

# 有限元模型修正研究进展: 从线性到非线性

张皓<sup>1</sup> 李东升<sup>2,†</sup> 李宏男<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 大连理工大学土木工程学院, 海岸和近海工程国家重点实验室, 大连 116024

<sup>2</sup> 汕头大学土木与环境工程系, 广东省结构安全与监测工程技术研究中心,  
广东汕头 515063

**摘要** 有限元分析在实际工程中得到了广泛应用. 然而有限元模型由于受到网格划分、边界条件和材料物理参数不确定性等的影响, 与真实结构有差异. 因此须通过试验数据加以修正, 使其尽可能接近实际结构, 以保证之后的结构动力模拟分析和监测等具有实际意义. 经过多年发展, 有限元模型修正技术已经能够成功应用于一些实际工程, 但现代工程技术的进步对有限元模型修正提出了更高要求, 修正后的有限元模型不仅要有较高的精确度, 还需要为后续应用给出具有指导意义的置信度. 而现有的有限元模型修正、确认方法多基于结构线性的假设, 而未能考虑实际结构中广泛存在的非线性. 因此本文以土木工程结构模型修正的一些研究成果为例, 通过对传统有限元模型修正的发展历程进行全面回顾; 总结评述传统有限元修正技术的主要方法, 以及包括有限元模型确认在内的最新研究进展; 重点探讨有限元模型修正技术向非线性发展的技术路线和目前主要研究成果, 展望其未来发展方向, 并提出值得研究的问题.

**关键词** 有限元模型修正, 有限元建模, 非线性有限元模型修正, 模型确认, 灵敏度

中图分类号: O322 文献标识码: A DOI: 10.6052/1000-0992-18-004

收稿日期: 2018-03-15; 录用日期: 2018-07-06; 在线出版日期: 2018-07-25

<sup>†</sup> E-mail: lids@stu.edu.cn; dsli@dlut.edu.cn

引用方式: 张皓, 李东升, 李宏男. 有限元模型修正研究进展: 从线性到非线性. 力学进展, 2019, 49: 201909

Zhang H, Li D S, Li H N. Recent progress on finite element model updating: From linearity to nonlinearity. *Advances in Mechanics*, 2019, 49: 201909

© 2019《力学进展》版权所有

## 1 引言

有限单元法是工程分析应用最为广泛的数值方法, 目前已成为计算机辅助设计和计算机辅助制造的重要组成部分(王勰成 2003), 通过有限元分析软件建立有限元模型进行结构设计、分析、监测等在工程界已基本得到普及和认可. 有限元模拟分析目前已经成为与理论分析、试验研究鼎足而立的重要科学研究手段之一, 特别是对于大型结构、复杂结构, 有限元模拟分析提供了设计方案可行性的理论保证, 更显得尤为关键. 但是, 有限元模型难免会引入误差, 主要包括: 模型结构误差、参数误差和阶次误差(Brownjohn et al. 1992, Mottershead & Friswell 1993). 如果误差超过规定的阈值, 则有限元模型将不能反映实际结构特性——有限元模型修正技术应运而生. 由于建模时缺乏先验信息, 通常认为实测数据更为准确可靠, 因此有限元模型修正技术的思想是根据静动力试验数据, 对有限元模型进行修正, 最大限度缩小模拟结果与实测数据之间的差距, 使有限元模型能够更可靠地反映实际结构特性(宗周红和任伟新 2012). 初始有限元模型建立后, 对连续结构离散化造成的阶次误差可以通过单元网格细化来控制; 多数有限元模型修正方法实际上是对刚度、质量、材料属性、几何尺寸等模型参数的修正, 以此降低参数误差(李辉和丁桦 2005). 有限元模型修正技术最早出现在航空领域. 1958年, Gravitz通过飞机地面振动测试数据修正飞机结构柔度矩阵, 被认为是有限元模型修正技术的早期探索(吴晓菊 2009). 经过多年的发展, 有限元模型修正已经成为一项比较成熟的工程技术, 并成功应用于诸多实际工程(Brughmans et al. 1991, 1993, Schedlinski 2000, Venture et al. 2001, Goge 2003). 以土木工程领域为例, 又在桥梁工程中的应用最为成熟, 已经能够完成特大跨桥梁有限元模型修正的问题(范立础等 2000, Wang et al. 2005, Xu et al. 2011, 郁胜等 2014). 另外, 虽然目前主流大型有限元分析软件的模型修正功能尚不完善, 但也有如 Dynamic Design Solution (DDS) 公司的 FEMtools, 西门子 (SIEMENS) 公司的 LMS Gateway, Simcenter 3D 等软件可供使用. 工程实用软件的开发将极大地推动有限元模型修正技术的发展, 因此也是这一领域的热点发展方向之一. 然而, 尽管在工程上已经有一些成功应用, 这项技术还远远谈不上完善, 现代工程技术的飞速发展已经对有限元模型修正提出了更高要求. 实践表明, 修正后的模型仍然不能保证对结构在真实环境中的响应做出准确预测, 因此需要进行模型确认(张令弥 2002), 并给出模型置信度以指导后续其他应用. 事实上, 受到噪声、摩擦等因素影响, 无论在试验数据还是模型参数中均广泛存在不确定性, 因此基于确定性的有限元模型修正只是一个特例, 有限元模型确认具有更一般的意义, 是有限元模型修正在统计学上的发展(郭勤涛和张令弥 2005, 宗周红和任伟新 2012). 模型确认这一概念首先在美国能源部所属的洛斯·阿拉莫斯国家实验室 (Los Alamos National Laboratory, LANL)、桑迪亚国家实验室 (Sandia National Laboratory, SNL) 和

劳伦斯·利弗莫尔国家实验室 (Lawrence Livermore National Laboratory, LLNL) 负责的专项研究计划中提出 (Martin 2000), 并引起学术界的广泛关注. 目前, 有限元模型确认的总体技术路线已经基本形成, 相关研究仍在不断深入 (郭勤涛等 2006a, 宗周红和牛杰等 2012).

另外, 除了通过网格细化控制阶次误差, 以及通过传统有限元模型修正方法控制参数误差之外, 初始有限元模型的另一误差来源——模型结构误差, 在传统的有限元模型修正技术中并不涉及. 但对实际结构的简化, 对结构非线性的线性化已经成为了传统有限元模型修正技术提升的瓶颈, 特别是对于具有明显非线性特征的结构, 传统基于线性的有限元模型修正从理论上也不再合理. 事实上, 非线性有限元模型修正问题早已引起研究人员的注意. Schmidt (1994) 对非线性有限元模型修正问题进行了较早的实践, 通过拟合时程响应数据, 对连接结构缝隙、摩擦的局部非线性进行了模型修正研究. 另外还有一些综述文章展望或探讨过涉及非线性的模型修正问题 (Mottershead et al. 2011, 宗周红等 2012), 但相关研究成果并不丰富. 原因是传统线性结构的模态分析理论在非线性结构中并不适用, 而非线性动力系统理论的建立远不如线性成熟, 且其中往往蕴含着如分岔、分形、混沌等极为复杂的现象 (Kerschen et al. 2006), 因此非线性有限元模型修正是更具挑战的问题. 近年来非线性科学、非线性系统识别以及时-频分析技术等的发展和应用, 为有限元模型修正技术向非线性发展提供了理论支持. 非线性有限元模型修正能够增加模型的复杂程度, 降低模型的不确定性, 使其更接近实际结构, 从根本上提升修正结果的置信度, 是基于线性结构传统方法质的飞跃. 国内外学者已经进行了一些有价值的探索, 非线性有限元模型修正将逐渐得到更广泛的关注.

发展有限元模型修正技术, 提升有限元模型模拟实际结构的能力, 能够进一步发挥有限元模拟分析方法的优点, 对结构设计、优化, 结构振动控制, 结构健康监测, 结构性能评估、预测等工程应用, 以及解决碰撞、爆炸等工程难题具有重要意义; 同时, 也能够缩减不必要的试验研究, 减少资源消耗, 节约成本, 缩短研发周期, 提高企业技术水平和市场竞争力, 促进相关行业绿色发展和转型升级. 本文立足于对传统有限元模型修正基本方法、理论的总结和评述, 以其在土木工程领域的应用为例, 全面回顾有限元模型修正技术的发展历程, 同时讨论其最新发展方向; 重点探讨有限元模型修正技术向非线性的发展现状并进行展望, 供同行研究人员参考.

## 2 线性有限元模型修正及其发展

### 2.1 传统有限元模型修正方法

有限元模型修正技术包含了有限元建模、试验模态分析、模型缩聚扩阶、灵敏度

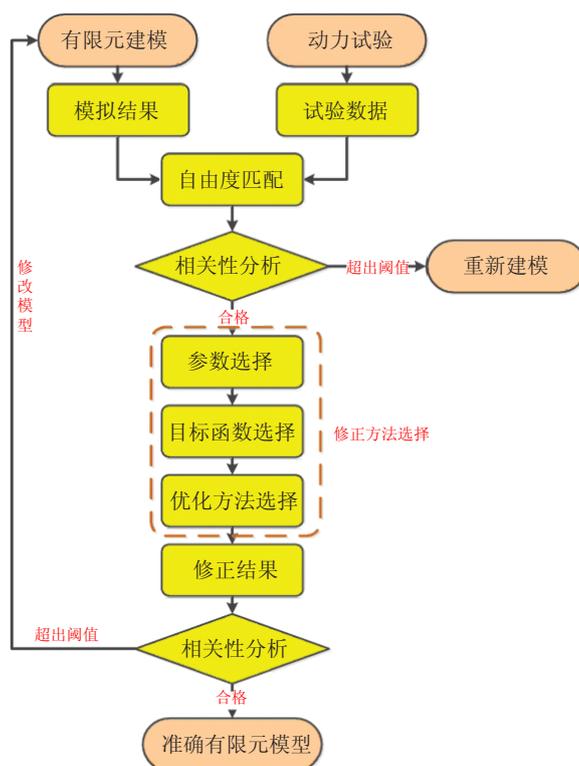


图 1

传统有限元模型修正方法的技术路线

分析、优化算法等丰富的内容, 图 1 所示为目前最常用的基于灵敏度的参数型修正方法技术路线. Berman 和 Flannelly (1971)、Berman (1984) 的研究对有限元模型修正进行了最早的论述并指出, 由于模态不完备等原因, 通过试验数据建立接近实际结构的理论模型是比较困难的, 因此提倡使用模型修正技术建立具有物理意义的模型. Friswell 和 Mottershead (1995) 的专著《Finite Element Model Updating in Structural Dynamics》对有限元模型修正的技术路线、修正过程中可能遇到的问题和具体解决方法进行了较为全面的论述, 将有限元模型修正方法分为基于模态数据的直接法、基于模态数据的迭代法和基于频域数据的方法. 经过多年的发展, 已经涌现出了大量有限元模型修正方法, 相关文献浩如烟海, 方法的分类也有所不同. 综合来看, 可以根据修正对象的不同分为矩阵型修正方法和参数型修正方法. 修正过程中使用的实测数据可以是动力试验时域、频域数据或者静力试验数据, 其中静力试验数据受噪声影响较小, 有研究表明, 联合使用静、动力试验数据进行有限元模型修正也可以取得较好的效果 (宗周红和任伟新 2012), 但基于动力的有限元模型修正仍为本领域研究的主流, 因此本文

主要探讨基于动力的有限元模型修正方法. 对于传统有限元模型修正及其相关问题, 国内学者已经进行了一些重要的讨论、总结和评述. 比如, 魏来生 (1998) 介绍了 5 种修正方法, 反映出矩阵型方法到参数型方法的发展和过渡; 朱安文等 (2002) 除了综述矩阵型方法到元素型方法的发展过程, 还探讨了模型缩聚、灵敏度分析和模型修正有效性检验的问题; 宋汉文等 (2003) 探讨了有限元模型修正中的模型降阶、参数化以及反问题不适定性的处理方法等, 并展望了基于统计理论的修正方法; 李辉和丁桦 (2005) 综述了矩阵型方法、参数型方法和神经网络法, 并指出各种方法的不足, 提出值得研究的问题; 郭勤涛等 (2006a) 重点探讨了有限元模型修正向统计意义下的有限元模型确认的发展; 杨智春等 (2009) 总结了有限元模型修正中基于模态参数、频响函数和动力响应的各种目标函数及其解法. 这些综述文章反映了这一技术领域的发展历程, 内容上也各有侧重, 但均未对非线性有限元模型修正进行综述或展望. 为了反映有限元模型修正技术完整的发展脉络, 进而引出非线性有限元模型修正的讨论, 本文简要而全面地总结评述传统有限元模型修正方法, 但不延展到基于有限元模型修正技术的损伤识别、参数识别等其他应用.

### 2.1.1 矩阵型方法

Berman (1979)、Berman 和 Nagy (1983) 以及 Baruch (1978, 1982) 等在基于模态数据的直接法方面较早地开展了相关研究工作, 他们运用模态正交性条件作为约束, 通过拉格朗日乘子法使矩阵修正量范数最小化, 直接修正质量和刚度矩阵. 使用这种方法修正后的模型能够精确“复制”试验测试数据, 但是破坏了质量、刚度矩阵原有的带状、稀疏特征. 针对这一问题, Kabe (1985) 提出了一种保持矩阵带状、稀疏特征的刚度矩阵修正方法, 其思想是通过引入约束条件, 使修正过程只改变矩阵中非零元素, 原有零元素不变. 修正过程从矩阵整体转变到矩阵中的元素, 这是方法上的一个较大进步. 后续又有较多研究成果涌现, 包括我国学者早期的相关研究工作也是围绕着直接修正刚度、质量矩阵元素展开的 (张德文和魏阜旋 1999). Roy (1990) 通过对比多种修正方法, 提出考虑模型物理意义、修正后矩阵元素关联性、修正结果真实性的有限元模型修正方法评价标准. 从这个角度来看, 直接修正质量、刚度矩阵的方法虽然可以通过施加相应约束保证其带状、稀疏特征, 但这类矩阵型方法在修正过程和修正结果上仍普遍缺乏物理意义, 修正后的模型只在数学结果上与实际结构相近而不具备实际工程意义, 因而逐渐退出历史舞台 (李伟明 2011). 此类方法的技术细节已有大量相关文章介绍, 不再赘述.

### 2.1.2 参数型方法

参数型方法不仅能够保证修正过程、修正结果的物理意义, 还能够保证矩阵原有

带状、稀疏特性以及各元素之间原有的连接意义, 是矩阵型方法的重要发展, 国内外学者进行了较为深入的研究. 参数型方法中所使用的参数可以是子矩阵参数, 也可以是具有实际物理意义的弹性模量、密度、几何尺寸等物理参数.

子矩阵参数最早由 Natke (1988) 所提倡. 通过子矩阵参数将修正后的质量、刚度矩阵  $\mathbf{M}^*$ ,  $\mathbf{K}^*$  表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}^* &= \mathbf{M}_0 + \sum_{n=1}^N \alpha_n \mathbf{M}_n^e \\ \mathbf{K}^* &= \mathbf{K}_0 + \sum_{n=1}^N \beta_n \mathbf{K}_n^e \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{M}_0$ ,  $\mathbf{K}_0$  为修正前的质量、刚度矩阵; 每个求和单项  $\mathbf{M}_n^e$ ,  $\mathbf{K}_n^e$  可以是单元矩阵或多个单元的装配矩阵;  $\alpha_n$ ,  $\beta_n$  即为子结构参数. 可将修正后的质量、刚度矩阵代入特征方程或正交性条件, 构造关于子结构参数的方程并求解, 便达到模型修正的目的.

Friswell (1990) 较早地将质量、刚度矩阵表示为关于待修正物理参数  $p$  的一阶 Taylor 展开式

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M} &= \mathbf{M}_0 + \sum_{i=1}^l \delta p_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial p_i} \\ \mathbf{K} &= \mathbf{K}_0 + \sum_{i=1}^l \delta p_i \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial p_i} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

然后可以将其代入特征方程或正交性条件, 由同阶项相等构造方程组求解参数. 相比于子矩阵参数代表单元内部物理参数的综合作用, 这种修正参数表达方式是子矩阵参数的进步.

实际上, 更为常用的是构造结构特征量残差目标函数并运用优化算法的有限元模型修正方法. 这类方法可以表示为

$$J(\Delta \mathbf{p}) = \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3)$$

其中, 残差  $\boldsymbol{\varepsilon}$  表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \Delta \mathbf{f} - \mathbf{S} \Delta \mathbf{p} \quad (4)$$

$\Delta \mathbf{p}$  为待修正参数改变量,  $\Delta \mathbf{f}$  为参数改变时结构特征量的变化量, 这里的结构特征量可以是特征值、特征向量、模态保证准则 (modal assurance criteria, MAC)、频响函数、反共振频率、静力位移、静力应变等, 也可以是它们的组合. 待修正参数与特征量残差之间通过灵敏度矩阵  $\mathbf{S}$  联系起来, 它是一个关于待修正参数的雅可比矩阵

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial p_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial f_m}{\partial p_n} \end{bmatrix} \quad (5)$$

1969 年, Fox 和 Kapoor 为快速考察设计变量对动力响应的影响, 计算了设计参数改变时特征值  $\lambda$  和特征向量  $\varphi$  的“变化率”, 即灵敏度, 得到了工程界的广泛重视. 国内外众多学者对基于灵敏度的有限元模型修正方法进行了最为广泛的研究, 基于灵敏度的有限元模型修正方法也是目前应用最为成熟的方法. Mottershead 等 (2011) 对基于灵敏度的有限元模型修正方法进行了系统、全面的讨论, 并以一个直升机有限元模型修正的工程实例说明该方法的基本流程. 值得注意的是, 文中使用的是 Fox 和 Kapoor 提出的特征值和特征向量灵敏度计算方法. 特征向量灵敏度的计算相对复杂, 因此涌现出许多改进计算的研究成果, 其中 Nelson (1976) 提出的方法因其不需要测得全部模态数据、较为适于实际应用而得到了广泛的关注. 且 Sutter 等 (1989) 在对比了 4 种方法的基础上认为, Nelson 法特别是针对多个设计变量的情况下, 在计算效率和结果准确性上具有一定优势. Nelson 法第  $r$  阶特征向量灵敏度  $\frac{\partial \varphi^{(r)}}{\partial p_i}$  的计算方法是将其表达为通解与特解和的形式

$$\frac{\partial \varphi^{(r)}}{\partial p_i} = C^{(r)} \varphi^{(r)} + V^{(r)} \quad (6)$$

令

$$\mathbf{A}^{(r)} = \mathbf{K} - \lambda^{(r)} \mathbf{M} \quad (7)$$

$$\mathbf{F}^{(r)} = - \left[ \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial p_i} - \lambda^{(r)} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial p_i} - \mathbf{M} \left( \varphi^{(r)} \right)^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial p_i} - \lambda^{(r)} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial p_i} \right) \varphi^{(r)} \right] \varphi^{(r)} \quad (8)$$

由式

$$\mathbf{A}^{(r)} \mathbf{V}^{(r)} = \mathbf{F}^{(r)} \quad (9)$$

求出特解  $\mathbf{V}^{(r)}$ , 然后由式

$$C^{(r)} = -\frac{1}{2} \left( \varphi^{(r)} \right)^T \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial p} \varphi^{(r)} - \left( \varphi^{(r)} \right)^T \mathbf{M} \mathbf{V}^{(r)} \quad (10)$$

求  $C^{(r)}$  后代入式 (6) 即可求得特征向量灵敏度. 各种特征量灵敏度的计算在相关文章中已有较多讨论, 不再赘述 (崔飞等 2003, 戴航和袁爱民 2011). 另外, 式 (3) 中的  $\mathbf{W}$  为权值矩阵, Friswell 和 Mottershead (1995) 对权值选择问题进行了较为详细的讨论, 认为选用测量量方差的倒数能够反映测量量的准确程度, 对相对准确的量分配更大的权值. 但目前权值的选择往往还是更多地依赖研究人员的经验, 其中固有频率的

测量值较易获得且较为可靠, 在构造目标函数时通常不可缺少, 且联合多种特征量时, 应对其分配更高的权重 (张令弥和何柏庆 1995, 杨智春等 2009).

在实际测试过程中, 受采样频率以及频带范围内模态数量的限制, 且高阶模态数据易受噪声影响产生较大误差, 所获得的结构信息是不完备的, 因此使用较多的数据修正较少的参数是比较理想的情况. 修正参数的选择是此类方法中极为重要的技术环节. 常用的参数选择方法是工程经验与灵敏度分析结合的方法, 根据经验确定大致范围后选择灵敏度较高的参数, 这样既可以避免灵敏度分析选择灵敏度较高但实际修正并不改变的参数, 也可以避免经验选择灵敏度较小的参数造成的灵敏度矩阵奇异 (宗周红和任伟新 2012). 另外, 如果结构已经产生损伤, 则需要使用损伤定位方法确定修正参数 (Friswell & Mottershead 1995). 值得注意的是, 参数型方法通常可以根据实际需要, 多次重复修正过程进行迭代, 以期提高修正结果的精确度, 但是迭代过程的收敛性缺乏相关研究证明.

试验模态分析过程造成的误差有时可能会大于模型参数误差 (D'Ambrogio et al. 1993), 所以有学者开始研究直接使用频率响应数据进行模型修正. 频响数据能够避免模态分析带来的误差, 且具有互易性, 各测点间能够相互校核从而获得更多准确的数据, 因此具有广阔的应用前景. Natke (1988) 最早进行了尝试; 随后 Lin 和 Ewins (1994) 提出了基于频响函数灵敏度的方法; Zang 等 (2001) 集中研究了有限元模型修正的频域准则, 以该准则评价修正后模型, 同时也可作为修正目标函数; 徐张明等 (2002, 2003) 提出了结合模型缩聚和频响函数灵敏度的有限元模型修正方法, 以及引入频响函数相关性灵敏度的方法, 通过数值算例验证, 均取得了较好的效果; 此外, 还形成了方程误差法 (或称输入误差法) 和输出误差法两种主流方法 (Cottin et al. 1984, Fritzen 1986, Fritzen & Zhu 1991). 但这类方法仍有频率点选择、阻尼阵修正等问题需要解决, 目前仍有一批国内外学者致力于此领域研究并取得了一些成果, 如 Grafe (1999) 提出了考虑黏滞阻尼的大型结构模型修正方法; Kwon 和 Lin (2004) 提出了结合灵敏度分析与测量值依赖度指标 (measurement dependency index, MDI) 的频段选择新方法; Sipple 和 Sanayei (2014) 用频响函数的数值灵敏度替代解析灵敏度, 提出一种能够同时修正质量、刚度、阻尼矩阵的修正方法; 刘宇飞 (2015) 发展了两类灵敏度指标, 提出了修正前参数和频段选择的改进方法等, 相关研究仍在不断深入.

另外, 如飞机、卫星等复杂结构或微尺度结构, 进行传统模态试验会存在一些限制, 而且这些结构也有如火箭发射、多级火箭分离界面激振、飞机起降等模拟实际工作状态振动情况的需求, 因此地面振动试验在航空航天工业中更为常用. 在土木工程中, 振动台试验也是研究结构抗震的重要手段. 此时应用基于基础激励数据的有限元模型修正, 与上述基于模态数据、频响数据的方法不甚相同 (Beliveau et al. 1986). Lin 和 Zhu (2007) 首先提出了基于基础激励的有限元模型修正方法, 并通过悬臂梁模型

和桁架模型进行验证, 这种方法本质上是修正了子矩阵参数; 王泽宇等 (2010) 运用动刚度对设计参数的一阶 Taylor 展开式, 将上述方法发展为具有物理意义的设计参数的修正; 刘荣贺和于开平 (2013) 结合改进缩聚系统法 (improved reduction system, IRS) (O'Callahan 1989), 并利用数值差分计算灵敏度, 提出了基于基础激励的两步修正策略, 提高了原有方法的运算效率; Yuan 和 Yu (2015) 将此方法发展并应用到考虑阻尼的结构, 并通过卫星结构模型验证, 取得了良好的效果.

建立目标函数之后, 有限元模型修正问题转化为优化问题. 随着计算机科学的发展, 一些如模拟退火、遗传算法、粒子群算法等性能优秀、适于并行运算的优化算法近年来备受关注, 并已被应用于有限元模型修正研究 (Levin & Lieven 1998a, 余岭等 2006, Marwala 2010, Perera et al. 2010, Jafarkhani & Masri 2011, 于开平和刘荣贺 2013, Shabbir & Omenzetter 2015, Astroza et al. 2016). 实际工程的有限元模型修正运算量通常较大, 且一般为非线性优化问题, 合适的优化算法不仅能提高运算效率, 而且能收敛到全局最优解, 对于有限元模型修正方法的实际应用具有重要意义, 研究者需根据个人经验和研究条件选用最优方案. 但是, 笔者认为选用不同的优化方法并不是对有限元模型修正理论的发展, 有限元模型修正理论的发展还是要依靠引入新的结构特征量, 或者建立更具实际意义、能够更全面地代表结构特性的目标函数.

基于灵敏度的参数型方法虽然具有明确的物理意义, 但是由于常常要经过迭代优化, 多次调用有限元模型, 计算量巨大. 其计算量主要来源于灵敏度矩阵的计算, 且当参数选择不当时, 如参数灵敏度较小或几个参数影响相近等情况, 亦或数据被噪声污染时, 灵敏度矩阵在求解过程中易出现病态, 导致算法失效或求解错误 (Friswell et al. 2001). 因此在实际应用中, 特别是针对待修正参数较多的大规模、复杂结构仍有一些限制.

## 2.2 传统有限元模型修正方法的发展

针对传统参数型方法存在的计算量大、求解过程易出现病态的问题, 有学者提出采用缩聚模型或代理模型 (surrogate model) 的方法, 以及不基于灵敏度的参数型方法等开始受到广泛关注, 有限元模型修正技术近年来取得了长足的进步. 模型缩聚的方法主要包括: 静缩聚法 (Guyan 1965)、动缩聚法 (Paz 1984)、IRS 法、等效系统缩聚法 (system equivalent reduction expansion process, SEREP) (O'Callahan et al. 1989) 等. Papadimitriou 和 Papadioti (2013) 提出的结合模态综合法进行模型修正的思路; Weng 等 (2011) 使用基于子结构的方法, 以及侯吉林 (2010) 提出的约束子结构修正方法也取得了较好的效果, 对降低模型修正运算规模很有帮助. 这些方法关键在于对原有结构特性矩阵的处理过程, 因此不多做介绍. 交叉模型交叉模态法 (cross-model cross-mode method, CMCM) 也是一种参数型方法, 但其不需要进行迭代运算, 且不需要计算灵敏

度, 较好地避免了传统方法的问题; 使用如神经网络、响应面等代理模型的方法, 不仅能够降低计算负担, 而且不需计算灵敏度, 也体现出了实际应用方面的优势.

此外, 由于实际结构是广泛存在不确定性的, 而传统有限元模型修正均为基于确定性的, 与实际情况并不相符. 因此, 向不确定性的发展也是传统有限元模型修正技术重要的发展方向. Collins 等 (1974) 结合经典统计思想提出了基于灵敏度的最小方差法, 并探讨了有限元建模和动力试验过程中的不确定性, 较早地运用统计理论解决有限元模型修正问题. 另外有学者注意到, 贝叶斯统计推断中由先验信息和样本信息得出后验信息, 然后推断未知参数的思想, 恰与有限元模型修正技术的思想类似, 于是将贝叶斯统计理论应用到有限元模型修正过程中. Alvin 等 (1998) 提出一种考虑误差和不确定性的建模框架, 并基于贝叶斯统计讨论了模型中误差和不确定性的估计和传递; Beck 和 Katafygiotis (1998) 首先提出贝叶斯统计模型修正的技术框架; 华宏星和傅志方 (1998) 从无条件极大似然估计的角度, 推导了基于贝叶斯框架的模型修正公式, 并讨论了其估计的无偏性、鲁棒性等问题. 随后一些学者针对后验分布积分计算的困难, 发展了一系列新方法 (Beck & Au 2002, Ching & Chen 2007, Cheung & Beck 2009); 袁昭旭和于开平 (2017) 在贝叶斯修正框架下, 提出了针对高温环境结构的有限元模型修正方法. 目前贝叶斯统计方法已经广泛用于体系更为成熟的有限元模型确认中. 除使用确定性模型和随机模型以外, 还可以使用模糊模型处理现实问题. 华宏星和傅志方 (1997) 根据有限元模型修正中存在模糊的参数选择、模糊的修正目标等特征, 提出根据修正参数及其权值模糊选择的有限元模型修正方法, 且数值算例取得了理想的效果; Liu 和 Duan (2012) 将模糊有限元理论引入到有限元模型修正中, 合理地考虑了测量模态参数的不确定性对修正结果的影响; Erdogan 和 Bakir (2013) 结合模糊数学理论和遗传算法、粒子群算法, 提出基于模糊有限元模型修正的损伤识别方法, 并与基于贝叶斯统计的蒙特卡洛模拟 (Monte Carlo simulation) 方法结果对比, 取得了较好的效果. 传统方法向不确定性的发展, 特别是其中形成的有限元模型确认技术, 大有替代传统方法而成为具有普遍意义方法的趋势. 以下主要介绍 CMCM, 神经网络法和响应面法, 并探讨有限元模型确认的发展历程和研究现状.

### 2.2.1 CMCM

CMCM 由 Hu 等 (2007) 首先提出, 是一种不基于灵敏度的方法. 这种方法与子矩阵法有些类似, 同样将修正后的质量、刚度矩阵表示为式 (1) 形式并代入特征方程中, 但实测数据与模拟数据的交叉使用形成了一种新方法. 即, 式 (1) 中  $\mathbf{M}_0$ ,  $\mathbf{K}_0$  表示修正前的质量、刚度矩阵, 则由初始有限元模型特征向量、特征值数据  $\varphi_i^a$ ,  $\lambda_i^a$  和实测特征向量、特征值数据  $\varphi_j^t$ ,  $\lambda_j^t$  构成模型修正前后的特征方程

$$\mathbf{K}_0 \varphi_i^a = \lambda_i^a \mathbf{M}_0 \varphi_i^a \quad (11)$$

$$\mathbf{K}^* \boldsymbol{\varphi}_j^t = \lambda_j^t \mathbf{M}^* \boldsymbol{\varphi}_j^t \quad (12)$$

将  $(\boldsymbol{\varphi}_i^a)^\top$  左乘式 (12),  $(\boldsymbol{\varphi}_j^t)^\top$  左乘式 (11), 由于  $(\boldsymbol{\varphi}_j^t)^\top \mathbf{K}_0 \boldsymbol{\varphi}_i^a$  和  $(\boldsymbol{\varphi}_i^a)^\top \mathbf{K}^* \boldsymbol{\varphi}_j^t$  是标量, 对调  $\boldsymbol{\varphi}_i^a$  和  $\boldsymbol{\varphi}_j^t$  后做两特征方程变换后的比值, 得到

$$\frac{(\boldsymbol{\varphi}_i^a)^\top \mathbf{K}^* \boldsymbol{\varphi}_j^t}{(\boldsymbol{\varphi}_i^a)^\top \mathbf{K}_0 \boldsymbol{\varphi}_j^t} = \frac{\lambda_j^t (\boldsymbol{\varphi}_i^a)^\top \mathbf{M}^* \boldsymbol{\varphi}_j^t}{\lambda_i^a (\boldsymbol{\varphi}_i^a)^\top \mathbf{M}_0 \boldsymbol{\varphi}_j^t} \quad (13)$$

将式 (1) 代入式 (13) 并进一步化简得到

$$1 + \sum_{n=1}^N \alpha_n \frac{(\boldsymbol{\varphi}_i^a)^\top \mathbf{K}_n^e \boldsymbol{\varphi}_j^t}{(\boldsymbol{\varphi}_i^a)^\top \mathbf{K}_0 \boldsymbol{\varphi}_j^t} = \frac{\lambda_j^t}{\lambda_i^a} \left( 1 + \sum_{n=1}^N \beta_n \frac{(\boldsymbol{\varphi}_i^a)^\top \mathbf{M}_n^e \boldsymbol{\varphi}_j^t}{(\boldsymbol{\varphi}_i^a)^\top \mathbf{M}_0 \boldsymbol{\varphi}_j^t} \right) \quad (14)$$

引入新符号简单表示为

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n C_{r,n} + \sum_{n=1}^N \beta_n E_{r,n} = f_r \quad (15)$$

其中,  $C_{ij,n} = \frac{(\boldsymbol{\varphi}_i^a)^\top \mathbf{K}_n^e \boldsymbol{\varphi}_j^t}{(\boldsymbol{\varphi}_i^a)^\top \mathbf{K}_0 \boldsymbol{\varphi}_j^t}$ ,  $D_{ij,n} = \frac{(\boldsymbol{\varphi}_i^a)^\top \mathbf{M}_n^e \boldsymbol{\varphi}_j^t}{(\boldsymbol{\varphi}_i^a)^\top \mathbf{M}_0 \boldsymbol{\varphi}_j^t}$ ,  $E_{r,n} = -\frac{\lambda_j^t}{\lambda_i^a} D_{ij,n}$ ,  $f_r = \frac{\lambda_j^t}{\lambda_i^a} - 1$ . 至此有限元模型修正问题归结为解超定方程组的问题. 这种方法不需要进行实测模态与模型模态的匹配, 且不要求全部模态数据, 不需计算灵敏度, 不需迭代计算, 便于工程应用. 但是当实测数据比较准确的时候, 在做特征方程的比值时可能出现分母接近零的情况而使算法失效; 另外子矩阵参数是整体参数, 可以表达单元之间的连接意义和多个物理参数的综合作用, 无法进行一个单元内某个特定物理参数的修正.

### 2.2.2 神经网络法

有限元模型修正是一种比较典型的反问题. 反问题一般都是非线性且不适定的, 求解难度较正问题大得多. 传统方法无论如何选择待修正参数也无法改变修正过程反问题的本质, 因此有学者研究使用神经网络方法, 利用其非线性映射能力强、鲁棒性较好的特点, 将有限元模型修正的反问题转化为正问题求解 (费庆国和张令弥 2004). 经过多年的发展, 已经产生种类繁多的神经网络, 并在多个领域得到了有效的应用. 用于有限元模型修正领域的主要有: 径向基函数 (RBF) 神经网络 (Levin & Lieven 1998b, Atalla & Inman 1998) 和反向传播 (BP) 神经网络 (徐宜桂等 2000, 李林等 2006). 值得注意的是, 神经网络方法也能用于非线性结构的有限元模型修正 (费庆国等 2005). 具体做法是: 首先, 通过工程经验与灵敏度分析结合的方法选择待修正参数作为输出参数, 选择结构特征量作为输入参数; 扰动待修正参数并通过有限元模型得到相应结构特征量, 生成神经网络的训练样本数据; 然后, 确定神经网络的类型、结构, 利用样本数据训练神经网络, 直至收敛; 将实测数据得到的结构特征量输入神经网络, 得到的参数即为修正后的参数; 最后, 将修正后参数代入有限元模型重新生成结构特征量与实

测数值比较, 如果误差较大, 需要补充训练样本并重新训练神经网络, 如此重复直至满足精度要求. 神经网络取代灵敏度重新定义了结构特征量与待修正参数之间的关系, 将有限元模型修正转变为正问题求解, 是有限元模型修正技术的进步. 但是, 神经网络的泛化能力对修正结果的影响较大, 修正后模型的外推是否合理需要进一步确认; 另外, 参数较多时神经网络所需收敛时间较长, 输入的训练数据越充分神经网络通常收敛越快, 但是建立大量的训练数据也需要多次使用有限元模型计算, 从而造成一定的计算负担.

### 2.2.3 响应面法

传统参数型有限元模型修正方法的迭代过程需要多次重复调用有限元模型, 造成极大的计算量. 通过简化有限元模型或选用更优的网格划分方案可以在一定程度上提高运算效率. 响应面法是一种类似的思路, 它以显式的响应面函数拟合结构特征量与参数之间复杂的隐式关系, 建立一个替代有限元模型的代理模型进行优化迭代过程(蒋寅军 2011). 响应面法最早由 Box 和 Wilson (1992) 提出并应用于化学工业, 经过多年发展已成功应用于机械工程、土木工程等多个领域. 郭勤涛等 (2006b) 较早地探讨了响应面法在有限元模型修正领域的应用价值. 任伟新和陈华斌 (2008, 2010) 较早地将响应面法用于解决大型土木工程结构有限元模型修正问题, 且对实际桥梁进行有限元模型修正研究取得了良好的效果. 响应面法有限元模型修正的具体做法是(蒋寅军 2011, 宗周红和任伟新 2012): 建立初始有限元模型后, 首先根据经验确定模型参数设计空间, 选择合适的试验设计方法生成样本点, 常用的试验设计方法有: 全因子设计、中心复合设计、正交设计、均匀设计等, 然后代入初始有限元模型生成样本数据; 通过对样本数据进行方差分析, 选择对结构响应影响明显的参数; 选择响应面模型并拟合模型参数, 常用的响应面模型包括: 多项式模型、径向基函数模型、克里格 (Kriging) 模型等; 确定的响应面模型需运用均方误差、平均误差、复相关系数等统计指标进行模型验证, 如果达到精度要求, 则可将响应面模型替代有限元模型进行模型修正优化过程; 否则需要返回修改响应面模型直至满足精度要求. 响应面法有限元模型修正一般流程如 **图 2** 所示.

有研究表明, 相比于神经网络法, 响应面法建模工作量要小得多; 而且, 通过统计方差分析选择影响显著的参数, 从而降低优化求解问题的维度, 也是神经网络法所不具备的能力(方圣恩 2010). 另外, 响应面法处理多参数影响问题体现出了明显的优越性, 且回避了传统方法可能出现的不适定问题, 因此在解决大型结构的有限元模型修正问题上具有广阔的前景, 同时其中包含的模型确认思想也符合模型修正技术发展的方向. 但是响应面法各环节方法的选择较依赖研究人员的经验, 且存在最终得到的有限元模型“外推”不可靠、修正结果不唯一, 生成样本数据计算量较大等问题.

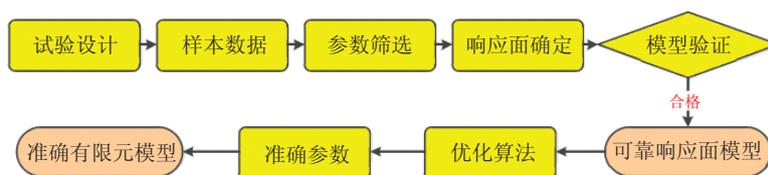


图 2

响应面法有限元模型修正流程图

Chakraborty 和 Sen (2014) 针对最小二乘法求响应面待定参数产生的误差提出使用滑动最小二乘法; Gou 等 (2016) 基于正交设计和线性响应面提出连续选择法 (successive selection method) 快速选择和分析实验设计样本点, 减轻计算负担; Jin 和 Jung (2016) 提出序列代理建模 (sequential surrogate modeling) 降低对研究者经验的依赖, 降低计算量等, 这种方法仍在不断发展中.

#### 2.2.4 有限元模型确认

有限元模型确认是有限元模型修正从确定性到不确定性的发展. 以土木工程领域为例, 近年来结构健康监测技术的发展, 要求所建立的有限元模型不仅能够指导结构设计, 识别结构损伤, 还应当能够预测结构未来工作状态 (Farrar & Worden 2012). 这就要求有限元模型不仅能够准确、全面地反映结构特性, 而且要保证模型修正结果具有一定置信度水平以便指导后续进一步的应用; 而基于确定性的传统有限元模型修正技术显得力不从心, 其修正结果实际上是不确定性模型的一个特例. 基于不确定性的结构健康监测研究, 有望成为解决土木工程健康监测问题的一般方法 (Housner et al. 1997). 有限元模型确认是其中重要的研究方向, 通过对结构系统从构件到整体的分层建模和确认试验, 对系统中的不确定性进行量化和传递分析, 以及对有限元模型在设计空间预报精度进行评价和确认, 能够建立更为可靠的有限元模型并从统计理论给出模型置信度 (宗周红和任伟新 2012).

有限元模型确认的技术路线主要由美国一些研究机构的研究报告、研究计划提出 (朱跃 2010), 包括美国能源部提出的加速战略计算首创计划 (Accelerated Strategic Computing Initiative Program), 及与之配套的计算机仿真系统置信度评估方法——模型验证和模型确认 (modal verification and modal validation) 计划形成的 ASCI V&V 计划, 由 SNL 制定的 ASCI V&V 指南 (Martin 2000); 美国航空航天学会 (American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA) 计算流体力学委员会 (Computational Fluid Dynamics Committee) 提出的计算流体动力学模拟的验证和确认指南 (AIAA Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations), 以及随后

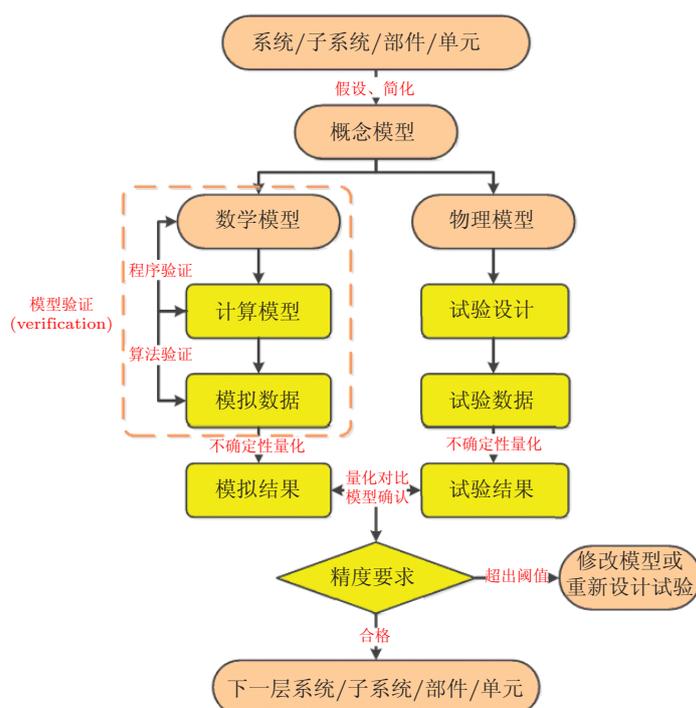


图 3

模型验证和确认技术路线 (Schwer 2007)

美国机械工程师协会 (American Society of Mechanical Engineers, ASME) 成立专门的委员会并发布的计算固体力学验证和确认指南 (Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics) (Schwer 2009) 等, 形成的技术路线如图 3 所示. 其中“验证”(Verification) 部分是指对计算模型与数学模型之间程序代码和算法的验证, 不是本文讨论范围; “确认”(Validation) 部分是指试验结果与模拟结果之间的确认, 即本文所讨论的有限元模型确认. 另外, 这个技术路线包含了一种分层确认的思想, 这种思想将复杂系统分为全系统、子系统、部件、单元四个层次, 可以降低系统的复杂程度. 且系统分层研究表明, 由于层次越低影响因素越少, 通常只能在系统的部件和单元层次获得比较准确的试验数据, 所以模型确认主要在这两个层次进行 (朱跃 2010).

有限元模型确认被系统提出之后, 更多学者将目光投向了这一研究领域. Hemez 和 Doebling (2000a, 2000b), Hanson 和 Hemez (2001) 介绍了 LANL 的一些研究工作, 对有限元模型确认进行了较为全面的论述和展望; 张令弥 (2002) 在回顾模型确认发展历程的基础上, 讨论了模型确认以及确认试验的技术路线, 并对该领域的研究方向进行了展望; Rebba 等 (2003, 2006) 运用贝叶斯方法讨论了模型确认、误差传递的问题,

并探讨运用贝叶斯网络 (Bayes network) 实现子模型到整体模型确认信息传递, 以及模型预测能力的量化; Link 和 Friswell (2003) 针对著名的 GARTEUR 基准模型提出模型确认的三级确认准则, 被广泛应用; Oden 等 (2003) 指出力学问题中计算模型的不确定性建模是未来发展方向, 且所建立的不确定性模型应当能够对力学问题提供可靠的分析和预测; Chen 等 (2004) 提出利用响应面法与蒙特卡洛模拟的方法研究了金属板翻边工艺的模型确认问题; 费庆国等 (2004) 运用 Link 和 Friswell 提出的三级确认准则, 同样对 GARTEUR 基准模型进行了模型确认研究; 郭勤涛等 (2006a) 在回顾传统有限元模型修正技术的基础上, 全面综述了有限元模型修正向模型确认的发展方向及其现状, 并对薄板结构和车架模型进行了实例分析. 2006 年, 为进一步推动模型确认研究的发展, SNL 发布了模型确认的挑战问题, 包含热传导, 静力学和动力学 3 个子问题, 国内外学者针对此开展了广泛的研究和讨论 (Red-House & Paez 2008, Hills et al. 2008), 对模型确认的发展起到了一定的推动作用. Paez 和 Red-Horse (2008) 重点总结介绍了结构动力学挑战问题的 6 项研究成果, 包括: Ghanem 等 (2008) 提出结合使用 K-L 过程 (Karhunen-Loève procedure) 和多项式混沌展开 (polynomial chaos expansion, PCE) 建立随机参数模型和认知不确定性模型, 并研究了不确定性传递和该挑战问题的模型确认; Hasselman 和 Lloyd (2008) 利用摄动方法建立线性随机模型, 然后按照 NASA 的确认准则完成挑战问题的模型确认; Horta 等 (2008) 对奇异值分解 (singular value decomposition, SVD)、核密度估计 (kernel density estimate, KDE) 等概率建模方法进行对比分析和总结; McFarland 和 Mahadevan (2008) 首先用主成分分析 (principal component analysis, PCA) 和马尔科夫链蒙特卡洛方法 (Markov chain Monte Carlo, MCMC) 对模态参数进行核密度估计建立分布模型, 然后利用蒙特卡洛模拟研究不确定性的传递; Rutherford (2008) 采用响应主成分分析的正交向量作基函数, 以其线性组合表示模拟响应, 并由拉丁超立方采样 (Latin hypercube sample) 及核密度估计构造参数分布, 与试验数据对比进行模型校准、确认; Zang 等 (2008) 直接识别质量、刚度、阻尼系数并将线性与非线性系数分离建立均值模型, 通过蒙特卡洛模拟进行模型确认研究, 同时探讨了非线性与不确定性的关系及非线性对模型确认的影响. 此外还有如 Jiang 和 Mahadevan (2011) 提出小波谱 (wavelet spectrum) 分析的模型确认方法, 并通过该挑战问题进行验证; 张保强等 (2011) 使用核密度估计和核主元分析 (kernel principal component analysis, KPCA) 方法对该挑战问题的研究等. Oberkampf 和 Roy (2010) 的专著对模拟研究中模型代码验证、模型确认与预测问题进行了系统的总结和论述. 丁继峰等 (2010) 探讨了在有限元模型修正之前对模型进行确认、重构对提高最终修正结果精度的意义; 朱跃 (2010) 采用支持向量机 (support vector machine, SVM) 响应面研究了复杂系统的模型确认问题; 随后如毕司峰和邓忠民 (2013)、张冬冬和郭勤涛 (2013)、陈志国等 (2013) 也采用蒙特卡洛模拟与响应面结合的方法研究了模型

确认问题,取得了较好的效果.有限元模型确认仍在不断发展中,其主要的研究方向包括:不确定性模型的建立;不确定性模型选择;代理模型的建立;包含更全面结构信息的评价准则的提出;以及与模型修正技术结合的结构安全评估预警系统的建立等.

### 3 非线性有限元模型修正发展现状

从线性到非线性是传统有限元模型修正技术的重要发展方向,逐渐得到国内外学者的广泛关注.非线性与不确定性不同,非线性是结构中固有的、确定的性质,一味对结构非线性进行近似和简化会增加结构的不确定性,即使应用基于统计理论的模型修正、确认方法,也无法从根本上改善模型的置信度.以土木工程结构为例,非线性是广泛存在的,除材料非线性外,在结构伸缩缝、连接节点等位置均表现出非线性特征,一些新型支撑、隔震减振支座结构,摆、索结构以及损伤后的结构整体也会表现出明显的非线性.不同类型、不同材料的土木工程结构,如多层、超高层、大跨空间结构、大跨桥梁、地下结构等各自的非线性特性超出本文探讨范围,不进行分别讨论,但不同类型的结构之间存在共性的非线性问题,如不合理地加以考虑,一味以线性模型进行模拟和修正,可能造成结构设计缺陷、健康监测失效等工程问题,威胁人类生命财产安全 (Worden & Tomlinson 2000).另外,土木工程结构工作状态受环境因素影响较为明显,特别是在发展可靠的结构健康监测系统的道路上,首先应当确定环境因素造成的影响,而温度、湿度、风等环境因素对结构的影响也是非线性的.目前,无论是传统有限元模型修正,还是其向不确定性发展的有限元模型确认,以及考虑环境因素影响的有限元模型修正研究,均为基于结构线性假设,运用固有频率、振型等线性结构特征量的方法;除了将环境影响因素去除的方法以外,有学者采用建立环境因素与结构动力特性之间关系模型的方式考虑环境因素影响,并将此关系模型参数引入模型修正过程 (何成等 2013, Zhou & Song 2016),但其模型也多为线性,尚未见针对非线性结构考虑环境因素的有限元模型修正相关研究.

基于结构线性假设的传统有限元模型修正方法的局限性,已经引起国内外学者的关注.主要有以下研究成果:

(1) LANL 的 Hemez 和 Doebling 课题组研究成果. Hemez 和 Doebling (2001) 对非线性模型修正进行了较早的论述,通过 LANL 的五项试验结果,说明发展非线性模型修正的必要性以及所面临的挑战; Beardsley 等 (1999) 利用主成分分析结合响应面的方法,研究了某聚合物材料本构模型非线性修正问题,并与基于线性方法的修正结果对比,说明了非线性修正方法的优势; Schultze 等 (2001) 利用冲击试验响应峰值加速度作为特征量,结合方差分析方法,建立待修正参数与特征量之间的响应面模型,研究了材料非线性模型修正问题.

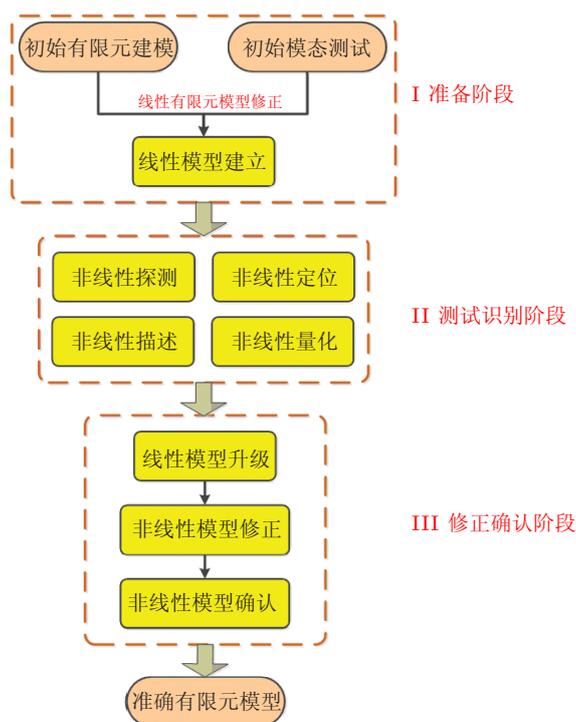


图 4

Ewins 等提出的非线性有限元模型修正技术路线 (Ewins et al. 2015)

(2) 美国塔夫茨大学 (Tufts University) Moaveni 课题组研究成果. Moaveni 等 (2010, 2013) 先后进行了 7 层钢筋混凝土剪力墙结构模型和 3 层钢筋混凝土框架模型振动台试验, 并通过线性有限元模型修正进行损伤识别, 结果表明, 随着损伤程度的提高, 基于线性的方法无法很好地代表结构状态; Asgariéh 等 (2014, 2017) 随后对这两个试验进行了非线性有限元模型修正的研究, 选择材料非线性本构模型参数作为待修正参数, 运用时变模态参数反映结构非线性特征, 以此构造目标函数并利用模拟退火法进行优化, 取得了较好的结果.

(3) 英国帝国理工学院 (Imperial College London) Ewins 课题组研究成果. Ewins 等 (2015) 提出了一种非线性有限元模型修正和确认的“三阶段 10 步骤”技术路线, 如图 4 所示, 即首先建立线性模型, 通过传统方法进行修正; 然后通过对结构非线性的初步判断, 开展针对性的动力试验对结构非线性进行探测、定位、描述和量化; 文章首次提出了模型“升级”(upgrading) 的概念, 强调应当提升单元阶次及模型复杂程度, 更准确地还原结构固有的非线性特性; 最后针对“升级”后的非线性模型进行进一步的修正和确认. 随后, Ewins 课题组 Carri 等 (2017) 按照所提出的技术路线对机翼结构进行了

非线性识别、模型修正试验研究, 运用反步法 (reverse path method) 描述非线性, 并通过曲线拟合对非线性进行量化, 进一步强调在结构承受较大幅度激励时“升级”模型的必要性, 同时也指出目前用于结构非线性识别的方法均有不足, 用于非线性模型修正和确认的方法更需要进一步研究. 事实上, 在 SNL 提出的挑战问题中, 其子结构的连接处存在弱非线性, Ewins 课题组的 Zang 等 (2008) 已经对其进行了探讨并提出了将模型非线性分离, 先进行线性结构模型确认再探究非线性影响的思想. 另外, Carri 和 Di Maio (2016) 还对一个哑铃模型非线性连接进行了试验研究, 运用反步法进行非线性定位、描述、量化, 并通过修正后模型的频响函数进行了验证. 虽然该项研究取得了较好的结果, 但是文中也指出了其方法无法修正精细化、大规模模型的问题, 以及现有商业软件的不足.

(4) 我国学者研究成果. 费庆国等 (2005) 使用径向基神经网络方法, 通过均匀试验设计生成参数样本点训练神经网络, 对一非线性梁的材料非线性模型参数进行修正. Wang 等 (2015, 2016) 通过解析模式分解 (analytical mode decomposition, AMD) 和希尔伯特变换 (Hilbert transform, HT) 提取响应主成分的瞬时频率和幅值, 并以此建立残差目标函数, 然后利用模拟退火优化算法完成非线性修正, 并通过剪切型结构的数值算例和变压器结构振动台试验验证了该方法的有效性; 袁平等 (2016) 利用类似方法对三层框架梁柱连接节点弯矩 - 转角关系模型进行非线性修正; 另外, Yuan 等 (2016) 还进行了使用静力数据进行非线性连接模型修正的研究, 借助灵敏度分析选择连接参数, 通过挠度值构造目标函数, 运用模拟退火方法进行优化, 并通过悬臂梁和钢桁架桥模型进行了数值算例验证.

(5) 其他学者研究成果. Meyer 和 Link (2003) 将局部非线性抽象为两自由度系统, 采用谐波平衡法 (harmonic balance method) 将其线性化并变换到频域, 以此修正系统质量、刚度、阻尼矩阵. Li 等 (2017) 直接使用时程数据, 对智利一座桥梁的隔震橡胶支座进行了部件层次和系统层次的修正, 但其巨大的计算量限制了其进一步推广应用. Lenaerts 等 (2001) 运用本征正交模态 (proper orthogonal mode, POM) 通过模型修正手段进行非线性参数识别, 并通过局部非线性梁的数值算例进行方法验证, 但应用于复杂实际结构还有一定困难; Kerschen 和 Golinval (2004, 2005) 先后利用与神经网络结合的非线性主成分分析方法 (non-linear principal component analysis) 和条件反步法 (conditioned reverse path method) 处理非线性系统模型修正问题, 但应用于实际结构尚需进一步研究. da Silva 等 (2009) 对 4 种用于非线性模型修正的方法进行了比较研究. 包括谐波平衡法、本构方程误差法 (constitutive equation error)、恢复力面法 (restoring force surface) 和 K-L (Karhunen-Loève) 分解法. Bussetta 等 (2017a, 2017b) 从目标函数和优化算法两个角度对非线性修正方法进行了综述; 并运用前三阶 Volterra 级数, 对一杆件预加轴力试验进行了非线性有限元模型修正和确认, 取得了一定的效果; Song

等 (2012) 利用瞬时刚度作为特征量, 采用线性有限元模型修正的方法, 进行了混凝土剪力墙材料非线性模型的修正研究, 并利用试验数据进行了模型确认; 另外, Song 和 Dyke (2013a, 2013b) 利用无迹卡尔曼滤波 (unscented Kalman filter, UKF) 开发了一种试验平台, 可以对材料非线性滞回模型进行实时修正, 并对结构状态做出评估. Isasa 等 (2011) 提出了一种结合多谐波平衡法与扩展本构关系误差法 (extended constitutive relation error, ECRE) 的局部非线性修正方法, 并应用于悬臂梁数值模型对该方法进行了验证, 但实际应用效果仍需进一步研究. Shahidi 和 Pakzad (2013) 运用响应面法, 对非线性材料本构模型修正进行了初步研究. Kurt 等 (2015, 2016) 提出了一种“数据驱动”的非线性有限元模型修正策略, 通过对在不同激励水平下响应信号的小波谱进行叠加, 得到频率 - 能量的经验关系并绘制频率 - 能量图, 以此描述结构的非线性特性. 这种方法不需要事先对非线性模型做出假设, 仅通过响应数据进行模型修正过程. 但是这种方法需要较多的研究人员的经验, 计算量也比较大, 修正结果需要通过图像对比来说明而不能量化, 应用于实际结构还需要进一步研究. Chen 等 (2016) 运用谐波平衡法计算非线性模型 FRF, 与试验 FRF 构成目标函数, 通过拉丁超立方采样方法选定初值, 对目标函数进行优化以完成模型修正, 并通过悬臂梁数值算例进行方法验证. Canbaloglu 和 Özgüven (2016) 运用其所提出的拟导纳差方法 (pseudo receptance difference, PRD) 从结构非线性 FRF 中提取线性部分 FRF, 然后由线性修正方法对其进行修正, 并通过模拟和试验说明该方法对提高模型精度具有一定效果, 但是其对强非线性的适用性还需要进一步研究. Wang 等 (2018) 运用频响数据首先在低幅激励作用下进行线性修正, 然后利用主谐波数据进行非线性修正, 应用于非线性固支梁试验的非线性模型修正取得了良好的效果. Ebrahimian 等 (2017) 运用最大似然估计法估计非线性材料本构模型的时变参数, 结合克拉默 - 拉奥下界 (Cramer-Rao lower bound, CRLB) 理论估计测量过程不确定性, 提出了一种非线性模型修正框架, 并通过桥墩结构和框架结构两个数值算例验证了该框架的有效性. 但这种方法理论复杂, 不考虑建模误差且认为误差全部来源于测量误差, 应用于实际工程仍需进一步研究验证.

相关研究从研究对象上来看主要包括材料非线性本构模型的修正和非线性连接模型的修正; 从非线性程度上来看, 主要有弱非线性和强非线性之分; 从研究角度也有从理论模型角度、概率模型角度以及从能量角度的不同; 所使用的数据也有时域和频域的区别. 如果根据先验知识预先描述非线性, 非线性模型修正转变为非线性识别, 如果是非线性形式未知的黑箱模型, 主要使用反步法, 结合工程研究经验估计或试错确定非线性模型; 对弱非线性情况, 有学者采用线性化的方法然后利用传统方法进行修正, 对强非线性则主要通过结构瞬时特征量建立目标函数进行处理. 总之, 非线性模型修正的研究成果远不如传统有限元模型修正方法丰富, 非线性有限元模型修正的研究仍处于起步阶段, 相关研究仍需不断深入.

## 4 讨论及展望

### 4.1 讨论

有限元模型修正技术对进一步发挥有限元模拟分析在工业工程领域的作用具有重要意义. 至今, 这一技术已经能够应用于实际工程并仍在不断发展中. 本文首先对传统有限元模型修正方法进行总结评述, 然后介绍了针对传统方法不足之处发展起来的一些新方法, 最后重点探讨有限元模型修正向非线性的发展方向, 并介绍了目前相关的研究成果.

传统有限元模型修正方法按照模型修正数据处理的对象可分为矩阵型方法和参数型方法. 其中, 矩阵型方法由于普遍缺乏物理意义而缺乏实际工程应用价值; 参数型方法逐步发展并成为主流, 又以基于灵敏度的参数法在实际工程中的应用最为广泛, 理论研究也相对成熟. 但这类方法的缺点在于灵敏度矩阵的计算, 不仅计算量大, 且容易带来求解问题的病态导致方法失效; 另外, 在应用于大型结构时, 由于迭代运算需要反复调用有限元模型, 造成巨大的计算量, 也限制了其更广泛的应用. 针对传统有限元模型修正方法易造成问题病态和计算量大的缺点, 目前的研究发展方向主要是发展不基于灵敏度的方法、发展能够实现快速运算的代理模型, 以及一些结合应用新型优化算法的方法. 包括交叉模型交叉模态法、神经网络法、响应面法以及结合模拟退火、遗传算法、粒子群算法等优化算法的方法. 其中, 响应面法得到了广泛关注, 特别是其中所包含的统计思想符合有限元模型确认的发展方向, 在大型结构的有限元模型修正过程中也体现出了修正多个参数的能力. 但是, 神经网络法和响应面法的成功依赖于样本空间的选择, 不同的选择产生不同的修正结果, 选择不当也可能造成代理模型泛化能力不足, 从而导致有限元模型修正结果外推不可靠; 增加数据量能够增加模型的可靠性, 但又会带来较大的计算量. 所以, 通过响应面法得到的修正模型必须经过模型确认过程. 有限元模型确认是传统有限元模型修正方法在统计理论上的发展, 从理论上具有更一般的意义, 且它能够从理论上探究复杂结构不确定性的传递, 量化评价修正后模型的不确定性, 给出指导工程应用的置信度, 对于修正后有限元模型进一步应用于结构损伤识别、状态评估、性能预测等具有重要实际意义.

以上方法均基于结构线性假设, 但结构的非线性是无法回避的, 如不加以合理考虑, 无论使用何种传统方法修正模型, 必然会遭遇精度瓶颈; 若采用基于统计理论的方法, 将非线性归为不确定性, 从理论上并不合理, 无法反应结构本质, 且最终得到的模型置信度也会遇到瓶颈, 所以应当从理论角度对结构中的非线性加以考虑. 非线性有限元模型修正近年来已经涌现出一些研究成果, 对于弱非线性情况, 一般将其线性化后使用传统有限元模型修正方法, 强非线性情况多使用瞬时结构特征量. 国际著名动

力学专家 Ewins 提出先进行传统有限元模型修正建立线性模型, 然后通过特定的非线性判断、定位、描述、量化技术“升级”模型, 最后对非线性模型进行修正、确认这一技术路线, 为非线性模型修正的发展提供了较为明确的发展方向, 但相关研究仍需不断丰富和深入.

## 4.2 展望

非线性有限元模型修正的研究工作仍在起步阶段, 距离实际工程应用更是还有很长的路要走. 基于目前研究现状, 未来有限元模型修正向非线性的发展方向包括:

(1) 完善模型修正过程进入不同阶段的定量判断准则. 现有研究均认为, 结构的非线性特征常常依赖于振动幅度, 因此在低幅振动情况下, 结构可视为线性, 或视为弱非线性作线性化处理. 但当振动幅度达到一定程度后, 结构将表现出明显的非线性特征, 主要表现在结构响应时程曲线畸变、频响函数产生其他频率成份, 以及系统叠加性、频响函数互易性的丧失, 甚至出现混沌振动等复杂现象等, 导致线性结构特征量无法代表结构特性, 因此仍然按照传统方法进行模型修正将无法得到准确结果, 运用模型修正进行参数识别、损伤识别的结果也将失去实际意义. 问题是, 到底在激励幅度达到什么程度, 应当开始进行非线性模型修正过程, 尚缺乏定量判断准则, 目前大多通过观察响应曲线变化, 根据研究者的经验确定. 这样的做法造成的后果是, 如果对非线性模型修正开始的“时机”把握不好, 可能造成线性模型的不准确, 这种误差在大幅度激励下非线性模型修正过程中将被放大, 影响最终修正结果. 另外, 非线性意味着更为复杂的计算, 确定在线性、弱非线性、强非线性各阶段之间合理的量化判断准则, 有助于工程师和研究人员根据实际情况选择合适的方法, 避免不必要的复杂计算.

(2) 丰富代表结构非线性的特性指标. 如果结构表现出明显的非线性特征, 以往在线性结构中所使用的振型、模态等特征量将不再适用. 所以, 目前使用将系统线性化的方法处理非线性问题的研究, 一般只能用于“弱非线性”结构. 类似传统方法中使用固有频率、振型、反共振频率等特征量建立目标函数的思想, 在非线性有限元模型修正过程中, 也需要能够全面代表结构非线性特性的特性指标. 现有的用于非线性模型修正的结构特性指标主要是瞬时量, 包括瞬时频率、瞬时幅值、瞬时非线性模态等, 然而结构非线性行为极为复杂, 已有的瞬时特征量并不能完整地代表结构非线性特性. 丰富、拓展代表结构非线性的特性指标, 甚至建立特性指标体系是该研究领域的核心问题. 而一旦能够找到合适的特性指标构建合理的目标函数, 接下来的非线性有限元模型修正过程就可以转化为优化过程.

(3) 发展结构非线性有效的描述和量化方法. 在进行非线性有限元模型修正的过程中, 常常首先需要对结构中的非线性进行识别, 包括判断非线性是否存在, 确定非线性的位置, 描述非线性的特性, 量化非线性的模型参数. 其中, 非线性的判断和定位尚

有一些有效方法, 主要通过观察时程响应曲线、频响函数曲线的畸变判断非线性是否存在, 利用激励信号与响应信号之间的相关性判断非线性的位置. 但 Ewins 指出, 目前缺乏能够进行非线性定位的仪器, 限制了实际工程应用. 更重要的是, 结构中非线性的特性往往是未知的, 能否正确描述、量化结构非线性将在很大程度上影响后续的非线性修正过程. 针对非线性材料模型常常根据经验选取已有的本构模型进行参数识别; 针对黑箱连接模型主要通过反步法, 在一定分析基础上的经验试错确定; 量化过程主要通过多项式拟合. 这一过程会产生较大的计算量, 即使使用代理模型或者缩减、简化模型, 应用于大型结构仍然会造成较大计算负担, 限制了实际工程应用. 由于先验信息的缺乏, 无法完全确定未知的非线性关系, 需要进一步研究有效的方法, 拓宽研究思路, 增加约束条件, 降低对研究经验的依赖, 使非线性模型的建立以及修正结果更可靠.

**致谢** 国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (2015CB057704)、国家自然科学基金 (51121005, 51578107, 51778103)、中央高校基本科研业务费 (DUT18LAB07) 和汕头大学科研启动基金 (NTF18012) 资助项目.

## 参考文献

- 毕司峰, 邓忠民. 2013. 基于随机抽样与距离判别的 GARTEUR 模型修正与确认研究. *航空学报*, **34**: 2757-2767 (Bi S F, Deng Z M. 2013. Stochastic model updating and validation of the GARTEUR structure based on random sampling and distance discrimination. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, **34**: 2757-2767).
- 崔飞, 杨党旗, 高岩. 2003. 用参数识别技术进行桥梁结构损伤识别. *中国铁道科学*, **24**: 37-40 (Cui F, Yang D Q, Gao Y. 2003. Bridge structural damage assessment by parameter identification. *China Railway Science*, **24**: 37-40).
- 陈志国, 邓忠民, 毕司峰. 2013. 基于 Monte Carlo 法的结构动力学模型确认. *振动与冲击*, **32**: 76-81 (Chen Z G, Deng Z M, Bi S F. 2013. Structural dynamics model validation based on monte carlo method. *Journal of Vibration and Shock*, **32**: 76-81).
- 戴航, 袁爱民. 2011. 基于灵敏度分析的结构模型修正. 北京: 科学出版社 (Dai H, Yuan A M. 2011. Structural model updating based on sensitivity analysis. Beijing: Science Press).
- 丁继锋, 马兴瑞, 韩增尧, 庞世伟. 2010. 结构动力学模型修正的三步策略及其实践. *航空学报*, **31**: 546-552 (Ding J F, Ma X R, Han Z Y, Pang S W. 2010. Three-step model updating method in structure dynamics and its application. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, **31**: 546-552).
- 范立础, 袁万城, 张启伟. 2000. 悬索桥结构基于敏感性分析的动力有限元模型修正. *土木工程学报*, **33**: 9-14 (Fan L C, Yuan W C, Zhang Q W. 2000. Sensitivity-based FE model updating of a suspension bridge. *China Civil Engineering Journal*, **33**: 9-14).
- 费庆国, 李爱群, 张令弥. 2005. 基于神经网络的非线性结构有限元模型修正研究. *宇航学报*, **26**: 267-269, 281 (Fei Q G, Li A Q, Zhang L M. 2005. Study on finite element model updating of nonlinear structures using neural network. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, **26**: 267-269, 281).

- 费庆国, 张令弥. 2004. 基于径向神经网络的有限元模型修正研究. 南京航空航天大学学报, **36**: 748-752 (Fei Q G, Zhang L M. 2004. Finite element model updating using radial basis function neural network. *Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, **36**: 748-752).
- 费庆国, 张令弥, 郭勤涛. 2004. GARTEUR 有限元模型修正与确认研究. 航空学报, **25**: 372-375 (Fei Q G, Zhang L M, Guo Q T. 2004. Case study of FE model updating and validation via an aircraft model structure. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, **25**: 372-375).
- 费庆国, 张令弥, 李爱群, 王彤. 2005. 基于不同残差的动态有限元模型修正的比较研究. 振动与冲击, **24**: 24-26,135 (Fei Q G, Zhang L M, Li A Q, Wang T. 2005. Evaluation of FE model updating using four kinds of residues. *Journal of Vibration and Shock*, **24**: 24-26,135).
- 方圣恩. 2010. 基于有限元模型修正的结构损伤识别方法研究. [博士论文]. 长沙: 中南大学 (Fang S E. 2010. Studies on structural damage detection by finite element model updating. [PhD Thesis]. Changsha: Central South University).
- 郭勤涛, 张令弥. 2005. 结构动力学有限元模型确认方法研究. 应用力学学报, **22**: 572-578, 678 (Guo Qintao, Zhang Lingmi. 2005. Finite element model validation in structural dynamics. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, **22**: 572-578, 678).
- 郭勤涛, 张令弥, 费庆国. 2006a. 结构动力学有限元模型修正的发展——模型确认. 力学进展, **36**: 36-42 (Guo Q T, Zhang L M, Fei Q G. 2006a. From FE model updating to model validation: advances in modeling of dynamic structures. *Advances in Mechanics*, **36**: 36-42).
- 郭勤涛, 张令弥, 费庆国. 2006b. 用于确定性计算仿真的响应面法及其试验设计研究. 航空学报, **27**: 55-61 (Guo Q T, Zhang L M, Fei Q G. 2006b. Response surface method and its experimental design for deterministic computer simulation. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, **27**: 55-61).
- 何成, 何欢, 陈国平. 2012. 基于分级思想的高温环境结构动力学模型修正. 振动与冲击, **31**: 145-150 (He C, He H, Chen G P. 2012. Structural dynamic model updating in high-temperature environment based on a two stage modification. *Journal of Vibration and Shock*, **31**: 145-150).
- 华宏星, 傅志方. 1997. 模糊数学在有限元模型修正中的应用. 振动工程学报, **10**: 42-47 (Hua H X, Fu Z F. 1997. Application of Fuzzy Theory to Finite Element Model Updating. *Journal of Vibration Engineering*, **10**: 42-47).
- 华宏星, 傅志方. 1998. 有限元模型修正中的 BAYES 方法的几点讨论. 振动工程学报, **11**: 113-118 (Hua H X, Fu Z F. 1998. Discussion on the Bayes estimator used in finite element model updating. *Journal of Vibration Engineering*, **11**: 113-118).
- 侯吉林. 2010. 约束子结构模型修正方法. [博士论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学 (Hou J L. 2010. Model updating based on substructure isolation methods. [PhD Thesis]. Harbin: Harbin Institute of Technology).
- 蒋寅军. 2011. 基于响应面方法的复杂结构模型修正方法研究. [博士论文]. 武汉: 武汉大学 (Jiang Y J. Research on dynamic model updating technology for complex structures based on response surface methodology. [PhD Thesis]. Wuhan: Wuhan University).
- 李辉, 丁桦. 2005. 结构动力模型修正方法研究进展. 力学进展, **35**: 170-180 (Li H, Ding H. 2005. Progress in model updating for structural dynamics. *Advances in Mechanics*, **35**: 170-180).
- 李林, 朱宏平, 洪可柱. 2006. 基于神经网络方法的框架结构损伤检测的试验研究. 振动与冲击, **25**: 107-109, 121, 170 (Li L, Zhu H P, Hong K Z. 2006. Experimental study on damage detection of frame structure based on artificial neural network algorithm. *Journal of Vibration and Shock*, **25**: 107-109, 121, 170).

- 李伟明. 2011. 有限元模型修正方法及自由度匹配迭代技术研究. [博士学位]. 上海: 上海交通大学 (Li Weiming. 2011. Study on finite element model updating method and iterative technique for degree of freedom matching. [PhD Thesis]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University).
- 刘荣贺, 于开平. 2013. 基于基础激励试验数据的卫星结构有限元模型修正. 宇航学报, **34**: 1187-1194 (Liu R H, Yu K P. 2013. Model updating for a satellite structure based on basic excitation test data. *Journal of Astronautics*, **34**: 1187-1194).
- 刘宇飞. 2015. 基于模型修正与图像处理的多尺度结构损伤识别. [博士学位]. 北京: 清华大学 (Liu Yunfei. 2015. Multi-scale structural damage assessment based on model updating and image processing. [PhD Thesis]. Beijing: Tsinghua University).
- 任伟新, 陈华斌. 2008. 基于响应面的桥梁有限元模型修正. 土木工程学报, **41**: 73-78 (Ren W X, Chen H B. 2008. Response-surface based on finite element model updating of bridge structures. *China Civil Engineering Journal*, **41**: 73-78).
- 宋汉文, 王丽炜, 王文亮. 2003. 有限元模型修正中若干重要问题. 振动与冲击, **22**: 70-73, 81, 112 (Song H W, Wang L W, Wang W L. 2003. Several important problems for updating finite element model. *Journal of Vibration and Shock*, **22**: 70-73, 81, 112).
- 魏来生. 1998. 结构有限元动态模型修正方法综述. 振动与冲击, **17**: 46-49, 84, 92 (Wei Laisheng. 1998. A review on the updating methods of finite element model. *Journal of Vibration and Shock*, **17**: 46-49, 84, 92).
- 王勖成. 2003. 有限单元法. 北京: 清华大学出版社 (Wang X C. 2003. Finite element method. Beijing: Tsinghua University Press).
- 王泽宇, 刘闯, 冯咬齐. 2010. 基于振动试验数据的有限元模型修正技术研究. 航天器环境工程, **27**: 472-476, 405 (Wang Z Y, Liu C, Feng Y Q. 2010. A method to update FEA analytical model by using the shaker vibration test data. *Spacecraft Environment Engineering*, **27**: 472-476, 405).
- 吴晓菊. 2009. 结构有限元模型修正综述. 特种结构, **26**: 39-45 (Wu X J. 2009. A review of finite element model updating. *Special Structures*, **26**: 39-45).
- 徐宜桂, 周轶尘, 王志华. 2000. 用神经网络方法修正悬索桥动力模型. 振动工程学报, **13**: 46-52 (Xu Y J, Zhou T C, Wang Z H. 2000. Updating of dynamic model suspension bridge using adaptive neural network method. *Journal of Vibration Engineering*, **13**: 46-52).
- 徐张明, 高天明, 沈荣瀛, 华宏星. 2002. 一种改进的利用频响函数进行有限元模型修正的方法. 振动与冲击, **21**: 45-47, 94 (Xu Z M, Gao T M, Shen R Y, Hua H X. 2002. Improved finite element model updating method based on frequency response functions. *Journal of Vibration and Shock*, **21**: 45-47, 94).
- 徐张明, 沈荣瀛, 华宏星. 2003. 基于频响函数相关性的灵敏度分析的有限元模型修正. 机械强度, **25**: 5-8 (Xu Z M, Shen R Y, Hua H X. 2003. Updating finite element model by the sensitivity analysis of FRF correlation functions. *Journal of Mechanical Strength*, **25**: 5-8).
- 于开平, 刘荣贺. 2013. 多族群粒子群优化算法飞行器结构模型修正. 振动与冲击, **32**: 79-83, 99 (Yu K P, Liu R H. 2013. Model updating of a spacecraft structure based on MRPSO. *Journal of Vibration and Shock*, **32**: 79-83, 99).
- 余岭, 万祖勇, 朱宏平, 徐德毅. 2006. 基于 POS 算法的结构模型修正与损伤检测. 振动与冲击, **25**: 37-39, 53, 190 (Yu Ling, Wan Zuyong, Zhu Hongping, Xu D Y. 2006. Structural model updating and damage detection through particle swarm optimization. *Journal of Vibration and Shock*, **25**: 37-39, 53, 190).
- 袁平平, 王佐才, 任伟新. 2016. 基于动力响应主分量瞬时频率和幅值的非线性模型修正. 振动工程学报, **29**: 887-893 (Yuan Pingping, Wang Zuocai, Ren Weixin. 2016. Nonlinear model updating

- based on instantaneous frequencies and amplitudes of principle dynamic response components. *Journal of Vibration Engineering*, **29**: 887-893).
- 郁胜, 周林仁, 欧进萍. 2014. 基于径向基函数响应面方法的超大跨悬索桥有限元模型修正. 铁道科学与工程学报, **11**: 1-9 (Yu Sheng, Zhou Linren, Ou Jinping. 2014. Finite element model updating of large suspension bridge based on radial basis function response surface. *Journal of Railway Science and Engineering*, **11**: 1-9).
- 杨智春, 王乐, 李斌, 刘江华. 2009. 结构动力学有限元模型修正的目标函数及算法. 应用力学学报, **26**: 288-296, 408 (Yang Zhichun, Wang Le, Li Bin, Liu J H. 2009. Objective functions and algorithms in structural dynamic finite element model updating. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, **26**: 288-296, 408).
- 袁昭旭, 于开平. 2017. 高温环境下结构动力学模型修正方法研究. 振动与冲击, **36**: 171-180 (Yuan Z X, Yu K P. 2017. Structural dynamic model updating under high temperature environment. *Journal of Vibration and Shock*, **36**: 171-180).
- 朱安文, 曲广吉, 高耀南, 魏震松. 2002. 结构动力模型修正技术的发展. 力学进展, **32**: 337-348 (Zhu A W, Qu G J, Gao Y N, Wei Z S. 2002. A survey of the modifying techniques of structure dynamic models. *Advances in Mechanics*, **32**: 337-348).
- 张保强, 陈国平, 郭勤涛. 2011. 结构动力学模型确认问题的核密度估计方法. 机械工程学报, **47**: 29-36, 43 (Zhang B Q, Chen G P, Guo Q T. 2011. Structural dynamic model validation problem solution using kernel density estimation method. *Journal of Vibration Engineering*, **47**: 29-36, 43).
- 张冬冬, 郭勤涛. 2013. Kriging 响应面代理模型在有限元模型确认中的应用. 振动与冲击, **32**: 187-191 (Zhang D D, Guo Q T. Application of Kriging response surface in finite element model validation. *Journal of Vibration and Shock*, **32**: 187-191).
- 张德文, 魏阜旋. 1999. 模型修正与破损诊断. 北京: 科学出版社 (Zhang D W, Wei F X. 1999. Model updating and damage detection. Beijing: Science Press).
- 张令弥. 2002. 计算仿真与模型确认及在结构环境与强度中的应用. 强度与环境, **29**: 42-47, 56 (Zhang L M. 2002. Computer simulation and model validation with application to strength and environment engineering. *Structure and Environment Engineering*, **29**: 42-47, 56).
- 张令弥, 何柏庆. 1995. 利用试验数据的结构动力学数学模型修正统一方法. 南京航空航天大学学报, **27**: 33-41 (Zhang L M, He B Q. 1995. Analytical models updating based on parameter correction using dynamic test data. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, **27**: 33-41).
- 朱跃. 2010. 基于分层思想的复杂机械结构模型修正及确认技术研究. [博士论文]. 南京: 南京航空航天大学 (Zhu Yue. 2010. Study on model updating and validation technology of complex mechanical structure based on hierarchical method. [PhD Thesis]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics).
- 宗周红, 牛杰, 王浩. 2012. 基于模型确认的结构概率损伤识别方法研究进展. 土木工程学报, **45**: 121-130 (Zong Z H, Niu J, Wang H. 2012. A review of structural damage identification methods based on the finite element model validation. *China Civil Engineering Journal*, **45**: 121-130).
- 宗周红, 任伟新. 2012. 桥梁有限元模型修正和模型确认. 北京: 人民交通出版社 (Zong Z H, Ren W X. 2012. Finite element model updating and model validation of bridge structures. Beijing: China Communications Press).
- Alvin K, Oberkampf W, Diegert K, et al. 1998. Uncertainty quantification in computational structural dynamics: a new paradigm for model validation//16th International Modal Analysis Conference, 1998,

- Santa Barbara, USA, 2: 1191-1198.
- Asgarieh E, Moaveni B, Barbosa A R, et al. 2017. Nonlinear model calibration of a shear wall building using time and frequency data features. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **85**: 236-251.
- Asgarieh E, Moaveni B, Stavridis A. 2014. Nonlinear finite element model updating of an infilled frame based on identified time-varying modal parameters during an earthquake. *Journal of Sound and Vibration*, **333**: 6057-6073.
- Astroza R, Nguyen L T, Nestorovic T. 2016. Finite element model updating using simulated annealing hybridized with unscented Kalman filter. *Computers and Structures*, **177**: 176-191.
- Atalla M J, Inman D J. 1998. On model updating using neural networks. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **12**: 135-161.
- Baruch M. 1982. Optimal correction of mass and stiffness matrices using measured modes. *AIAA Journal*, **20**: 1623-1626.
- Baruch M. 1978. Optimization procedure to correct stiffness and flexibility matrices using vibration tests. *AIAA Journal*, **16**: 1208-1210.
- Beardsley P, Hemez F M, Doebling S W. 1999. Updating nonlinear finite element models in the time domain//Office of Scientific & Technical Information Technical Reports, No. LA-UR-99-3227.
- Beck J L, Au S K. 2002. Bayesian updating of structural models and reliability using Markov chain Monte Carlo simulation. *Journal of Engineering Mechanics*, **128**: 380-391.
- Beck J L, Katafygiotis L S. 1998. Updating models and their uncertainties. I: Bayesian statistical framework. *Journal of Engineering Mechanics*, **124**: 455-461.
- Béliveau J G, Vigneron F R, Soucy Y, et al. 1986. Modal parameter estimation from base excitation. *Journal of Sound and Vibration*, **107**: 435-449.
- Berman A, Flannelly W G. 1971. Theory of Incomplete Models of Dynamic Structures. *AIAA Journal*, **9**: 1481-1487.
- Berman A, Nagy E J. 1983. Improvement of a large analytical model using test data. *AIAA Journal*, **21**: 1168-1173.
- Berman A. 1979. Mass matrix correction using an incomplete set of measured modes. *AIAA Journal*, **17**: 1147-1148.
- Berman A. 1984. System identification of structural dynamic models Theoretical and practical bounds//25th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 1984, Palm Springs, USA, 929.
- Box G E P, Wilson K B. 1992. On the experimental attainment of optimum conditions//Breakthroughs in Statistics. New York: Springer, 270-310.
- Brownjohn J M W, Dumanoglu A A, Severn R T. 1992. Ambient vibration survey of the fatih sultan mehmet (second Bosphorus) suspension bridge. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **21**: 907-924.
- Brughmans M, Hrycko G, Wyzykowski J. 1991. Application of FEM model correlation and updating techniques on an aircraft using test data of a ground vibration survey//9th International Modal Analysis Conference, 1991, Florence, Italy, Vol. 517.
- Brughmans M, Leuridan J, Blauwkamp K. 1993. The application of FEM-EMA correlation and validation techniques on a body-in-white//11th International Modal Analysis Conference, 1993, Orlando, USA, 646.
- Bussetta P, Shiki S B, da Silva S. 2017a. Nonlinear updating method: a review. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences & Engineering*, **39**: 4757-4767.

- Bussetta P, Shiki S B, da Silva S. 2017b. Updating of a nonlinear finite element model using discrete-time Volterra series. *Latin American Journal of Solids and Structures*, **14**: 1183-1199.
- Canbaloglu G, Özgüven H N. 2016. Model updating of nonlinear structures from measured FRFs. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **80**: 282-301.
- Carri A D, Di Maio D. 2016. Non linear Finite Element Model Validation of a Lap-Joint//Nonlinear Dynamics, Springer International Publishing, Vol. 1: 279-291.
- Carri A D, Weekes B, Di Maio D, et al. 2017. Extending modal testing technology for model validation of engineering structures with sparse nonlinearities: A first case study. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **84**: 97-115.
- Chakraborty S, Sen A. 2014. Adaptive response surface based efficient Finite Element Model Updating. *Finite Elements in Analysis and Design*, **80**: 33-40.
- Chen W, Baghdasaryan L, Buranathiti T, et al. 2004. Model Validation via Uncertainty Propagation and Data Transformations. *AIAA Journal*, **42**: 1406-1415.
- Chen Y, Yaghoubi V, Linderholt A, et al. 2016. Informative Data for Model Calibration of Locally Nonlinear Structures Based on Multiharmonic Frequency Responses. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, **11**: 051023.
- Cheung S H, Beck J L. 2009. Bayesian model updating using hybrid Monte Carlo simulation with application to structural dynamic models with many uncertain parameters. *Journal of Engineering Mechanics*, **135**: 243-255.
- Ching J, Chen Y C. 2007. Transitional Markov chain Monte Carlo method for Bayesian model updating, model class selection, and model averaging. *Journal of Engineering Mechanics*, **133**: 816-832.
- Collins J D, Hart G C, Haselman T, et al. 1974. Statistical identification of structures. *AIAA Journal*, **12**: 185-190.
- Cottin N, Felgenhauer H P, Natke H. 1984. On the parameter identification of elastomechanical systems using input and output residuals. *Ingenieur-Archiv*, **54**: 378-387.
- D'Ambrogio W, Fregolent A, Salvini P. 1993. Updatibility conditions of nonconservative FE models with noise on incomplete input-output data//1st International Conference on Structural Dynamics Modelling: Test, Analysis, Correlation. 29-38.
- Ebrahimian H, Astroza R, Conte J P, et al. 2017. Nonlinear finite element model updating for damage identification of civil structures using batch Bayesian estimation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **84**: 194-222.
- Erdogan Y S, Bakir P G. 2013. Inverse propagation of uncertainties in finite element model updating through use of fuzzy arithmetic. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **26**: 357-367.
- Ewins D J, Weekes B, D Carri A. 2015. Modal testing for model validation of structures with discrete nonlinearities. *Phil Trans R Soc A*, **373**: 20140410.
- Farrar C R, Worden K. 2012. Structural Health Monitoring: A Machine Learning Perspective. New York: John Wiley & Sons.
- Fox R L, Kapoor M P. 1969. Rates of change of eigenvalues and eigenvectors. *AIAA Journal*, **6**: 2426-2429.
- Frisswell M I. 1990. Candidate Reduced Order Models for Structural Parameter Estimation. *Journal of Vibration and Acoustics*, **112**: 93-97.
- Frisswell M, Mottershead J E. 1995. Finite Element Model Updating in Structural Dynamics. New York:

Springer Science & Business Media.

- Friswell M I, Mottershead J E, Ahmadian H. 2001. Finite-element model updating using experimental test data: Parametrization and regularization. *Philosophical Transactions Mathematical Physical & Engineering Sciences*, **359**:169-186.
- Fritzen C P, Zhu S. 1991. Updating of finite element models by means of measured information. *Computers and Structures*, **40**: 475-486.
- Fritzen C P. 1986. Identification of mass, damping, and stiffness matrices of mechanical systems. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, **108**: 9-16.
- Ghanem R G, Doostan A, Red-Horse J. 2008. A probabilistic construction of model validation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **197**: 2585-2595.
- Goge D. 2003. Automatic updating of large aircraft models using experimental data from ground vibration testing. *Aerospace Science and Technology*, **7**: 33-45.
- Gou B Y, Zhang W J, Lu Q H, et al. 2016. A successive selection method for finite element model updating. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **70**: 320-333.
- Grafe H. 1999. Model updating of large structural dynamics models using measured response functions. [PhD Thesis]. London: University of London.
- Guyan R J. 1965. Reduction of stiffness and mass matrices. *AIAA Journal*, **3**: 380-380.
- Hanson K M, Hemez F M. 2001. A framework for assessing confidence in computational predictions. *Experimental Techniques*, **25**: 50-55.
- Hasselmann T, Lloyd G. 2008. A top-down approach to calibration, validation, uncertainty quantification and predictive accuracy assessment. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **197**: 2596-2606.
- Hemez F M, Doebling S W. 2000a. Model Validation and Uncertainty Quantification//19th International Modal Analysis Conference, 2001, Kissimmee, USA.
- Hemez F M, Doebling S W. 2000b. Validation of structural dynamics models at Los Alamos National Laboratory//41th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit, 2000, Atlanta, USA, 1437.
- Hemez F M, Doebling S W. 2001. Review and assessment of model updating for non-linear, transient dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **15**: 45-74.
- Hills R G, Pilch M, Dowding K J, et al. 2008. Validation challenge workshop. *Computer Methods and Applied Mechanics and Engineering*, **197**: 2375-2380.
- Horta L G, Kenny S P, Crespo L G, et al. 2008. NASA Langley's approach to the Sandia's structural dynamics challenge problem. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **197**: 2607-2620.
- Housner G, Bergman L A, Caughey T K, et al. 1997. Structural control: past, present, and future. *Journal of Engineering Mechanics*, **123**: 897-971.
- Hu S L J, Li H, Wang S. 2007. Cross-model cross-mode method for model updating. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **21**: 1690-1703.
- Isasa I, Hot A, Cogan S, et al. 2011. Model updating of locally non-linear systems based on multi-harmonic extended constitutive relation error. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **25**: 2413-2425.
- Jafarkhani R, Masri S F. 2011. Finite Element Model Updating Using Evolutionary Strategy for Damage

- Detection. *Computer-Aided Civil Infrastructure Engineering*, **26**: 207-224.
- Jiang X M, Mahadevan S. 2011. Wavelet spectrum analysis approach to model validation of dynamic systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **25**: 575-590.
- Jin S S, Jung H J. 2016. Sequential surrogate modeling for efficient finite element model updating. *Computers & Structures*, **168**: 30-45.
- Kabe A M. 1985. Stiffness matrix adjustment using mode data. *AIAA Journal*, **23**: 1431-1436.
- Kerschen G, Golinval J C. 2004. A model updating strategy of non-linear vibrating structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **60**: 2147-2164.
- Kerschen G, Golinval J C. 2005. Generation of accurate finite element models of nonlinear systems—Application to an aeroplane-like structure. *Nonlinear Dynamics*, **39**: 129-142.
- Kerschen G, Worden K, Vakakis A F, et al. 2006. Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **20**: 505-592.
- Kurt M, Eriten M, Mcfarland D M, et al. 2015. Methodology for model updating of mechanical components with local nonlinearities. *Journal of Sound and Vibration*, **357**: 331-348.
- Kurt M, Moore K J, Eriten M, et al. 2016. Nonlinear Model Updating Methodology with Application to the IMAC XXXIII Round Robin Benchmark Problem//Nonlinear Dynamics, Springer International Publishing, 1: 343-347.
- Kwon K S, Lin R M. 2004. Frequency selection method for FRF-based model updating. *Journal of Sound and Vibration*, **278**: 285-306.
- Lenaerts V, Kerschen G, Golinval J C. 2001. Proper orthogonal decomposition for model updating of non-linear mechanical systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **15**: 31-43.
- Levin R I, Lieven N. 1998a. Dynamic finite element model updating using simulated annealing and genetic algorithms. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **12**: 91-120.
- Levin R I, Lieven N. 1998b. Dynamic finite element model updating using neural networks. *Journal of Sound and Vibration*, **210**: 593-607.
- Li Y, Astroza R, Conte J P, et al. 2017. Nonlinear FE model updating and reconstruction of the response of an instrumented seismic isolated bridge to the 2010 Maule Chile earthquake. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, **46**: 2699-2716.
- Lin R M, Ewins D. 1994. Analytical model improvement using frequency response functions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **8**: 437-458.
- Lin R M, Zhu J. 2007. Finite element model updating using vibration test data under base excitation. *Journal of Sound and Vibration*, **303**: 596-613.
- Link M, Friswell M. 2003. Working Group 1: Generation of validated structural dynamic models—results of a benchmark study utilising the garteur SM-AG19 test-bed. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **17**: 9-20.
- Liu Y, Duan Z D. 2012. Fuzzy finite element model updating of bridges by considering the uncertainty of the measured modal parameters. *Science China Technological Sciences*, **55**: 3109-3117.
- Martin P. 2000. Guide for ASCI verification and validation planescontent V and format: version 2.0. Sandia National Laboratories.
- Marwala T. 2010. Finite Element Model Updating Using Computational Intelligence Techniques: Applications to Structural Dynamics. New York: Springer Science & Business Media.

- Mcfarland J, Mahadevan S. 2008. Error and variability characterization in structural dynamics modeling. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **197**: 2621-2631.
- Meyer S, Link M. 2003. Modelling and updating of local non-linearities using frequency response residuals. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **17**: 219-226.
- Moaveni B, He X F, Conte J P, et al. 2010. Damage identification study of a seven-story full-scale building slice tested on the UCSD-NEES shake table. *Structural Safety*, **32**: 347-356.
- Moaveni B, Stavridis A, Lombaert G, et al. 2013. Finite-Element Model Updating for Assessment of Progressive Damage in a 3-Story Infilled RC Frame. *Journal of Structural Engineering*, **139**: 1665-1674.
- Mottershead J E, Link M, Friswell M I. 2011. The sensitivity method in finite element model updating: A tutorial. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **25**: 2275-2296.
- Mottershead J, Friswell M. 1993. Model updating in structural dynamics: a survey. *Journal of Sound and Vibration*, **167**: 347-375.
- Natke H. 1988. Updating computational models in the frequency domain based on measured data: a survey. *Probabilistic Engineering Mechanics*, **3**: 28-35.
- Nelson R B. 1976. Simplified calculation of eigenvector derivatives. *AIAA Journal*, **14**: 1201-1205.
- O'Callahan J C. 1989. A procedure for an improved reduced system (IRS) model//7th International Modal Analysis Conference, 1989, Las Vegas, USA, Vol. 1, 17-21.
- O'Callahan J, Avitabile P, Riemer R. 1989. System equivalent reduction expansion process (SEREP)//7th International Modal Analysis Conference, 1989, Schneckady, USA, Vol. 1, 29-37.
- Oberkampf W L, Roy C J. 2010. Verification and Validation in Scientific Computing. Cambridge: Cambridge University Press.
- Oden J T, Belytschko T, Babuska I, et al. 2003. Research directions in computational mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **192**: 913-922.
- Paez T L, Red-Horse J. 2008. Structural dynamics challenge problem: Summary. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **197**: 2660-2665.
- Papadimitriou C, Papadioti D C. 2013. Component mode synthesis techniques for finite element model updating. *Computers and Structures*, **126**: 15-28.
- Paz M. 1984. Dynamic condensation. *AIAA Journal*, **22**: 724-727.
- Perera R, Fang S E, Ruiz A. 2010. Application of particle swarm optimization and genetic algorithms to multiobjective damage identification inverse problems with modelling errors. *Meccanica*, **45**: 723-734.
- Rebba R, Mahadevan S, Zhang R. 2003. Validation of uncertainty propagation models//44th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Norfolk, USA, 1913.
- Rebba R, Mahadevan S. 2006. Model predictive capability assessment under uncertainty. *AIAA Journal*, **44**: 2376-2384.
- Red-Horse J, Paez T. 2008. Sandia national laboratories validation workshop: structural dynamics application. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **197**: 2578-2584.
- Ren W X, Chen H B. 2010. Finite element model updating in structural dynamics by using the response surface method. *Engineering Structures*, **32**: 2455-2465.
- Roy N A. 1990. A Survey of Finite Element Model Updating Methods//Environmental Testing for Space Programmes Test: Facilities and Methods, 1990, Noordwijk, Netherlands, Vol. 304, 333.

- Rutherford B M. 2008. Computational modeling issues and methods for the “regulatory problem” in engineering—Solutions to the structural dynamics and static frame problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **197**: 2632-2644.
- Schedlinski C. 2000. Computational model updating of large scale finite element models//18th International Modal Analysis Conference, 2000, San Antonio, USA, Vol. 4062, 476.
- Schmidt R. 1994. Updating nonlinear components. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **8**: 679-690.
- Schultze J F, Hemez F M, Doebling S W, et al. 2001. Application of non-linear system model updating using feature extraction and parameter effects analysis. *Shock and Vibration*, **8**: 325-337.
- Schwer L E. 2007. An overview of the PTC 60/V&V 10: Guide for verification and validation in computational solid mechanics. *Engineering with Computers*, **23**: 245-252.
- Schwer L E. 2009. Guide for verification and validation in computational solid mechanics. *ASME Journal*.
- Shabbir F, Omenzetter P. 2015. Particle swarm optimization with sequential niche technique for dynamic finite element model updating. *Computer-Aided Civil Infrastructure Engineering*, **30**: 359-375.
- Shahidi G, Pakzad S N. 2013. Response Surface Model Updating for Nonlinear Structures. New York: Springer.
- da Silva S, Cogan S, Foltête E, et al. 2009. Metrics for nonlinear model updating in structural dynamics. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, **31**: 27-34.
- Sipple J D, Sanayei M. 2014. Finite element model updating using frequency response functions and numerical sensitivities. *Structural Control and Health Monitoring*, **21**: 784-802.
- Smith M J, Hutton S G. 1992. Frequency modification using Newton’s method and inverse iteration eigenvector updating. *AIAA Journal*, **30**: 1886-1891.
- Song W, Dyke S, Harmon T. 2012. Application of nonlinear model updating for a reinforced concrete shear wall. *Journal of Engineering Mechanics*, **139**: 635-649.
- Song W, Dyke S. 2013a. Development of a cyber-physical experimental platform for real-time dynamic model updating. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **37**: 388-402.
- Song W, Dyke S. 2013b. Real-time dynamic model updating of a hysteretic structural system. *Journal of Structural Engineering*, **140**: 04013082.
- Sutter T R, Camarda C J, Walsh J L, et al. 1989. Comparison of several methods for calculating vibration mode shape derivatives. *AIAA Journal*, **26**: 1506-1511.
- Venture C, Brincker R, Dascotte E, et al. 2001. FEM updating of the heritage court building structure//19th International Modal Analysis Conference, 2001, Kissimmee, USA, Vol. 1, 324-330.
- Wang H, LI A Q, Miao C Q. 2005. Finite element model updating and validating of Runyang Suspension Bridge based on SHMS. *Journal of Southeast University (English Edition)*, **21**: 474-479.
- Wang X, Hill T L, Neild S A, et al. 2018. Model updating strategy for structures with localised nonlinearities using frequency response measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **100**: 940-961.
- Wang Z C, Xin Y, Ren W X. 2015. Nonlinear structural model updating based on instantaneous frequencies and amplitudes of the decomposed dynamic responses. *Engineering Structures*, **100**: 189-200.
- Wang Z C, Xin Y, Ren W X. 2016. Nonlinear structural joint model updating based on instantaneous characteristics of dynamic responses. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **76**: 476-496.
- Weng S, Xia Y, Xu Y L, et al. 2011. Substructure based approach to finite element model updating. *Computers and Structures*, **89**: 772-782.

- Worden K, Tomlinson G R. 2000. Nonlinearity in Structural Dynamics: Detection, Identification and Modelling. CRC Press.
- Xu Y L, Zhang X H, Zhan S, et al. 2011. Testbed for structural health monitoring of long-span suspension bridges. *Journal of Bridge Engineering*, **17**: 896-906.
- Yuan P P, Wang Z C, Ren W X, et al. 2016. Nonlinear joint model updating using static responses. *Advances in Mechanical Engineering*, **8**: 1-15.
- Yuan Z X, Yu K P. 2015. Finite element model updating of damped structures using vibration test data under base excitation. *Journal of Sound and Vibration*, **340**: 303-316.
- Zang C, Grafe H, Imregun M. 2001. Frequency-domain criteria for correlating and updating dynamic finite element models. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **15**: 139-155.
- Zang C, Schwingshackl C W, Ewins D J. 2008. Model validation for structural dynamic analysis: An approach to the Sandia Structural Dynamics Challenge. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **197**: 2645-2659.
- Zhou S, Song W. 2016. A Finite Element Model Updating Method Considering Environmental Impacts// Topics in Modal Analysis & Testing, Springer International Publishing, Vol. 10, 313-324.

(责任编辑: 丁 千)

## Recent progress on finite element model updating: From linearity to nonlinearity

ZHANG Hao<sup>1</sup>   LI Dongsheng<sup>2,†</sup>   LI Hongnan<sup>1</sup>

<sup>1</sup>School of Civil Engineering, State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering,  
Dalian University of Technology, Dalian 116024, China

<sup>2</sup>Guangdong Engineering Center for Structure Safety and Health Monitoring,  
Department of Civil and Environmental Engineering, Shantou University,  
Guangdong, 515063, China

**Abstract** Finite element (FE) analysis is extensively applied in practical engineering. However, FE model usually differs much from actual engineering structures due to modeling errors caused by meshing scales, boundary conditions, and material properties. Therefore an FE model has to be modified or updated by test data to make the FE model as close as possible to the real structure so that the updated model can be convincingly used for structural simulation, dynamic analysis, health monitoring or other engineering applications. Over the years, although FE model updating has been applied to many engineering applications successfully, the development of modern technology has put forward higher requirements on updated models, not only higher accuracy level but also higher confidence level. However, current methods are mostly confined to the linear structure hypothesis, which disagrees with the actual situations in many cases. Based on the background, this paper comprehensively reviews traditional FE model updating techniques with civil engineering structure as an example. Furthermore, influential model updating methods and their progress are surveyed and critically commented including recent progress of FE model validation. Especially, the evolution from linear to nonlinear FE model updating technology and essential research findings are summarized, then attractive perspectives are forecasted, and several promising issues are sketched out.

**Keywords** finite element model updating, finite element modelling, nonlinear finite element model updating, model validation, sensitivity

---

Received: 15 March 2018; accepted: 6 July 2018; online: 25 July 2018

† E-mail: lids@stu.edu.cn; dsli@dlut.edu.cn

Cite as: Zhang H, Li D S, Li H N. Recent progress on finite element model updating: From linearity to nonlinearity. *Advances in Mechanics*, 2019, 49: 201909

© 2019 *Advances in Mechanics*.



李东升, 博士, 汕头大学教授, 博士生导师. 先后于上海交通大学、大连理工大学和德国锡根大学获得学士、硕士和博士学位. 2006 年、2009 年、2014 年分别在意大利帕维亚大学、美国休斯顿大学、美国伊利诺伊大学芝加哥分校进行访问研究. 2002 年起在大连理工大学工作, 2018 年作为引进人才到汕头大学工作至今, 目前主要从事结构动力学和结构健康监测研究. 研究方向包括: 力学与结构动力学基本问题; 结构计算模型校验与验证; 结构健康监测理论与关键技术; 工程结构损伤识别方法与应用. 主持国家自然科学基金青年基金项目一项, 面上基金两项, 参加国家自然科学基金, 国家自然科学基金创新群体, 国家重点基础研究发展计划 (973 计划) 等多项科研课题. 在国内外学术期刊和国际会议上发表论文 50 余篇,

出版英文专著一部. *Advances in Civil Engineering* 等期刊编委, 高等学校博士学科点专项科研基金网络评审专家, 国家自然科学基金通讯评委.



李宏男, 博士, 大连理工大学教授, 博士生导师. 教育部“长江学者奖励计划”特聘教授, 国家杰出青年基金获得者, 国家级有突出贡献的中青年科技专家, 享受国务院政府特殊津贴, 国家自然科学基金委员会学科评议组成员, 国务院学位委员会学科评议组成员, 国家科技支撑计划重点项目总体技术专家组组长, 国家自然科学基金委员会创新研究群体负责人; 兼任美国土木工程师学会高等材料与结构委员会副主席, 国际智能基础设施健康监测学会理事, 国际结构控制与监测学会中国分会副主席, 中国土木工程学会和中国振动工程学会理事, 中国振动工程学会抗振控制分会和随机振动分会副理事长等 20 余个学术团体的常务理事、理事和委员.

担任国际期刊 *An International Journal, Structural Monitoring and Maintenance* 主编, 国际期刊 *ASCE, Journal of Aerospace Engineering, An International Journal, Smart Structures and Systems, International Journal of Distributed Sensor Networks* 客座主编, 《建筑结构学报》、《振动工程学报》等刊物编委. 主要从事工程结构的研究与教学工作, 在地震动理论、结构多维抗震设计理论及其应用、结构多维随机振动理论、大跨越输电塔体系的抗震计算理论、结构减震控制与健康监测等多个领域内的前沿课题上取得了一系列的研究成果. 主持国家基金重大计划重点项目、集成项目, 国家基础研究与发展计划 (973) 课题, 国家自然科学基金委员会重大国际合作项目, 国家科技支撑计划重点项目等 30 余项国家级课题. 发表 SCI 论文 230 余篇; 论文及著作被他人引用 8000 余次; 获国家专利 30 余项; 作为负责人获国家科技进步二等奖 2 项, 国家技术发明奖二等奖 1 项, 省部级科技进步一等奖 6 项.