏将周期性地向动脉管内射血, 心脏的每次射血形成脉搏波沿着动脉管向远端传播。由于诸如动脉管几何特性(管径、管壁厚度等)与物理特性(管壁弹性模量等)的非均匀性、动脉管的分支泄流以及血液的粘度等因素的作用, 使脉搏波沿动脉管传输时, 其波形不断地变化。正如图1所表明的^[1], 从主动脉根部开始远离心脏, 脉搏波的变化趋势是压力脉搏波的幅度值越来越大, 流量脉搏波的幅值将越来越小, 而在某些地方将出现流量的负值, 同时压力或流量脉搏波波形中均可能出现第二个波峰等等。这些

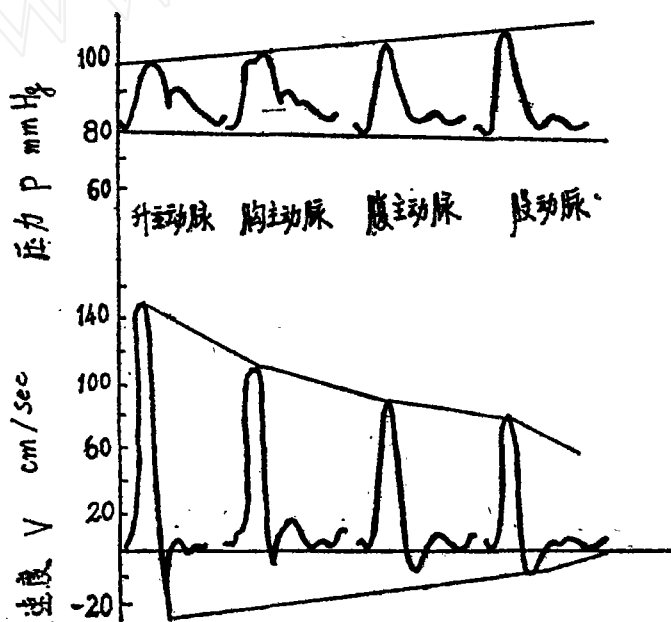


图1. 从升主动脉到股动脉压力与速度脉搏波的波形变化情况^[1]

现象的出现,主要是由于动脉管的几何特性或物理特性的非均匀性,导致脉搏波在动脉管内不断反射所引起的。因此只有对脉搏波在动脉中传输时的规律进行深入研究,才能很好地解释这些现象。本文后面要指出,正因为所记录的脉搏波波图反映了脉搏波在动脉管端点的反射情况,才使得利用脉搏波波形诊断某些疾病成为可能。

由于对应于心脏的缩、舒,动脉中的血液流是脉动的;动脉管的横截面由于受到血液流动的压力而变形,反过来它又将大大影响到血液的流动;甚至动脉管周围组织的变形也会影响到血液的流动;动脉管的形状与大小随血液的流动而变形;动脉管的均匀段很少,且在很短距离内便可能出现分支以及血液本身是非牛顿流体,其物理性能与化学性能很复杂等等,因而使得要非常一般地分析动脉中的血液流成为十分困难,不得不根据需要做出各种假定。本文为了刻画动脉管端点条件及脉搏波波速对脉搏波波形的影响情况,为简化计,暂且略去血液的粘性,假定所讨论的动脉管为一均匀的弹性管,利用流体瞬态理论的线化模型,导出了脉搏波在动脉管中传输时的压力与流量的分析表达式,在此基础上讨论了脉搏波在动脉管中的传输规律,并指出了如何利用动脉管某些特征部位的脉搏波波形,求得心输出量及主动脉末端阻力等参数的近似方法。

二、基本关系式

血液在动脉中的流动可认为是一元流动,当略去血液的粘性后,则有

连续方程

$$\frac{\partial \rho A}{\partial t} + \frac{\partial \rho A u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

运动方程

$$\frac{\partial \rho A u}{\partial t} + \frac{\partial \rho A u^2}{\partial x} = -A \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

其中 ρ ——血液密度, u ——血液速度, p ——压力, A ——动脉管横截面积, x ——沿动脉管轴向距离, t ——时间。

由于

$$\frac{\partial \rho A}{\partial t} = \frac{A}{\tilde{C}^2} \frac{\partial p}{\partial t}$$

则方程(1)改写为

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{A}{\tilde{C}^2} \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

其中

$q = \rho u A$ ——血液的质量流量,

$$\tilde{C} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{c_0^2}}} \quad \text{——动脉管中脉搏波的速度。}$$

此地

速度。

$a^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}$ 表示血液的压缩性对脉搏波波速的影响。

$C_0^2 = \frac{A}{\rho} \frac{\partial p}{\partial A}$ 表示动脉管壁的弹性对脉搏波波速的影响。

对于动脉中的血液流,血液可近似认为不可压缩,即 $a \gg c_0$, 因而有

$$\tilde{C} = C_0 \quad (4)$$

特别,若将动脉管认为是薄壁的线弹性圆管,而且认为管壁材料是不可压缩的,则有 Moens-Korteweg 波速公式

$$\tilde{C} = C_0 = \sqrt{\frac{hE}{2\rho r}} \quad (5)$$

其中 h ——管厚, r ——管半径, E ——管壁弹性模量。

又考虑到动脉中,血液流的速度 u 与脉搏波波速 C_0 之比十分小^[2],因而可略去运动方程(2)的迁移加速度项,使运动方程线性化为

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{A} \frac{\partial q}{\partial t} \quad (6)$$

综合方程(3)与(6),得描述动脉管中瞬态流动的方程为

$$\frac{\partial q}{\partial x} = -C \frac{\partial p}{\partial t}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -l \frac{\partial q}{\partial t} \quad (7)$$

其中

$$C = \frac{A}{C_0^2} = \frac{A}{\tilde{C}^2} \quad \text{——单位管长的流容}$$

$$l = \frac{1}{A} \quad \text{——单位管长的流感}$$

对方程(7)施行 Laplace 变换,并记

$$P(x, s) = \int_0^{\infty} e^{-st} p(x, t) dt \triangleq p(x, t),$$

$$Q(x, s) = \int_0^{\infty} e^{-st} q(x, t) dt \triangleq q(x, t),$$

在零初始条件下, 方程 (7) 化为

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -IsQ \quad (8)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = -csP$$

我们知道, 动脉管一般是非均匀的, 为了处理的方便, 可用多段均匀管串接来近似代替它。对于每一均匀弹性管段, 方程 (8) 可进一步化为

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - Ics^2 P = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - Ics^2 Q = 0$$

方程 (9) 的解为

$$\begin{aligned} P &= A_1(s)e^{-sx\sqrt{lc}} + A_2(s)e^{sx\sqrt{lc}} \\ Q &= B_1(s)e^{-sx\sqrt{lc}} + B_2(s)e^{sx\sqrt{lc}} \end{aligned} \quad (10)$$

其中 A_1 、 A_2 与 B_1 、 B_2 是待定系数, 不难看到

$$B_1 = A_1/Z_0, \quad B_2 = -A_2/Z_0$$

此地

$$Z_0 = C_0/A \quad (11)$$

是动脉管的特性阻抗。

下面采用我们在 [8] 中的方法进行讨论, 对于长度为 L 的均匀动脉管段, 设其始端阻抗为 Z_0 , 终端阻抗为 Z_L , 若从始端输入管段的压力脉冲为 $p_0(t)$, 并记

$$P_0(s) \triangleq p(t)$$

则有边界条件为

$$P(0, s) = P_0(s) - Z_0 Q(0, s) \quad (12)$$

$$P(L, s) = Z_L Q(L, s)$$

将关系式 (10) 代入上式, 得

$$\begin{aligned} A_1(s) &= \frac{P_0(s)}{\left(1 + \frac{Z_0}{Z_c}\right) \left(1 - \delta_0 \delta_L e^{-2sL\sqrt{lc}}\right)} \\ A_2(s) &= \frac{P_0(s) \delta_L e^{-2sL\sqrt{lc}}}{\left(1 + \frac{Z_0}{Z_c}\right) \left(1 - \delta_0 \delta_L e^{-2sL\sqrt{lc}}\right)} \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$\delta_0 = \frac{Z_0 - Z_c}{Z_0 + Z_c}, \quad \delta_L = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} \quad (14)$$

分别表示动脉管段的始端与终端的反射系数。

将 (13) 式代入 (10) 式, 得

$$P(x, s) = \frac{P_0(s)}{1 + \frac{Z_0}{Z_c}}$$

$$\times \frac{e^{-sx\sqrt{lc}} + \delta_L e^{sx\sqrt{lc}} e^{-2sL\sqrt{lc}}}{1 - \delta_0 \delta_L e^{-2sL\sqrt{lc}}}$$

$$Q(x, s) = \frac{P_0(s)}{Z_0 + Z_c}$$

$$\times \frac{e^{-sx\sqrt{lc}} - \delta_L e^{sx\sqrt{lc}} e^{-2sL\sqrt{lc}}}{1 - \delta_0 \delta_L e^{-2sL\sqrt{lc}}}$$

(15)

为了分析脉搏波在均匀动脉管段中的传输规律, 特别是为了刻画脉搏波从动脉管段端点反射时对脉搏波波形的影响情况, 为简化计, 不妨假定输入主动动脉管段的压力波是一个宽度为 τ_0 的矩形压力脉冲, 即

$$p_0(t) = \begin{cases} p_0 & \text{当 } 0 \leq t \leq \tau_0 \\ 0 & \text{当 } t < 0, t > \tau_0 \end{cases}$$

由于对动脉中的血液流, 端点阻抗 Z_0 与 Z_L (因而 δ_0 与 δ_L) 是实的, 因而当对关系式 (15) 施行 Laplace 反变换后, 则得动脉管段内任一点 x 处的瞬态压力与瞬态流量的表达式为

$$\begin{aligned} p(x, t) &= \frac{p_0}{1 + \frac{Z_0}{Z_c}} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \delta_0^{n-1} \delta_L^{n-1} \right. \\ &\times \left[U \left(t - \frac{2(n-1)L+x}{C_0} \right) \right. \\ &\left. - U \left(t - \frac{2(n-1)L+x}{C_0} - \tau_0 \right) \right] \\ &\left. + \delta_0^{n-1} \delta_L^n \left[U \left(t - \frac{2nL-x}{C_0} \right) \right. \right. \\ &\left. \left. - U \left(t - \frac{2nL-x}{C_0} - \tau_0 \right) \right] \right\}, \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q(x, t) &= \frac{p_0}{Z_0 + Z_c} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \delta_0^{n-1} \delta_L^{n-1} \right. \\ &\times \left[U \left(t - \frac{2(n-1)L+x}{C_0} \right) \right. \\ &\left. - U \left(t - \frac{2(n-1)L+x}{C_0} - \tau_0 \right) \right] \\ &\left. - \delta_0^{n-1} \delta_L^n \left[U \left(t - \frac{2nL-x}{C_0} \right) \right. \right. \\ &\left. \left. - U \left(t - \frac{2nL-x}{C_0} - \tau_0 \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

其中

$$U(t-\tau) = \begin{cases} 1 & \text{当 } t \geq \tau \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } t < \tau \text{ 时} \end{cases}$$

三、主动脉中脉搏波的变化

首先, 利用上述基本关系式来讨论主动脉中脉搏波的变化规律。为了讨论的方便, 将主动脉近似当成一个均匀的弹性管段, 长度为 L , 特性阻抗为 Z_c , 主动脉后的血管用一个当量的流阻 Z_L 来代替。心室收缩、心脏射血时, 主动脉瓣完全敞开, 即 $Z_0 = 0$; 当心室舒张时, 主动脉瓣完全关闭, 即 $Z_0 = \infty$ (因而 $\delta_0 = +1$)。心室收缩、主动脉瓣敞开到心室舒张、主动脉瓣关闭经历时间为 τ_0 。下面分别对主动脉的始端、中点与终端附近的脉搏波变化情况进行讨论。

(1) 主动脉终端附近的脉搏波

利用关系式 (16) 可得主动脉终端附近 [$x = (1 - \varepsilon)L$] 瞬态压力流量的表达式为

$$\begin{aligned} p(L - \varepsilon L, t) = p_0 \left\{ U \left(t - \frac{L(1 - \varepsilon)}{C_0} \right) \right. \\ + \delta_L U \left(t - \frac{2L - L(1 - \varepsilon)}{C_0} \right) \\ + \delta_0 \delta_L U \left(t - \frac{2L + L(1 - \varepsilon)}{C_0} \right) \\ + \delta_0 \delta_L^2 U \left(t - \frac{4L - L(1 - \varepsilon)}{C_0} \right) + \dots \\ - U \left(t - \frac{L(1 - \varepsilon)}{C_0} - \tau_0 \right) \\ - \delta_L U \left(t - \frac{2L - L(1 - \varepsilon)}{C_0} - \tau_0 \right) \\ - \delta_0 \delta_L U \left(t - \frac{2L + L(1 - \varepsilon)}{C_0} - \tau_0 \right) \\ \dots \dots \dots \left. \right\} \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q(L - \varepsilon L, t) = \frac{p_0}{Z_c} \left\{ U \left(t - \frac{L(1 - \varepsilon)}{C_0} \right) \right. \\ - \delta_L U \left(t - \frac{2L - L(1 - \varepsilon)}{C_0} \right) \\ + \delta_0 \delta_L U \left(t - \frac{2L + L(1 - \varepsilon)}{C_0} \right) \\ - \delta_0 \delta_L^2 U \left(t - \frac{4L - L(1 - \varepsilon)}{C_0} \right) + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - U \left(t - \frac{L(1 - \varepsilon)}{C_0} - \tau_0 \right) \\ + \delta_L U \left(t - \frac{2L - L(1 - \varepsilon)}{C_0} - \tau_0 \right) \\ - \delta_0 \delta_L U \left(t - \frac{2L + L(1 - \varepsilon)}{C_0} - \tau_0 \right) \\ + \dots \dots \dots \left. \right\} \end{aligned}$$

其中

$$0 < \varepsilon \ll 1$$

由上式可见, 主动脉终端附近的压力与流量脉搏波是由心脏射血时对主动脉的入射波以及其到达端点后的来回反射波分别对主动脉终端附近观察点所施加影响的综合。由于在一个心动周期内, 脉搏波只能在长度为 L 的主动脉内往返若干次, 因而决定脉搏波波形的将只是前述压力或流量关系式的前面若干项。

关系式 (17) 中, τ_0 与左心室的功能有关, 又由式 (5) 知, C_0 与主动脉硬化程度有关。为了确定起见, 我们不妨假定 $\tau_0 \approx 0.3$ 秒, 主动脉平均波速 $C_0 \approx 4$ 米/秒。在 τ_0 时间内, 脉搏波从主动脉终端反射回到始端处, 主动脉瓣一般已关闭 (即 $\delta_0 = +1$)。当然, 若不是这样 (某些病理引起的), 也可做相应的讨论, 此地暂略。另外, 主动脉终端反射系数 δ_L 一般总大于零^[1]。

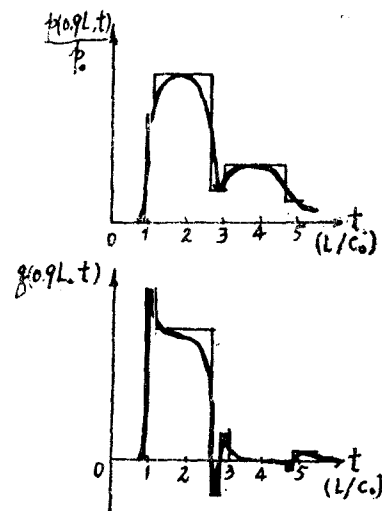


图2. 主动脉终端附近的脉搏波
上: 压力波形 下: 流量波形

下面对 $\tau_0 = 1.8 \frac{L}{C_0}$, $\varepsilon = 0.1$ 情况, 讨论压力与

流量脉搏波的变化情况,并将波形表示在图2之中。由于为简化计,本文作了理想化假定,因而所得波形是阶梯形式的,但它却依然反映了脉搏波变化的基本特征。实际上,心脏射血并非矩形脉冲,动脉管是非均匀的,将处处出现反射,再加上血液粘性等方面的影响,将使脉搏波圆滑化。若人为地将图2所示的阶梯形式的脉搏波圆滑化,所得结果与图1中的位于主动脉终端附近的腹主动脉的实际波形相象。

从图2中可看出,压力脉搏波将出现第二个波峰(即重搏波),它是由第一次从主动脉根部反射的脉搏波与第二次从主动脉终端反射的脉搏波分别经过 $x = (1 - \epsilon)L$ 点时,对该点施加影响所形成的,其峰值的大小将反映主动脉终端反射系数 δ_L 的大小。事实上,由关系式(17)知,压力脉搏波第一个波峰的高度(mmHg)为 $h_1 = p_0(1 + \delta_L)$,第二个波峰高度(mmHg)为 $h_2 = (1 + \delta_L)\delta_0\delta_L p_0$,又 $\delta_0 = +1$,因而

$$\delta_L = h_2/h_1 \quad (18)$$

这就是说,只要知道压力脉搏波第一、第二两波峰的高度比 h_2/h_1 ,即立刻由(18)式定出主动脉终端反射系数 δ_L ,这样,终端流阻 Z_L 与对应的流量脉搏波大小也可相应定出。

(2) 主动脉中点附近的脉搏波

由关系式(16)同样可得主动脉中某一点(例如 $x = L/2$)的瞬态压力与流量的表达式为

$$\begin{aligned} p\left(\frac{L}{2}, t\right) = & p_0 \left\{ U\left(t - \frac{L}{2C_0}\right) \right. \\ & + \delta_L U\left(t - \frac{3L}{2C_0}\right) \\ & + \delta_0\delta_L U\left(t - \frac{5L}{2C_0}\right) + \dots \\ & - U\left(t - \frac{L}{2C_0} - \tau_0\right) \\ & - \delta_L U\left(t - \frac{3L}{2C_0} - \tau_0\right) \\ & \left. - \delta_0\delta_L U\left(t - \frac{5L}{2C_0}\right) \dots \right\}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} q\left(\frac{L}{2}, t\right) = & \frac{p_0}{Z_c} \left\{ U\left(t - \frac{L}{2C_0}\right) \right. \\ & \left. - \delta_L U\left(t - \frac{3L}{2C_0}\right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \delta_0\delta_L U\left(t - \frac{5L}{2C_0}\right) \dots \\ & - U\left(t - \frac{L}{2C_0} - \tau_0\right) \\ & + \delta_L U\left(t - \frac{3L}{2C_0} - \tau_0\right) \\ & - \delta_0\delta_L U\left(t - \frac{5L}{2C_0} - \tau_0\right) + \dots \end{aligned}$$

同样,对 $\tau_0 = 1.8 \frac{L}{C_0}$ 情况讨论波的变化。若

将所得脉搏波圆滑化后,与从胸主动脉实测的脉搏波(见图1)相比,可发现两者十分接近。从图中可看出,流量脉搏波有明显的负值,此时将出现倒流,倒流大小完全取决于主动脉终端的反射系数 δ_L , δ_L 越大则倒流越严重。

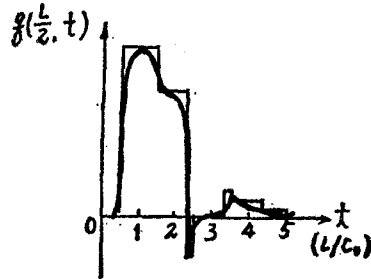
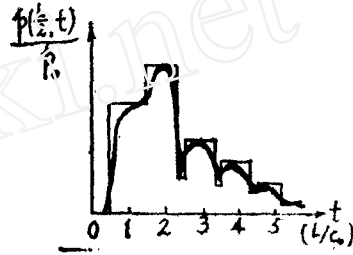


图3. 主动脉中点附近的脉搏波
上: 压力波形 下: 流量波形

(3) 主动脉瓣附近($x = \epsilon L$)的脉搏波

由关系式(16)知,主动脉根部($x = \epsilon L$)附近的瞬态压力与流量的表达式为

$$p(\epsilon L, t) = p_0 \left\{ U\left(t - \frac{\epsilon L}{C_0}\right) \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \delta_L U \left(t - \frac{2L - L\varepsilon}{C_0} \right) \\
& + \delta_0 \delta_L U \left(t - \frac{2L + L\varepsilon}{C_0} \right) + \dots \\
& - U \left(t - \frac{\varepsilon L}{C_0} - \tau_0 \right) \\
& - \delta_L U \left(t - \frac{2L - L\varepsilon}{C_0} - \tau_0 \right) \\
& - \delta_0 \delta_L U \left(t - \frac{2L + L\varepsilon}{C_0} - \tau_0 \right) + \dots \} \\
\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
q(L, t) = \frac{p_0}{Z_c} \{ & U \left(t - \frac{\varepsilon L}{C_0} \right) \\
& - \delta_L U \left(t - \frac{2L - L\varepsilon}{C_0} \right) \\
& + \delta_0 \delta_L U \left(t - \frac{2L + L\varepsilon}{C_0} \right) + \dots \\
& - U \left(t - \frac{\varepsilon L}{C_0} - \tau_0 \right) \\
& + \delta_L U \left(t - \frac{2L - L\varepsilon}{C_0} - \tau_0 \right) \\
& - \delta_0 \delta_L U \left(t - \frac{2L + L\varepsilon}{C_0} - \tau_0 \right) - \dots \}
\end{aligned}$$

同样对 $\tau_0 = 1.8L/C_0$, $\varepsilon = 0.1$ 情况讨论脉搏波随时间的变化规律。则得波形如图 4 所示。若将所得波形与升主动脉实测波形 (见图 1) 比较, 发现二者基本一致。

由图 4 知, 同样可用压力脉搏波两波峰高 h_1 与 h_2 之比来定出主动脉的终端反射系数 δ_L 为

$$\delta_L = \frac{1}{2} \left(\frac{h_2}{h_1} \right) \tag{21}$$

综合前面对主动脉内脉搏波的分析, 得出如下结论:

(i) 主动脉内某一点的压力或流量脉搏波是由心脏收缩射血时在主动脉中的入射波及其到达端点后的反射, 每次经过观察点并对该点施加影响的综合。因此脉搏波波形除了取决于心脏功能、动脉管的几何尺寸与物理特性 (例如弹性模量的大小) 外, 还取决于主动脉端点的反射系数 δ_L 与 δ_0 , 同时, 由于脉搏波波速 C_0 的不同, 在主动脉瓣打开的 τ_0 时间内, 脉搏波在主动脉内来回反射的次数也不同, 因而对脉搏

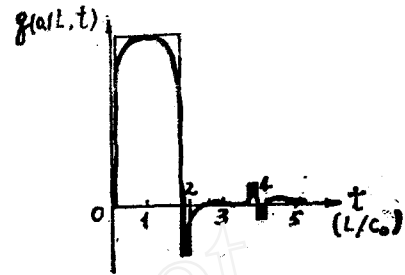
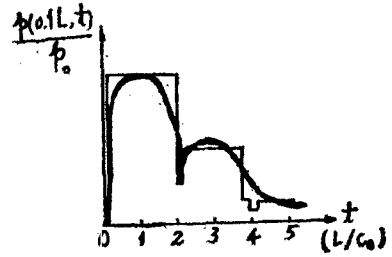


图 4. 主动脉根部附近的脉搏波
上: 压力波形 下: 流量波形

波波形也将有显著的影响。

(ii) 在主动脉内, 随着远离主动脉瓣, 压力脉搏波的最大幅值 $\{p(x, t)\}_{\max}$ 越来越大, 而流量脉搏波的最大值 $\{q(x, t)\}_{\max}$ 越来越小。事实上, 若将主动脉细分为长度为 L_1 的 n 段, 每段都可应用前面的分析, 并由 (17) 式与 (20) 式, 令 $\varepsilon = 0$, 得每动脉段头尾最大压力比与流量比为

$$\frac{\{p(0, t)\}_{\max}}{\{p(L_1, t)\}_{\max}} = \frac{1}{1 + \delta_{L_1}} < 1 \tag{0 < \delta_{L_1} < 1}$$

$$\frac{\{q(0, t)\}_{\max}}{\{q(L_1, t)\}_{\max}} = \frac{1}{1 - \delta_{L_1}} > 1 \tag{0 < \delta_{L_1} < 1}$$

由于

$$\begin{aligned}
\{q_1(L_1, t)\}_{\max} &= \{q_{i+1}(0, t)\}_{\max} \\
\{p_1(L_1, t)\}_{\max} &= \{p_{i+1}(0, t)\}_{\max} \\
(i &= 0, 1, 2, \dots)
\end{aligned}$$

则得

$$\begin{aligned}
\{p_1(0, t)\}_{\max} &< \{p_2(0, t)\}_{\max} \\
&< \dots < \{p_n(0, t)\}_{\max} \\
\{q_1(0, t)\}_{\max} &> \{q_2(0, t)\}_{\max} \\
&> \dots > \{q_n(0, t)\}_{\max}
\end{aligned}$$

结论得证。

(iii) 可以由主动脉某些部位所记录的压力波形(当然流量波也可做相应讨论), 确定出主动脉终端的反射系数 δ_L 与心脏射血的初始压力 P_0 , 若主动脉的 Z_c 已知, 则可进一步确定出主动脉的终点阻力 Z_L 以及心输出量 q_0 。

例如, 若主动脉终端附近已记录得压力波, 其两波峰高度分别为 h_1 、 h_2 (mmHg), 则由关系式(18)得

$$\delta_L = h_2/h_1$$

$$P_0 = \frac{h_1}{1 + \delta_L} = h_1^2/(h_1 + h_2) \quad (22)$$

$$Z_L = \frac{1 + \delta_L}{1 - \delta_L} Z_c = \frac{h_1 + h_2}{h_1 - h_2} \cdot Z_c$$

以及

$$q_0 = \frac{P_0}{Z_c} = \frac{1}{Z_c} \left(\frac{h_1^2}{h_1 + h_2} \right) \quad (23)$$

当然, 对于主动脉上其它点的脉搏波, 也可用同样方法相应求得上述有关量, 此地不再重复。

四、桡动脉处的脉搏波

下面进一步利用关系式(16)来讨论桡动脉处的脉搏波。为此, 假定从主动脉弓又叉出来到桡动脉之间的动脉是一个均匀的弹性管段, 长度为 L^* , 平均波速为 $C_0^* \approx 12$ 米/秒, 特性阻抗为 Z_c^* , 为了讨论的方便, 将主动脉弓流入这段分支动脉管的压力脉搏波假定为如图5所示, 即简化为是一个高度分别为 h_1 与 h_2 而宽度分别为 τ_0^* 与 τ_1^* 的阶梯波, 桡动脉后面的动脉管用一当量流阻 Z_L^* 来代替, 因而所讨论的这段动脉管, 终端反射系数为 δ_L^* , 始端反射系数为 δ_0^* 。而且, 当压力波从主动脉弓传输进入所讨论的这段动脉管时, 输入阻抗 $Z_0^* = 0$, 因而利用(16)式, 在桡动脉处($x = L^*$), 瞬态压力与流量的分析表达式为

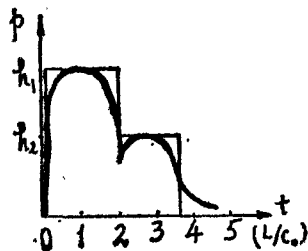


图5 输入分支动脉的压力波

$$p(L^*, t) = P_0(1 + \delta_L^*) \left\{ U\left(t - \frac{L^*}{C_0^*}\right) \right.$$

$$+ \delta_0^* \delta_L^* U\left(t - \frac{3L^*}{C_0^*}\right)$$

$$+ \delta_0^{*2} \delta_L^{*2} U\left(t - \frac{5L^*}{C_0^*}\right) + \dots$$

$$- \frac{\Delta h}{P_0} U\left(t - \frac{L^*}{C_0^*} - \tau_0^*\right)$$

$$- \frac{\Delta h}{P_0} \delta_0^* \delta_L^* U\left(t - \frac{3L^*}{C_0^*} - \tau_0^*\right) - \dots$$

$$- \frac{h_2}{P_0} U\left(t - \frac{L^*}{C_0^*} - \tau_0^* - \tau_1^*\right)$$

$$- \frac{h_2}{P_0} \delta_0^* \delta_L^* U\left(t - \frac{3L^*}{C_0^*} - \tau_0^* - \tau_1^*\right) - \dots \quad (24)$$

$$q(L^*, t) = \frac{P_0}{Z_c^*} (1 - \delta_L^*) \left\{ U\left(t - \frac{L^*}{C_0^*}\right) \right.$$

$$+ \delta_0^* \delta_L^* U\left(t - \frac{3L^*}{C_0^*}\right)$$

$$+ \delta_0^{*2} \delta_L^{*2} U\left(t - \frac{5L^*}{C_0^*}\right) + \dots$$

$$- \frac{\Delta h}{P_0} U\left(t - \frac{L^*}{C_0^*} - \tau_0^*\right)$$

$$- \frac{\Delta h}{P_0} \delta_0^* \delta_L^* U\left(t - \frac{3L^*}{C_0^*} - \tau_0^*\right) - \dots$$

$$- \frac{h_2}{P_0} U\left(t - \frac{L^*}{C_0^*} - \tau_0^* - \tau_1^*\right)$$

$$- \frac{h_2}{P_0} \delta_0^* \delta_L^* U\left(t - \frac{3L^*}{C_0^*} - \tau_0^* - \tau_1^*\right) - \dots \quad \left. \right\}$$

一般情况下, $\delta_0^* < 0$, $\delta_L^* > 0$ (当然都有 $|\delta_0^*| < 1$, $|\delta_L^*| < 1$), 显然, 从上式不难看到, 在 τ_0^* (通常可认为 $\tau_0^* = \tau_0$) 时间内, 脉搏波在所讨论的分支动脉管段中来回反射次数的不同将对桡动脉处的脉搏波有显著的影响。下面以压力波为例进行讨论。

情况 I, 对于正常人, 通常 $\tau_0^* \approx 3L^*/C_0^*$, $\tau_0^* + \tau_1^* = 5L^*/C_0^*$, 由(24)式得对应压力表达式, 因而得压力脉搏波如图6所示, 若将所得波形适当圆滑化, 则与实测波形十分一致。

显然, 桡动脉压力脉搏波的前面三个特征阶梯高度分别为

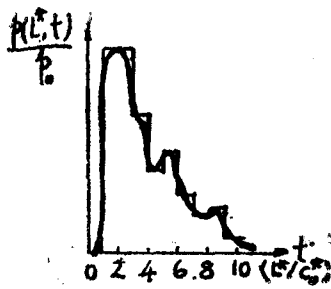


图6. 当 $\tau_0^* \approx 3L^*/C_0^*$, $\tau_0^* + \tau_1^* = 5L^*/C_0^*$ 时桡动脉压力波

上: 理论波形, 下: 正常人的实测波形

$$\begin{aligned} h_1^* &= p_0(1 + \delta_L^*) \\ h_2^* &= p_0(1 + \delta_L^*)\delta_0^*\delta_L^* \\ h_3^* &= (1 + \delta_L^*)(h_1 - h_2) \end{aligned}$$

由此得

$$p_0 = \frac{h_1^*}{1 + \delta_L^*}, \quad \delta_0^* = -\frac{h_2^*}{h_1^*\delta_L^*} \quad (25)$$

$$\Delta h = h_1 - h_2 = \frac{h_3^*}{1 + \delta_L^*}$$

及

$$q_0 = \frac{p_0}{Z_c} = \frac{h_1^*}{Z_c} \cdot \frac{1}{1 + \delta_L^*}$$

这就是说, 若桡动脉的终端反射系数 δ_L^* 已知, 则可由桡动脉处压力波的前面三个特征阶梯波高度 h_1^* , h_2^* 与 h_3^* 通过公式(25)决定出分支动脉的始端反射系数 δ_0^* 、心脏射血的初始压力 p_0 及心输出量 q_0 。此外还可进一步决定出反映主动脉末梢阻力大小的 Δh , 因为末梢反射系数 δ_L 可表为

$$\delta_L = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta h}{p_0} + 1 \right) \quad (26)$$

情况II, 对高血压而且动脉管有些硬化病人。此

时 C_0^* 增大, 使得 $\tau_0^* \approx \frac{4L^*}{C_0^*}$, 且 $\tau_0^* + \tau_1^*$

$= \frac{7L^*}{C_0^*}$ 。由公式(21)可得相应的压力表达式, 从而

得相应的压力脉搏波如图7所示。若将所得波形适当圆滑化, 则与高血压并有动脉硬化病人的波形一致。由于粥样硬化首先在主动脉弓分叉口的地方, 这就使得从桡动脉来的反射波到达该入口处时, 反射系数不再为 $\delta_0^* = -1$, 而是使其绝对值变小, 变小程度将直接反映入口处硬化的程度。

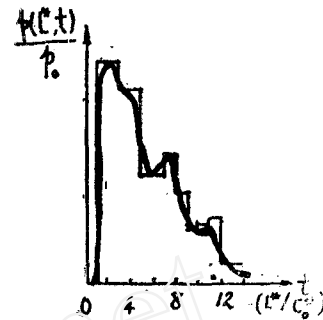


图7. 当 $\tau_0^* = \frac{4L^*}{C_0^*}$, $\tau_0^* + \tau_1^* = \frac{7L^*}{C_0^*}$

时的桡动脉压力波

上: 理论波形 下: 实测波形

显然, 桡动脉压力波前面三个阶梯波高度分别为

$$\begin{aligned} h_1^* &= p_0(1 + \delta_L^*) \\ h_2^* &= p_0(1 + \delta_L^*)\delta_0^*\delta_L^* \\ h_3^* &= (1 + \delta_L^*)(h_1 - h_2) - p_0(1 + \delta_L^*) \\ &\quad \delta_0^* \delta_L^* \end{aligned}$$

由此解得

$$p_0 = h_1^*/(1 + \delta_L^*), \quad \delta_0^* = -h_2^*/h_1^* \cdot \delta_L^*$$

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{1 + \delta_L^*} \left(h_3^* + \frac{h_2^*}{h_1^*} \right) \quad (27)$$

$$q_0 = p_0/Z_c$$

这就是说, 同样可通过 h_1^* 、 h_2^* 与 h_3^* (当 δ_L^* 已知时)确定出 p_0 、 q_0 、 δ_0^* 与 δ_L 。

情况III, 对动脉严重硬化病人, 此时 C_0^* 更大,

使得 $\tau_0^* \approx 5L^*/C_0^*$, $\tau_0^* + \tau_1^* = 9L^*/C_0^*$. 由(24)式可得对应的压力脉搏波如图8所示. 此时在 τ_0^* 时间内, 脉搏波在这个分支动脉段内已来回反射了三次. 所得波形与动脉严重硬化病人的实测波形相象.

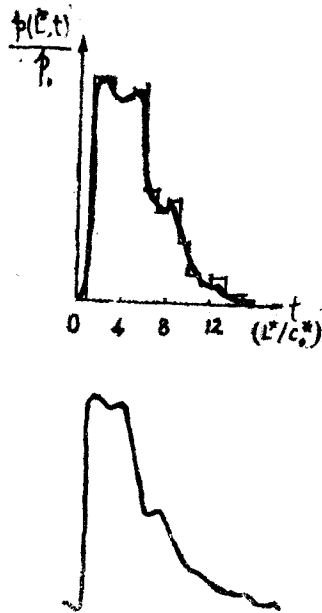


图8. 当 $\tau_0^* = 5L^*/C_0^*$, $\tau_0^* + \tau_1^* = 9L^*/C_0^*$ 的桡动脉压力波
上: 理论波形 下: 实测波形

若在情况 I 中所得的 (25) 式之中, 用 h_4^* 代替原式中的 h_3^* , 则可得对应于情况 III 的相应关系式.

从前面讨论的三种情况, 要想通过桡动脉压力波的前面三个 (或四个) 阶梯波高度来确定 δ_L^* , p_0 , q_0 与 δ_L 等, 就得首先求得桡动脉的终端反射系数 δ_L^* , 为此可考虑肱动脉处的压力波, 由 (16) 式知, 在 x_0^*

处压力表达式为

$$p(x_0^*, t) = p_0 \left\{ U \left(t - \frac{x_0^*}{C_0^*} \right) + \delta_L U \left(t - \frac{2L^* - x_0^*}{C_0^*} \right) + \dots - \frac{\Delta h}{p_0} U \left(t - \frac{x_0^*}{C_0^*} - \tau_0^* \right) - \frac{\Delta h}{p_0} \delta_L U \left(t - \frac{2L^* - x_0^*}{C_0^*} - \tau_0^* \right) - \dots - \frac{h_2}{p_0} U \left(t - \frac{x_0^*}{C_0^*} - \tau_0^* - \tau_1^* \right) - \dots \right\}$$

由于 $x_0^* < L^*$, $\tau_0^* \geq \frac{3L^*}{C_0^*}$, 则前面讨论的三

种情况中不论任何一种, 压力波的前面两阶梯高度 H_1 与 H_2 之比均为

$$\delta_L^* = H_2/H_1$$

而且由于 $\delta_L > 0$, 则压力波前面两阶梯波是逐级上升的.

综合上面所述, 我们可借助于肱动脉压力波首先定出终端反射系数 δ_L^* , 再由桡动脉压力波决定出 δ_L , p_0 , q_0 与 δ_L , 从而提供了利用浅表动脉的压力波波图来对某些疾病进行无创伤诊断的方法.

参 考 文 献

- [1] D.A. McDonald, Blood Flow in Arteries (1974).
- [2] T. Kenner, Flow and Pressure in the Arteries, Biomechanics-its foundations and objectives, ed. by Y. C. Fung (1972).
- [3] 余流, 压力阶跃信号在流体管路中的传输, 复旦学报 (1975, 2), 42-59.