

多体系统动力学碰撞问题研究综述*

董富祥[†] 洪嘉振

上海交通大学工程力学系, 上海 200240

摘要 对近年来多体系统碰撞动力学研究进展进行了评述, 包括碰撞动力学建模理论、数值算法和实验方面的进展情况. 根据各自不同假设条件将建模方法分为冲量动量法、连续碰撞力模型和基于连续介质力学的有限元方法, 比较了各种建模方法在碰撞过程描述和数值性态方面的优势和局限性; 对碰撞动力学实验在非接触式测量方面取得的最新进展进行了介绍, 总结了实验对以上建模理论的验证研究, 展示了实验研究方面的一些新发现. 最后基于工程实际的需求提出多体系统碰撞动力学面临的新挑战.

关键词 多体系统动力学, 碰撞, 冲量动量法, 连续碰撞力模型, 有限元方法, 实验研究

1 引言

近 20 年来国内外学者在多体系统连续过程建模理论、计算方法和实验研究等方面做了大量的工作, 取得了一系列重要科研成果^[1~4], 相继解决了动力刚化、数值病态等方面存在的问题, 建立了程式化的多体系统刚柔耦合动力学建模理论和有效的数值求解算法, 并形成了诸如 ADAMS, DADS 和 RECDYN 这样的大型工程软件, 这些软件已经在众多工程问题的实践中经受了考验.

然而实际工程领域内依然存在着大量以构件间撞击为主要特征的非连续动力学问题, 如卫星太阳帆板在轨展开与锁定、航天器的交会对接、包装机构的间歇运动及构件间连接间隙引起的冲击等. 在这些非连续动力学问题中, 碰撞过程以其作用时间短、强度大给系统动力学性态造成了巨大影响, 已经成为系统分析和控制中不可忽略的重要因素, 同时也给多体系统动力学建模和数值仿真带来了一定的困难. 由于碰撞过程的高度复杂和强烈的非线性, 目前对于该问题的研究还远未达到与连续动力学相同的水平, 这类问题的研究不论对于理论研究的进展还是工程问题的解决都具有十分重要的意义和价值, 现在多体系统动力学接触碰撞问题已经成为多体动力学研究的重要方向之一^[5~9]. 本文根据当前多体系统动力学

碰撞问题的研究现状, 对其在建模理论、数值方法和实验方面的最新进展作一介绍.

2 多体系统碰撞动力学建模理论

多体系统碰撞力学从力学本质上是一种非定常、变边界的高度非线性动力学过程, 其中对碰撞过程的正确处理是解决多体接触碰撞动力学问题的关键^[7]. 按照对碰撞过程假设的不同, 可以将其建模方法分为以下 3 种类型: 冲量动量法, 连续碰撞力模型, 基于连续介质力学的有限元方法.

2.1 冲量动量法

冲量动量法是建立在碰撞物体刚性假设条件下的一种近似理论. 采用冲量动量法时, 基本假设如下: (1) 参与碰撞的物体均为刚体, 不考虑碰撞引起的局部变形; (2) 碰撞在极短时间内完成, 不考虑碰撞持续时间和碰撞力作用过程; (3) 碰撞前后系统位形不发生显著变化. 由于刚体假定条件下碰撞持续时间非常短, 碰撞过程中不能直接利用碰撞力和碰撞加速度确定碰撞动力学过程, 因此在计算中必须依赖于其对时间的一次积分形式即碰撞力冲量和系统广义速度来描述碰撞前后的运动学关系. 与早期假设碰撞面光滑不同^[8], 近年来在切向摩擦问题求解方面进行了大量的研究^[10,11]. 根据对碰撞问题处理方法的不同, 可以将求解方

收稿日期: 2008-06-25, 修回日期: 2008-12-09

* 国家自然科学基金 (10772113) 资助项目

[†] E-mail: dongfx_101@yahoo.com.cn

法分为：增加删除约束法和互补法两类。

2.1.1 增加删除约束法 [12~14]

增加删除约束法由 Huag 等 [12] 提出，通过以上假设条件，根据碰撞点之间的法向运动学关系，结合碰撞恢复系数，求解碰撞后多刚体系统中各物体的广义速度。本质上是在碰撞发生位置增加与之相应的保持位移不变，而速度跳跃的双面约束，在求出碰撞结束时刻的广义速度后释放该约束。加入位移约束的同时，相应地必须在碰撞位置引入与位移约束适应的拉格朗日乘子，该拉格朗日乘子与引起速度跳跃的碰撞力冲量有关。

如图 1 所示，为将要发生碰撞的两刚体之间的运动学描述。碰撞前多刚体系统动力学方程

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^* + Q^e \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 M 为碰撞前系统广义质量矩阵， Φ_q 为碰撞前系统约束的雅可比矩阵， λ 表示约束力矢量， Q^* 为由于动能相对时间求导两次得到的速度二次项， Q^e 为外力矢量， γ 表示加速度约束方程右端项， q 表示系统的广义坐标列阵。碰撞阶段动力学方程

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T & \frac{\partial s_n^T}{\partial q} \\ \Phi_q & 0 & 0 \\ \frac{\partial s_n}{\partial q} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \dot{q} \\ I^\lambda \\ -p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -(1+e)\frac{\partial s_n}{\partial q} \dot{q}(t^-) \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 s_n 表示潜在碰撞点之间的最短法向距离矢量列阵， $\Delta \dot{q}$ 表示碰撞引起的系统广义速度的变化量， I^λ 表示碰撞引起的约束力冲量， p 表示碰撞力冲量， e 表示牛顿恢复系数，一般通过实验获得， t 表示碰撞发生时刻， $\dot{q}(t^-)$ 表示碰撞前瞬间系统的广义速度。

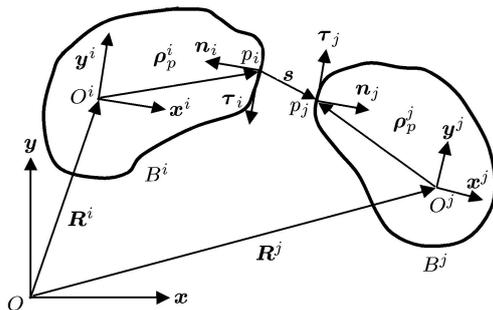


图 1 刚体假定条件下物体的碰撞

由方程 (2) 可以得到碰撞后系统广义速度变化量 $\Delta \dot{q}$ ，然后根据式 (3) 可求得碰撞后系统的广义速度

$$\dot{q}(t^+) = \dot{q}(t^-) + \Delta \dot{q} \quad (3)$$

梁敏等 [13] 提出了基于“撞击铰”思想解决多刚体系统碰撞动力学问题的方法，从数学上对可解性问题进行了讨论，并将该方法用于卫星帆板展开过程中撞击锁定等问题的工程研究中。Chang 和 Houston [14] 用 Kane 方程和牛顿恢复系数对多刚体单点碰撞问题进行了研究，提出了碰撞后运动学参数的求解方法。这些不同的解法都必须准确地写出碰撞点之间的法向运动学关系，从而保证基于恢复系数求出的系统广义速度符合碰撞约束释放后系统广义坐标之间的运动学关系，因为系统中未发生碰撞物体的广义速度的变化必须与参与碰撞物体的速度变化相协调，才能保证碰撞后系统运动学方程不发生速度违约问题。

2.1.2 互补法

互补法在处理碰撞问题时，将碰撞问题视为单面约束问题，通过碰撞力和碰撞点间的距离将碰撞问题表达为含有不等式的数学形式，采用互补数学算法如 Lemke 算法或者内点算法 [15] 等对其进行求解。由于其数学算法的特点，基于单面约束的互补方法对物体之间的碰撞/分离和黏滞/滑移切换的处理可以由算法实现。

物体碰撞点之间的法向距离和法向碰撞力形成互补条件

$$g_{N_i} \geq 0, \quad \lambda_{N_i} \geq 0, \quad g_{N_i} \lambda_{N_i} = 0 \quad (4)$$

为了便于动力学积分运算，在接触过程中可以将其转换为加速度形式 [16]

$$\ddot{g}_{N_i} \geq 0, \quad \lambda_{N_i} \geq 0, \quad \ddot{g}_{N_i} \lambda_{N_i} = 0 \quad (5)$$

Moreau [17] 等将凸分析理论引入多刚体系统动力学中，用微分包含测度理论处理静接触和碰撞动力学问题，形成了由常微分方程和不等式组成的混合方程组，通过数值积分和 Lemke 算法求解动力学方程。Pfeiffer 和 Glocker [18] 对多刚体动力学单面接触问题进行了总结，提出通过泊松恢复系数将碰撞问题转化为互补问题的解决方法，并将其用于啄木鸟玩具的自激振动、涡轮叶片阻尼器操作和机器装配等工程问题的分析中。Anitescu 和 Portra [19] 对含库仑摩擦的多刚体接触碰撞问

题进行了研究,建立了基于泊松假定和摩擦锥线性近似的碰撞动力学方程,并对线性互补形式的动力学方程解的性质进行了讨论. Liu 等^[20]研究了受单面约束的机械臂在粗糙表面上的滑移问题,推导了基于线性互补理论的平面柔性多体系统跳跃运动准则,并将其用于两杆机械臂与粗糙传送带的分析中.

在数值求解方面,刘才山等^[21]总结了多体系统多点碰撞接触问题的数值求解方法,提出了一种基于步长评价准则的变步长数值求解策略. Pfeiffer 等^[22]对非光滑多体系统动力学接触问题数值解法进行了综述,指出今后数值方法努力的方向是适应工业系统仿真的需要,提高计算效率. 为了研究碰撞过程中切向冲量随法向冲量变化的规律,赵振,刘才山等^[23,24]提出放弃刚体动力学中碰撞瞬时完成假定的思想,将碰撞过程作为有一定数量时间区间组成的动态过程,建立以类似于时间变量为独立变量的碰撞动力学微分方程,发展速度和接触切向冲量随接触法向冲量变化而连续变化的求解方法,解决了刚体系统碰撞问题中的黏滞滑移转换等问题. 互补方法在处理接触/分离和黏滞/滑移等切换问题时能够将碰撞过程作为一个整体过程由数值算法自动实现,为碰撞过程中接触/分离和黏滞/滑移的切换提供了一种自然的搜索策略.

基于刚体假定的冲量动量法不必考虑碰撞力随时间变化过程,在动力学计算中也不需要积分运算,计算效率较高,因此在大型多刚体系统碰撞动力学仿真中得到了广泛应用,同时以刚性假定为基础的冲量动量法认为在碰撞发生时碰撞力瞬时影响刚体系统上的所有点,引起了广义速度跳跃,造成了在考虑切向摩擦的动力学仿真中往往出现以下问题:首先,库仑摩擦的存在使得多体系统碰撞动力学方程在求解时往往会出现无解或者有多解的情况^[25,26]. 其次,在处理库仑干摩擦的平面或者空间多刚体碰撞问题时,发现在一定的参数条件下,可能会引起系统动力学方程出现不协调现象如 Painlevé 悖论^[27,28]和 Kane 动力学之谜^[29,30]等问题.

2.2 连续碰撞力模型

由于冲量动量法难以求解出碰撞过程中碰撞力随时间变化的情况,而在很多涉及撞击问题的工程应用领域中碰撞力的大小和变化过程往往为工程师们所关注,因此需要提出一种能够求解碰撞力时间变化历程的计算模型. 连续碰撞力模型以碰撞力由局部接触变形引起为假设基础,将物

体间嵌入量和嵌入速度作为碰撞力计算参数,是一种以弹簧阻尼力元代替接触区域复杂变形的近似方法. 从严格的意义上讲,嵌入量并不符合物理实际.

到目前为止已经提出了众多不同的碰撞力的模型,这些模型可以分为解析公式和拟合公式. 解析公式主要是将静接触力学中某些理论公式运用到低速碰撞领域得到的,如 Hertz 接触理论^[31]. 实验已经证明: Hertz 接触理论在低速球面碰撞仿真中仍然适用^[32]. Yigit^[33]提出了圆截面单柔性梁与固定圆柱面碰撞的弹塑性碰撞定律,认为碰撞过程的能量损失主要来自于接触表面的局部塑性屈服效应. 研究结果表明考虑弹塑性效应的碰撞力模型数值仿真结果与实验吻合很好,这说明虽然这些公式是在静接触条件下导出的,但是在低速碰撞条件下与真实情况较为接近. 由于这些解析公式是在特殊的几何和边界条件下得到的,很难适应一般几何形状物体的碰撞问题,为此需要提出通用的拟合公式以适应各种复杂情况.

Khulief 和 Shabana^[34]提出了用线性弹簧阻尼模型近似模拟多体系统碰撞过程的方法,从而将线性弹簧阻尼模型引入到多体系统碰撞动力学的研究中,建立了含碰撞力模型的多体系统碰撞动力学方程,并给出了确定等效弹簧刚度和阻尼系数的理论方法. 然而线性弹簧阻尼模型在碰撞计算结束时将出现阻尼力不为零的情况,针对这一问题提出了一系列不同的非线性弹簧阻尼碰撞力模型^[35~40],这些模型大多以弹性接触理论为基础,通过引入描述碰撞过程中能量损失的阻尼项,得到碰撞力与嵌入量及接触点相对速度的关系. Lankarani 等^[35]提出了基于 Hertz 接触理论和恢复系数的非线性弹簧阻尼模型. 由于推导时所作的假设,该模型仅适应于恢复系数接近于 1 的情形. 为了研究大能量损失的情况,Quoc 等^[36]用非线性有限元软件研究了发生塑性接触变形情况下球体间碰撞力与位移的关系,通过对有限元分析结果的数据拟合得到了考虑塑性的法向接触力与位移的关系. 对切向库仑摩擦问题, Kraus^[37]引入了切向弹簧阻尼模型,将突变的库仑摩擦问题转变为连续切向弹簧阻尼模型,改善了切向黏滞/滑移切换的数值性态.

如图 2 所示,非线性连续碰撞力模型^[38]

$$F = K\delta^n + C\delta^n\dot{\delta} \quad (6)$$

其中 K 和 C 表示撞击位置处局部接触刚度和阻尼系数, δ 表示接触嵌入深度, $\dot{\delta}$ 表示接触点上的相对速度, n 表示指数系数. 根据不同的几何形状, n 取不同的值, 对于 Hertz 接触问题而言, n 取 1.5.

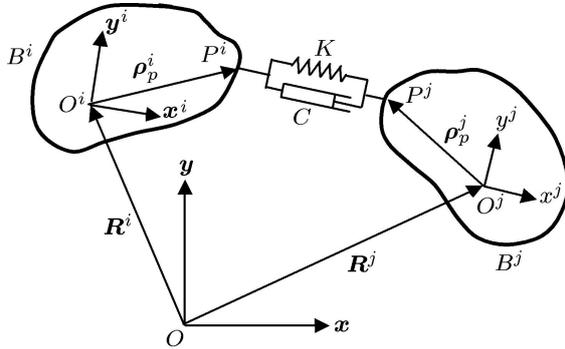


图 2 连续碰撞力模型

表 1 给出球与平面碰撞条件下, 各公式中刚度和阻尼系数的取值情况.

在 Lankarani 等 [35] 和 Herbert 等 [39] 公式中 e 表示碰撞过程中的恢复系数, v^i 表示碰撞前潜在碰撞点之间的相对速度. 在 Lee 和 Wang [40] 公式中, α 表示不同碰撞速度条件下由恢复系数实验得

到的拟合参数. 球与圆柱面碰撞问题研究证明, 当恢复系数接近于 1 时, 由 Lankarani 等 [35], Herbert 等 [39] 和 Lee 等 [40] 的公式计算得到的碰撞力之间差别不大 [41]. 然而当恢复系数比 1 小很多的时候, 以上公式计算出的碰撞力和分离速度将会出现明显的差别, 说明连续碰撞力模型及模型中参数的合理选择对于计算结果具有重要影响.

作为求解碰撞力的近似理论, 连续碰撞力模型的出现不仅解决了刚性碰撞理论中由切向摩擦引起的数值不稳定和能量不一致问题, 而且为碰撞过程中撞击力的求解提供了一种简单易行的方法, 因而该方法在包括航天器对接 [42] 和含间隙机械系统仿真 [43] 等众多工程领域得到了广泛的应用, 并成为目前多体系统动力学工程软件中主要的碰撞过程求解方法. 不过在实际工程应用中连续碰撞力模型的参数选择对计算结果有着至关重要的影响, 这些参数的合理选择决定了计算结果的准确性. 应该注意到的是在利用连续碰撞力模型如 Hertz 接触理论处理碰撞问题时, 这些模型都忽略了碰撞引起的弹性波在物体中的传播. 钱伟长和叶开沅 [44] 指出当物体振动周期接近于碰撞持续时间时, 碰撞模型中必须考虑波的传播.

表 1 连续碰撞力模型刚度和阻尼参数表达式

研究者	刚度系数	阻尼系数
Hertz [31]	$K = \frac{4}{3} R^{\frac{1}{2}} E^*$	$C = 0$
Lankarani 等 [35]	$K = \frac{4}{3} R^{\frac{1}{2}} E^*$	$C = \frac{3K(1 - e^2)}{4v^i}$
Herbert 等 [39]	$K = \frac{4}{3} R^{\frac{1}{2}} E^*$	$C = \frac{6(1 - e)}{[(2e - 1)^2 + 3]} \frac{K}{v^i}$
Lee 等 [40]	$K = \frac{4}{3} R^{\frac{1}{2}} E^*$	$C = \frac{3}{4} \alpha K$

2.3 基于连续介质力学的有限元方法

当物体间发生碰撞时, 不仅会在撞击位置处产生局部弹塑性变形, 而且撞击位置处所产生的扰动也会以应力波的形式传播到未扰动的区域中去. 当物体振动周期接近于碰撞接触持续时间时, 应力波的传播就不能够忽略. 为了同时计及碰撞引起的局部变形和波传播效应, 必须借助于连续介质力学方法对碰撞问题进行求解, 然而由于碰撞问题的复杂性, 解析解法仅能够处理一些几何形状和边界条件较为简单的问题, 对于复杂形状和边界的撞击问题必须依赖于数值解法 [45,46]. 目前主要的数值解法包括有限元法、边界元法和无

网格法, 其中以有限元法的发展最为成熟. 有限元法通过单元假设近似函数分片逼近全求解域函数, 以多段线近似拟合边界形状, 将一个无限自由度的连续问题离散成有限自由度的问题, 进而求解得到整个域上的近似解, 通过引入接触点搜索和碰撞求解算法, 能够对复杂几何形状和材料性质的碰撞动力学问题进行数值仿真. 经过 30 多年的发展, 有限元碰撞问题的研究已经取得了比较成熟的成果, 形成了大量商业软件如 LS-DYNA, Dytran, ABAQUS, 并在汽车安全分析、电子产品跌落、金属成型、冲击爆炸等诸多领域得到了广泛的应用.

Wu 等^[47]提出了用子结构综合法和增加删除约束法建模柔性体碰撞问题的方法,通过将发生碰撞的柔性体划分为不同的子结构,在每个子结构中约束模态和固定界面正则模态共同表示每个子结构内部的弹性变形,通过增加删除接触位置处的位移约束对碰撞过程进行建模.刘锦阳等^[48,49]将子结构法与单向递推组集建模方法相结合以求解柔性多体系统碰撞动力学问题,郭安萍等^[50]运用子结构离散和增加删除约束法研究了刚性块体与一端固定的弹性杆撞击动力学响应问题,通过与 St.Venant 理论解的对比验证了该方法在一维单点碰撞问题求解上的可行性.子结构离散和增加删除约束方法的结合为柔性多体系统碰撞动力学提供了基于接触区域变形的建模方法,同时子结构法的采用也导致该方法无法对接触界面滑移问题进行建模.

在研究多体系统碰撞问题时,Wasfy 和 Noor^[51]用有限元方法对柔性体进行离散,提出了与集中质量有限元方法相匹配的碰撞条件处理方法.该方法在处理碰撞初始条件时将接触界面上的碰撞结点划分为不同的质点,然后按照动量守恒和恢复系数计算碰撞后接触结点的速度,提高了计算效率,但是引入的结点撞击恢复系数缺乏明确的物理意义,很难在计算中确定其合理的值.为了获得飞船抓取机构捕获卫星问题的控制规律, Kim 等^[52,53]提出将有限元法和柔性多体建模方法结合描述这一变拓扑接触动力学过程的思想,建立了考虑局部接触变形和柔性多体系统大范围运动在内的机器手臂抓取卫星动力学方程,并讨论了其数值性态.作者将抓取动作视为接近于准稳态的接触动力学过程,忽略了动作过程中的撞击引起的突变问题. Ebrahimi 等^[54]将浮动坐标系下柔性多体动力学方程与表示单面约束 Signorini 条件结合,建立了互补形式的平面多体碰撞动力学方程,从而将互补方法引入到柔性多体系统碰撞动力学研究领域.针对有限元方法在动力学仿真运算中的低效率, Seifried 等^[55]提出将有限元方法和模态综合法相结合以缩减系统自由度的思想,其中对于接触区域采用有限元离散,接触区域之外的动力学响应用模态综合法求解,两者在交界处通过结点相连.球杆碰撞问题的数值仿真和实验结果比较证明,以建模工作复杂性为代价的混合方法换来了计算效率的大幅提高.

有限元离散为碰撞过程中局部接触变形的准确描述提供了一种较为接近真实情况的建模方法,

有利于从连续体碰撞的物理本质来认识撞击问题,避免了冲量动量法中能量不协调和连续碰撞力模型中参数难以选定的问题,提高了碰撞动力学计算的稳定性.与连续碰撞力模型相比较,采用有限元法求解多体碰撞问题时,只需要了解碰撞物体的几何形状、材料性质及碰撞前运动学参数即可对问题进行求解,不需要引入过多的参数,更符合物理实际.然而与之相应的是过多的自由度带来了数值计算上的极低效率,并且物体大范围运动与小范围弹性振动之间的耦合也将引起严重的数值病态,这些将给大型复杂机械系统碰撞动力学分析仿真带来了巨大困难.

3 实验研究

任何碰撞理论和模型都必须经受实验的检验.通过碰撞实验一方面可以检验现有理论分析和数值仿真的正确性,另一方面可以发现新的实验现象,揭示新的内在规律,推动理论研究的进一步发展完善.碰撞问题作为持续时间很短的瞬态动力学过程,对于实验装置的响应速度要求很高.常用的碰撞测量传感器主要有应变传感器、压电传感器、激光传感器和高速摄影机.前两者在测量过程中必须和被测物体紧密相连才能够准确地测量出碰撞位置处所需要的数据,测量元件与物体的粘接将会造成弹性波在粘接位置处发生界面反射、波形弥散和惯性跟随等现象^[32].为了不破坏碰撞实验本身的边界条件,应尽可能避免这种由测量仪器给实验本身带来的误差.为提高实验的精确度,在碰撞实验中应首选非接触式的测量仪器如高速摄影机或者激光测速测距传感器.近年来激光测振仪以其高精度高响应速度成为碰撞实验中的有力工具,在研究中得到了广泛应用^[56].激光测振仪采用多普勒效应测量被测物体的速度,避免了常规接触式传感器带来的误差,极大地提高了测量精度和响应速度.与建模理论相适应,实验方面也存在着与之对应的 3 类研究工作.

Stoianovici 等^[57]通过高速摄影机研究了硬化钢棒与工具钢表面之间的碰撞现象,验证了碰撞过程中库仑干摩擦定律的正确性,指出在低速和碰撞角度保持不变条件下恢复系数保持稳定不变,同时通过数值仿真与实验结果比较,探索了钢棒撞击过程中与恢复系数有关的能量损失问题.实验为基于恢复系数模型的刚体撞击理论提供了实验基础,同时也讨论了刚性碰撞理论的适用范围问题.

Yigit^[33] 研究了圆截面旋转柔性梁与固定圆柱表面发生弹塑性碰撞的动力学过程, 认为柔性旋转梁与固定圆柱面碰撞时主要能量损失来自于碰撞位置处的塑性变形. 实验证明了所提设想的正确性, 然而由于提出的模型局限于存在解析表达式的特定几何形状物体之间的碰撞问题, 较难推广应用. Zhang 等^[41] 通过球与圆柱体的碰撞实验, 研究了不同连续碰撞力模型中参数的选定问题, 对不同连续碰撞力模型的计算结果进行了比较, 提出实验确定连续碰撞力模型参数的方法. Ma 和 Kim^[58] 对多点碰撞情况下连续碰撞力模型的参数辨识问题进行了研究, 提出实验确定接触刚度、阻尼和摩擦系数的理论和方法, 并设计了相关实验装置.

Seifried 等^[59] 对球与半圆板碰撞问题进行了有限元数值仿真和实验研究, 通过不同参数条件下数值仿真结果与实验结果的对比发现, 算法和参数的选择会对计算结果造成一定的影响, 最后结合实验给出了合理进行网格划分和参数选择的建议. Seifried 等^[60,61] 对钢球与铝圆柱杆多次碰撞问题进行了实验研究, 结果发现在同一撞击速度条件下随着碰撞次数的增加恢复系数也相应地增加, 直到达到稳定值. 通过与数值仿真结果进行对比, 认为刚球与铝杆首次碰撞后在撞击位置处留下了一定塑性变形和残余应力, 这样在下一碰撞时由于接触面积的增加和残余应力的影响将导致相对较少的能量损失, 从而提高了恢复系数, 随着碰撞次数的不断增加塑性变形区不再扩展, 残余应力不再提高, 使得恢复系数趋于稳定, 此时恢复系数表示的能量损失主要由波的传播引起.

值得注意的是以上实验工作基本上都以两体的碰撞问题为基础对碰撞过程中的现象进行讨论, 这样固然能够撇开其他因素的不利影响, 便于对纯粹的碰撞动力学现象进行详尽的讨论, 然而两体间的碰撞问题毕竟不同于实际工程和仿真领域遇到的多体系统中构件间的碰撞问题. 相互铰接构件间的撞击往往比两体碰撞复杂的多, 连接铰对局部接触变形和弹塑性波传播的影响还缺乏进一步的实验研究.

4 面临的挑战

虽然多体系统碰撞问题的理论研究已经取得了较大的进展, 并在航天器对接、计算机虚拟现实、铰间隙^[62] 和断路器机电耦合仿真^[63] 等应用领域取得了一系列研究成果, 同时也应该看到目

前多体系统碰撞动力学在建模理论、数值仿真、碰撞引起的振动机理及实验研究等方面还与实际应用需求存在着一定的差距. 就多体系统碰撞问题研究而言, 存在如下挑战:

(1) 刚体假定条件下计及库仑干摩擦时, 多体系统发生多点碰撞引起的数值和能量不协调问题及相互铰接情况下刚体碰撞假定的适应范围问题. 目前的研究主要集中于单接触点刚性碰撞问题, 而在实际过程中面临的条件可能是复杂而多变的, 如三维空间内发生多点碰撞情况下库仑摩擦锥处理和滑移方向确定等问题.

(2) 连续碰撞力公式的合理选用和参数确定问题. 怎样设计合理的实验平台, 通过实验检验现存公式的适用范围, 确定常用构件和材料在不同撞击速度条件下碰撞力模型和参数的选择标准, 为今后运用连续碰撞力模型进行计算提供参考依据.

(3) 从碰撞动力学机理出发, 建立能够描述碰撞过程弹塑性变形、波传播等复杂现象的柔性多体碰撞动力学理论, 完善与之适应的数值算法, 并在尽量保证计算精度的条件下探索高效率仿真的动力学建模方法, 加强对于大型复杂机械系统的仿真计算能力. 通过对柔性多体系统碰撞问题的深入研究探索, 加深对碰撞引起物体振动机理的认识.

(4) 撞击以其高强度高瞬态特性给变拓扑多体系统控制带来了一定的影响, 研究碰撞过程与控制策略之间的耦合作用, 分析碰撞对变拓扑多体系统控制策略的鲁棒性和稳定性的影响, 探索相关的最优控制策略, 为多体系统非光滑变拓扑过程设计有效的控制策略.

5 结 语

本文对近年来多体系统碰撞动力学的建模方法和实验方面的最新进展进行了介绍. 将建模方法分为 3 类, 冲量动量法、连续碰撞力模型和基于连续介质力学的有限元法, 通过对这些方法的总结, 讨论了各自在理论建模和数值方法方面的优势和局限性. 通过对碰撞过程动力学特性的分析, 讨论了传统接触式测量传感器对高瞬态碰撞实验造成的系统误差, 提出了尽量采用不破坏碰撞问题本身边界条件的非接触式传感器进行测量的建议, 以降低实验仪器带来的误差. 多体系统碰撞动力学作为一个正在不断发展完善的交叉课题, 尚有大量的理论问题亟需解决, 相信随着理论研究

和实验手段的不断进步,对于多体系统碰撞问题的研究和认识会越来越深入。

参 考 文 献

- Shabana A A. Flexible multibody dynamics review of past and recent developments. *Multibody System Dynamics*, 1997, 1: 189~222
- 胡海岩. 先进机械系统的若干动力学与控制问题. 面向 21 世纪的中国振动工程研究. 北京: 航空工业出版社, 1999
- 赵光恒. 力学——现代工程技术的支柱. 南京: 河海大学出版社, 2001
- Wasfy T M, Noor A K. 柔性多体系统的计算策略. 力学进展, 2006, 36(3): 421~476
- 胡海岩, 孟庆国, 张伟等. 动力学、振动与控制学科的发展趋势. 力学进展, 2002, 32(2): 294~306
- Schielen W. Research trends in multibody systems dynamics. *Multibody Systems Dynamics*, 2007, 18: 3~13
- 刘才山, 陈滨. 作大范围回转运动柔性梁斜碰撞动力学研究. 力学学报, 2000, 32(4): 457~465
- 张志娟, 水小平. 柔性多体碰撞动力学研究进展. 河北大学学报, 2004, 24(2): 191~195
- 刘才山, 陈滨. 多柔体系统碰撞动力学研究综述. 力学进展, 2000, 30(1): 8~14
- 赵振, 刘才山, 陈滨. 三维含摩擦多刚体碰撞问题数值方法. 中国科学 G 辑, 2006, 36(1): 72~88
- 姚文莉, 王育平, 边力等. 多刚体系统接触碰撞动力学研究进展. 力学与实践, 2007, 29(6): 9~12
- Huag E J, Wu, S C, Yang S M. Dynamics of mechanical systems with Coulomb friction, stiction, impact and constraint addition -deletion-I. *Mechanism and Machine Theory*, 1986, 21(5): 401~406
- 梁敏, 洪嘉振, 刘延柱. 多刚体系统碰撞动力学方程及可解性判别准则. 应用力学学报, 1991, 8(1): 56~63
- Chang C C, Houston R L. Collisions of multibody systems. *Computational Mechanics*, 2001, 27: 436~444
- 何素艳. 互补问题算法研究及其在力学中的应用. [博士论文]. 大连: 大连理工大学, 2003
- Pfeiffer F, Glocker C. *Multibody Dynamics with Unilateral Contacts*. New York: John Wiley, 1996
- Moreau J J. Evolution problem associated with a moving convex set in a Hilbert space. *Journal of Differential Equations*, 1977, 26: 347~374
- Pfeiffer F, Glocker C. Contacts in multibody systems. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2000, 64(5): 773~782
- Anitescu M, Portra F A. Formulating dynamic multi-rigid-body contact problems with friction as solvable linear complementarity problems. *Nonlinear Dynamics*, 1997, 14: 231~247
- Liu C, Zhao Z, Chen B. The bouncing motion appearing in a robotic system with unilateral constraint. *Nonlinear Dynamics*, 2007, 49: 217~232
- 刘才山, 陈滨, 彭瀚等. 多体系统多点碰撞接触问题的数值求解方法. 动力学与控制学报, 2003, 1(1): 59~65
- Pfeiffer F, Foerg M, Ulbrich H. Numerical aspects of non-smooth multibody dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006, 195: 6891~6908
- 赵振, 刘才山, 陈滨. 三维含摩擦多刚体碰撞问题的数值计算方法. 中国科学 G 辑, 2006(1): 72~88
- Zhao Z, Liu C. The analysis and simulation for the three-dimensional impact with friction. *Multibody System Dynamics*, 2007, 18: 511~530
- Mason M T, Wang Y. On the Inconsistency of rigid-body frictional planar mechanics. In: IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1988. 1:524~528
- Peng S. Modeling, analysis and simulation of multibody systems with contact and friction: [Ph D Thesis]. Philadelphia: University of Pennsylvania, 2002
- Stewart D E. Convergence of a time-stepping scheme for rigid-body dynamics and resolution of Painlevé's problem. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 1998, 145: 215~260
- Zhao Z, Liu C, Chen B. The Painlevé paradox studied at a 3D slender rod. *Multibody System Dynamics*, 2008, 19: 323~343
- Kane T R, Levinson D A. *Dynamics: Theory and Applications*. New York: Mcgraw-Hill Ltd, 1985. 231~241
- 姚文莉, 陈滨. 考虑摩擦的平面多刚体系统的冲击问题. 北京大学学报. 2004, 40(5): 729~734
- Hertz H. On the contact of elastic solids. *Journal fur die reine und angewandte Mathematik*, 1881, 92: 156~171
- 李敏, 诸德超. 球杆碰撞问题的数值分析和实验研究. 北京航空航天大学学报, 2001, 27(1): 62~65
- Yigit A S. On the use of an elastic-plastic contact law for the impact of a single flexible link. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1995, 117: 527~533
- Khulief Y A, Shabana A A. A continuous force model for the impact analysis of flexible multibody systems. *Mechanism and Machine Theory*, 1987, 22(3): 213~224
- Lankarani H M, Nikavesh P E. A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems. *ASME Journal of Mechanical Design*, 1990, 112: 369~376
- Quoc V L, Zhang X, Lesburg L. A normal force-displacement model for contacting spheres accounting for plastic deformation: force-driven formulation. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 2000, 67: 363~371
- Kraus R K. Modeling of rigid contacts for dynamic simulation: [Ph D Thesis]. Philadelphia: University of Pennsylvania, 2002
- Hunt K H, Crossley F R E. Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1975, 42: 440~445
- Herbert R G, McWhannell D C. Shape and frequency composition of pulses from an impact pair. *ASME Journal of Engineering for Industry*, 1977, 99: 513~518
- Lee T W, Wang A C. On the dynamics of intermittent-motion mechanisms, Part1: dynamic model and response. *ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, 1983, 105: 534~540
- Zhang Y, Sharf I. Experimental validation of nonlinear compliant contact force models. In: Proceedings of the ASME 2007, International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference. DETC 2007-34978, 2007
- Chen M, Chen L P, Zhang X F, et al. Research and dynamic simulation of docking locks with contact-impact. *Aerospace and Technology*, 2003, 7: 364~372
- 阎绍泽, 贾书惠, 吴德隆等. 含间隙的变拓扑多体系统动力学建模分析. 中国机械工程, 2000, 11(6): 624~627

- 44 钱伟长, 叶开沅. 弹性力学. 北京: 科学出版社, 1956
- 45 Zhong Z H, Mackerle J. Static contact problems — a review. *Engineering Computations*, 1992, 9: 3~37
- 46 刘书, 刘晶波, 方鄂华. 动接触问题及其数值方法的研究进展. *工程力学*, 1999, 16(6): 14~28
- 47 Wu S C, Haug E J. A substructure technique for dynamics of flexible mechanical systems with contact-impact. *ASME Journal of Mechanical Design*, 1990(9): 390~397
- 48 刘锦阳. 研究柔性体撞击问题的子结构方法. *计算力学学报*, 2001, 18(1): 28~32
- 49 刘锦阳, 洪嘉振. 闭环柔性多体系统的多点碰撞问题. *中国机械工程学报*, 2000, 11(6): 619~624
- 50 郭安萍, 洪嘉振, 杨辉. 柔性多体系统接触碰撞子结构动力学模型. *中国科学 E 辑*, 2002, 32(6): 765~770
- 51 Wasfy T M, Noor A K. Computational procedure for simulating the contact/impact response in flexible multibody systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1997, 147: 153~166
- 52 Kim S W. Contact dynamics and force control of flexible multi-body systems: [Ph D Thesis]. Montreal: McGill University, 1999
- 53 Kim S W, Misra A K, et al. Modeling of contact dynamics of two flexible multi-body systems. *Acta Astronautica*, 1999, 45(11): 669~677
- 54 Ebrahimi S, Eberhard P. A linear complementarity formulation on position level for frictionless impact of planar deformable bodies. *ZAMM Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2006, 86(10): 807~817
- 55 Seifried R, Eberhard P. Impact analysis using modal reduction. *PAMM Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, 2005, 5: 129~130
- 56 彼得·艾伯哈特, 胡斌. 现代接触动力学. 南京: 东南大学出版社, 2003
- 57 Stoianovici D, Hurmuzu Y. A critical study of the applicability of rigid body collision theory. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1996, 63(2): 307~316
- 58 Ma O, Kim J H. A robotics tested for verifying a systematic method of indentifying contact-dynamics model parameters. In: Proceedings of the ASME 2007, International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference. DETC 2007-35092, 2007
- 59 Seifried R, Hu B, Eberhard P. Numerical and experimental investigation of radial impacts on a half-circular plate. *Multibody System Dynamics*, 2003, 9: 265~281
- 60 Seifried R, Schiehlen W, Eberhard P. Numerical and experimental evaluation of the coefficient of restitution for repeated impacts. *International Journal of Impact Engineering*, 2005, 32: 508~524
- 61 Schiehlen W, Seifried R, Eberhard P. Elastoplastic phenomena in multibody impact dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006, 195: 6874 ~6890
- 62 Orden J C G. Analysis of joint clearances in multibody systems. *Multibody System Dynamics*, 2005, 13: 401~420
- 63 盛秋峰. 变拓扑系统的动力学仿真技术研究: [硕士论文]. 上海: 上海交通大学, 2006

REVIEW OF IMPACT PROBLEM FOR DYNAMICS OF MULTIBODY SYSTEM*

DONG Fuxiang[†] HONG Jiazhen

Department of Engineering Mechanics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China

Abstract A review of recent developments in the impact dynamics of the multibody systems is presented, including recent advances in modeling theory of the impact dynamics, numerical algorithms and experiments. The modeling theories are divided into three groups: the impulse-momentum method, the continuous impact force model and the finite method based on continuum mechanics, the advantages and limitations of which are compared in respect of impact process description and numerical behavior. The latest developments of impact dynamics experiments in the field of non-contact measurement are reviewed, and relevant experimental studies are summarized for validating the above mentioned methods. Then some new discoveries in experiments are shown, and the new challenges in front of the impact dynamics of multibody systems are proposed based on the demand from engineering practice.

Keywords multibody dynamics, impact, impulse-momentum method, continuous impact force model, finite element method, experiment research

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10772113)

[†] E-mail: dongfx_101@yahoo.com.cn