功能梯度碳纳米管增强复合材料结构建模与分析研究进展

沈惠申 †

上海交通大学航天航空学院, 上海 200240

摘　要 功能梯度碳纳米管增强复合材料是一种新一代的先进复合材料. 在这种材料中, 碳纳米管作为增强体在空间位置上梯度排布. 功能梯度碳纳米管增强复合材料的力学行为已成为近年来材料科学与工程科学的研究热点. 本文对功能梯度碳纳米管增强复合材料结构的建模与分析的研究进展进行评述, 集中讨论功能梯度碳纳米管增强复合材料梁、板、壳在各种载荷条件下, 边界条件下和环境条件下的线性和非线性弯曲、屈曲和后屈曲、振动和动力响应. 文中所列成果可以看作是进一步研究的基石. 最后, 提出需要进一步研究的方向.

关键词 功能梯度材料, 碳纳米管增强复合材料, 弯曲, 屈曲, 振动

中图分类号: TB332　　**文献标识码**: A　　DOI: 10.6052/1000-0992-16-007

收稿日期: 2016-02-22; 录用日期:2016-04-21; 在线出版日期: 2016-05-05

† E-mail: hsshen@mail.sjtu.edu.cn

引用方式: 沈惠申. 功能梯度碳纳米管增强复合材料结构建模与分析研究进展. 力学进展, 2016, 46: 201611

Shen H S. Modeling and analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composite structures: A review. *Advances in Mechanics*, 2016, 46: 201611

1 引 言

1991 年日本电镜专家 Iijima (1991) 利用高分辨率电子显微镜从石墨棒放电所形成的阴极沉积物中发现碳纳米管 (carbon nanotube, CNT). 嗣后一系列的研究表明, 碳纳米管具有比传统碳纤维更为优越的力学、电学和热学性能 (Sun et al. 2005), 如单壁碳纳米管的弹性应变可达 5% (Qian et al. 2000), 当等效壁厚取 0.066 nm 时, 单壁碳纳米管的 Young's 模量可达 5.5TPa (Yakobson et al. 1996). 碳纳米管的纤维状结构、低密度、大的长径比以及超高弹性模量及热稳定性使其成为先进复合材料理想的增强体 (Lau & Hui 2001, Thostenson et al. 2001). 自然状态的碳纳米管成团状, 可以当作颗粒随机地撒在基体里制成复合材料. 研究表明, 加入少量碳纳米管就能显著改善复合材料的化学、力学和电学性能 (Spitalsky et al. 2010), 但此种碳纳米管颗粒增强复合材料的可设计性较差, 无法满足工程需求. 为了用碳纳米管取代碳纤维制备出高性能复合材料, 首先需要解决 2 个关键问题. 第一, 需要获得足够长的碳纳米管. Zhang 等 (2013) 成功制备出单根长度达到 550 mm 的碳纳米管, 在超长碳纳米管的制备方面获得突破. 第二, 需要解决碳纳米管在基体中的定向排列. Ajayan 等 (1994) 最早报道用碳纳米管作为增强体制备了定向排列的碳纳米管/聚合物复合材料. Haggenmueller 等 (2000) 利用熔融法成功制备出定向排列的单壁碳纳米管增强的聚合物复合材料. 定向排列的碳纳米管增强复合材料 (carbon nanotube-reinforced composite, CNTRC) 提高了可设计性, 在微纳米机电系统 (micro-electro-mechanical systems, MEMS 或 nano-electro-mechanical system, NEMS) 中有潜在的应用前景 (Ashrafi et al. 2006, Farahani et al. 2012).

碳纳米管增强复合材料与传统碳纤维增强复合材料最大的差别在于: 碳纤维增强复合材料的纤维体积含量可达 60% 以上, 而碳纳米管增强复合材料中碳纳米管的重量百分比只有 2%~5%. 这是因为碳纳米管与基体的结合较弱, 过高的碳纳米管含量反而使复合材料的力学性能劣化 (Meguid & Sun 2004).

当碳纳米管增强复合材料用作结构构件时, 如何在碳纳米管含量较低的条件下有效地提高结构的宏观力学性能成为关键. 把增强体人为地做成梯度排布将是一种合理的选项.

功能梯度复合材料本质上讲是一种非均匀复合材料. 有两类功能梯度复合材料. 一种是颗粒增强复合材料, 如金属 – 陶瓷功能梯度复合材料 (Birman & Byrd 2007, 沈惠申 2004). 另一种是纤维增强功能梯度复合材料 (Feldman & Aboudi 1997). 功能梯度复合材料的显著特点是, 在宏观尺度上增强体的体积含量在空间位置上是梯度排布的. 同时, 这种材料具有很好的可设计性, 因此能最大限度地发挥增强体的增强效果. 诚如 Liew 等 (2015) 所指出, Shen (2009a) 最早将功能梯度的概念用于碳纳米管增强复

合材料. 特别是当 Kwon 等 (2011) 在实验室中制备出真实的功能梯度碳纳米管增强复合材料后, 有关功能梯度碳纳米管增强复合材料梁、板、壳的力学行为的研究迅速升温, 势不可挡, 产出了一批新的研究成果.

本文将对功能梯度碳纳米管增强复合材料结构分析的研究进展进行评述, 主要涉及但不仅限于梁、板、壳和曲板的弯曲、屈曲和振动.

2 功能梯度碳纳米管增强复合材料的热物参数

和金属 – 陶瓷功能梯度复合材料结构分析相类似, 对功能梯度碳纳米管增强复合材料结构作分析时, 首先需要知道其等效热物参数 (如弹性模量、热胀系数等). 与传统的碳纤维不同, 碳纳米管的等效热物参数具有尺度效应, 或者说与碳纳米管的尺寸相关, 手性相关, 并且也与温度变化相关. 因此, 原先适用金属 – 陶瓷功能梯度复合材料的细观力学模型, 不论是 Voigt 模型也好, 还是 Mori-Tanaka 模型也好, 都必须进行修正.

2.1 广义混合律模型

为了在材料物性模型中计入小尺度效应及其他诸如界面效应, 应变梯度效应等的综合影响, 引进碳纳米管效能参数, 那么, 广义混合律可表示为 (Shen 2009a)

$$E_{11} = \eta_1 V_{\rm CN} E_{11}^{\rm CN} + V_{\rm m} E^{\rm m} \tag{1a}$$

$$\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{\rm CN}}{E_{22}^{\rm CN}} + \frac{V_{\rm m}}{E^{\rm m}} \tag{1b}$$

$$\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{\rm CN}}{G_{12}^{\rm CN}} + \frac{V_{\rm m}}{G^{\rm m}} \tag{1c}$$

其中, $E_{11}^{\rm CN}$, $E_{22}^{\rm CN}$ 和 $G_{12}^{\rm CN}$ 分别为碳纳米管的 Young's 模量和剪切模量, $E^{\rm m}$ 和 $G^{\rm m}$ 为基体的 Young's 模量和剪切模量. 下标 11 定义为沿碳纳米管的方向, 22 定义为垂直碳纳米管的方向. η_j $(j = 1, 2, 3)$ 为碳纳米管效能参数, 可通过匹配分子动力学计算得的 Young's 模量和剪切模量以及由广义混合律预测得到的 Young's 模量和剪切模量得到. 式 (1)∼ 式 (3) 中 $V_{\rm CN}$ 和 $V_{\rm m}$ 分别为碳纳米管和基体的体积率, 且满足 $V_{\rm CN} + V_{\rm m} = 1$.

对于金属 – 陶瓷功能梯度复合材料, 我们通常假定陶瓷材料 (或金属材料) 的体积率满足幂律变化 (Shen, 2009b), 但对于碳纳米管增强复合材料, 工程制备中只能做到线性梯度排布 (Kwon et al. 2011). 有 4 种梯度排布方式可供选择, 如**图 1**所示, 分别定义为 FG-V, FG-Λ, FG-X 和 FG-O, 那么, 碳纳米管的体积率可表示为

$$V_{\rm CN} = \left(1 - \frac{2Z}{h}\right) V_{\rm CN}^{*}, \qquad {\rm FG-V} \tag{2a}$$

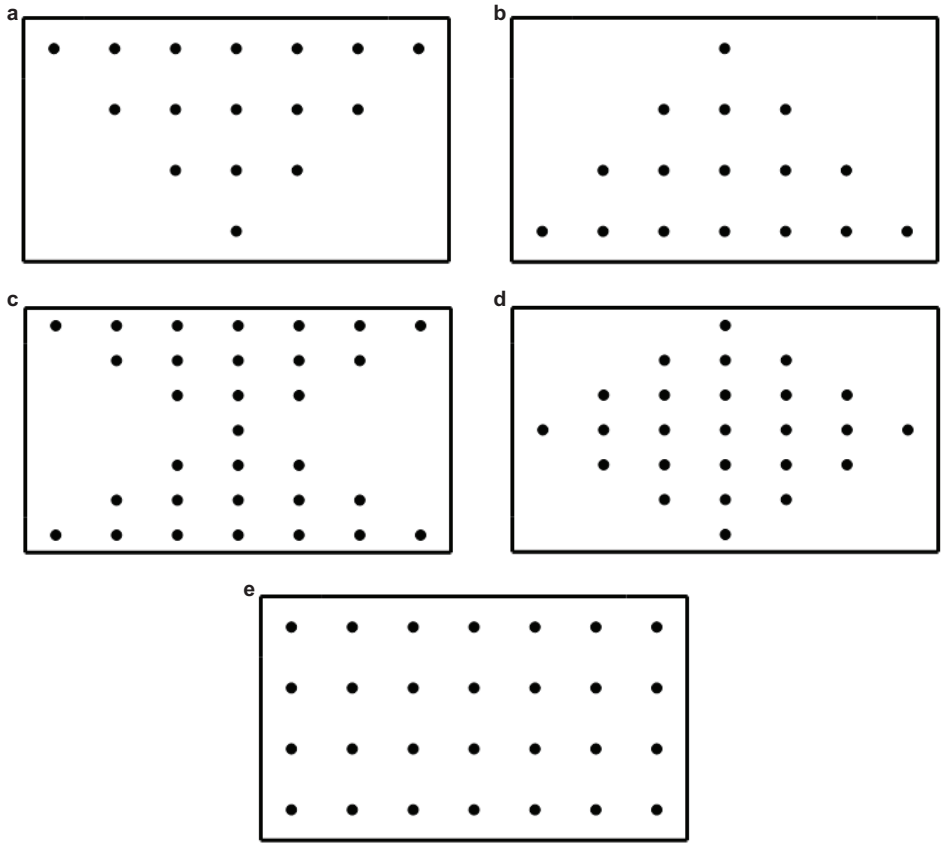

图 1

碳纳米管增强复合材料. (a) FG-V, (b) FG-Λ, (c) FG-X, (d) FG-O, (e) UD

$$V_{\mathrm{CN}} = \left(1 + \frac{2Z}{h}\right) V_{\mathrm{CN}}^{*}, \qquad \mathrm{FG}-\Lambda \tag{2b}$$

$$V_{\mathrm{CN}} = 4\left(\frac{|Z|}{h}\right) V_{\mathrm{CN}}^{*}, \qquad \mathrm{FG}-\mathrm{X} \tag{2c}$$

$$V_{\mathrm{CN}} = 2\left(1 - \frac{2|Z|}{h}\right) V_{\mathrm{CN}}^{*}, \qquad \mathrm{FG}-\mathrm{O} \tag{2d}$$

其中, h 为梁板壳的厚度, Z 为沿厚度方向的坐标, 且

$$V_{\mathrm{CN}}^{*} = \frac{w_{\mathrm{CN}}}{w_{\mathrm{CN}} + (\rho^{\mathrm{CN}}/\rho^{\mathrm{m}}) - (\rho^{\mathrm{CN}}/\rho^{\mathrm{m}})w_{\mathrm{CN}}} \tag{3}$$

式中, w_{CN} 为碳纳米管的质量率, ρ^{CN} 和 ρ^{m} 分别为碳纳米管和基体的质量密度. 对于碳纳米管均匀排布 (UD) 情况, $V_{\mathrm{CN}} = V_{\mathrm{CN}}^{*}$, 因此, 梯度排布和均匀排布的碳纳米管增强复合材料具有相同的碳纳米管质量率. 碳纳米管增强复合材料的质量密度可定义为

$$\rho = V_{\mathrm{CN}}\rho^{\mathrm{CN}} + V_{\mathrm{m}}\rho^{\mathrm{m}} \tag{4}$$

碳纳米管增强复合材料的热胀系数可表示为

$$\alpha_{11}=\frac{V_{\mathrm{CN}}E_{11}^{\mathrm{CN}}\alpha_{11}^{\mathrm{CN}}+V_{\mathrm{m}}E^{\mathrm{m}}\alpha^{\mathrm{m}}}{V_{\mathrm{CN}}E_{11}^{\mathrm{CN}}+V_{\mathrm{m}}E^{\mathrm{m}}} \tag{5a}$$

$$\alpha_{22}=(1+\nu_{12}^{\mathrm{CN}})V_{\mathrm{CN}}\alpha_{22}^{\mathrm{CN}}+(1+\nu^{\mathrm{m}})V_{\mathrm{m}}\alpha^{\mathrm{m}}-\nu_{12}\alpha_{11} \tag{5b}$$

其中, $\alpha_{11}^{\mathrm{CN}}$, $\alpha_{22}^{\mathrm{CN}}$ 和 α^{m} 分别为碳纳米管和基体的热胀系数, ν_{12}^{CN} 和 ν^{m} 为碳纳米管和基体的 Poisson 比. 由于碳纳米管和基体的弹性模量和热胀系数都是温度变化的函数, 因此, 功能梯度碳纳米管增强复合材料的热物参数既是位置坐标的函数也是温度变化的函数. 通常 Poisson 比随温度升高变化不大, 因此, 碳纳米管增强复合材料的 Poisson 比可定义为

$$\nu_{12}=V_{\mathrm{CN}}^{*}\nu_{12}^{\mathrm{CN}}+V_{\mathrm{m}}\nu^{\mathrm{m}} \tag{6}$$

2.2 Eshelby-Mori-Tanaka 模型

另一种是将细观力学的 Mori-Tanaka 模型进行推广, 用于估算碳纳米管颗粒增强复合材料的物性参数 (Shi et al. 2004). 此时, 等效体积模量 K、切剪模量 G 定义为

$$K_{\mathrm{f}}=K_{\mathrm{m}}+\frac{V_{\mathrm{f}}(\delta_{\mathrm{f}}-3K_{\mathrm{m}}\alpha_{\mathrm{f}})}{3(V_{\mathrm{m}}-V_{\mathrm{f}}\alpha_{\mathrm{f}})} \tag{7a}$$

$$G_{\mathrm{f}}=G_{\mathrm{m}}+\frac{V_{\mathrm{f}}(\eta_{\mathrm{f}}-2G_{\mathrm{m}}\beta_{\mathrm{f}})}{3(V_{\mathrm{m}}-V_{\mathrm{f}}\beta_{\mathrm{f}})} \tag{7b}$$

式 (7) 中 V_{f} 为颗粒的体积率, V_{m} 为基体的体积率, 同样满足 $V_{\mathrm{f}}+V_{\mathrm{m}}=1$, 且

$$\alpha_{\mathrm{f}}=\frac{3(K_{\mathrm{m}}+G_{\mathrm{m}})+k_{\mathrm{r}}-l_{\mathrm{r}}}{3(G_{\mathrm{m}}+k_{\mathrm{r}})} \tag{8a}$$

$$\beta_{\mathrm{f}}=\frac{1}{5}\left\{\frac{4G_{\mathrm{m}}+2k_{\mathrm{r}}+l_{\mathrm{r}}}{3(G_{\mathrm{m}}+k_{\mathrm{r}})}+\frac{4G_{\mathrm{m}}}{G_{\mathrm{m}}+p_{\mathrm{r}}}+\frac{2[G_{\mathrm{m}}(3K_{\mathrm{m}}+G_{\mathrm{m}})+G_{\mathrm{m}}(3K_{\mathrm{m}}+7G_{\mathrm{m}})]}{G_{\mathrm{m}}(3K_{\mathrm{m}}+G_{\mathrm{m}})+m_{\mathrm{r}}(3K_{\mathrm{m}}+7G_{\mathrm{m}})}\right\} \tag{8b}$$

$$\delta_{\mathrm{f}}=\frac{1}{3}\left[n_{\mathrm{r}}+2l_{\mathrm{r}}+\frac{(2k_{\mathrm{r}}+l_{\mathrm{r}})(3K_{\mathrm{m}}+2G_{\mathrm{m}}-l_{\mathrm{r}})}{G_{\mathrm{m}}+k_{\mathrm{r}}}\right] \tag{8c}$$

$$\eta_{\mathrm{f}}=\frac{1}{5}\left[\frac{2}{3}(n_{\mathrm{r}}-l_{\mathrm{r}})+\frac{8G_{\mathrm{m}}p_{\mathrm{r}}}{G_{\mathrm{m}}+p_{\mathrm{r}}}+\frac{8m_{\mathrm{r}}G_{\mathrm{m}}(3K_{\mathrm{m}}+4G_{\mathrm{m}})}{3K_{\mathrm{m}}(m_{\mathrm{r}}+G_{\mathrm{m}})+G_{\mathrm{m}}(7m_{\mathrm{r}}+G_{\mathrm{m}})}+\frac{2(k_{\mathrm{r}}-l_{\mathrm{r}})(2G_{\mathrm{m}}+l_{\mathrm{r}})}{3(G_{\mathrm{m}}+k_{\mathrm{r}})}\right] \tag{8d}$$

式 (8) 中, $k_{\mathrm{r}},l_{\mathrm{r}},m_{\mathrm{r}},n_{\mathrm{r}}$ 和 p_{r} 为 Hill 弹性模量, 对于单壁碳纳米管可取 $k_{\mathrm{r}}=30\,\mathrm{GPa}$, $l_{\mathrm{r}}=10\,\mathrm{GPa}$, $m_{\mathrm{r}}=p_{\mathrm{r}}=1\,\mathrm{GPa}$, $n_{\mathrm{r}}=450\,\mathrm{GPa}$ (Popov et al. 2000). 那么, 碳纳米管增强复合材料的等效 Young's 模量和 Poisson 比可写成

$$E_{\mathrm{f}}=\frac{9K_{\mathrm{f}}G_{\mathrm{f}}}{3K_{\mathrm{f}}+G_{\mathrm{f}}} \tag{9a}$$

$$\nu_{\mathrm{f}} = \frac{3K_{\mathrm{f}} - 2G_{\mathrm{f}}}{2(3K_{\mathrm{f}} + G_{\mathrm{f}})} \tag{9b}$$

式 (9) 和细观力学的 Mori-Tanaka 模型形式上完全一样. 诚如 Shi 等 (2004) 所指出, 由式 (9a) 预估的 Young's 模量要比实验测得的值高许多. 需要指出, Eshelby-Mori-Tanaka 模型仅适用于将碳纳米管视作颗粒状, 且在基体中随机分布的情况, 不能用于碳纳米管定向排列和梯度排布的情况. 换句话说, 我们不能一方面假定碳纳米管颗粒增强, 采用 Eshelby-Mori-Tanaka 模型, 另一方面又假定碳纳米管定向排列和梯度排布. 否则将会造成概念和理论上的混乱 (Aragh et al. 2012, Aragh et al. 2013, Hedayati & Aragh 2013, Kamarian et al. 2013, Lei et al. 2013a, Lei et al. 2013d, Malekzadeh & Dehbozorgi 2016, Malekzadeh et al. 2015, Mehrabadi & Aragh 2014, Mehrabadi et al. 2013, Rashidifar & Ahmadi 2015, Thomas et al. 2014, Zhang & Liew 2015, Zhang et al. 2014a, Zhang et al. 2015g). 另一种企图是仿照金属 – 陶瓷功能梯度复合材料的做法, 将碳纳米管颗粒增强复合材料的体积率假定成单参数的幂律变化 (Moradi-Dastjerdi et al. 2013c), 或多参数的幂律变化 (Pourasghar et al. 2013, Tornabene et al. 2016). 很可惜, 迄今为至, 这种梯度分布在实验室中尚无法实现.

3 功能梯度碳纳米管增强复合材料梁板壳的线性和非线性分析

任何一种新型复合材料在工程上的应用都要通过制成结构构件来实现. 梁、板、壳作为基本的结构构件, 其在环境载荷和外载荷作用下的力学响应, 如挠度、屈曲载荷和自振频率, 是研究者首先予以关注的.

3.1 板

功能梯度碳纳米管增强复合材料结构最早的研究成果始于板. Shen (2009a) 基于 Reddy 高阶剪切变形板理论 (Reddy 1984) 和广义 Kármán 型大挠度方程 (Shen 1997), 采用二次摄动法 (沈惠申 2012b) 求解了功能梯度碳纳米管增强复合材料板在横向均布载荷或正弦分布载荷作用下的非线性弯曲. 分析中同时考虑了环境温度场的影响和材料热物参数与温度变化的相关性. Reddy 高阶剪切变形理论是一种相对比较简单的高阶剪切变形板理论. 和一阶剪切变形理论相当, Reddy 高阶剪切变形理论的独立的未知数只有 5 个 (3 个位移 $\bar{U}$, $\bar{V}$, $\bar{W}$ 和 2 个转角 $\bar{\Psi}_x$, $\bar{\Psi}_y$), 和一阶剪切变形理论不同, Reddy 高阶剪切变形理论不再需要引进剪切因子. 追随 von Kármán 的做法, 引进应力函数 $\bar{F}$, 消去面内位移 $\bar{U}$ 和 $\bar{V}$, 导出的广义 Kármán 型大挠度方程特别适合对板壳结构混合边值问题描述. Shen (2009a) 给出了功能梯度碳纳米管增强复合材料板的物理模型和数学模型, 给出了第一套聚间亚苯亚乙烯 (PmPV)/CNT 复合材料的热物参数, 并通过与分子动力学模拟结果 (Han & Elliott 2007) 的对比给出碳纳米管效能参数, 奠

定了功能梯度碳纳米管增强复合材料板的非线性分析基础.

Bakhti 等 (2013) 和 Tounsi 等 (2012) 讨论过功能梯度碳纳米管增强复合材料板在横向均布载荷作用下的非线性柱面弯曲. Tounsi 等 (2012) 采用的是经典板理论, Bakhti 等 (2013) 采用的是修正的剪切变形板理论. Heydari 等 (2015) 基于 Mindlin 一阶剪切变形板理论, 采用广义微分求积法 (GDQM) 求解了置于有限弹性基础上功能梯度碳纳米管增强复合材料板在横向均布载荷作用下的非线性弯曲. Heydari 等 (2015) 讨论了 3 种梯度排布, 即 FG-Λ, FG-X 和 FG-O. 如预料的那样 FG-O 的增强效果在三者之间是最弱的. 众所周知, 一阶切剪变形板理论的计算结果对剪切因子的取值有强烈的依赖性, 然而, Heydari 等 (2015) 没有给出剪切因子取值的任何信息. Lei 等 (2013a) 和 Zhang 等 (2015g) 基于一阶剪切变形板理论, 采用无单元 Ritz 法求解了 FG-V, FG-X 和 FG-O 功能梯度碳纳米管增强复合材料板在横向均布载荷作用下的非线性弯曲. Zhang 等 (2015g) 考虑了 Pasternak 弹性基础的影响. 但是在 Lei 等 (2013a) 和 Zhang 等 (2015g) 的论文中材料物性参数都采用了 Eshelby-Mori-Tanaka 模型.

Shen 和 Zhang (2010)、Shen 和 Zhu (2010) 最早给出功能梯度碳纳米管增强复合材料板在面内非均匀温度场和面内压缩载荷作用下的热后屈曲和压缩后屈曲分析. 导出的控制方程与非对称正交铺设层合板的方程在形式上完全一致. 和金属 – 陶瓷功能梯度复合材料板相同, 由于存在拉 – 弯耦合效应, 对于四边简支功能梯度碳纳米管增强复合材料板在均匀温度场或面内压缩载荷作用下, 不存在经典意义下的分支点载荷, 除非热载荷或机械载荷作用在板的物理中面上而非几何中面上. 这种条件在实验室中都很难实现, 更不用说在工程中了. Shen 和 Zhang (2010)、Shen 和 Zhu (2010) 讨论了 FG-X 功能梯度碳纳米管增强复合材料板的情况, 此时, 板具有对称中面, 因而, 不存在拉 – 弯耦合效应. Shen 和 Zhang (2010) 还给出了第二套聚甲基丙烯酸甲酯 (PMMA)/CNT 复合材料的热物参数, 并通过与分子动力学模拟结果 (Griebel et al. 2004, Han & Elliott 2007) 的对比给出碳纳米管效能参数. Shen 和 Zhang (2010) 的研究结果表明, 具有中等程度 CNT 组份的功能梯度碳纳米管增强复合材料板不再一定具有中等程度的热屈曲温度和热后屈曲强度. Shen 和 Zhang (2010)、Shen 和 Zhu (2010) 的研究结果表明, FG-X 梯度排布能显著提高板的热屈曲温度和压缩屈曲载荷.

Mehrabadi 等 (2012) 基于一阶剪切变形板理论, 计算过 FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料板在面内单向和双向压缩载荷作用下的屈曲载荷. 对于面内单向压缩的情况, 材料物性参数采用广义混合律模型, 而对于面内双向压缩的情况, 材料物性参数采用 Eshelby-Mori-Tanaka 模型. 仿照各向同性板, Mehrabadi 等 (2012) 取剪切因子 $\kappa = 5/6$. 然而, 对于复合材料, 特别是对于功能梯度复合材料, 剪切因子不是一个常数. Lei 等 (2013a, 2013b, 2013c)、Lei 等 (2015c, 2015d)、Zhang 等 (2015a)、Zhang 等 (2015b, 2015c, 2015d, 2015e, 2015f, 2015g)、Zhang 等 (2016a)、Zhang 等 (2016e) 及 Zhu 等 (2012)

将剪切因子取为

$$\kappa = \frac{5}{6 - (V_1\nu_1 + V_2\nu_2)} \tag{10}$$

其中下标 1 和 2 分别对应增强体和基体. 式 (10) 由 Efraim 和 Eisenberger (2007) 在求解金属 – 陶瓷功能梯度复合材料圆环板自由振动时引入, 考虑了功能梯度复合材料 Poisson 比在厚度方向的梯度变化. 这显然比取剪切因子为一个常数要前进一步. 事实上, 剪切因子并不仅与 Poisson 比相关那么简单. 诚如 Chatterjee 和 Kulkarni (1979) 所指出, 对于复合材料层合板, 剪切因子和每一层板的性能参数、铺层方式、几何和边界条件、以及其他因素有关. 大多数研究者之所以取剪切因子 $\kappa = 5/6$ 或 $\pi^2/12$ 是为了图计算简单. 但是在计算能力快速提高的今天, 计算繁简不再是问题, 而剪切因子取值的不确定性才会带来风险. 此外, Zhang 等 (2014b) 建议通过比照一阶剪切变形理论计算得到的剪应变和三维弹性理论计算得到的剪应变来确定剪切因子, 理论上合理, 但需要对不同的算例进行各别处理. 因此, 当涉及纳观 – 微观 – 宏观多尺度分析时, 避免采用一阶剪切变形理论应该是明智之举. Zhang 等 (2015b) 中采用无单元 Ritz 法, 计算过置于 Winkler 弹性基础上 FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料板在面内单向和双向压缩载荷作用下的屈曲载荷. 讨论过 CCCC, SSSS, CSCS 和 SFSF 等多种边界条件的情况, 其中 C 对应固支, S 对应简支, F 对应自由边界. Zhang 和 Liew (2016) 及 Zhang 等 (2016a, 2016b) 进一步采用无单元 Ritz 法求解了置于 Pasternak 弹性基础上的或有柱支承的或边界为弹性约束的 FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料板的非线性弯曲和在面内单向压缩载荷作用下的后屈曲.

Wang 和 Shen (2011) 最早给出置于 Pasternak 弹性基础上功能梯度碳纳米管增强复合材料板在环境温度场中的非线性自由振动分析. Wang 和 Shen (2011) 采用的位形函数 (包括挠度和转角) 在空间域是多模态的, 只不过在求解过程中将位形函数表达式中的诸多系数用其挠曲函数首项的系数来表示, 因此, 在时间域只需要求解一个方程. 这与多元方程组经过消元迭代, 最后化为一个方程的道理是一样的. Wang 和 Shen (2011) 讨论了 FG-V, FG-Λ 和 FG-X 3 种梯度排布形式. 分析中同时考虑了环境温度场的影响和材料热物参数与温度变化的相关性.

Zhu 等 (2012) 和 Lei 等 (2013c) 基于一阶剪切变形板理论, 计算过 FG-V, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料板的自振频率. 而后, 该工作又被推广到置于 Winkler 弹性基础上或边界为弹性约束的碳纳米管增强复合材料板的情况 (Zhang et al. 2015a, Zhang et al. 2015c). Lei 等 (2015c) 和 Zhang 等 (2016e) 则进一步推广到求解 FG-V, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料板在法向瞬时动载荷作用下的动力响应. Zhu 等 (2012) 的分析采用有限单元法, 而 Lei 等 (2013c, 2015c) 和 Zhang 等 (2015a, 2015c, 2016e) 的分析中则采用无单元 Ritz 法. 基于 Reddy 高阶剪切变形板理论, Zhang 等

(2015g) 进一步采用状态空间法计算了 Levy 板 (即两对边简支, 另两对边简支、固支或自由) 在有面内机械载荷作用的情况下的自振频率. Mehar 和 Panda (2016)、Mehar 等 (2016) 基于高阶剪切变形板理论, 用有限元法分别计算过 FG-V, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料板的线性和非线性自振频率. Mehar 和 Panda (2016) 采用 Green-Lagrange 应变 – 位移关系代替 von Kármán 应变 – 位移关系, 而 Mehar 等 (2016) 则讨论过 SSSS, CCCC 和 CSCS 3 种边界条件. Mehar 和 Panda (2016)、Mehar 等 (2016) 的分析中都计及材料物性参数的温度相关性. Shahrbabaki 和 Alibeigloo (2014)、Nami 和 Janghorban (2015)、Alibeigloo 和 Emtehani (2015) 基于三维弹性力学, 分别采用 Ritz 法或微分求积法计算过碳纳米管增强复合材料板的自振频率和线性弯曲. Shahrbabaki 和 Alibeigloo (2014) 讨论了 FG-Λ 板, 边界条件取为 CCCC, SSSS 和 SFSF. Nami 和 Janghorban (2015) 讨论了 FG-X 和 FG-O 板, 而 Alibeigloo 和 Emtehani (2015) 则讨论了 FG-V, FG-X 和 FG-O 板. Alibeigloo 和 Emtehani (2015)、Nami 和 Janghorban (2015) 的论文中边界条件皆取为 CCCC, SSSS 和 CSCS. Wu 和 Li (2016a) 基于三维弹性力学, 采用有限条法计算过 FG-V, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料 Levy 板的自振频率. 此外, Wattanasakulpong 和 Chaikittiratana (2015) 基于高阶剪切变形板理论, 采用 Fourier 级数法计算过 FG-V, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料板在横向均布载荷或正弦分布载荷作用下的小挠度弯曲, 线性自振频率以及 FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料板在面内单向和双向压缩载荷作用下的屈曲载荷. 在 Reddy 高阶剪切变形理论框架下, Phung-Van 等 (2015) 采用基于非均匀 B 样条的等几何有限元计算过 FG-V, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料板在横向均布载荷作用下小挠度弯曲, 线性自振频率以及在多种动载荷作用下的瞬态响应.

Ansari 等 (2015) 基于一阶剪切变形板理论, 采用广义微分求积法计算过 FG-Λ, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料板在谐载荷作用下的受迫振动. Malekzadeh 等 (2015) 基于一阶剪切变形板理论, 采用有限单元法计算过碳纳米管增强复合材料板在移动载荷作用下的受迫振动, 计算中材料物性参数采用了 Eshelby-Mori-Tanaka 模型. 事实上, 早在 2012 年 Wang 和 Shen (2012a) 就给出了置于 Pasternak 弹性基础上功能梯度碳纳米管增强复合材料单层板和面板为功能梯度碳纳米管增强复合材料的三夹板在法向瞬时动载荷作用下的非线性受迫振动分析. 在 Reddy 高阶剪切变形理论框架下, Wang 和 Shen (2012a) 采用二次摄动法导出 Duffing 型方程, 并给出问题的解. Wang 等 (2014) 将该工作进一步推广到功能梯度碳纳米管增强复合材料单层板和面板为功能梯度碳纳米管增强复合材料的三夹板受法向低速冲击载荷作用的情况. Wang 和 Shen (2012b)、Shen 和 Zhu (2012) 分别讨论过置于 Pasternak 弹性基础上面板为功能梯度碳纳米管增强复合材料的三夹板的非线性振动和在横向均布载荷作用下的非线性弯曲, 以及在面内单向压缩载荷作用下的后屈曲. Shen 和 Zhu (2012)、Wang 和 Shen

(2012a, 2012b) 和 Wang 等 (2014) 的模型中上面板为 FG-V, 下面板为 FG-Λ, 中间夹芯层为各向同性材料. 分析中同时考虑了环境温度场的影响和材料热物参数与温度变化的相关性. 采用 Shen 和 Zhu (2012)、Wang 和 Shen (2012a, 2012b)、Wang 等 (2014) 的三夹板模型, Natarajan 等 (2014) 基于高阶剪切变形理论的有限元方法计算了以面板为功能梯度碳纳米管增强复合材料的三夹板的线性自振频率和在横向正弦分布载荷作用下的小挠度弯曲. Sankar 等 (2014) 将该工作进一步推广到面板为功能梯度碳纳米管增强复合材料的三夹板受空气动压力的情况. Wu 和 Li (2016b) 基于三维弹性力学, 采用双 Fourier 级数和状态空间法, 求解了面板为压电层, 夹芯层为 FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料的三夹板在面内双向压缩和电场作用下的线性屈曲载荷及线性自振频率. 另外, Fazelzadeh 等 (2015) 和 Song 等 (2016a) 分别研究过碳纳米管增强复合材料薄板和剪切板在超音速流下的动力稳定性. Zhu 等 (2013) 基于一阶剪切变形板理论, 采用混响射线矩阵法对半无限长 FG-V, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料板的导波频散特性进行了讨论.

Alibeigloo 等 (2013a, 2014a, 2013) 基于三维弹性力学, 采用 Fourier 级数和状态空间法, 求解了上下表面粘贴压电层的功能梯度碳纳米管增强复合材料板在机、电、热载荷作用下的线性弯曲. Alibeigloo (2014a) 和 Alibeigloo 等 (2013) 考虑了热传导引起的非均匀温度场的影响, 分析中采用了预测碳纳米管颗粒增强复合材料热传导系数的 Nan 模型 (Nan et al. 2003). 然而, 诚如 Bagchi 和 Nomura (2006) 所指出, 碳纳米管增强复合材料的热传导系数与碳纳米管的尺寸相关, Nan 模型给出偏高的等效热传导系数. Wu 和 Chang (2014)、Wu 和 Lin (2015) 采用基于一阶剪切变形理论的有限元计算过上下表面粘贴压电层的 FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料板在面内双向压缩作用下的屈曲载荷和在电载荷作用下的动力响应. Rafiee 等 (2014) 基于一阶剪切变形板理论, 采用 Galerkin 法讨论了上下表面粘贴压电层的 FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料板在谐载荷作用下的动力稳定性, 分析中同时考虑了板的初始几何缺陷和热环境以及电场对板动力稳定性的影响. 此外, Zhang 等 (2016c) 和 Song 等 (2016b) 分别讨论了上下表面粘贴离散压电块的 FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料板的主动控制问题, 包括形状控制和振动控制.

Lei 等 (2015a, 2016a) 分别讨论了由功能梯度碳纳米管增强复合材料单层板构成的层合板的小挠度弯曲和线性振动. 每个单层可取 FG-V, FG-X 和 FG-O 不同的梯度排布, 讨论了铺层数和 CNT 铺设角对层合板小挠度弯曲和自振频率的影响. 基于三维弹性力学, Malekzadeh 和 Heydarpour (2015) 讨论过类似的问题, 其中每个单层取 FG-V, FG-Λ 和 FG-X 不同的梯度排布. Fan 和 Wang (2016a, 2016b) 则给出了置于 Pasternak 弹性基础上, 含功能梯度碳纳米管增强复合材料层的层合板的非线性弯曲, 压缩后屈曲, 非线性自由振动和受迫振动分析, 分析中考虑了基体微观裂纹引起的刚度削减和

对层合板的非线性弯曲, 非线性振动和后屈曲行为的影响.

基于一阶剪切变形板理论, Lei 等 (2015d) 和 Zhang 等 (2015d, 2015e) 采用无单元 Ritz 法分别计算了功能梯度碳纳米管增强复合材料斜板的屈曲载荷和自振频率. 而后, Zhang 和 Liew (2015) 又将该工作推广到置于 Pasternak 弹性基础上的 FG-V, FG-X 和 FG-O 功能梯度碳纳米管增强复合材料斜板的大挠度弯曲. 此外, Zhang 等 (2015f) 采用类似的方法处理过功能梯度碳纳米管增强复合材料三角形板的线性自由振动. García-Macías 等 (2016)、Malekzadeh 和 Dehbozorgi (2016) 分别用有限元法计算过功能梯度碳纳米管增强复合材料斜板的自振频率和在法向低速冲击载荷作用下的动力响应. 但是 García-Macía 等 (2016)、Malekzadeh 和 Dehbozorgi (2016) 的论文中材料物性参数采用了 Eshelby-Mori-Tanaka 模型. 作为更一般的情况, Lei 等 (2016b) 基于一阶剪切变形板理论, 采用无单元 Ritz 法计算过置于 Pasternak 弹性基础上的功能梯度碳纳米管增强复合材料异形板的自振频率. Ansari 等 (2016b) 基于一阶剪切变形板理论, 采用微分求积法计算过热环境中功能梯度碳纳米管增强复合材料异形板的自振频率. Ansari 等 (2016b) 考虑了均匀和沿板厚方向线性分布的非均匀温度场, 但不考虑热传导. Malekzadeh 和 Shojaee (2013) 基于一阶剪切变形板理论, 采用微分求积法计算过由功能梯度碳纳米管增强复合材料单层板构成的异形层合板的屈曲载荷. Malekzadeh 和 Shojaee (2013) 的模型中每个单层可取 FG-V, FG-X 和 FG-O 不同的梯度排布. 需要特别指出, 仅管层合板的铺层角 θ 设计成对称的, 如 $(\theta/-\theta/-\theta/\theta)$, 但当所有单层都取 FG-V 梯度排布时, 几何上仍不是对称的, 除非中面以上的单层用 FG-V, 中面以下的单层用 FG-Λ. 因此, Malekzadeh 和 Shojaee (2013) 的文章中对应四边简支边界条件, 单层为 FG-V 的层合板的结果是有问题的.

3.2 梁

Ke 等 (2010, 2013) 最早基于 Timoshenko 梁理论和 von Kármán 位移 – 应变关系, 采用 Ritz 法求解了 FG-Λ 和 FG-X 功能梯度碳纳米管增强复合材料梁的非线性振动和动力稳定性. 而后, 又将这一工作推广到含初始几何缺陷的 FG-X 和 FG-O 梁的情况 (Wu et al. 2016). Ke 等 (2010, 2013) 的研究结果表明, FG-X 梁的线性和非线性自振频率以及激励频率都高于 CNT 均布 (UD) 或 FG-Λ 梯度排布的情况. Wu 等 (2016) 的研究结果表明, 具有中等程度 CNT 组份的 FG-X 和 FG-O 梁具有中等程度的线性自振频率, 但不再一定具有中等程度的非线性自振频率比. Shen 和 Xiang (2013a) 基于高阶剪切变形梁理论 (Levinson 1981, Reddy 2003) 和广义 Kármán 型大挠度方程, 采用二次摄动法求解了置于 Pasternak 弹性基础上的 FG-Λ 和 FG-X 功能梯度碳纳米管增强复合材料梁的非线性弯曲, 非线性振动和热后屈曲. Shen 和 Xiang (2013a) 的研究结果表明, 具有中等程度 CNT 组份的功能梯度碳纳米管增强复合材料梁不再一定具

有中等程度的非线性自振频率比, 热屈曲温度和热后屈曲强度. 两端简支的 FG-Λ 功能梯度碳纳米管增强复合材料梁不存在临界温度, 其热后屈曲平衡路径也不再是分支型的. Lin 和 Xiang (2014a, 2014b) 基于一阶剪切变形梁理论和高阶剪切变形梁理论, 采用 Ritz 法分别计算过功能梯度碳纳米管增强复合材料梁的线性和非线性振动. Lin 和 Xiang (2014a) 讨论过 FG-Λ 和 FG-X 梁, 端部条件取为 C-C, S-S 和 C-F. Lin 和 Xiang (2014b) 讨论过 FG-Λ, FG-X 和 FG-O 梁, 端部条件取为 C-C, S-S 和 C-S. Ansari 等 (2014) 基于 Timoshenko 梁理论, 采用广义微分求积法计算过 FG-Λ, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料梁在谐载荷作用下的受迫振动. Yas 和 Heshmati (2012) 分别基于 Euler-Bernoulli 梁和 Timoshenko 梁理论, 采用有限单元法计算过碳纳米管增强复合材料梁在移动载荷作用下的受迫振动, 但在计算中材料物性参数采用了 Eshelby-Mori-Tanaka 模型. Jam 和 Kiani (2015b) 则讨论过 FG-Λ 和 FG-X 功能梯度碳纳米管增强复合材料梁在低速冲击载荷作用下的动力响应.

Wattanasakulpong 和 Ungbhakorn (2013) 基于高阶剪切变形梁理论给出置于 Pasternak 弹性基础上的 FG-V, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料梁在横向均布载荷或正弦分布载荷作用下的小挠度弯曲问题的 Navier 解和线性自振频率以及 FG-X 和 FG-O 梁在面内单向压缩载荷作用下的屈曲载荷. Yas 和 Samadi (2012) 基于 Timoshenko 梁理论, 采用广义微分求积法计算过置于 Pasternak 弹性基础上的 FG-Λ, FG-X 和 FG-O 功能梯度碳纳米管增强复合材料梁的自振频率和屈曲载荷. Yas 和 Samadi (2012) 的文章中 (10,10) 碳纳米管的弹性模量取为 $E_{11}^{\mathrm{CN}} = 600\,\mathrm{GPa}$, $E_{22}^{\mathrm{CN}} = 10\,\mathrm{GPa}$ 和 $G_{12}^{\mathrm{CN}} = 17.2\,\mathrm{GPa}$. 如此低的弹性模量是由于将 (10,10) 碳纳米管的等效壁厚取为 0.34nm. 然而, Wang 和 Zhang (2008) 的研究表明, 单壁碳纳米管的等效壁厚应当小于 0.142 nm. 因此, 在计算中必须合理地选取碳纳米管的等效热物参数, 否则将会导致错误的结果. Mayandi 和 Jeyaraj (2015) 用有限元法计算过 FG-V, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料梁在面内非均匀热场作用下的小挠度弯曲, 线性自振频率和临界温度. 如前所说, 两端简支的 FG-Λ 功能梯度碳纳米管增强复合材料梁在面内压缩载荷或均匀温度场作用下不存在屈曲载荷或临界温度. 因此, Mayandi 和 Jeyaraj (2015)、Yas 和 Samadi (2012) 的文章中对应两端简支条件, FG-Λ 梁的线性屈曲或热屈曲结果是有问题的, 掉进了 Qatu 和 Leissa (1993) 所称的 “陷阱”.

Wu 等 (2015) 基于 Timoshenko 梁理论, 采用广义微分求积法计算过面板为功能梯度碳纳米管增强复合材料的夹芯梁的线性自振频率和屈曲载荷. Salami (2016) 基于高阶三夹板理论, 其中面板基于一阶剪切变形理论, 采用 Ritz 法计算过面板为功能梯度碳纳米管增强复合材料的夹芯梁的小挠度弯曲. Mirzaei 和 Kiani (2015a) 基于一阶剪切变形理论, 采用基于 Chebyshev 多项式的 Ritz 法讨论过面板为功能梯度碳纳米管增强复合材料的夹芯梁在热屈曲后的大挠度跳跃. Wu 等 (2015) 的模型中面板为

FG-V 梯度排布, 夹芯层假定为硬夹芯. Mirzaei 和 Kiani (2015a)、Salami (2016) 的模型中面板都为 FG-V, FG-Λ, FG-X 和 FG-O 梯度排布, 但 Salami (2016) 的模型中夹芯层假定为软夹芯, 而 Mirzaei 和 Kiani (2015a) 的模型中夹芯层假定为硬夹芯. Rafiee 等 (2013a) 基于 Euler–Bernoulli 梁理论, 采用 Galerkin 法讨论过上下表面粘贴压电层的 FG-V, FG-Λ, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料梁的大幅振动, 分析中同时考虑了热环境以及电场对梁非线性振动的影响. 而后, 又将该工作推广到上下表面粘贴压电层的 FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料梁热屈曲的情况 (Rafiee et al. 2013b). Alibeigloo 和 Liew (2015) 基于弹性理论, 采用微分求积法计算过上下表面粘贴压电层的 FG-V 和 FG-Λ 碳纳米管增强复合材料梁的自振频率和在横向均布载荷作用下的小挠度弯曲. 分析中同时考虑了热环境以及电场对梁线性振动和小挠度弯曲的影响. 此外, Fan 和 Wang (2015) 基于 Euler-Bernoulli 梁理论和大挠度方程 (Shen 2011a), 采用二次摄动法求解了置于 Pasternak 弹性基础上, 含功能梯度碳纳米管增强复合材料层的层合梁的非线性振动, 分析中考虑了基体微观裂纹引起的刚度削减和对层合梁的非线性振动特性的影响.

3.3 壳

在壳体屈曲的边界层理论 (沈惠申 2014b) 框架下, Shen (2011b, 2011c) 最早给出功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱壳在轴压或外压作用下的后屈曲分析. 分析中采用奇异摄动法和二次摄动技术相结合. 而后, 又求解了功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱壳在均匀热场作用下的热后屈曲 (Shen 2012a) 以及功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱壳在端部扭矩作用下的扭转后屈曲 (Shen 2014a). Shen 和 Xiang (2013b) 又进一步将该工作推广到功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱壳在轴压和外压共同作用下后屈曲的情况. Shen (2011b, 2011c, 2012a, 2014a)、Shen 和 Xiang (2013b) 的分析中一方面同时考虑了环境温度场的影响和材料热物参数与温度变化的相关性, 另一方面又同时考虑了前屈曲非线性变形, 后屈曲大挠度和初始几何缺陷的影响. 导出的控制方程与非对称正交铺设层合圆柱壳的方程在形式上完全一致. 仅管存在拉 – 弯耦合效应, 但由于曲率效应, 圆柱壳的前屈曲变形可以是非线性的. 和两端简支边界的金属 – 陶瓷功能梯度复合材料圆柱壳相同, 功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱壳的后屈曲或热后屈曲平衡路径依旧是分支型的. Shen (2011b, 2011c, 2012a, 2014a)、Shen 和 Xiang (2013b) 的研究结果表明, 功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱壳在轴压作用下的后屈曲平衡路径是不稳定的, 此时, 圆柱壳对初始几何缺陷表现敏感, 功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱壳在扭矩作用下的后屈曲平衡路径是弱不稳定的, 在外压或均匀热场作用下的后屈曲平衡路径是稳定的, 此时, 圆柱壳对初始几何缺陷表现不敏感.

Shen 和 Xiang (2012) 基于 Reddy 高阶剪切变形壳理论 (Reddy & Liu 1985) 和广义

Kármán 型大挠度方程, 采用二次摄动法求解了 FG-V, FG-Λ 和 FG-X 功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱壳的非线性自由振动. 由于在分析中考虑了环境温度场的影响, 因此, 求解需要分二步进行, 先求一个由于热弯曲应力引起的初挠度, 再求一个有初挠度的圆柱壳的非线性自由振动问题. Shen 和 Xiang (2012) 的研究结果表明, 具有中等程度 CNT 组份的功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱壳不再一定具有中等程度的非线性自振频率比, FG-X 圆柱壳的线性自振频率高于, 但非线性自振频率比低于 CNT 均布 (UD) 或 FG-V, FG-Λ 梯度排布的情况.

Moradi-Dastjerdi 等 (2013a, 2013b) 采用无单元法处理过 FG-V, FG-Λ 和 FG-X 功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱壳在轴对称载荷作用下的静力分析, 自由振动以及在冲击载荷作用下的应力波传播分析. Hosseini(2013) 采用基于有限差分的无单元法计算过 FG-V, FG-Λ 和 FG-X 功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱壳在冲击载荷作用下的自振频率. Bidgoli 等 (2016) 基于一阶剪切变形壳理论, 采用广义微分求积法计算过置于弹性介质内的 FG-Λ, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料充液圆柱壳的自振频率和临界流体速度. 弹性介质模拟为 Pasternak 型弹性基础. Ghayoumizadeh 等 (2013) 采用无单元局部 Petrov-Galerkin 法计算过 FG-V, FG-Λ 和 FG-X 功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱壳在动力载荷作用下的瞬态响应和在冲击载荷作用下的应力波传播. Ghouhestani 等 (2014) 将该工作进一步推广到内外层为功能梯度碳纳米管增强复合材料中间层为各向同性材料的三层圆柱壳的情况. Wu 和 Jiang (2014) 采用状态空间微分再生核方法计算过 FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料圆柱壳和对称正交铺设层合圆柱壳在轴压作用下屈曲载荷. Ansari 等 (2016a) 基于经典薄壳理论, 采用 Ritz 法讨论过内外表面粘贴压电层的 FG-X 和 FG-O 功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱壳在轴压作用下的屈曲和后屈曲. 分析中前屈曲假定为薄膜状态, 不考虑初始几何缺陷, 但考虑了预加外压和电场对圆柱壳后屈曲行为的影响.

Heydarpour 等 (2014) 基于一阶剪切变形壳理论, 采用微分求积法计算过 FG-V, FG-Λ 和 FG-X 碳纳米管增强复合材料截顶锥壳的自振频率. Jam 和 Kiani (2015a)、Mirzaei 和 Kiani (2015b) 基于一阶剪切变形壳理论, 采用 Fourier 级数法计算过 FG-V, FG-Λ, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料截顶锥壳在外压作用下的屈曲载荷和在均匀热场作用下的临界温度. Mehri 等 (2016) 基于 Novozhilov 薄壳理论, 采用半解析 – 半数值方法计算过预加外压载荷的 FG-V, FG-Λ, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料截顶锥壳的自振频率和在轴压作用下的屈曲载荷.

3.4 曲板

Aragh 等 (2012) 基于三维弹性力学, 最早采用广义微分求积法计算过 FG-V, FG-Λ, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料圆柱曲板的线性自振频率. 边界条件为两对

边简支, 另两对边可以是简支、固支或自由边的组合. 如前所述, Aragh 等 (2012) 一方面假定碳纳米管定向排列和梯度排布, 另一方面又采用基于颗粒增强的 Eshelby-Mori-Tanaka 模型. 类似地, Yas 等 (2013) 基于三维弹性力学, 采用广义微分求积法计算过 FG-V, FG-Λ 和 FG-X 碳纳米管增强复合材料圆柱曲板的线性自振频率. 而 Mirzaei 和 Kiani (2016) 基于一阶剪切变形壳理论, 采用基于 Chebyshev 多项式的 Ritz 法计算过 FG-V, FG-Λ, FG-X 和 FG-O 碳纳米管增强复合材料圆柱曲板的线性自振频率. 边界条件考虑了简支、固支或自由边的 9 种组合.

Shen 和 Xiang (2014a, 2014b) 基于 Reddy 高阶剪切变形壳理论和广义 Kármán 型大挠度方程, 采用二次摄动法求解了置于 Pasternak 弹性基础上的 FG-V, FG-Λ 和 FG-X 功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱曲板的非线性弯曲和非线性振动. 分析中同时考虑了环境温度场的影响和材料热物参数与温度变化的相关性. 和圆柱壳的情况相类似, Shen 和 Xiang (2014b) 先求一个由于热弯曲应力引起的初挠度, 再求一个有初挠度的圆柱曲板的非线性自由振动问题. 所得的结论也与圆柱壳的情况相同, 即具有中等程度 CNT 组份的功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱曲板不再一定具有中等程度的非线性自振频率比, FG-X 圆柱曲板的线性自振频率高于, 但非线性自振频率比低于 CNT 均布 (UD) 或 FG-V, FG-Λ 梯度排布的情况. 而后, Shen 和 Xiang (2014c, 2015a) 在壳体屈曲的边界层理论框架下, 采用奇异摄动法和二次摄动技术求解了置于 Pasternak 弹性基础上的功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱曲板在面内压缩载荷作用下的后屈曲和在均匀热场作用下的热后屈曲. 分析中一方面同时考虑了环境温度场的影响和材料热物参数与温度变化的相关性, 另一方面又同时考虑了前屈曲非线性变形, 后屈曲大挠度和初始几何缺陷的影响. Shen 和 Xiang (2014c, 2015a) 的论文中同样需要先求一个由于热弯曲应力引起的初挠度, 再求一个有初挠度的圆柱曲板的后屈曲或热后屈曲问题. 由于存在拉 – 弯耦合效应, Zhang 和 Matthews (1983) 认为和平板一样四边简支非对称正交铺设层合圆柱曲板不存在经典意义下的分支点载荷. 与圆柱壳的情况相类似, 由于曲率效应, 圆柱曲板的前屈曲变形可以是非线性的 (Shen 2002). 对于四边简支且非加载直线边界可移的情况, 屈曲载荷是存在的, 而对于四边简支且非加载直线边界不可移的情况, 后屈曲平衡路径不再是分支型的. Shen 和 Xiang (2014c) 的研究结果确认了这一结论. Shen 和 Xiang (2015a) 的研究结果表明, 具有中等程度 CNT 组份的功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱曲板不再一定具有中等程度的热后屈曲强度. 对于热后屈曲问题, 四边简支边界都是不可移的, 因此, 热后屈曲平衡路径也不再是分支型的. Shen 和 Xiang (2015b) 进一步将这工作推广到置于 Pasternak 弹性基础上的功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱曲板受横向载荷和面内压缩共同作用的情况, 其中分别讨论了预加面内压缩载荷的功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱曲板在横向均布载荷作用下的非线性弯曲, 以及预加横向均布载荷的功能梯度碳纳米

管增强复合材料圆柱曲板在面内压缩载荷作用下的后屈曲问题.

Zhang 等 (2014b) 和 Lei 等 (2014, 2015b) 基于经典薄壳理论和一阶剪切变形壳理论, 采用无单元 Ritz 法计算过 FG-Λ, FG-X 和 FG-O 功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱曲板在横向均布载荷作用下的线性弯曲, 自振频率和动力稳定性. 而后, Zhang 等 (2014a) 和 Liew 等 (2014) 基于一阶剪切变形壳理论, 采用无单元 Ritz 法求解了 FG-Λ, FG-X 和 FG-O 功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱曲板在横向均布载荷作用下的非线性弯曲, 以及 FG-X 和 FG-O 功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱曲板在面内压缩载荷作用下的后屈曲问题. Liew 等 (2014) 的论文中考虑了 CCCC, SSSS 和 CSCS 多种边界条件, 但未考虑初始几何缺陷的影响. Lei 等 (2014) 和 Zhang 等 (2014a, 2014b) 的论文中材料物性参数采用了 Eshelby-Mori-Tanaka 模型. Lei 等 (2016c) 进一步将该工作推广到由功能梯度碳纳米管增强复合材料单层板构成的层合圆柱曲板的参数激振. Lei 等 (2016c) 的论文中每个单层可取 FG-V, FG-X 和 FG-O 不同的梯度排布, 讨论了铺层数和 CNT 铺设角对层合圆柱曲板参数激振的影响. Zhang 等 (2016d) 基于 Reddy 高阶剪切变形壳理论, 讨论了上下表面粘贴离散压电块的 FG-X 和 FG-O 功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱曲板在高速空气流下的颤振主动控制. Sankar 等 (2015) 将该工作进一步推广到面板为功能梯度碳纳米管增强复合材料的双曲三夹壳板受空气动压力的情况. Alibeigloo (2013b, 2014b, 2016) 基于三维弹性力学, 采用 Fourier 级数和状态空间法, 求解了上下表面粘贴压电层的 FG-V, FG-Λ, FG-X 和 FG-O 功能梯度碳纳米管增强复合材料圆柱曲板在机、电、热载荷作用下的线性弯曲和自由振动. Alibeigloo (2016) 采用了与他之前研究 (Alibeigloo 2013, 2014a) 相同的方法来处理热传导引起的非均匀温度场的影响.

此外, Thomas 和 Roy (2016) 采用有限元法计算过 FG-V, FG-Λ, FG-X 和 FG-O 功能梯度碳纳米管增强复合材料扁球壳, 圆柱曲板和双曲壳板在脉冲载荷作用下的动力响应. 分析中考虑了 Rayleigh 阻尼的影响.

最近, Shen 和 He (2016), Shen 和 Xiang (2016) 又给出 FG-V, FG-Λ 和 FG-X 碳纳米管增强复合材料双曲壳板的非线性自由振动分析和在法向均布载荷作用下的后屈曲分析. 和圆柱曲板的情况相类似, 分析中同时考虑了环境温度场的影响和材料热物参数与温度变化的相关性. Shen 和 Xiang (2016) 的论文中还同时考虑了前屈曲非线性变形, 后屈曲大挠度和初始几何缺陷的影响. 双曲壳板在法向均布载荷作用下的后屈曲分析要比在面内压缩载荷作用下的后屈曲分析复杂得多也困难得多. 这是因为双曲壳板在外压作用下会先行弯曲, 随着外压逐渐加大双曲壳板从弯曲状态转为后屈曲状态. 由于在后屈曲问题中外压是待求的, 因此, 迭代求解变得不可避免.

4 结束语

功能梯度碳纳米管增强复合材料梁板壳结构分析是一个比金属 – 陶瓷功能梯度复合材料梁板壳结构分析更新的研究领域. CNT 的热物参数需要在纳观条件下通过分子动力学模拟得到, 碳纳米管增强复合材料的等效热物参数需要利用修正的微观力学模型求得, 而功能梯度碳纳米管增强复合材料梁板壳结构的力学特性仍然需要进行宏观力学分析. 由于碳纳米管增强复合材料中 CNT 的低含量以及 CNT 热物参数的尺度效应和对温度变化的依赖性给功能梯度碳纳米管增强复合材料梁板壳结构分析带来新的挑战和机遇. 物理模型和数学模型的建立将有别于金属 – 陶瓷功能梯度复合材料. 导出的运动方程或控制方程与金属 – 陶瓷功能梯度复合材料梁板壳结构的运动方程或控制方程在形式上完全一致. 因此, 传统的结构分析方法如级数展开法、Ritz 法、Galerkin 法以及有限单元法、无单元 Ritz 法、微分求积法等多种数值半数值方法在该领域的研究中都得到了应用和发展. 二次摄动法在该领域的研究中得到淋漓尽致地发挥. 在功能梯度碳纳米管增强复合材料梁板壳结构的弯曲、屈曲和振动研究领域已经并正在取得一个又一个新的成果.

综观现有文献已经取得的研究成果, 我们可以确认 CNT 的梯度排布能有效地改善碳纳米管增强复合材料结构的力学特性, CNT 的体积率变化对功能梯度碳纳米管增强复合材料梁板壳结构的弯曲、屈曲和振动特性都有显著的影响.

同时, 我们发现大部分现有工作不考虑或事实上不考虑材料热物参数与温度变化的相关性. 热后屈曲方面的工作还相对偏少. 这方面的工作仍需改进和加强. 此外, 功能梯度碳纳米管增强复合材料梁板壳结构热传导的问题至今没有很好解决, 这也是一项值得去做而又必须去解决的问题.

其次，我们可以发现大部分现有工作限于讨论简单载荷作用的情况. 因此, 探求功能梯度碳纳米管增强复合材料梁板壳结构在复杂环境和复合载荷作用下的力学行为也是一项必须去面对的任务.

迄今为止我们只有两套功能梯度碳纳米管增强复合材料的热物参数和 CNT 效能参数可供利用, 因此, 分子动力学模拟的基础研究仍需开展和加强, 期待有更多的可用数据出现.

对于新一代功能梯度碳纳米管增强复合材料, 实验验证的重要性勿用赘述. 但迄今为至实验验证方面的论文尚未见到公开报道. 这是一项相当困难而又富于挑战性的任务.

中国大陆学者曾在金属 – 陶瓷功能梯度复合材料梁板壳结构分析领域做出过重要贡献 (范镜泓和陈海波 2011). 现在新的大门已经叩开, 机遇与挑战并存, 期待中国大陆学者在功能梯度碳纳米管增强复合材料梁板壳结构这一新的研究领域再接再厉,

再铸辉煌.

致 谢 国家自然科学基金资助项目 (51279103).

参 考 文 献

范镜泓, 陈海波. 2011. 非均质材料力学研究进展: 热点、焦点和生长点. 力学进展, **41**: 615-636 (Fan J H, Chen H B. 2011. Advances in heterogeneous material mechanics: cutting-edge and growing points. *Advances in Mechanics*, **41**: 615-636).

沈惠申. 2004. 功能梯度复合材料板壳结构的弯曲、屈曲和振动. 力学进展,**34**: 53-60 (Shen H S. 2004. Bending, buckling and vibration of functionally graded plates and shells. *Advances in Mechanics*, **34**: 53-60).

沈惠申. 2012b. 结构非线性分析的二次摄动法. 北京: 高等教育出版社 (Shen H S. 2012b. A Two-Step Perturbation Method in Nonlinear Analysis of Structures. Beijing: Higher Education Press).

沈惠申. 2014b. 板壳后屈曲行为 (第二版). 上海: 上海科学技术出版社 (Shen H S. 2014b. Postbuckling Behavior of Plates and Shells (2nd Edition). Shanghai: Shanghai Science & Technological Press).

Ajayan P M, Stephan O, Colliex C, Trauth D. 1994. Aligned carbon nanotube arrays formed by cutting a polymer resin-nanotube composite. *Science*, **265**: 1212-1214.

Alibeigloo A. 2013a. Static analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plate embedded in piezoelectric layers by using theory of elasticity. *Composite Structures*, **95**: 612-622.

Alibeigloo A. 2013b. Elasticity solution of functionally graded carbon-nanotube-reinforced composite cylindrical panel with piezoelectric sensor and actuator layers. *Smart Materials & Structures*, **22**: 075013.

Alibeigloo A. 2014a. Three-dimensional thermoelasticity solution of functionally graded carbon nanotube reinforced composite plate embedded in piezoelectric sensor and actuator layers. *Composite Structures*, **118**: 482-495.

Alibeigloo A. 2014b. Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical panel embedded in piezoelectric layers by using theory of elasticity. *European Journal of Mechanics A-Solids*, **44**: 104-115.

Alibeigloo A. 2016. Elasticity solution of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical panel subjected to thermo mechanical load. *Composites Part B*, **87**: 214-226

Alibeigloo A, Emtehani A. 2015. Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced omposite plate using differential quadrature method. *Meccanica*, **50**: 61-76.

Alibeigloo A, Liew K M. 2013. Thermoelastic analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plate using theory of elasticity. *Composite Structures*, **106**: 873-881.

Alibeigloo A, Liew K M. 2015. Elasticity Solution of free vibration and bending behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beam with thin piezoelectric layers using differential quadrature method. *International Journal of Applied Mechanics*, **7**: 1550002.

Ansari R, Hasrati E, Shojaei M F, Gholami R, Shahabodini A. 2015. Forced vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using a numerical strategy. *Physica E*, **69**: 294-305.

Ansari R, Pourashraf T, Gholami R, Shahabodini A. 2016a. Analytical solution for nonlinear postbuckling of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite shells with piezoelectric layers. *Composites Part B*, **90**: 267-277.

Ansari R, Shahabodini A, Faghih Shojaei M. 2016b. Vibrational analysis of carbon nanotube-reinforced

composite quadrilateral plates subjected to thermal environments using a weak formulation of elasticity. *Composite Structures*, **139**: 167-187.

Ansari R, Shojaei M F, Mohammadi V, Gholami R, Sadeghi F. 2014. Nonlinear forced vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite Timoshenko beams. *Composite Structures*, **113**: 316-327.

Aragh B S, Barati A H N, Hedayati H. 2012. Eshelby-Mori-Tanaka approach for vibrational behavior of continuously graded carbon nanotube-reinforced cylindrical panels. *Composites Part B*, **43**: 1943-1954.

Aragh B S, Farahani E B, Barati A H N. 2013. Natural frequency analysis of continuously graded carbon nanotube-reinforced cylindrical shells based on third-order shear deformation theory. *Mathematics and Mechanics of Solids*, **18**: 264-284.

Ashrafi B, Hubert P, Vengallatore S. 2006. Carbon nanotube-reinforced composites as structural materials for microactuators in microelectromechanical systems. *Nanotechnology*, **17**: 4895-4903.

Bagchi A, Nomura S. 2006. On the effective thermal conductivity of carbon nanotube reinforced polymer composites. *Composites Science and Technology*, **66**: 1703-1712.

Bakhti K, Kaci A, Bousahla A A, Houari M S A, Tounsi A, Bedia E A A. 2013. Large deformation analysis for functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using an efficient and simple refined theory. *Steel and Composite Structures*, **14**: 335-347.

Bidgoli M R, Karimi M S, Arani A G. 2016. Nonlinear vibration and instability analysis of functionally graded CNT-reinforced cylindrical shells conveying viscous fluid resting on orthotropic Pasternak medium. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, **23**: 819-831.

Birman V, Byrd L W. 2007. Modeling and Analysis of Functionally Graded Materials and Structures. *Applied Mechanics Reviews*, **60**: 195-216.

Chatterjee S N, Kulkarni S V. 1979. Shear correction factors for laminated plates. *AIAA Journal*, **17**: 498-499.

Efraim E, Eisenberger M. 2007. Exact vibration analysis of variable thickness thick annular isotropic and FGM plates. *Journal of Sound and Vibration*, **299**: 720-738.

Fan Y, Wang H. 2015. Nonlinear vibration of matrix cracked laminated beams containing carbon nanotube reinforced composite layers in thermal environments. *Composite Structures*, **124**: 35-43.

Fan Y, Wang H. 2016a. Nonlinear bending and postbuckling analysis of matrix cracked hybrid laminated plates containing carbon nanotube reinforced composite layers in thermal environments. *Composites Part B*, **86**: 1-16.

Fan Y, Wang H. 2016b. Nonlinear dynamics of matrix-cracked hybrid laminated plates containing carbon nanotube-reinforced composite layers resting on elastic foundations. *Nonlinear Dynamics*, **84**: 1181-1199.

Farahani R D, Dalir H, Le Borgne V, Gautier L A, El Khakani M A, Levesque M, Therriault D. 2012. Direct-write fabrication of freestanding nanocomposite strain sensors. *Nanotechnology*, **23**: 085502.

Fazelzadeh S A, Pouresmaeeli S, Ghavanloo E. 2015. Aeroelastic characteristics of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates under a supersonic flow. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **285**: 714-729.

Feldman E, Aboudi J. 1997. Buckling analysis of functionally graded plates subjected to uniaxial loading. *Composite Structures*, **38**: 29-36.

García-Macías E, Castro-Triguero R, Saavedra Flores E I, Friswell M I, Gallego R. 2016. Static and free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced skew plates. *Composite Structures*, **140**: 473-490.

Ghayoumizadeh H, Shahabian F, Hosseini S M. 2013. Elastic wave propagation in a functionally graded nanocomposite reinforced by carbon nanotubes employing meshless local integral equations (LIEs). *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **37**: 1524-1531.

Ghouhestani S, Shahabian F, Hosseini S M. 2014. Dynamic analysis of a layered cylinder reinforced by functionally graded carbon nanotubes distributions subjected to shock loading using MLPG method. *CMES-Computer Modeling in Engineering & Sciences*, **100**: 295-321.

Griebel M, Hamaekers J. 2004. Molecular dynamics simulations of the elastic moduli of polymer-carbon nanotube composites. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **193**: 1773-1788.

Haggenmueller R, Gommans H H, Rinzler A G, Fischer J E, Winey K I. 2000. Aligned single-wall carbon nanotubes in composites by melt processing methods. *Chemical Physics Letters*, **330**: 219-225.

Han Y, Elliott J. 2007. Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites. *Computational Materials Science*, **39**: 315-323.

Hedayati H, Aragh B S. 2012. Influence of graded agglomerated CNTs on vibration of CNT-reinforced annular sectorial plates resting on Pasternak foundation. *Applied Mathematics and Computation*, **218**: 8715-8735.

Heydari M M, Bidgoli A H, Golshani H R, Beygipoor G, Davoodi A. 2015. Nonlinear bending analysis of functionally graded CNT-reinforced composite Mindlin polymeric temperature-dependent plate resting on orthotropic elastomeric medium using GDQM. *Nonlinear Dynamics*, **79**: 1425-1441.

Heydarpour Y, Aghdam M M, Malekzadeh P. 2014. Free vibration analysis of rotating functionally graded carbon nanotube-reinforced composite truncated conical shells. *Composite Structures*, **117:** 187-200.

Hosseini S M. 2013. Application of a hybrid mesh-free method based on generalized finite difference (GFD) method for natural frequency analysis of functionally graded nanocomposite cylinders reinforced by carbon nanotubes. *CMES-Computer Modeling in Engineering & Sciences*, **95**: 1-29.

Iijima S. 1991. Helical microtubules of graphitic carbon. *Nature*, **354**: 56-58.

Jam J E, Kiani Y. 2015a. Buckling of pressurized functionally graded carbon nanotube reinforced conical shells. *Composite Structures*, **125**: 586-595.

Jam J E, Kiani Y. 2015b. Low velocity impact response of functionally graded carbon nanotube reinforced composite beams in thermal environment. *Composite Structures*, **132**: 35-43.

Kaci A, Tounsi A, Bakhti K, Bedia E A. 2012. Nonlinear cylindrical bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates. *Steel and Composite Structures*, **12**: 491-504.

Kamarian S, Pourasghar A, Yas M H. 2013. Eshelby-Mori-Tanaka approach for vibrational behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced plate resting on elastic foundation. *Journal of Mechanical Science and Technology*, **27**: 3395-3401.

Ke L L, Yang J, Kitipornchai S. 2010. Nonlinear free vibration of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams. *Composite Structures*, **92**: 676-683.

Ke L L, Yang J, Kitipornchai S. 2013. Dynamic stability of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, **20**: 28-37.

Kwon H, Bradbury C R, Leparoux M. 2011. Fabrication of functionally graded carbon nanotube-reinforced aluminum matrix composite. *Advanced Engineering Materials*, **13**: 325-329.

Lau K T, Hui D. 2002. The revolutionary creation of new advanced materials-carbon nanotube composites. *Composites Part B*, **33**: 263-277.

Lei Z X, Liew K M, Yu J L. 2013a. Large deflection analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates by the element-free kp-Ritz method. *Computer Methods in Applied Mechanics*

and Engineering, **256**: 189-199.

Lei Z X, Liew K M, Yu J L. 2013b. Buckling analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using the element-free kp-Ritz method. *Composite Structures*, **98**: 160-168.

Lei Z X, Liew K M, Yu J L. 2013c. Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using the element-free kp-Ritz method in thermal environment. *Composite Structures*, **106**: 128-138.

Lei Z X, Yu J L, Liew K M. 2013d. Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical panels. *International Journal of Materials Science and Engineering*, **1**: 36-40.

Lei Z X, Zhang L W, Liew K M, Yu J L. 2014. Dynamic stability analysis of carbon nanotube-reinforced functionally graded cylindrical panels using the element-free kp-Ritz method. *Composite Structures*, **113**: 328-338.

Lei Z X, Zhang L W, Liew K M. 2015a. Free vibration analysis of laminated FG-CNT reinforced composite rectangular plates using the kp-Ritz method. *Composite Structures*, **127**: 245-259.

Lei Z X, Zhang L W, Liew K M. 2015b. Vibration analysis of CNT-reinforced functionally graded otating cylindrical panels using the element-free kp-Ritz method. *Composites Part B*, **77**: 291-303.

Lei Z X, Zhang L W, Liew K M. 2015c. Elastodynamic analysis of carbon nanotube-reinforced functionally graded plates. *International Journal of Mechanical Sciences*, **99**: 208-217.

Lei Z X, Zhang L W, Liew K M. 2015d. Buckling of FG-CNT reinforced composite thick skew plates resting on Pasternak foundations based on an element-free approach. *Applied Mathematics and Computation*, **266**: 773-791.

Lei Z X, Zhang L W, Liew K M. 2016a. Analysis of laminated CNT reinforced functionally graded plates using the element-free kp-Ritz method. *Composites Part B*, **84**: 211-221.

Lei Z X, Zhang L W, Liew K M. 2016b. Vibration of FG-CNT reinforced composite thick quadrilateral plates resting on Pasternak foundations. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **64**: 1-11.

Lei Z X, Zhang L W, Liew K M. 2016c. Parametric analysis of frequency of rotating laminated CNT reinforced functionally graded cylindrical panels. *Composites Part B*, **90**: 251-266.

Levinson M. 1981. A new rectangular beam theory. *Journal of Sound and Vibration*, **74**: 81-87.

Liew K M, Lei Z X, Yu J L, Zhang L W. 2014. Postbuckling of carbon nanotube-reinforced functionally graded cylindrical panels under axial compression using a meshless approach. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **268**: 1-17.

Liew K M, Lei Z X, Zhang L W. 2015. Mechanical analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composites: A review. *Composite Structures*, **120**: 90-97.

Lin F, Xiang Y. 2014a. Vibration of carbon nanotube reinforced composite beams based on the first and third order beam theories. *Applied Mathematical Modelling*, **38**: 3741-3754.

Lin F, Xiang Y. 2014b. Numerical analysis on nonlinear free vibration of carbon nanotube reinforced composite beams. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, **14**: 1350056.

Malekzadeh P, Shojaee M. 2013. Buckling analysis of quadrilateral laminated plates with carbon nanotubes reinforced composite layers. *Thin-Walled Structures*, **71**: 108-118.

Malekzadeh P, Dehbozorgi M. 2016. Low velocity impact analysis of functionally graded carbon nanotubes reinforced composite skew plates. *Composite Structures*, **140**: 728-748.

Malekzadeh P, Heydarpour Y. 2015. Mixed Navier-layerwise differential quadrature three-dimensional static and free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composite laminated plates. *Meccanica*, **50**: 143-167.

Malekzadeh P, Dehbozorgi M, Monajjemzadeh S M. 2015. Vibration of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates under a moving load. *Science and Engineering of Composite Materials*, **22**: 37-55.

Mayandi K, Jeyaraj P. 2015. Bending, buckling and free vibration characteristics of FG-CNT-reinforced polymer composite beam under non-uniform thermal load. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part L-Journal of Materials Design and Applications*, **229**: 13-28.

Meguid S A, Sun Y. 2004. On the tensile and shear strength of nano-reinforced composite interfaces. *Materials and Design*, **25**: 289-296.

Mehar K, Panda S K. 2016. Geometrical nonlinear free vibration analysis of FG-CNT reinforced composite flat panel under uniform thermal field. *Composite Structures*, **143**: 336-346.

Mehar K, Panda S K, Dehengia A, Kar V R. 2016. Vibration analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composite plate in thermal environment. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, **18**: 151-173.

Mehrabadi S J, Aragh B S. 2014. Stress analysis of functionally graded open cylindrical shell reinforced by agglomerated carbon nanotubes. *Thin-Walled Structures*, **80**: 130-141.

Mehrabadi S J, Aragh B S, Khoshkhahesh V, Taherpour A. 2012. Mechanical buckling of nanocomposite rectangular plate reinforced by aligned and straight single-walled carbon nanotubes. *Composites Part B*, **43**: 2031-2040.

Mehrabadi S J, Sobhaniaragh B, Pourdonya V. 2013. Free vibration analysis of nanocomposite plates reinforced by graded carbon nanotubes based on first-order shear deformation plate theory. *Advances in Applied Mathematics and Mechanics*, **5**: 90-112.

Mehri M, Asadi H, Wang Q. 2016. Buckling and vibration analysis of a pressurized CNT reinforced functionally graded truncated conical shell under an axial compression using HDQ method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **303**: 75-100.

Mirzaei M, Kiani Y. 2015a. Snap-through phenomenon in a thermally postbuckled temperature dependent sandwich beam with FG-CNTRC face sheets. *Composite Structures*, **134**: 1004-1013.

Mirzaei M, Kiani Y. 2015b. Thermal buckling of temperature dependent FG-CNT reinforced composite conical shells. *Aerospace Science and Technology*, **47**: 42-53.

Mirzaei M, Kiani Y. 2016. Free vibration of functionally graded carbon nanotube reinforced composite cylindrical panels. *Composite Structures*, **142**: 45-56.

Moradi-Dastjerdi R, Foroutan M, Pourasghar A, Sotoudeh-Bahreini R. 2013a. Static analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylinders by a mesh-free method. *Journal of Reinforced Plastics and Composite*, **32**: 593-601.

Moradi-Dastjerdi R, Foroutan M, Pourasghar A. 2013b. Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite cylinders reinforced by carbon nanotube by a mesh-free method. *Materials & Design*, **44**: 256-266.

Moradi-Dastjerdi R, Pourasghar A, Foroutan M. 2013c. The effects of carbon nanotube orientation and aggregation on vibrational behavior of functionally graded nanocomposite cylinders by a mesh-free method. *Acta Mechanica*, **224**: 2817-2832.

Nami M R, Janghorban M. 2015. Free vibration of thick functionally graded carbon nanotube-reinforced rectangular composite plates based on three-dimensional elasticity theory via differential quadrature method. *Advanced Composite Materials*, **24**: 439-450.

Nan C W, Shi Z, Lin Y. 2003. A simple model for thermal conductivity of carbon nanotube-based composites. *Chemical Physics Letters*, **375**: 666-669.

Natarajan S, Haboussi M, Manickam G. 2014. Application of higher-order structural theory to bending and free vibration analysis of sandwich plates with CNT reinforced composite facesheets. *Composite Structures*, **113**: 197-207.

Phung-Van P, Abdel-Wahab M, Liew K M, Bordas S P A, Nguyen-Xuan H. 2015. Isogeometric analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using higher-order shear deformation theory. *Composite Structures*, **123**: 137-149.

Popov V N, Doren V E, Balkanski M. 2000. Elastic Properties of crystals of single-walled carbon nanotubes. *Solid State Communications*, **114**: 395-399.

Pourasghar A, Yas M H, Kamarian S. 2013. Local aggregation effect of CNT on the vibrational behavior of four-parameter continuous grading nanotube-reinforced cylindrical panels. *Polymer Composites*, **34**: 707-721.

Qatu M S, Leissa A W. 1993. Buckling or transverse deformations of unsymmetrically laminated plates subjected to in-plane loads. *AIAA Journal*, **31**: 189-194.

Qian D, Dickey E C, Andrews R, Rantell T. 2000. Load transfer and deformation mechanisms in carbon nanotube-polystyrene composites. *Applied PhysicsLetters*, **76**: 2868-2870.

Rafiee M, He X Q, Liew K M. 2014. Non-linear dynamic stability of piezoelectric functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates with initial geometric imperfection. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **59**: 37-51.

Rafiee M, Yang J, Kitipornchai S. 2013a. Large amplitude vibration of carbon nanotube reinforced functionally graded composite beams with piezoelectric layers. *Composite Structures*, **96**: 716-725.

Rafiee M, Yang J, Kitipornchai S. 2013b. Thermal bifurcation buckling of piezoelectric carbon nanotube reinforced composite beams. *Computers & Mathematics with Applications*, **66**: 1147-1160.

Rashidifar M A, Ahmadi D. 2015. Vibration analysis of randomly oriented carbon nanotube based on FGM beam using Timoshenko theory. *Advances in Mechanical Engineering*, **7**: 653950.

Reddy J N. 1984. A simple higher-order theory for laminated composite plates. *Journal of Applied Mechanics ASME*, **51**: 745-752.

Reddy J N. 2003. Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis (2nd Edition). Boca Raton, FL: CRC Press.

Reddy J N, Liu C F. 1985. A higher-order shear deformation theory of laminated elastic shells. *International Journal of Engineering Science*, **23**: 319-330.

Salami S J. 2016. Extended high order sandwich panel theory for bending analysis of sandwich beams with carbon nanotube reinforced face sheets. *Physica E*, **76**: 187-197.

Sankar A, Natarajan S, Haboussi M, Ramajeyathilagam K, Ganapathi M. 2014. Panel flutter characteristics of sandwich plates with CNT reinforced facesheets using an accurate higher-order theory. *Journal of Fluids and Structures*, **50**: 376-391.

Sankar A, Natarajan S, Ben Zineb T, Ganapathi M. 2015. Investigation of supersonic flutter of thick doubly curved sandwich panels with CNT reinforced facesheets using higher-order structural theory. *Composite Structures*, **127**: 340-355.

Shahrbabaki E A, Alibeigloo A. 2014. Three-dimensional free vibration of carbon nanotube-reinforced composite plates with various boundary conditions using Ritz method. *Composite Structures*, **111**: 362-370.

Shen H S. 1997. Kármán-type equations for a higher-order shear deformation plate theory and its use in the thermal postbuckling analysis. *Applied Mathematics and Mechanics*, **18**: 1137-115242.

Shen H S. 2002. Postbuckling of axially loaded shear-deformable laminated cylindrical panels. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, **37**: 413-425.

Shen H S. 2009a. Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments. *Composite Structures*, **91**: 9-19.

Shen H S. 2009b. Functionally Graded Materials: Nonlinear Analysis of Plates and Shells. Boca Raton, FL: CRC Press.

Shen H S. 2011a. A novel technique for nonlinear analysis of beams on two-parameter elastic foundations. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, **11**: 999-1014.

Shen H S. 2011b. Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments, Part I: Axially-loaded shells. *Composite Structures*, **93**: 2096-2108.

Shen H S. 2011c. Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments, Part II: Pressure-loaded shells. *Composite Structures*, **93**: 2496-2503.

Shen H S. 2012a. Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical shells. *Composites Part B*, **43**: 1030-1038.

Shen H S. 2014a. Torsional postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments. *Composite Structures*, **116**: 477-488.

Shen H S, He X Q. 2016. Large amplitude free vibration of nanotube-reinforced composite doubly curved panels resting on elastic foundations in thermal environments. *Journal of Vibration and Control*, doi.org/10.1177/1077546315619280.

Shen H S, Xiang Y. 2012. Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **213-216**: 196-205.

Shen H S, Xiang Y. 2013a. Nonlinear analysis of nanotube-reinforced composite beams resting on elastic foundations in thermal environments. *Engineering Structures*, **56**: 698-708.

Shen H S, Xiang Y. 2013b. Postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical shells under combined axial and radial mechanical loads in thermal environment. *Composites Part B*, **52**: 311-322.

Shen H S, Xiang Y. 2014a. Nonlinear bending of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments. *Engineering Structures*, **80**: 163-172.

Shen H S, Xiang Y. 2014b. Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments. *Composite Structures*, **111**: 291-300.

Shen H S, Xiang Y. 2014c. Postbuckling of axially compressed nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations in thermal environments. *Composites Part B*, **67**: 50-61.

Shen H S, Xiang Y. 2015a. Thermal postbuckling of nanotube-reinforced composite cylindrical panels resting on elastic foundations. *Composite Structures*, **123**: 383-392.

Shen H S, Xiang Y. 2015b. Nonlinear response of nanotube-reinforced composite cylindrical panels subjected to combined loadings and resting on elastic foundations. *Composite Structures*, **131**: 939-950.

Shen H S, Xiang Y. 2016. Postbuckling of pressure-loaded nanotube-reinforced composite doubly curved panels resting on elastic foundations in thermal environments. *International Journal of Mechanical Sciences*, **107**: 225-234.

Shen H S, Zhang C L. 2010. Thermal buckling and postbuckling behavior of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates. *Materials & Design*, **31**: 3403-3411.

Shen H S, Zhu Z H. 2010. Buckling and postbuckling behavior of functionally graded nanotube-reinforced composite plates in thermal environments. *CMC-Computers Materials & Continua*, **18**: 155-182.

Shen H S, Zhu Z H. 2012. Postbuckling of sandwich plates with nanotube-reinforced composite face sheets resting on elastic foundations. *European Journal of Mechanics A/Solids*, **35**: 10-21.

Shi D L, Feng X Q, Huang Y Y, Hwang K C, Gao H. 2004. The effect of nanotube waviness and agglomeration on the elastic property of carbon nanotube-reinforced composites. *Journal of Engineering Materials and Technology ASME*, **126**: 250-257.

Song Z G, Zhang L W, Liew K M. 2016a. Aeroelastic analysis of CNT reinforced functionally graded composite panels in supersonic airflow using a higher-order shear deformation theory. *Composite Structures*, **141**: 79-90.

Song Z G, Zhang L W, Liew K M. 2016b. Active vibration control of CNT reinforced functionally graded plates based on a higher-order shear deformation theory. *International Journal of Mechanical Sciences*, **105**: 90-101.

Spitalsky Z, Tasis D, Papagelis K, Galiotis C. 2010. Carbon nanotube-polymer composites: Chemistry, processing, mechanical and electrical properties. *Progress in Polymer Science*, **35**: 357-401.

Sun C H, Li F, Cheng H M, Lu G Q. 2005. Axial Young's modulus prediction of single-walled carbon nanotube arrays with diameters from nanometer to meter scales. *Applied Physics Letters*, **87**: 193101.

Thomas B, Inamdar P K, Roy T. 2014. Thermal analysis of randomly oriented carbon nanotube reinforced functionally graded Timoshenko beam. *Journal of Mechanical Science and Technology*, **28**: 1779-1788.

Thomas B, Roy T. 2016. Vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite shell structures. *Acta Mechanica*, **227**: 581-599.

Thostenson E T, Ren Z, Chou T W. 2001. Advances in the science and technology of carbon nanotubes and their composites: a review. *Composites Science and Technology*, **61**: 1899-1912.

Tornabene F, Fantuzzi N, Bacciocchi M, Viola E. 2016. Effect of agglomeration on the natural frequencies of functionally graded carbon nanotube-reinforced laminated composite doubly curved shells. *Composites Part B*, **89**: 187-218.

Wang C Y, Zhang L C. 2008. A critical assessment of the elastic properties and effective wall thickness of single-walled carbon nanotubes. *Nanotechnology*, **19**: 075705.

Wang Z X, Shen H S. 2011. Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite plates in thermal environments. *Computational Materials Science*, **50**: 2319-2330.

Wang Z X, Shen H S. 2012a. Nonlinear dynamic response of nanotube-reinforced composite plates resting on elastic foundations in thermal environments. *Nonlinear Dynamics*, **70**: 735-754.

Wang Z X, Shen H S. 2012b. Nonlinear vibration and bending of sandwich plates with nanotube-reinforced composite face sheets. *Composites Part B*, **43**: 411-421.

Wang Z X, Xu J, Qiao P. 2014. Nonlinear low-velocity impact analysis of temperature-dependent nanotube-reinforced composite plates. *Composite Structures*, **108**: 423-434.

Wattanasakulpong N, Chaikittiratana A. 2015. Exact solutions for static and dynamic analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates with Pasternak elastic foundation. *Applied Mathematical Modelling*, **39**: 5459-5472.

Wattanasakulpong N, Ungbhakorn V. 2013. Analytical solutions for bending, buckling and vibration responses of carbon nanotube-reinforced composite beams resting on elastic foundation. *Computational Materials Science*, **71**: 201-208.

Wu C P, Chang S K. 2014. Stability of carbon nanotube-reinforced composite plates with surface-bonded piezoelectric layers and under bi-axial compression. *Composite Structures*, **111**: 587-601.

Wu C P, Jiang R Y. 2014. A state space differential reproducing kernel method for the buckling analysis of carbon nanotube-reinforced composite circular hollow cylinders. *CMES-Computer Modeling in Engineering & Sciences*, **97**: 239-279.

Wu C P, Li H Y. 2016a. Three-dimensional free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates with various boundary conditions. *Journal of Vibration and Control*, **22**: 89-107.

Wu C P, Li W C. 2016b. Quasi-3D stability and vibration analyses of sandwich piezoelectric plates with an embedded CNT-reinforced composite core. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, **16**: 1450097.

Wu C P, Lin H R. 2015. Three-dimensional dynamic responses of carbon nanotube-reinforced composite plates with surface-bonded piezoelectric layers using Reissner's mixed variational theorem-based finite layer methods. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, **26**: 260-279.

Wu H, Kitipornchai S, Yang J. 2015. Free vibration and buckling analysis of sandwich beams with functionally graded carbon nanotube-reinforced composite face sheets. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, **15**: 1540011.

Wu HL, Yang J, Kitipornchai S. 2016. Nonlinear vibration of functionally graded carbon nanotube reinforced composite beams with geometric imperfections. *Composites Part B*, **90**: 86-96.

Yakobson B I, Brabec C J, Bernholc J. 1996. Nanomechanics of carbon tubes: Instability beyond linear response. *Physical Review Letters*, **76**: 2511-2514.

Yas M H, Heshmati M. 2012. Dynamic analysis of functionally graded nanocomposite beams reinforced by randomly oriented carbon nanotube under the action of moving load. *Applied Mathematical Modelling*, **36**: 1371-1394.

Yas M H, Samadi N. Free vibrations and buckling analysis of carbon nanotube-reinforced composite Timoshenko beams on elastic foundation. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2012, **98**: 119-128.

Yas M H, Pourasghar A, Kamarian S, Heshmati M. 2013. Three-dimensional free vibration analysis of functionally graded nanocomposite cylindrical panels reinforced by carbon nanotube. *Materials & Design*, **49**: 583-590.

Zhang L W, Cui W C, Liew K M. 2015a. Vibration analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composite thick plates with elastically restrained edges. *International Journal of Mechanical Sciences*, **103**: 9-21.

Zhang L W, Lei Z X, Liew K M, Yu J L. 2014a. Large deflection geometrically nonlinear analysis of carbon nanotube-reinforced functionally graded cylindrical panels. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **273**: 1-18.

Zhang L W, Lei Z X, Liew K M, Yu J L. 2014b. Static and dynamic of carbon nanotube reinforced functionally graded cylindrical panels. *Composite Structures*, **111**: 205-212.

Zhang L W, Lei Z X, Liew K M. 2015b. An element-free IMLS-Ritz framework for buckling analysis of FG-CNT reinforced composite thick plates resting on Winkler foundations. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **58**: 7-17.

Zhang L W, Lei Z X, Liew K M. 2015c. Computation of vibration solution for functionally graded carbon nanotube-reinforced composite thick plates resting on elastic foundations using the element-free IMLS-Ritz method. *Applied Mathematics and Computation*, **256**: 488-504.

Zhang L W, Lei Z X, Liew K M. 2015d. Buckling analysis of FG-CNT reinforced composite thick skew

plates using an element-free approach. *Composites Part B*, **75**: 36-46.

Zhang L W, Lei Z X, Liew K M. 2015e. Vibration characteristic of moderately thick functionally graded carbon nanotube reinforced composite skew plates. *Composite Structures*, **122**: 172-183.

Zhang L W, Lei Z X, Liew K M. 2015f. Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite triangular plates using the FSDT and element-free IMLS-Ritz method. *Composite Structures*, **120**: 189-199.

Zhang L W, Liew K M. 2015. Large deflection analysis of FG-CNT reinforced composite skew plates resting on Pasternak foundations using an element-free approach. *Composite Structures*, **132**: 974-983.

Zhang L W, Liew K M. 2016. Postbuckling analysis of axially compressed CNT reinforced functionally graded composite plates resting on Pasternak foundations using an element-free approach. *Composite Structures*, **138**: 40-51.

Zhang L W, Liew K M, Jiang Z. 2016a. An element-free analysis of CNT-reinforced composite plates with column supports and elastically restrained edges under large deformation. *Composites Part B*, **95**:18-28.

Zhang L W, Liew K M, Reddy J N. 2016b. Postbuckling of carbon nanotube reinforced functionally graded plates with edges elastically restrained against translation and rotation under axial compression. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **298**: 1-28.

Zhang L W, Song ZG, Liew K M. 2015g. Nonlinear bending analysis of FG-CNT reinforced composite thick plates resting on Pasternak foundations using the element-free IMLS-Ritz method. *Composite Structures*, **128**: 165-175.

Zhang L W, Song ZG, Liew K M. 2015h. State-space Levy method for vibration analysis of FG-CNT composite plates subjected to in-plane loads based on higher-order shear deformation theory. *Composite Structures*, **134**: 989-1003.

Zhang L W, Song ZG, Liew K M. 2016c. Optimal shape control of CNT reinforced functionally graded composite plates using piezoelectric patches. *Composites Part B*, **85**: 140-149.

Zhang L W, Song Z G, Liew K M. 2016d. Computation of aerothermoelastic properties and active flutter control of CNT reinforced functionally graded composite panels in supersonic airflow. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **300**: 427-441.

Zhang L W, Xiao L N, Zou G L, Liew K M. 2016e. Elastodynamic analysis of quadrilateral CNT-reinforced functionally graded composite plates using FSDT element-free method. *Composite Structures*, **148**: 144-154.

Zhang R, Zhang Y, Zhang Q, Xie H, Qian W, Wei F. 2013. Growth of half-meter long carbon nanotubes based on schulz-flory distribution. *ACS Nano*, **7**: 6156-6161.

Zhang Y, Matthews F L. 1983. Postbuckling behavior of curved panels of generally layered composite materials. *Composite Structures*, **2**: 115-136.

Zhu J, Yang J, Kitipornchai S. 2013. Dispersion spectrum in a functionally graded carbon nanotube-reinforced plate based on first-order shear deformation plate theory. *Composites Part B*, **53**: 274-283.

Zhu P, Lei Z X, Liew K M. 2012. Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory. *Composite Structures*, **94**: 1450-1460.

(责任编委: 魏宇杰)

Modeling and analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composite structures: A review

SHEN Hui-Shen†

School of Aeronautics and Astronautics, Shanghai Jiao Tong University,
Shanghai 200240, China

Abstract Functionally graded carbon nanotube reinforced composite (FG-CNTRC) is a new generation of advanced composite materials, where carbon nanotubes (CNTs) are used as the reinforcements in a functionally graded pattern. The mechanical behavior of FG-CNTRC has emerged as one of the recent hot research topics in materials science and engineering. This paper presents a review of the developments in the modeling and analysis of FG-CNTRC structures. The emphasis are put on the linear and nonlinear bending, buckling and postbuckling, and free and forced vibration of FG-CNTRC beams, plates, shells and shell panels under various loading, boundary and environmental conditions. The presented progresses lay foundation for future studies in the area of FG-CNTRC structures. Some critical aspects for further explorations are highlighted.

Keywords functionally graded materials, carbon nanotube reinforced composite, bending, buckling, vibration

沈惠申, 上海交通大学应用力学教授. 1970 年 2 月毕业于清华大学工程力学数学系. 1986 年 4 月于上海交通大学获博士学位. 1991 年 5 月至 1992 年 11 月留学英国 Wales 大学 (Cardiff) 和 Liverpool 大学. 1992 年底回国任教授. 1995 年至 2015 年曾多次在英国 Cardiff 大学、香港理工大学、香港城市大学、新加坡南洋理工大学、日本静冈大学、澳大利亚西悉尼大学和加拿大约克大学作访问教授. 主要研究领域为先进复合材料结构非线性分析, 纳米力学和细胞生物力学. 已出版中英文专著 5 部, 在国内外重要学术期刊上发表研究论文 280 余篇. 研究成果已被 280 余种国际学术期刊 2000 余篇论文他引 4400 余次. 总他引 6800 余次. 根据 Web of Science, 沈惠申的 “h-index” 为 41 (截止到 2016 年 4 月). 目前是 *JSPS Fellow*, *Composite Structures* 等 7 种国际期刊编委. 80 余种国际学术期刊特邀论文评审专家.

Received: 22 February 2016; accepted: 21 April 2016; online: 5 May 2016

† E-mail: hsshen@mail.sjtu.edu.cn

Cite as: Shen H S. Modeling and analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced composite structures: A review. *Advances in Mechanics*, 2016, 46: 201611