

任意曲线座标下叶轮机 S_2 流面 方程及其计算机计算程序

力学所五室四组 执笔人 朱荣国

一九七六年一月

前 言

对于任意曲线座标下的叶轮机三元流动基本方程，我们在文献〔3〕中介绍了使用张量等方法的一般性的推导及比较。

本文第一部份介绍将 r, z 正交座标下的方程，经过座标变换，得出了任意曲线座标下的速度、力、旋度、及偏导数等关系后，导出在任意曲线座标下的叶轮机 S_2 流面运动方程。

第二部份介绍求解 S_2 流面的无量纲方程及一种计算步骤。给出了在从叶根到叶尖的每次计算中，为满足流量条件，不是用过去那种反复改变根部速度的迭代方法，而是利用流函数变量，用追赶法一次求得新的沿叶高的流函数值，或是仍利用速度方程，而使密度、速度在循环迭代中落后一次，将运动方程的差分方程代入连续方程的差分方程，最后写成显式一次求得新的沿叶高的速度分布。从而缩小了每次迭代所需用的机器时间，以及避免了有时在求根中出现的问题。

第三部份给出了在TQ-16机上用Algol算法语言编制的反问题的计算程序（目前还不包括 F_1 项）。本程序也可以通过反复修改 V_r 值以使满足给定的气流角度的方法来计算正问题或作变工况计算。

第四部份是算例及讨论，包括网格对松弛因子及收敛速度的影响，松弛因子的选取及利用多个松弛因子改善初值等问题。

I、任意曲线座标下 S_2 流面运动方程

如图（一），在 r, z 子午面上有任意曲线座标系 q_1, q_2 ，座标线 q_1, q_2 分别与 r, z 成夹角 θ_1, θ_2 （逆时针方向为正向）。座标线上的弧长增量 ds 与座标增量 dq 间有关系式：

$$ds_1 = g_1 dq_1 \quad (1)$$

$$ds_2 = g_2 dq_2 \quad (2)$$

设函数 f 有连续的偏导数, 观察沿 q_2 座标函数 f 的增量 $\Delta f = f_B - f_A$,

$$\text{在 } q_1 q_2 \text{ 座标系中 } df = \frac{\partial f}{\partial q_2} dq_2,$$

$$\text{在 } rz \text{ 座标系中 } df = \frac{\partial f}{\partial z} dz + \frac{\partial f}{\partial r} dr,$$

$$\text{二者相等即 } \frac{\partial f}{\partial q_2} dq_2 = \frac{\partial f}{\partial z} dz + \frac{\partial f}{\partial r} dr, \quad (3)$$

$$\text{又因 } dz = \cos\theta_2 ds_2 = \cos\theta_2 g_2 dq_2,$$

$$dr = \sin\theta_2 g_2 dq_2,$$

代入 (3) 式后有

$$\frac{\partial f}{\partial q_2} = \frac{\partial f}{\partial z} \cos\theta_2 g_2 + \frac{\partial f}{\partial r} \sin\theta_2 g_2 \quad (4)$$

同理当观察函数 f 沿 q_1 座标的变化时可以得到

$$\frac{\partial f}{\partial q_1} = \frac{\partial f}{\partial r} \cos\theta_1 g_1 - \frac{\partial f}{\partial z} \sin\theta_1 g_1 \quad (5)$$

将 (4) 式和 (5) 式变换后可得

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{\cos(\theta_2 - \theta_1)} \left(\frac{\cos\theta_1}{g_2} \frac{\partial f}{\partial q_2} - \frac{\sin\theta_2}{g_1} \frac{\partial f}{\partial q_1} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{1}{\cos(\theta_2 - \theta_1)} \left(\frac{\sin\theta_1}{g_2} \frac{\partial f}{\partial q_2} + \frac{\cos\theta_2}{g_1} \frac{\partial f}{\partial q_1} \right) \quad (7)$$

向量 f 在二个座标系中其分量的关系为:

$$f_z = f_{q_2} \cos\theta_2 - f_{q_1} \sin\theta_1 \quad (8)$$

$$f_r = f_{q_1} \cos\theta_1 + f_{q_2} \sin\theta_2 \quad (9)$$

将 (8) 式和 (9) 式变换后可得

$$f_{q_2} = \frac{1}{\cos(\theta_2 - \theta_1)} (f_z \cos\theta_1 + f_r \sin\theta_1) \quad (10)$$

$$f_{q_1} = \frac{1}{\cos(\theta_2 - \theta_1)} (f_r \cos\theta_2 - f_z \sin\theta_2) \quad (11)$$

向量 f 的旋度在 r, z 座标中等于

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{\oint f \cdot ds}{\sigma} = \frac{\partial f_r}{\partial z} - \frac{\partial f_z}{\partial r} \quad (12)$$

向量 f 的旋度在 $q_1 q_2$ 座标中等于

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{f} \cdot d\vec{s}}{\sigma} = \frac{1}{\cos(\theta_2 - \theta_1) g_1 g_2} \left[\frac{\partial \{ [f_{q_1} + f_{q_2} \sin(\theta_2 - \theta_1)] g_1 \}}{\partial q_2} - \frac{\partial \{ [f_{q_2} + f_{q_1} \sin(\theta_2 - \theta_1)] g_2 \}}{\partial q_1} \right] \quad (13)$$

(13) 式的证明如图 (二), 画出微元, 标出边长及 f 在边长方向的投影, 将两者相乘, 再按线积分定义逐边相加, 并化简略去高阶小, 再除以微元面积 $\cos(\theta_2 - \theta_1) g_1 \cdot dq_1 \cdot g_2 dq_2$ 后即得 (13) 式。

从 (12) 式和 (13) 式得

$$\frac{\partial f_r}{\partial z} - \frac{\partial f_z}{\partial r} = \frac{1}{\cos(\theta_2 - \theta_1) g_1 g_2} \left[\frac{\partial \{ [f_{q_1} + f_{q_2} \sin(\theta_2 - \theta_1)] g_1 \}}{\partial q_2} - \frac{\partial \{ [f_{q_2} + f_{q_1} \sin(\theta_2 - \theta_1)] g_2 \}}{\partial q_1} \right] \quad (14)$$

有了这些准备, 就可以很方便地导出曲线坐标下的 S_2 流面运动方程。引用 r, z 子午面的运动方程^[2]

$$-\frac{w_\varphi}{r} \frac{\partial v_{\theta r}}{\partial r} + w_z \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = -\frac{\partial I}{\partial r} + T \frac{\partial s}{\partial r} + F_r \quad (15)$$

$$-\frac{w_\varphi}{r} \frac{\partial v_{\theta r}}{\partial z} - w_r \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = -\frac{\partial I}{\partial z} + T \frac{\partial s}{\partial z} + F_z \quad (16)$$

引用 (6) (7) 两式, 将 (15) 式乘 $\cos\theta_1$ 减 (16) 式乘 $\sin\theta_1$ 合并化简后得

$$\begin{aligned} & -\frac{w_\varphi}{r} \frac{1}{g_1} \frac{\partial v_{\theta r}}{\partial q_1} + (w_z \cos\theta_1 + w_r \sin\theta_1) \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \\ & = -\frac{1}{g_1} \frac{\partial I}{\partial q_1} + T \frac{1}{g_1} \frac{\partial s}{\partial q_1} + F_r \cos\theta_1 - F_z \sin\theta_1 \end{aligned} \quad (17)$$

再引用 (10) 式 (14) 式, 并注意 $w_2 = v_2$, 将 (17) 式整理最后得

$$\begin{aligned} \frac{\partial (v_2 g_2)}{\partial q_1} & = \frac{g_2}{v_2} \left(-\frac{w_\varphi}{r} \frac{\partial v_{\theta r}}{\partial q_1} + \frac{\partial I}{\partial q_1} - T \frac{\partial s}{\partial q_1} \right) - \\ & \quad - \frac{\partial [v_1 \sin(\theta_2 - \theta_1) g_2]}{\partial q_1} + \frac{\partial [(v_1 + v_2 \sin(\theta_2 - \theta_1)) g_1]}{\partial q_2} - \\ & \quad - \frac{g_1 g_2}{v_2} (F_r \cos\theta_1 - F_z \sin\theta_1) \end{aligned} \quad (18)$$

(18) 式就是任意曲线坐标下 S_2 流面的运动方程, 简记为

$$\frac{\partial (v_2 g_2)}{\partial q_1} = A + B + C + D \quad (19)$$

$$\text{其中 } A = \frac{g_2}{v_2} \left(-\frac{w_\varphi}{r} \frac{\partial v_\theta r}{\partial q_1} + \frac{\partial \bar{I}}{\partial q_1} - T \frac{\partial s}{\partial q_1} \right) \quad (19a)$$

$$B = -\frac{\partial [v_1 \sin(\theta_2 - \theta_1) g_2]}{\partial q_1} \quad (19b)$$

$$C = \frac{\partial [v_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) g_1 + v_1 g_1]}{\partial q_2} \quad (19c)$$

$$D = -\frac{g_1 g_2}{v_2} (F_1 \cos \theta_1 - F_2 \sin \theta_1) \quad (19d)$$

II、S₂ 流面的数值解法

用流函数方程和速度形式的方程分别编制了二个S₂流面反问题的计算程序。

关于流函数的求解方法以及计算公式，〔3〕已作了一般性的讨论。这次编出的流函数求解的计算程序中，密度ρ的求解不是由Σ和Φ表求得，而是用ψ→v→ρ→ψ的迭代求得。

用速度的方法求解，从文献〔4〕开始，都先假定某点（例如根部）的速度值v₂（v₂），然后用径向运动方程求出沿叶高各节点的v₂(v₂)值及密度ρ，再用流量条件来核算；若流量不满足，则修改所给的v₂(v₂)值，直到满足流量条件为止。这样就要多次重复从叶根到叶尖的计算，比较费时。现在，用（19）式求解，在v+1次的大迭代循环中，右端A，B，C，D全部用第v次计算得出的值，这时（19）式变成一个线性常微分方程，代入流量方程后可使v₂能一次求得，从而减少了每一次大循环迭代所需要的时间。

（一）计算公式

将（19）式统一量纲，略去D项，并引进常数GRTU = g₂·R·T_{10}/U_∞²后，方程为}

$$\frac{\partial (v_2 g_2)}{\partial q_1} = A + B + C \quad (20)$$

$$A = \frac{g_2}{v_2} \left(-\frac{w_\varphi}{r} \frac{\partial v_\theta r}{\partial q_1} + \frac{\partial \bar{I}}{\partial q_1} - GRTU \cdot T \frac{\partial s}{\partial q_1} \right) \quad (21)$$

$$B = -\frac{\partial [v_1 \sin(\theta_2 - \theta_1) g_2]}{\partial q_1} \quad (22)$$

$$C = \frac{\partial [v_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) g_1 + v_1 g_1]}{\partial q_2} \quad (23)$$

在计算中所用的量都是无量纲的，其关系如下：（带*的是有量纲值，不带*的是无

量纲值)。

$$\text{长度: } r_A^* = r_1^*, \text{ 顶} \quad (24)$$

$$r = r^* / r_A^* \quad (25)$$

$$z = z^* / r_A^* \quad (26)$$

$$\text{速度 } u_A^* = \omega \cdot r_A^* \quad (27)$$

$$v = v^* / u_A^* \quad (28)$$

$$w = w^* / u_A^* \quad (29)$$

$$\text{压力 } P = P^* / P_{10}^* \quad (30)$$

$$\text{温度 } T = T^* / T_{10}^* \quad (31)$$

$$\text{密度 } \rho = \rho^* / \rho_{10}^* \quad (32)$$

$$\text{滞止焓 } H = H^* / (u_A^{*2} / g_c^* / J^*) \quad (33)$$

$$\text{熵 } s = s^* / (R^* / J^*) \quad (34)$$

其他方程的无量纲形式是:

沿流线能量方程

$$H_{j+1} - H_j = \frac{\omega r_A^*}{u_A^*} \left[(v_\theta r)_{j+1} - (v_\theta r)_j \right] \quad (35)$$

$$\text{对动叶 } \frac{\omega r_A^*}{u_A^*} = 1, \text{ 静叶 } \frac{\omega r_A^*}{u_A^*} = 0,$$

滞止焓

$$H = h + \frac{v^2}{2} \quad (36)$$

切向绝对速度

$$v_\theta = w_\phi + r(\omega \cdot r_A^* / u_A^*) \quad (37)$$

绝对速度

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) + v_\theta^2 \quad (38)$$

滞止转子焓

$$I = H - (\omega r_A^* / u_A^*) v_\theta r \quad (39)$$

温度

$$T_{j+1} = T_j + \frac{K-1}{K} \frac{1}{GRTU} \left\{ \left[H - \frac{v^2}{2} \right]_{j+1} - \left[H - \frac{v^2}{2} \right]_j \right\} \quad (40)$$

密度

$$\rho_{j+1} = \rho_j (T_{j+1} / T_j)^{\frac{1}{K-1}} e^{-(s_{j+1} - s_j)} \quad (41)$$

压力

$$p = T \rho \quad (42)$$

经过一叶片排的熵增是

$$i \quad \Delta s = \ln(p_{0j}^0/p_{0j}^0) \quad \text{静叶} \quad (43)$$

$$ii \quad \Delta s = \frac{K}{K-1} \ln \frac{H_j/H_j'}{\eta_{RC}(H_j/H_j' - 1) + 1} \quad \text{动叶, 压缩过程} \quad (44)$$

$$iii \quad \Delta s = \frac{K}{K-1} \ln \frac{H_j/H_j'}{\frac{1}{\eta_{RC}}(H_j/H_j' - 1) + 1} \quad \text{动叶, 膨胀过程} \quad (45)$$

熵和 $v_{\theta r}$ 在叶片内的值用系数形式给出, 计算公式是

$$s_{7q+1,k} = s_{7q+1} \tilde{\kappa} + KCS_{1,k} \Delta s \quad (46)$$

$$V\theta R_{7q+1,k} = V\theta R_{7q+1} \tilde{\kappa} + KCV\theta R_{1,k} \Delta V\theta R \quad (47)$$

当不作特殊规定时, 熵 s 的变化取直线变化, $V\theta R$ 的变化前在半个弦长内取直线变化, 后半弦长内为抛物线变化。

(二) 计算步骤

1. 输入原始数据, 包括来流条件, 每个叶片段的几何参数、损失系数(或效率)、 $v_{\theta r}$ 等。

2. 计算网格的节点位置。为使曲线网格能自动计算, 现规定从叶根到叶尖的 q_1 网格线为二次曲线, 最大拱度在 $R = \frac{1}{2}(R_{\text{根}} + R_{\text{顶}})$ 处, 叶片前后缘的最大拱度值给定, 其他站的最大拱度是叶片前后缘最大拱度的线性组合。从根部到叶尖共分 n 个节点, 节点的半径由系数 X_k 给出 $R_k = R_1 + X_k(R_n - R_1)$, (48)

$$\text{轴向位置 } Z_k = Z_1 + X_k(Z_n - Z_1) + DZ [1 - 4(X_k - 0.5)^2] \quad (49)$$

3. 计算网格的几何参数。有了 R 和 Z 后, 曲线座标的其他参数如 d_1 , d_m , g_1 , g_2 , q_1 , q_2 , $\sin(\theta_2 - \theta_1)$, $\cos(\theta_2 - \theta_1)$ 等均可方便地算出。 g 和 dq 二者可以有一个自由度, 现规定根部沿 q_2 座标线 $q_2 \equiv 1$; 流函数程序中规定第一站沿 q_1 座标线 $q_1 \equiv 1$; 速度解程序中规定了 $dq_1 = 1$ 。

4. 计算第一站的诸无量纲的气动参数 G , V_1 , V_2 , T , ρ , s , H 等。

5. 送初值准备迭代。

6. 计算全场的 $v_{\theta r}$, $w\varphi$ 。

7. 计算全场的 H , I 。

8. 计算全场的 s 。

9. 计算全场的 T 。

10. 计算全场的 ρ 。

11. 计算(20)式中的 A , B , C 项。

12. 计算流量 G 和 V_2 (详见三、四)。

13. 计算 V_1 值。

14. 计算 K 值。

15. 检查迭代前后 G 、 V_1 、 V_2 、 A 、 B 、 C 的差值, 将最大误差的位置及数值印出。

若精度不够则返回6做 $v+1$ 次迭代。

16. 打印计算结果, 共有四大组。

i, 节点上的几何参数 R, Z, θ, g, dl, dm 等。

ii, 节点上的气动参数 $G, V, V\theta R, H, I, T, \rho, s$ 等。

iii, 经过一个叶片或二个叶片后的总温比、总压比、效率、流线位置、总温、总压、静温、静压、子午面速度、相对速度、相对 M 数、气流角、扩散因子等。

iv, 印出每一叶片段的 S_2 流面座标。

(三) 用流函数变量的求解方法

引入流函数 ψ 后有

$$\rho V_2 = \frac{1}{g_1 \cdot 2\pi r \left(\frac{p-t}{sp} \right) \cos(\theta_2 - \theta_q)} \frac{d\psi}{dq_1} \quad (50)$$

$$\rho V_1 = - \frac{1}{g_2 \cdot 2\pi r \left(\frac{p-t}{sp} \right) \cos(\theta_2 - \theta_1)} \frac{d\psi}{dq_2} \quad (51)$$

将(20)式改写为流函数方程是

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial q_1^2} + \left(\frac{BN}{AN} \right) \frac{\partial \psi}{\partial q_1} = \frac{A+B+C}{AN} \quad (52)$$

$$\text{其中 } AN = g_2 / (TK \cdot \rho) \quad (53)$$

$$BN = \partial(AN) / \partial q_1 \quad (54)$$

$$TK = g_1 \cdot 2\pi r \left(\frac{p-t}{sp} \right) \cos(\theta_2 - \theta_1) \cdot GJ[J] \quad (55)$$

A, B, C 的意义与(21)(22)(23)式同。

对 K 点列差分方程, 形式是

$$E_{k-1}^k \psi^{k-1} + E_k^k \psi_k + E_{k+1}^k \psi^{k+1} = BB^k \quad (56)$$

$$\text{对于 } k=1 \text{ 有 } \psi^1 = 0 \quad (57)$$

$$k=n \text{ 有 } \psi^n = G \quad (58)$$

将(57)(56)(58)联立, 用追赶法即可求得 ψ 值, 具体步骤是

1. 计算(56)式中的系数 E 。

$$2. F_k = BB^k.$$

$$3. F_{n-1} = BB_{n-1} - E_n^{n-1} \psi_n.$$

$$4. w_2 = E_2^2$$

$$5. b_2 = \frac{E_{k+1}^k}{w_k}$$

$$6. w_K = E_K - E_{n-1}^K b_{K-1}$$

$$7. g_2 = \frac{F_2}{E_2}$$

$$8. g_K = \frac{F_K - E_{K-1}^K g_{K-1}}{w_K}$$

$$9. \psi^{n-1} = g_{n-1}$$

$$10. \psi^K = g_K - b_K \psi^{K+1}$$

(四) 用速度法求解G和V的直接方法

(20) 式的差分方程写为

$$V_{2j,K+1} = \frac{(A+B+C)_{j,K \sim K+1}}{g_{2j,K+1}} + \frac{g_{2j,K} V_{2j,K}}{g_{2j,K+1}} \quad (59)$$

$$\text{简记为 } V_{2j,K+1} = Q_{j,K} V_{2j,K} D_{j,K} \quad (60)$$

用连续方程来求流量时的差分方程写为

$$G_{j,K+1} - G_{j,K} = \frac{\pi}{GJ[J]} d_{j,K} \left[(\rho V_2 r \left(\frac{p-t}{sp} \right) \cos(\theta_2 - \theta_1))_{j,K} + (\rho V_2 r \left(\frac{p-t}{sp} \right) \cos(\theta_2 - \theta_1))_{j,K+1} \right] \quad (61)$$

将(60)式代入(61)式有

$$G_{j,K+1} - G_{j,K} = V_{2j,K} \left[\frac{\pi d_{j,K}}{GJ[J]} \left(\rho r \left(\frac{p-t}{sp} \right) \cos(\theta_2 - \theta_1) \right)_{j,K} + Q_{j,K} \left(\rho r \left(\frac{p-t}{sp} \right) \cos(\theta_2 - \theta_1) \right)_{j,K+1} \right] + \frac{\pi d_{j,K}}{GJ[J]} \left[D_{j,K} \left(\rho r \left(\frac{p-t}{sp} \right) \cos(\theta_2 - \theta_1) \right)_{j,K+1} \right] \quad (62)$$

简记为

$$G_{j,K+1} - G_{j,K} = V_{2j,K} R_{j,K} + P_{j,K} \quad (63)$$

为将(60)式改写为 $V_{2j,K} = f(V_{2j,1})$ 形式, 连续使用(60)式, 有

$$V_{2j,K+1} = V_{2j,1} l_{j,K} + m_{j,K} \quad (64)$$

$$\text{其中 } l_{j,K} = Q_{j,K} l_{j,K-1}; \quad l_{j,0} = 1; \quad (65)$$

$$m_{j,K} = Q_{j,K} m_{j,K-1} + D_{j,K}; \quad m_{j,0} = 0 \quad (66)$$

对于(63)式取 $K = 1, 2 \dots n-1$, 并相加得

$$1 = G_{j,n} - G_{j,1} = \sum_{k=1}^{n-1} (V_{2j,K} R_{j,K} + P_{j,K}) \quad (67)$$

将(64)式代入(67)式有

$$1 = \sum_{k=1}^{n-1} \left\{ (V_{2j,1} l_{j,k-1} + m_{j,k-1}) R_{j,k} + P_{j,k} \right\}$$

$$\text{即 } V_{2j,1} = \frac{1 - \sum_{k=1}^{n-1} (m_{j,k-1} R_{j,k} + P_{j,k})}{\sum_{k=1}^{n-1} l_{j,k-1} R_{j,k}} \quad (68)$$

程序中求解步骤为

1. 计算 (60) 式中的 $Q_{j,k}$ 及 $D_{j,k}$ 。
2. 计算 (65) 式 (66) 式中的 $l_{j,k}$ 及 $m_{j,k}$ 。
3. 计算 (63) 式中的 $R_{j,k}$ 及 $P_{j,k}$ 。
4. 按 (68) 式求 $V_{2j,1}$ ，代入 (64) 式求出 $V_{2j,k}$ 。
5. 按 (63) 式求出 $G_{j,k}$ 。

(五) 包括叶片力 F_1 的计算方法

目前编出的程序中是忽略了叶片力 F_1 项的，即程序中对 (19) 式的计算时 $D \equiv 0$ 。若要包含 F_1 ，只要将 D 项算出，在计算 (19) 式时将 D 项包括进去即可。

D 项计算方法如下：

利用 \bar{F} 与流面垂直的条件有

$$F_r = -r F_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial r} \quad (69)$$

$$F_z = -r F_q \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (70)$$

将 (69) (70) 式代入 (19d) 式并引用 (6) (7) 两式，则有

$$D = \frac{g_2}{V_2} (r F_\varphi) \frac{\partial \varphi}{\partial q_1} \quad (71)$$

$$\text{又 } r F_\varphi = \frac{dv_{\theta r}}{dt} = \left(V_2 \frac{\partial v_{\theta r}}{g_2 \partial q_2} + V_1 \frac{\partial v_{\theta r}}{g_1 \partial q_1} \right) \quad (72)$$

代入 (71) 式后有

$$D = \left(\frac{\partial v_{\theta r}}{\partial q_2} + \frac{g_2 V_1}{V_2 g_1} \frac{\partial v_{\theta r}}{\partial q_1} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial q_1} \quad (73)$$

式中 φ 为流面的角坐标，可由 w_φ 及 w_1 ， w_2 和流面生成线上规定的初始值 φ_0 （如径向线 $\varphi_0 = 0$ ）积分求得，这样包含 F_1 项的 S_2 流面计算步骤同上述的完全相同，只是在每次迭代时多计算一项 D 即可。

III、TQ-16机上的源程序及使用

- 一) 标识符对照表。
(略)
- 二) 框图及标号后的计算内容。
(略)
- 三) 源程序。
(略)
- 四) 输入数据格式。
(略)
- 五) 上机操作。
(略)

IV、初步的试算结果

一、为与已有的结果对照，试算了NACA TN 2961报告上的例题，并与其他计算程序的计算结果作对照，计算结果相符。

二、试算了倾斜的和弯曲的纲格，都能得到收敛的计算结果，并未发现有什么特殊困难。

三、用速度法求解与流函数求解二者计算结果极为相近。由于速度法叶片中取5站，间隙中取2站，而流函数法叶片中取6站，间隙中取一站，因而 V_1 沿流线的变化在叶片内流函数算得比较明显一点，而在间隙中则速度法算得比较明显一点。

四、沿叶高取11点和21点相比，计算结果相差甚少，可以认为在一般情况下11点的精度已足够。

五、用速度解法时，当纲格接近正方形时，松弛因子 α_0 在0.1~0.2之间，当纲格高宽比增加时， α_0 大致以平方速度减小，当高宽比为4时 ($\frac{\Delta R}{\Delta z} = 4$)，松弛因子 $\alpha_0 \approx 0.01$ ，但仍能收敛。

六、可以利用多个松弛因子来改善初值，尤其是当纲格扭曲较大或参数较高时，迭代初期让 V_2 ， V_1 和C均带有松弛因子是有助于加速收敛，迭代多次后，最后就只松弛流量值。

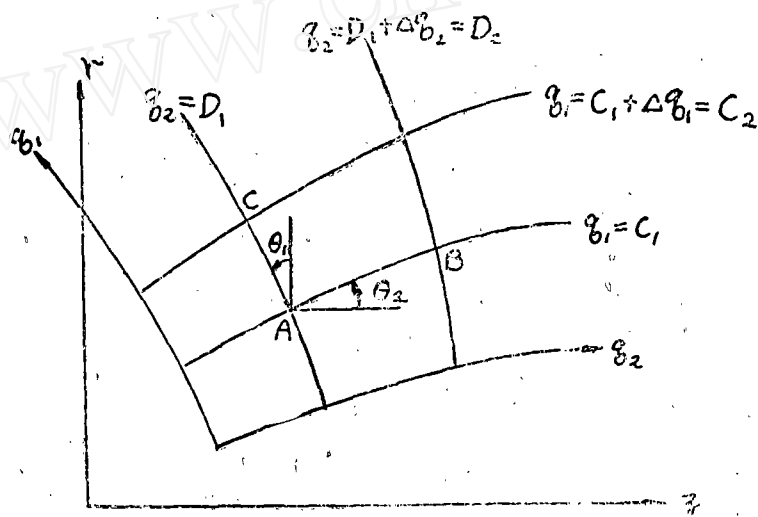
七、某发动机的前三级压气机改型设计，使用速度法求解的程序进行计算，(三级共7个叶片，加上上下游二个延伸段，共9个计算段，叶高取11点)当精度为 10^{-4} 左右时，每个方案大约需要计算1~15个小时。

注：这部份可详见计算程序使用说明书。

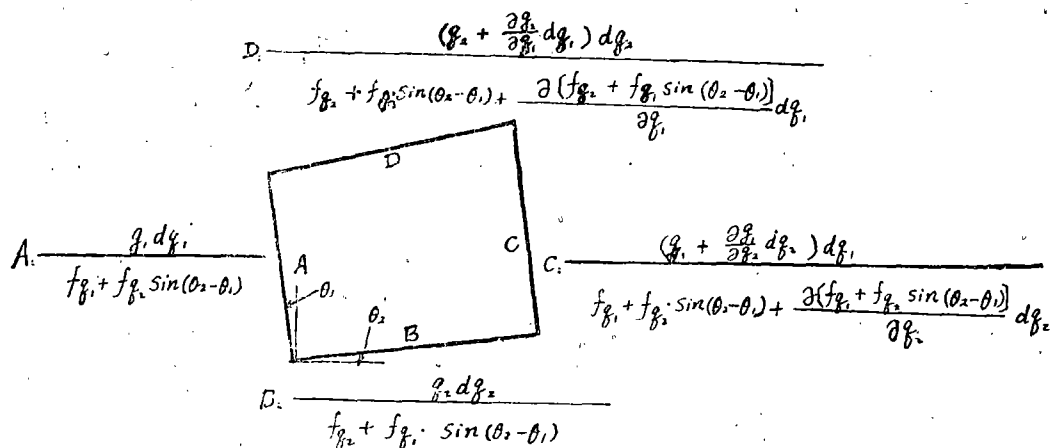
八、计算了一个叶片前后缘为二次曲线的单级压气机（级压比为1.71，动叶顶部相对M数为1.56）。该算例的通道图和动叶后缘沿叶高的 V_{0r} 和 V_z 的分布如图（三），图（四）所示。

参 考 文 献

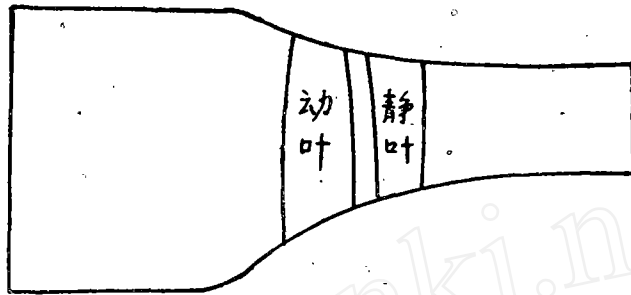
- [1] 吴仲华：NACA TN 2604, 1952.
- [2] 吴仲华：透平机械长叶片气体动力学问题，力学学报，第1卷，第1期，1957年2月。
- [3] 吴仲华：使用非正交曲线坐标的叶轮机械三元流动基本方程及其解法，1975.
- [4] 吴仲华，Wolfenstein, L, NACA Rep. 955, 1950.



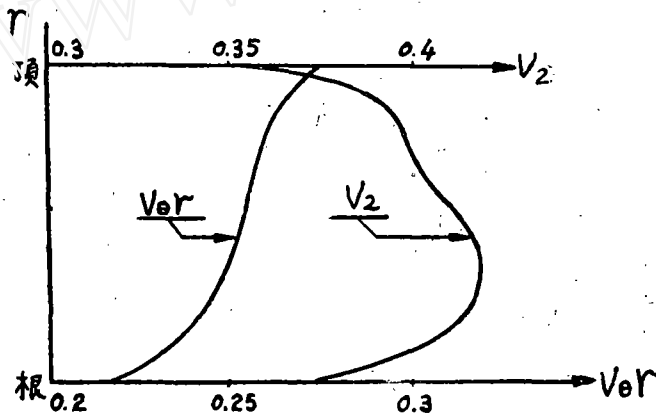
图（一）



图（二）横线上表示微元边长 横线下表示 f 在边上的投影



图(三) 叶片前后缘为曲线的实例的通道图



图(四) 动叶后缘的 V_{0r} 和 V_2 沿叶高的数值