

复杂网络上的博弈

吴枝喜^{1,*} 荣智海^{2,†} 王文旭^{3,‡}

¹ 香港城市大学混沌与复杂网络学术研究中心, 香港

² 上海交通大学复杂网络与控制实验室, 上海 200240

³ 美国亚利桑那州大学电子工程系, 美国

摘要 博弈理论在社会、经济、生物以及生态等系统中存在着广泛的应用, 复杂网络理论则是研究复杂系统全新而有力的工具, 因此将博弈理论与复杂网络理论相结合成为研究复杂系统一个新的热点. 概述国内外当前关于复杂网络上博弈动力学的研究情况和发展动态, 包括基本的博弈模型、主要关注的问题、以及网络结构和博弈动力学的相互作用等, 最后探讨进一步的研究课题.

关键词 复杂网络, 演化博弈论, 合作涌现, 演化

1 经典博弈论、博弈模型与纳什均衡

博弈理论 (game theory), 又称为对策论, 其主要研究对象为交互作用下的个体的行为演化^[1,2]. 作为应用数学的一个分支, 博弈论被广泛应用于生物、经济、政治、信息等许多学科^[3~6]. 在交互作用中, 个体所获取的收益 (payoff) 不仅依赖于其自身所采取的策略 (strategy), 同时还依赖于其他个体所采取的策略. 1944 年匈牙利数学家冯诺依曼和摩根斯坦出版了他们的著作《博弈论和经济行为》^[1]. 普遍认为这本书是经典博弈论诞生的标志, 奠定了经典博弈理论的基础.

通常一个博弈由以下 4 个部分所组成^[1]: (1) 博弈个体. 在一个博弈中至少有两位决策者 (agent) 参与博弈. (2) 策略集. 个体的博弈策略可以是纯策略, 也可以是混合策略^[3]. 博弈的策略集由参与博弈的个体所有可能采用的策略所组成. (3) 收益矩阵 (payoff matrix). 当博弈个体选定好自己的策略后, 其所获取的收益由收益矩阵中的相应元素来确定. (4) 策略演化. 在多轮博弈过程中, 博弈个体遵循自身收益最大化的最终目标, 即以此目标为指导原则来进行策略调整. 对于某一轮博弈而言, 当所有个体的策略选定以后, 则形成一个“策略概况” (strategy configuration), 可以用

集合 $S=(S_1, S_2, \dots)$ 来描述, 其中 S_i 表示个体 i 所采取的策略. 在某一策略概况下, 个体依据收益矩阵获得相应的收益 U_i . 20 世纪 50 年代, 美国科学家约翰·纳什提出了经典博弈论中的一个重要概念纳什 (Nash) 均衡^[2], 其核心思想是对于两人或多人博弈, 个体的策略演化会趋向于一个均衡态, 在此均衡态下所有的个体会同时采取“纳什均衡策略”, 没有个体可以通过单方面改变策略而获得更高的收益^[2]. 下面我们以常见的囚徒困境博弈和雪堆博弈为例简要地阐述一下纳什均衡的意义.

囚徒困境博弈^[1]: 两个小偷 A 和 B 合伙作案, 被捕后被隔离审讯. 如果双方都拒绝坦白同伴的罪行, 两人将会被轻判 1 年徒刑; 为此, 警方设计了一个机制: 如果 A 揭发 B 的罪行, B 拒不供认 A 的罪行, 则 A 将无罪释放, 而 B 将被重判 5 年徒刑; 如果 A 、 B 都揭发对方罪行, 则双方均被判刑 3 年. 在此情况下, 自私的个体应如何做出抉择? 显然, 如果 A 选择拒绝揭发 B , 即选择与 B “合作” (cooperate-C), 则 B 的最佳反应是揭发 A 的罪行——意味着“背叛” (defect-D) 对方, 这是因为此时选择揭发 A , B 自身就无罪释放了; 如果对方 A 选择揭发自己的罪行, 则 B 的最佳反应也是揭发 A 的罪行, 因为此时坐 3 年牢总比独自一个人坐 5 年要划算的多. 对于两人博弈, 收益矩阵元通常用

收稿日期: 2008-06-30, 修回日期: 2008-11-06

* E-mail: eric0724@gmail.com; † E-mail: rongzhzh@gmail.com; ‡ E-mail: wenxuw@gmail.com

(R 、 S 、 T 、 P) 来表示, 相互合作则二人同获得较大收益 R , 相互背叛则同获较小收益 P , 一方合作一方背叛, 则背叛者获得最高收益 T , 而合作者获得最低收益 S , 即参数满足关系: $T > R > P > S$, 此外 $2R > T + S$, 即相互合作能获得集体最高收益. 由此, 不论对手采取哪种策略, 选择背叛策略都是最佳的, 即理性的个体最终会处于相互背叛的状态 (注意到此时的集体收益低于两人同时选择合作时的情况). 当 A 和 B 相互背叛时, 没有个体愿意先改变自己的策略 (单方面改变策略只能使得自身的收益愈低), 这种相互背叛的状态 (D,D) 就是系统的纳什均衡态.

雪堆博弈^[6]: 在一个风雪交加的夜晚, 两人开车相向而行, 被一个雪堆所阻, 如图 1 所示. 白色和灰色分别表示合作策略与背叛策略. 与囚徒困境博弈不同, 对于雪堆博弈, 收益矩阵元满足关系: $T > R > S > P$.

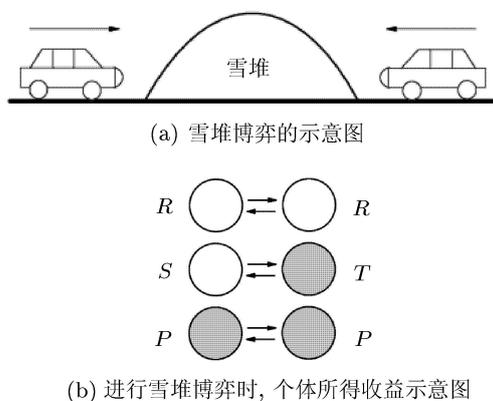


图 1

假设铲除这个雪堆使道路通畅需要付出的劳动量为 c , 道路通畅则带给每个人的好处量化为 b ($> c$). 如果两人一齐动手铲雪, 则他们的收益为 $R = b - c/2$ (分别承担劳动量 $c/2$); 如果只有一人下车铲雪, 虽然两人都能及时回家, 但是背叛者逃避了劳动, 它的收益为 $T = b$, 而合作者的收益为 $S = b - c$; 如果两人都选择不合作, 则两人都无法及时回家, 其收益量化为 $P = 0$. 那么, 理性个体的最优选择是什么呢? 如果对方选择背叛策略 (呆在车中), 那么另一方的最佳策略是下车铲雪 (因为按时回家的利益 $b - c$ 好于呆在车中的背叛收益 0); 反之, 如果对方下车铲雪, 则自己的最佳策略是呆在舒服的车中. 所以, 不同于囚徒困境博弈, 在雪堆博弈中存在两个纳什均衡态: (C,D) 和 (D,C).

2 从经典博弈到演化博弈

在经典博弈论中, 个体被假定是超理性的 (所有个体都知道其他个体也是理性的, 并且会按照理性行事), 且个体对收益矩阵元的信息完全了解. 在这种机制下, 所有个体最终都会采取纳什均衡策略. 由上面的两个例子可以得知, 这种个体的超理性会导致集体的非理性 (因为相互合作时集体收益最大). 一般而言, 在复杂环境中个体没有充分的能力去选择最佳策略以最大化其收益. 此时, 个体通常根据其所掌握的局部信息采取启发式的方法, 做出令其“满意”的决策, 这种选择过程表明个体是有限理性的 (bounded rationality). 演化博弈理论 (evolutionary game theory) 着重研究有限理性的个体如何在重复博弈过程中, 通过自适应学习来实现自身收益最大化的问题^[5,6].

1961 年, Lewontin^[7] 最先尝试应用博弈论的思想解决生物科学中的问题. Smith 和 Price^[8] 于 1973 年在 Nature 上发表了他们的著名论文动物冲突的逻辑, 该文运用博弈论的思想从个体选择的角度解释了动物间的争斗为什么总是一场有限的战争, 而从来不会造成严重的伤害. 这是博弈论的思想第 1 次被正式地应用于生物学中. 从经典博弈论发展到演化博弈论, 3 个关键性概念的内涵发生了转变.

第 1 个是策略的内涵转变. 在经典博弈论中, 博弈个体的不同行为构成策略集. 在生物系统中, 则由不同类型的物种本身组成“策略集” (例如策略可以由物种的表型特征 (phenotype) 所体现, 不同的策略则对应于表型的变异). 个体在继承其父辈的表型特征时可能产生某些变异 (mutation), 这些变异决定它在与其他个体的相互竞争中的生存优劣程度, 或适应度 (fitness) 大小. 通常, 个体的适应度可以由其后代的数目来进行量化. 这样, 经典博弈论中超理性的观点在演化博弈论中被达尔文的“适者生存”规则所替代. 那些不使用“理性”策略的个体会在漫长的演化过程中趋于灭绝.

第 2 个是均衡意义的转变. Smith 和 Price^[8] 研究动物之间为争夺食物、领域或配偶等有限资源而发生的冲突时提出了演化稳定策略 (evolutionary stable strategy, ESS) 的概念. 演化稳定策略是演化博弈论中的重要概念, 它与经典博弈论中的

纳什均衡概念密切相关. 如果一个种群中的所有个体都采用了某种策略, 而此时其他任何一小撮的突变策略都不能入侵该种群的话, 则此策略就被称为是演化稳定的. ESS 可能是纯策略, 也可能是混合策略. 混合策略可以解释为以特定的概率采取各种纯策略, 也可以解释为种群是按特定比例的纯策略组成的种群. 如果用 x^* 表示 ESS, 用 x 表示任意的突变策略, 则演化稳定策略可以描述为: $E(x^*, x^*) > E(x, x^*)$; 或者 $E(x^*, x^*) = E(x, x^*)$, $E(x^*, x) > E(x, x)$; 其中 $E(y, z)$ 表示策略 y 遇到策略 z 时的收益期望值, 或者适应度的评价函数. 演化稳定策略的原始定义只对无限大的种群成立, 最近 Nowak 等^[9] 发展了适合于有限大小种群的相关定义. 演化稳定策略和纳什均衡概念紧密相连, 每一个演化稳定策略都是 Nash 均衡, 但是只有严格的纳什均衡才是演化稳定策略.

第 3 个是个体相互作用内涵的转变. 在经典博弈论中, 博弈个体间要么仅仅作用一次, 要么与相同的对手作用多次. 而在演化博弈论中, 博弈个体可以被随机地选配成对发生相互作用, 个体间进行的是多次博弈, 且假定两次遇到相同对手的概率很小. 这样避免了经典博弈理论中个体记忆的概念, 因而具有更简洁的理论框架. 在近些年的研究中, 这种完全随机相互作用的限制被放宽, 格子网络和复杂网络上的演化博弈被大量地加以研究^[10].

由于以上 3 个重要概念的内涵转变, 演化博弈理论把一个静态的决策过程赋予动态演变的思想, 不但充实和推进了进化理论的发展, 而且成为生态系统稳定性研究、微观经济分析中的重要理论方法, 此后它的应用逐步渗透到了其他社会科学和行为科学中^[4~8].

3 复杂网络上的演化博弈

进入 21 世纪, 大量研究表明网络无处不在: 从生物的神经系统到蛋白质交互作用网络, 从 Internet 到电力传输系统, 从航空网到铁路交通网, 从科研合作网到世界经贸网等等^[11~19]. 这些复杂系统都可以用点与边构成的网络语言来描述, 即网络中的节点代表个体, 节点之间的连边表示个体间的相互作用关系^[13~15]. 在传统的演化博弈理论中通常假设个体间以均匀混合的方式交互, 即所有个体

全部相互接触, 此时系统状态的演化用模拟者动态来刻画 (replicator dynamics)^[6]. 然而, 现实情况中个体间的接触总是有限的, 个体仅与周围的少数其他个体接触. 这样我们就可以在博弈理论中引入网络拓扑的概念, 个体占据网络中的节点, 且仅与直接连接的邻居进行交互. 在策略演化时, 个体参考周围邻居的收益来调整自己的博弈策略. 随着复杂网络研究热潮的兴起^[11~19], 网络上的演化博弈也被大量地加以关注和研究^[10,20~23], 交互个体间存在的网络结构被认为是影响合作行为涌现的关键性因素之一^[10,23]. 总体来看, 网络上的演化博弈研究主要集中于 3 个基本的方向: (1) 研究网络拓扑结构对博弈动力学演化结果的影响; (2) 在特定的网络结构下, 探讨各种演化规则对演化结果的影响; (3) 考虑交互个体间的网络结构与博弈动力学的协同演化, 研究群体合作行为与交互结构的共同涌现现象. 下面首先简要地介绍网络系统中的博弈的策略演化规则, 然后以囚徒困境和雪堆博弈为例, 详细地介绍规则网络、小世界网络和无标度网络中网络结构和各种策略演化规则对博弈行为的影响, 以及个体策略与网络结构协同演化方面最近的研究进展.

对于网络演化博弈, 常用的策略更新规则有^[10]: (1) 模仿最优者 (best-takes-over), 即在每轮博弈过后, 个体采取其邻居中获得最高收益的个体的策略进行下一轮交互^[24,25]. (2) 模仿优胜者 (proportional updating), 即个体在策略更新时, 同时参考那些收益比自身高的邻居的策略, 以正比于他们所得收益的概率进行策略转变^[26]. 以上两种规则可以统称为模仿策略. (3) 配对比较 (pairwise-comparison), 即个体随机选择某一邻居进行收益的比较, 以某个概率 (为此两个个体收益差的函数) 转变为对方的策略^[27~32]

$$W_{ij} = \frac{1}{1 + \exp[-(U_j - U_i)/\kappa]}$$

其中 W_{ij} 表示个体 i 采取邻居 j 的策略的概率, U_i 和 U_j 分别表示其所得收益, κ 是噪声项. 当 κ 趋于无限大时 (趋于零时), 个体 i 随机地采取其邻居的策略 (确定性地采取其邻居的策略, 当 $U_j > U_i$ 时). (4) 随机过程方法, 通常考虑生灭 (birth-death) 过程 (或者 death-birth 过程), 又称为 Moran 过程^[9], 即在策略更新时, 以正比于个体适应度 (由收益来衡量) 的概率产生一个新的个体, 然后随机取代此

个体的某个邻居^[9,33~36]. 关于运用 Moran 过程来研究博弈动力学, 文献 [20] 中有详尽的介绍, 本文不再赘述.

3.1 规则网络上的博弈

探索由自私个体组成的群体中合作行为产生的机理是演化博弈研究关注的核心问题之一^[5,6,10,23]. 当个体均匀混合, 即个体间的接触网络 (contact of networks) 为全连通图 (fully-connected network) 时, 相互背叛是唯一的稳定态, 合作无法出现^[6]. 那么改变网络结构能否导致合作行为的出现呢? 一个影响深远的工作是 Nowak 和 May 在 1992 年所做的“空间博弈”研究^[24,25]. 他们发现当个体间的接触网络具有空间结构时, 例如方格网络 (square lattice), 在囚徒困境博弈中合作行为能够出现并且稳定维持. 其原因是在显著的空间结构效应下, 合作者可以通过相互结成紧密的簇来抵御背叛者的入侵. 这个发现首次指出了网络结构对博弈演化起着重要的作用. 值得一提的是, 在特殊的初始构型下, 空间博弈可以产生类似于混沌的时空斑图^[24,25]. 虽然空间结构有助于囚徒困境博弈中合作的产生, 但是 2004 年 Hauert 和 Doebeli 的工作^[26] 则表明, 对于雪堆博弈, 空间结构效应会对合作行为的产生起负面作用.

由于格子网络 (lattice network) 的结构比较规则, 因而在其上探讨各种促进合作涌现的机制与动力学现象成为主要的关注点. Szabó 等^[27~30] 首先采用配对比较的博弈演化规则, 运用平均场 (mean-field) 近似以及配对近似 (pair approximation) 等方法详细研究了二维规则格子上的博弈行为. 研究发现对于格子网络, 随着收益矩阵元中欺骗诱惑参数 T 的变化, 合作者和背叛者在灭绝临界点的相变行为均属于定向逾渗 (directed percolation) 的普适类^[27]. 这为应用统计物理学中的方法研究社会、经济现象提供了一个用武之地. 进一步, Szabó 等^[29] 比较了另外两种规则网络 (Kagome 格子和 4 点一圈规则格子) 上的合作行为演化情况. 发现在低噪声的情况下, Kagome 格子存在的三角形重叠结构有利于合作行为的产生与维持. 在此基础上, Vukov 等^[30] 又研究了 Bethe 树和具有三角形重叠结构的随机规则网络上的囚徒困境博弈, 在低噪声情况下同样得到了相同的结论. 最近, Vukov 等^[31] 又研究了一维最近邻网络

上囚徒困境博弈的相图, 发现在没有噪声或者高噪声环境下, 网络中的个体会从全合作瞬间变为全背叛, 合作/背叛共存区域不复存在. 由此可见, 个体间的局部作用结构对于合作行为的演化有着复杂且微妙的影响.

对于促进合作的机制的研究, 人们提出各式各样的方法. Wu 等^[32] 研究了二维方格上具有动态优先选择机制的囚徒困境博弈, 发现在策略更新过程中, 当个体对参照邻居的选择存在某种优先机制时, 群体的合作行为能够明显地增强. 此外, Wu 等^[33] 考虑了个体收集信息的范围超过博弈范围时合作行为的演化. 结果发现存在最优的信息收集范围使得群体达到最优的合作水平, 如图 2(a) 所示. 其中 d 的值表示个体获取其他个体收益信息的范围, (例如 $d=1$ 和 2 分别表示个体可以从其最近邻, 最近邻和次近邻获取收益信息). 图 2(b) 描述的是当个体获取其他个体收益的信息能力满足幂律分布时系统合作行为的演化情况, 其中 γ 的值用于衡量系统获取信息的平均能力的大小, 其值越小, 则表示可获取的信息越多. 从图中可知, 过量的信息和过少的信息都不利于合作行为的形成, 在中等程度的信息获取能力下, 系统的合作水平有一个优化值.

基于 Nowak 等^[34] 在有限规模均匀混合种群上的工作, Ohtsuki 等^[35~37] 研究了网络上的个体基于 Moran 过程进行策略演化时的博弈模型. 假定个体采取合作行为付出的代价为 c , 从对方采取合作时获得的收益为 b , 在弱选择的情况下, Ohtsuki 等从理论上分析表明只要 b/c 大于网络的平均连接度, 则在最近邻网络和方格网络上, 单个合作者能够最终入侵由背叛者所组成的种群. 计算机仿真结果则表明在随机规则网络和无标度网络上这一结论也成立.

最近, Perc 等^[38] 系统地研究了收益矩阵元的随机性对方格网络上囚徒困境博弈的影响. 通过给原始的收益矩阵元增加噪声项 ξ , 当 ξ 服从高斯分布时 ($-\sigma < \xi < \sigma$), 改变 σ 可以提高方格网络上的合作水平, 合作行为随着 σ 的变化类似共振现象. 进而 Perc^[39] 又比较了 ξ 由高斯分布向 Levy 分布转变的情况, 发现高斯噪声更能有效地促进合作. 此后, Perc 和 Szolnoki^[40] 又假设 ξ 服从均匀分布、指数分布和幂律分布, 并将个体收益矩阵的不同归结为个体投资的多样性, 研究表明当

个体投资的差异性服从幂律形式时, 其最能有效促进方格网络上合作的涌现.

2006 年 Wang 等 [41] 提出了基于个体记忆的雪堆博弈模型. 模型中个体根据其以往采取不同博弈策略的收益决定当前将要采用的策略. 作者

研究了二维网络上基于记忆的雪堆博弈模型中的合作行为, 发现合作水平随收益参数的变化产生分段行为和非连续相变, 如图 3 所示. 每段合作水平对应一种独特的空间斑图. 在记忆长度为 1 时合作水平产生很大的振荡行为.

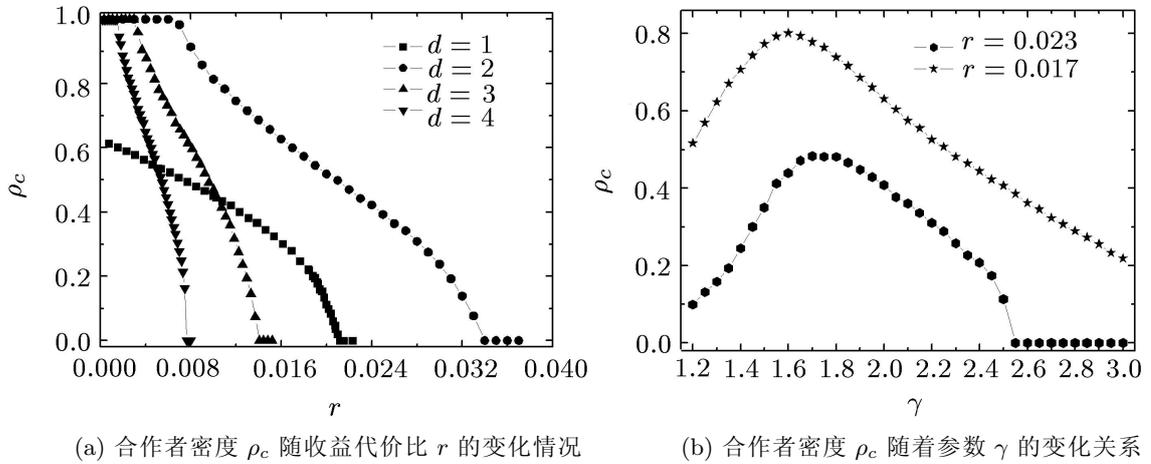


图 2[32]

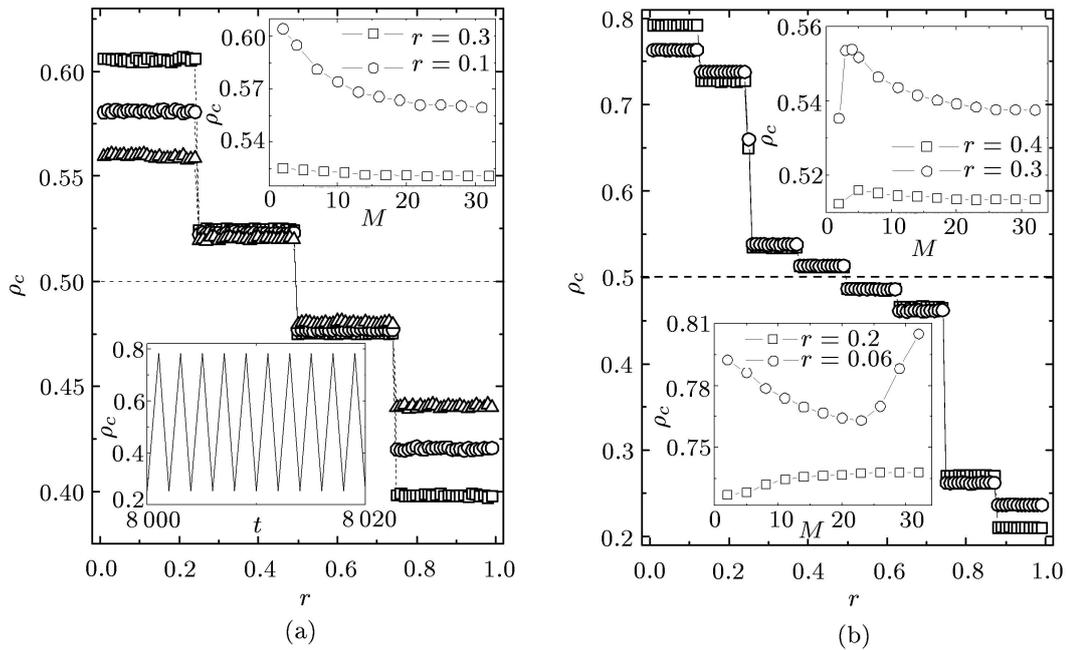


图 3 规则网络上合作水平与收益参数之间的关系 [41], 图中 M 为记忆步长, t 为模拟时间步长

2007 年 Guan 等 [42] 研究了个体学习能力差异性、噪声效应、策略更新事件的同步或异步性对合作演化的影响. 具体的做法是在整个群体中, 让一部分个体 (用 μ 来表示) 的学习能力弱化为原来的 ω 倍. 在这种规则下, 研究发现当有 $\mu=50\%$ 的个体的策略学习能力被弱化时, 在演化稳态下系统中的

合作者的密度随着 r 的变化呈现出多种类型的动力学现象: 或出现峰值, 或出现谷值, 或者单调变化. 具体现象的涌现依赖于收益代价比值的大小, 外噪声的大小以及策略更新事件的同步或异步性. 如图 4 所示. 图 4(a),(c) 分别对应于同步更新策略的情况, 图 4(b),(d) 分别对应异步更新策略的情况.

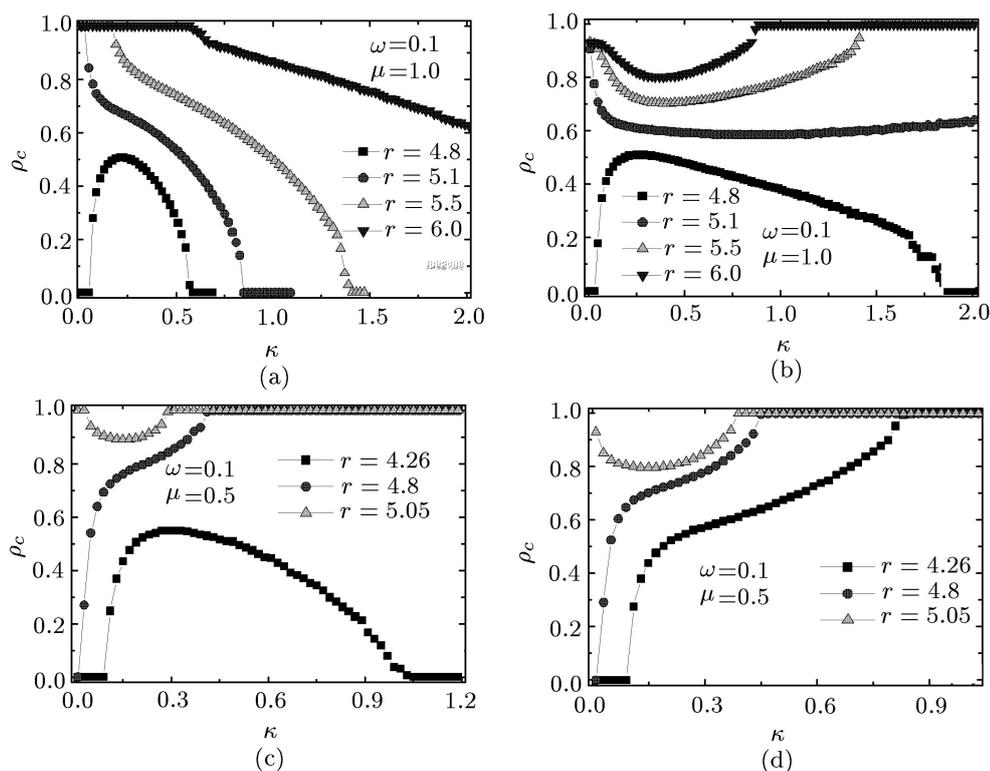


图 4 合作者密度 ρ_c 在不同欺骗诱惑量下随着噪声参数 κ 的变化关系 [42]

3.2 小世界网络上的博弈

真实世界的网络普遍具有小世界特性, 这种特性最早可以追溯到社会学家 Milgram 在 1967 年所做的社会学实验, 发现了“六度分离 (six degrees of separation)”现象 [43]. 这种现象表明社会关系网络中人与人之间的距离是很短的. 1998 年 Watts 和 Strogatz [11,44] 首次提出了小世界模型, 该模型通过引入断边重连机制, 实现了从规则网络到小世界网络再到随机网络的转变, 揭示了小世界特性形成的原因. 由于社会网络都具有很强的小世界属性, 因此在小世界网络上研究群体博弈行为将更加具有现实指导意义.

2001 年 Abranmson 和 Kuperman [45] 首先讨论了小世界网络上的博弈行为, 并研究了合作行为在从规则网络到小世界网络转变过程中所受到的影响, 结果表明断边重连概率与合作涌现程度有明显的关联性, 网络平均度和移边概率在某些范围内能够促进合作, 而在另一些情况下则会抑制合作. 在二维方格基础上生成规则随机网络上, Szabó 等 [46,47] 利用配对比较规则, 研究了长程边对于囚徒困境博弈的影响, 表明拓扑随机化有利于合作的涌现. 且随着网络中长程边的比例的增加, 系统中合作者的密度呈现不动点, 极限环, 以

及分岔等丰富的动力学演化现象 [46]. Wu 等 [48] 在 Newman-Watts 小世界网络上也发现了类似的动力学现象.

2005 年 Santos 等 [49] 研究了同质 (homogeneous) 小世界网络上的囚徒困境博弈, 并与异质 (heterogeneous) 小世界的情况进行了对比. 同质小世界网络又称为规则小世界网络, 每个节点的连接度一致, 只存在单纯的长程边效应, 而在异质小世界网络中则还存在着度连接的差异性效应. 当个体采取有限种群近似的繁殖动力学方程进行策略更新时 [49], 研究发现单纯的长程边效应对博弈结果有着微妙的影响, 对于较大的欺骗诱惑, 其有利于合作者在系统中的存在, 而对较小的欺骗诱惑则降低了合作的水平; 而同时具有度异质与长程边的拓扑结构则在整个博弈的参数区间对合作策略都具有促进作用.

2007 年 Ren 等 [50] 基于一维最近邻网络进行随机交换边, 研究了拓扑随机性和噪声量 κ 对合作行为演化的影响. 发现在规则小世界网络上适当的噪声强度 κ 能够提高网络中的合作者数目; 而且对于特定的噪声环境 ($\kappa=0.08$), 合适比例的长程边能够最大程度地促进合作行为的涌现. 也就是说, 拓扑结构随机性与动力学随机性以一种相干共振的

方式对系统的合作行为产生影响, 见图 5.

对二维小世界网络上的囚徒困境博弈, Kim 等^[51]研究了一个具有超级影响力的个体对系统动力学行为的影响. 所谓超级个体是指系统中很多的其他个体与此个体之间有单向的连接, 意味着超级个体可以影响他们的策略决策, 但反之则不然.

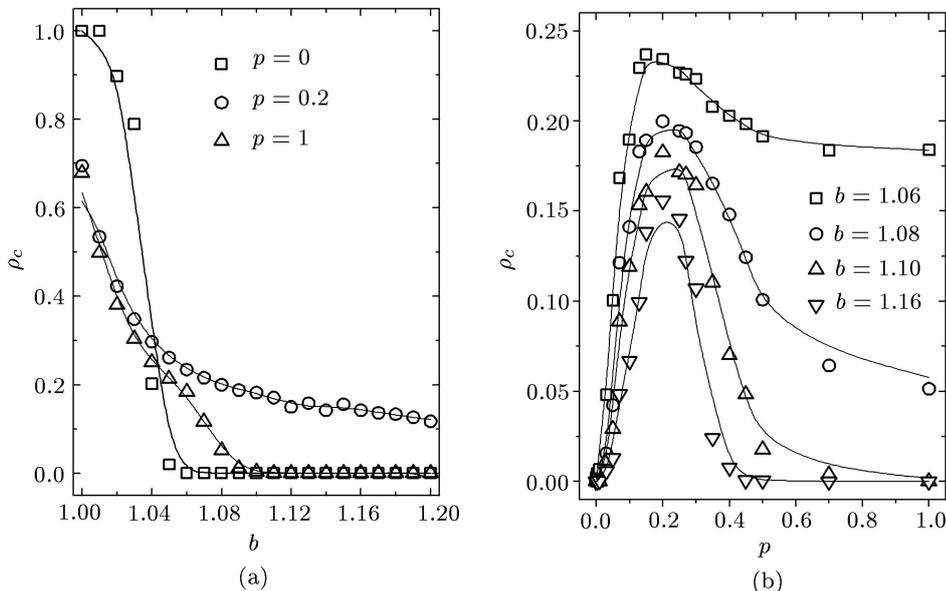


图 5 合作者密度 ρ_c 随着欺骗诱惑量参数 b 和网络随机化参数 p 的变化关系^[50]

最近, Chen 和 Wang^[52]研究了一种类似于“赢则坚守, 输则变通 (win-stay, lose-shift)”的个体策略演化规则: NW 小世界网络上的个体 i 都拥有一个期望收益 (aspiration payoff) $P(i) = k_i A$, 其中 k_i 是个体的邻居数, A 衡量个体对收益的平均期望水平; 个体进行囚徒困境博弈并累计收益, 在策略更新时, 个体比较它获得的实际收益与期望收益, 并以费米函数形式得到的概率选取本轮策略的反策略用于下一轮博弈. 这样 A 越低意味着个体很容易对当前收益满意, 不会轻易改变初始策略; 当 A 较高时, 个体很容易改变策略, 会出现合作者与背叛者同时翻转自己的策略, 网络出现乒乓效应 (ping-pong effect). 同时, 作者发现适当选择 A 可以促进 NW 小世界网络上的合作水平. Fu 和 Wang 等^[53]则基于 NW 小世界网络模型研究了度异质性对合作行为的影响, 表明适当的异质性能有效促进网络中合作行为的涌现. Tang 等^[54]基于 NW 小世界网络模型和 ER 随机网络模型研究了平均度对合作频率的影响, 表明存在最优的平均度使网络中出现最高的合作水平.

研究发现在长时间演化下, 这种超级影响效应会引起系统演化的不稳定性, 系统的合作度表现出断续平衡的现象, 即系统会突然出现合作崩溃, 然后慢慢恢复到稳定的水平. 通过对这种突然崩溃的频率与持续时间的统计研究, 发现网络中的长程连接数对平衡态的恢复有着非单调的影响作用.

小世界网络结构对雪堆博弈动力学的影响也引起了学者的关注, Tomassini 等^[55]基于雪堆博弈的变形鹰鸽博弈, 针对模仿者动态、比例更新和最优更新 3 种策略演化, 研究了小世界网络上的合作行为, 研究表明个体的行为与底层拓扑结构、收益代价比、个体所采用的策略规则和更新方式等紧密相关. 在某些条件下空间结构能够促进进行雪堆博弈中个体的合作行为, 而另外一些情况则会抑制合作行为的涌现.

3.3 无标度网络上的博弈

自从 1999 年 Barabási 和 Albert^[12]发现很多真实网络具有无标度特性, 并提出了基于偏好连接机制的无标度网络模型后, 无标度网络及其上的动力学得到了广泛的研究. 研究人员一方面关注无标度特性的形成机理, 另一方面关注无标度网络结构如何影响网络上的动力学过程. 无标度网络与小世界网络, 规则网络和随机网络最大的不同是节点连接度的异质性, 这种异质性往往会造成无标度网络上的动力学过程与其他类型网络

截然不同.

2005 年 Santos 和 Pacheco^[56,57] 首先探讨了囚徒困境和雪堆博弈在无标度网络上的动力学行为, 发现无标度特性极其有利于合作行为的产生和维持. Santos 等^[58] 进一步研究了网络的异质性的对囚徒困境博弈、雪堆博弈和猎鹿博弈中合作行为的影响, 发现与规则网络相比异质性能同时促进 3 种博弈中的合作行为. 为了解释为什么网络的异质性能有利于合作行为, Santos 等^[56~58] 研究了打断中心节点 (hub) 之间连边如何影响合作行为, 发现断开中心节点间的连接会明显削弱合作水平. 这种现象说明相互连接的中心节点能够相互保护, 抵制背叛者的入侵, 并能够带动整个网络朝高合作水平的方向演化. 需要说明的是 Santos 采用的演化规则假设个体的收益是与所有邻居博弈的累积和, 因而中心节点一般具有高收益从而有更强的竞争优势. 这一规则保证了无标度网络中合作程度的惊人增加. 然而最近 Wu 等^[59] 发现如果策略更新时采用个体平均收益来替代累计收益, 无标度网络上基于囚徒困境博弈的个体合作行为甚至要低于采取相同演化规则的规则随机网络. 同样考虑无标度网络上的博弈, Masuda^[60] 在博弈动力学中引入参与代价, 即把收益矩阵元的值减去相应的一个常量. 研究结果表明在此规则下, 先前发现的无标度拓扑对合作行为的促进被

大大地削弱了.

最近, Gomez-Gardenes 等^[61] 将处于稳定状态的节点分为 3 类: 纯合作者、纯背叛者、不断改变自己策略的骑墙者. 他们发现对于 BA 无标度网络上的囚徒困境博弈, 网络中心节点以纯合作者形式存在, 且网络中的纯合作者始终会处于一个相互之间连通的簇中, 有效抵抗了背叛者的攻击. 然而在具有较均匀度分布的随机网络中, 纯合作者簇零散分布在网络中, 很容易湮灭. 这为理解网络结构与合作动力学之间的相互影响提供了新的研究视角.

网络的结构统计特征量有很多, Santos 等^[56~58] 的工作告诉我们异质性对于合作是有益的. 研究其他的拓扑特征量对合作行为的影响也是很有意义的问题. 2007 年, Rong 等^[62] 首先研究了无标度网络的度 - 度相关性 (degree-degree correlation) 对合作行为的影响. 研究表明, 当无标度的网络结构呈现同配性质, 即连接度大的节点倾向于和连接度大的节点建立连接时, 由于中心节点和边远节点 (连接度一般较小) 的“通讯渠道”的减少, 使得中心节点的策略难以传播出去, 从而整体的合作水平呈现下降的趋势. 而在异质的无标度网络中, 系统的合作水平则依赖于收益矩阵元中的欺骗诱惑量的值. 当此值较小时, 异配性质会抑制合作的产生, 而当此值较大时, 则会有利于合作行为的维持, 如图 6.

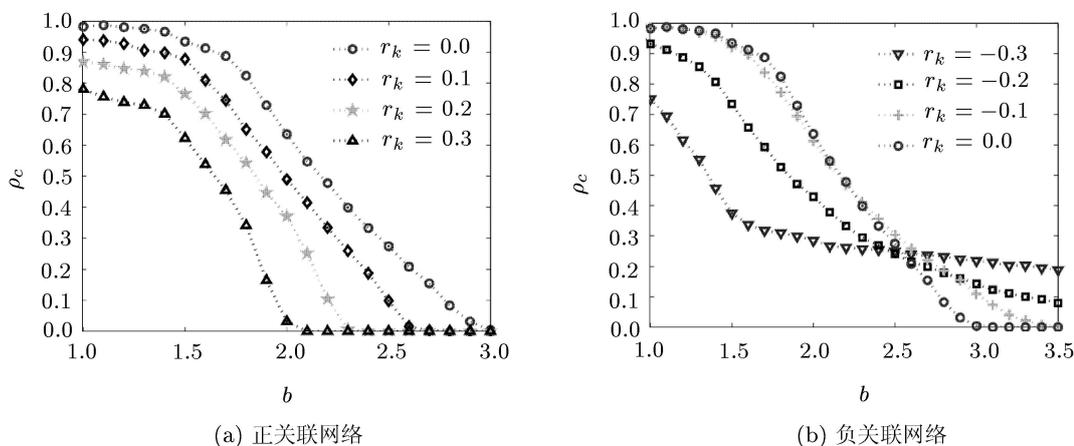


图 6 正、负关联网络上合格者密度 ρ_c 随欺骗诱惑参数 b 的变化关系^[62]

3.4 自适应网络上的博弈

复杂系统最本质的特点就是反馈, 并利用反馈信息实现自适应和自组织. 因此, 一方面网络的拓扑结构对其上的动力学过程会产生影响, 另一方面这种影响又会反过来“塑造”网络结构本身.

Zimmermann 等^[63,64] 首先研究了动态网络上演化博弈: 从一个随机网络开始, 个体与邻居进行囚徒困境博弈, 个体按照模仿最优者进行策略更新. 在动力学的演化过程中, 如果一个背叛者发现它模仿的背叛邻居的收益比自己高, 则这个不满意的

个体以概率 p 移走与被模仿的背叛者之间的作用边, 重新在网络中随机选择一个节点连接, 这样网络中的边数保持不变. 他们的研究表明只需要一个小概率 $p (\geq 0.01)$ 就可以使动态网络中合作频率达到一个高值, 此时网络呈现等级结构, 而且随着移边概率 p 的增加, 网络的聚类系数增加, 网络异质性增强——这是由于越来越多的背叛者因“失道”而寡助, 合作者因“得道”可以成为中心节点. 进一步, 作者指出合作者占据中心节点具有很强的鲁棒性: 当网络演化到稳定状态时强行把网络中收益最高的合作者变为背叛者, 会使网络合作频率出现短暂震荡, 然而经过一段暂态过程后, 网络演化为一个新的等级网络, 合作者重新占据中心节点, 动态网络的合作水平与震荡前相比没有明显变化.

Pacheco 等 [65,66] 同样研究了个体策略与网络结构协同演化的网络博弈模型. 在他们的模型中, 结构演化和策略演化具有不同的时间尺度, 分别记为 T_a 和 T_s . 当网络结构演化时, 采取不同策略的个体以相应的概率建立连接, 通过这些连接进行博弈并获取收益, 策略演化则采取配对比较规则. 当网络结构的演化速度远远慢于个体进行策略更新的速度时, 此博弈模型等价于在静态网络结构上的博弈演化; 而当网络结构演化速度远远快于个体策略更新速度时, 上面的协同演化机制则导致博弈矩阵元的数值进行了不同标度的重整化, 其直接的结果是矩阵元数值大小的排序关系发生改变, 从而使得原先的博弈类型发生了本质性的转变, 所产生的博弈动力学相当于博弈个体在一个全连接图上进行着另一种类型的博弈 [65]. 博弈类型转变的直接结果是使得原先处于弱勢的策略, 例如囚徒困境博弈中的合作策略, 有可能变成处于强势的策略, 从而有利于合作策略的涌现与维持.

最近, Fu 等 [67] 提出了另外一个网络动态演化博弈模型, 个体进行 $n (>1)$ 轮囚徒困境博弈后才进行结构演化, m 个被随机选中的个体允许移走它邻居中背叛次数最高的边, 在被移边个体的邻居中随机选择一个进行连接, 他们的研究表明网络演化到稳态时, 网络的拓扑结构呈现异配性, 即连接度大的节点倾向于与连接度小的节点建立连接. 前面讨论的网络博弈演化模型中, 网络的稳态分布主要是单尺度的 (single-scale). 最近 Li 等 [68] 提出了一个可以动态演化成无标度网络的

博弈模型: 个体被分配在一个方格网络上, 每个节点拥有一个活动的长程边; 个体可以控制活动长程边的另一端指向期望的节点. 系统按照囚徒困境博弈交互, 策略更新时个体 x 将它的收益与邻居中收益最高者 y 的策略比较, 如果 y 的收益高则采纳之. 同时, x 将受它控制的活动长程边指向 y 的活动长程边所指向的节点. 通过增加“背叛者的诱惑”, 动态网络的稳态分布可以从单尺度变为多尺度, 甚至无标度.

4 总结与研究展望

对于自然界中广泛存在的合作行为的理解, 以及如何诱导自私个体之间产生合作一直是数学、物理、生物、管理乃至工程学科的学者关注的话题 [69]. 随着复杂网络的兴起, 人们对于自然界中复杂系统的组织结构有了新的认识. 从网络结构角度研究演化博弈行为是一个既具理论意义又有工程实践价值的课题. 在本文中, 我们详细地介绍了规则格子网络以及复杂网络上的演化博弈动力学. 主要针对囚徒困境博弈和雪堆博弈介绍了当前物理类期刊中研究者所关注的问题, 以及相关的研究成果. 通过上面的概述, 我们得知对于网络系统中的博弈, 网络结构、演化规则和博弈模型三者密切相关, 个体间有效的结构组织和使用合理的演化规则能够有效地维持合作, 抵御背叛入侵. 而演化博弈动力学又可以驱动种群达到合理的组织结构, 诠释自然界中广泛存在的无标度、小世界和度相关等特性. 相比于较成熟的网络结构对博弈动力学的影响的研究, 以下两个方面的研究还仅仅处于起步的阶段: (1) 设计适当的动力学演化机制使得合作行为在系统的演化过程中更容易涌现与稳定维持; (2) 网络拓扑结构与博弈动力学的协同演化 [70,71]. 现实复杂系统都是由许多平行作用并且相互影响的独立个体组成的. 系统中的个体能够在与其他个体相互作用时积累经验, 并且在适应变化的环境中改变自己. 因此, 在现有的博弈模型基础上引入合理的博弈演化规则 (例如个体之间的非对称的影响作用、理性与非理性竞争、学习、适应、突变等), 构造更加接近客观现实的博弈模型, 研究其对合作涌现的影响将是很有意义的扩展工作. 此外, 根据现实复杂系统具有自适应、自组织的性质和功能, 在将来的研究中不仅考虑网络结构以一定的规则进行相应的调

整; 还需要进一步考虑网络结构转变代价的评估等. 在此基础上研究网络结构和动力学过程的协同演化, 将对我们理解自组织演化、集体涌现行为、社会及生态稳定性等问题提供非常有益的帮助.

参考文献

- 1 Neumann J V, Morgenstern O. Theory of Games and Economic Behavior. Princeton: Princeton University Press, 1953
- 2 Nash J F. Equilibrium points in n-person games. *Proc Natl Acad Sci USA*, 1950, 36: 48
- 3 Gintis H. Game Theory Evolving. Princeton: Princeton University Press, 2000
- 4 Skyrms B. Stag-Hunt Game and the Evolution of Social Structure. Cambridge: Cambridge University Press, 2003
- 5 Weibull J. Evolutionary Game Theory. Cambridge: MIT Press, 1996
- 6 Hofbauer J, Sigmund K. Evolutionary Games and Population Dynamics. Cambridge: Cambridge University Press, 1998
- 7 Lewontin R C. Evolution and the theory of games. *J Theor Biol*, 1961, 1: 382~403
- 8 Smith J M, Price G R. The logic of animal conflict. *Nature*, 1973, 246: 15~18
- 9 Nowak M A, Sigmund K. Evolutionary dynamics of biological games. *Science*, 2004, 303: 793~799
- 10 Szabó G, Fath G. Evolutionary games on graphs. *Phys Rep*, 2007, 446: 97~216
- 11 Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of small-world networks. *Nature*, 1998, 393: 440~442
- 12 Barabasi A L, Albert, R. Emergence of scaling in random networks. *Science*, 1999, 286: 509~512
- 13 Albert R, Barabasi A L. Statistical mechanics of complex networks. *Rev Mod Phys*, 2002, 74: 47~97
- 14 Dorogovtsev S N, Mendes F. Evolution of networks. *Adv Phys*, 2002, 51: 1079~1187
- 15 Newman M E J. The structure and function of complex networks. *SIAM*, 2003, 45: 167~256
- 16 Boccaletti S, Latora V, Moreno Y, et al. Complex networks: structure and dynamics. *Phys Rep*, 2006, 424: 175~308
- 17 Newman M E J, Barabasi A L, Watts D J. The Structure and Dynamics of Networks. Princeton, NJ: Princeton University Press, 2006
- 18 Wang X F, Chen G R. Complex networks: small-world, scale-free and beyond. *IEEE Cir Sys Mag*, 2003, 3: 6~20
- 19 汪晓帆, 李翔, 陈光荣. 复杂网络理论及其应用. 北京: 清华大学出版社, 2006
- 20 王龙, 伏峰, 陈小杰等. 复杂网络上的演化博弈. 智能系统学报, 2007, 2(2): 1~10
- 21 王龙, 伏峰, 陈小杰等. 演化博弈与自组织合作. 系统科学与数学, 2007, 27(3): 330~343
- 22 赵晟莹, 郭强, 王文旭等. 复杂网络上博弈行为的研究进展. 电子测量技术, 2007, 30(4): 93~96
- 23 Doebeli M, Hauert C. Models of cooperation based on the prisoner's dilemma and the snowdrift game. *Ecology Letters*, 2005, 8(7): 748~766
- 24 Nowak M A, May R M. Evolutionary games and spatial chaos. *Nature*, 1992, 359: 826~829
- 25 Nowak M A, May R M. The spatial dilemmas of evolution. *Int J Bifurcat Chaos*, 1993, 3(1): 35~78
- 26 Hauert C, Doebeli M. Spatial structure often inhibits the evolution of cooperation in the snowdrift game. *Nature*, 2004, 428: 643~646
- 27 Szabó G, Toke C. Evolutionary Prisoner's dilemma on a square lattice. *Phys Rev E*, 1998, 58: 69~73
- 28 Szabó G, Hauert C. Phase transitions and volunteering in spatial public goods games. *Phys Rev Lett*, 2002, 89: 118101
- 29 Szabó G, Vukov J, Szolnoki A. Phase diagrams for an evolutionary prisoner's dilemma game on two-dimensional lattices. *Phys Rev E*, 2005, 72: 047107
- 30 Vukov J, Szabó G, Szolnoki A. Cooperation in the noisy case: Prisoner's dilemma game on tow types of regular random graphs. *Phys Rev E*, 2006, 73: 067103
- 31 Vukov J, Szabó G, Szolnoki A. Evolutionary prisoner's dilemma game on Newman-Watts networks. *Phys Rev E*, 2008, 77: 026109
- 32 Wu Z X, Xu X J, Huang Z G, et al. Evolutionary Prisoner's dilemma game with dynamic preferential selection. *Phys Rev E*, 2006, 74: 021107
- 33 Wu Z X, Wang Y H. Cooperation enhanced by the difference between interaction and learning neighborhoods for evolutionary spatial prisoner's dilemma games. *Phys Rev E*, 2007, 75: 041114
- 34 Nowak M A, Asaski A, Taylor C, Fudenberg D. Emergence of cooperation and evolutionary stability in finite populations. *Nature*, 2004, 428: 646~650
- 35 Ohtsuki H, Hauert C, Lieberman E, Nowak M A. A simple rule for the evolution of cooperation on graphs and social networks. *Nature*, 2006, 441: 502~505
- 36 Ohtsuki H, Nowak M A, Pacheco J M. Breaking the symmetry between interaction and replacement in evolutionary dynamics on graphs. *Phys Rev Lett*, 2007, 98: 108106
- 37 Ohtsuki H, Pacheco J M, Nowak M A. Evolutionary graph theory: Breaking the symmetry between interaction and replacement. *J Theor Biol*, 2007, 246: 681~694
- 38 Perc M. Coherence resonance in a spatial Prisoner's dilemma game. *New J Phys*, 2006, 8: 22
- 39 Perc M. Transition from Gaussian to Levy distributions of stochastic payoff variations in the spatial prisoner's dilemma game. *Phys Rev E*, 2007, 75: 022101
- 40 Perc M, Szolnoki A. Social diversity and promotion of cooperation in the spatial Prisoner's dilemma game. *Phys Rev E*, 2008, 77: 011904
- 41 Wang W X, Ren J, Chen G, Wang B H. Memory-based snowdrift game on networks. *Phys Rev E*, 2006, 74: 056113
- 42 Guan J Y, Wu Z X, Wang Y H. Effects of inhomogeneous activity of players and noise on cooperation in spatial public goods games. *Phys Rev E*, 2007, 76: 056101
- 43 Watts D J. Six Degrees: The Science of a Connected Age. New York: Norton, 2003
- 44 Watts D J. Small Worlds: The Dynamics of Networks Between Order and Randomness. Princeton: Princeton University Press, 1999
- 45 Abramson G, Kuperman M. Social games in a social network. *Phys Rev E*, 2001, 63: 030901
- 46 Hauert C, Szabo G. Game theory and physics. *Amer J Phys*, 2005, 73: 405~414
- 47 Szabó G, Vukov J. Cooperation for volunteering and partially random partnerships. *Phys Rev E*, 2004, 69: 036107
- 48 Wu Z X, Xu X J, Chen Y, Wang Y H. Spatial prisoner's dilemma game with volunteering in Newman-Watts small-world networks. *Phys Rev E*, 2005, 71: 036107
- 49 Santos F C, Rodrigues J F, Pacheco J M. Epidemic spreading and cooperation dynamics on homogeneous small-

- world networks. *Phys Rev E*, 2005, 72: 056128
- 50 Ren J, Wang W X, Qi F. Randomness enhances cooperation: A resonance-type phenomenon in evolutionary games. *Phys Rev E*, 2007, 75: 045101
- 51 Kim B J, Trusina A, Holme P, et al. Dynamic instabilities induced by asymmetric influence: Prisoners' dilemma game in small-world networks. *Phys Rev E*, 2002, 66: 021907
- 52 Chen X J, Wang L. Promotion of cooperation induced by appropriate payoff aspirations in a small-world networked game. *Phys Rev E*, 2008, 77: 017103
- 53 Fu F, Liu L H, Wang L. Evolutionary Prisoner's dilemma on heterogeneous Newman-Watts small-world network. *Eur Phys J B*, 2007, 56: 367~372
- 54 Tang C L, Wang W X, Wu X, Wang B H. Effect of average degree on cooperation in networked evolutionary game. *Eur Phys J B*, 2006, 53: 411~415
- 55 Tomassini M, Luthi L, Giacobini M. Hawks and doves on small-world networks. *Phys Rev E*, 2006, 73: 016132
- 56 Santos F C, Pacheco J M. Scale-free networks provide a unifying framework for the emergence of cooperation. *Phys Rev Lett*, 2005, 95: 098104
- 57 Santos F C, Rodrigues J F, Pacheco J M. Graph topology plays a determinant role in the evolution of cooperation. *Proc Royal Soc London B*, 2006, 273: 51~55
- 58 Santos F C, Pacheco J M, Lenaerts T. Evolutionary dynamics of social dilemmas in structured heterogeneous populations. *Proc Natl Acad Sci USA*, 2006, 103(9): 3490~3494
- 59 Wu Z X, Guan J Y, Xu X J, et al. Evolutionary prisoner's dilemma game on Barabási-Albert scale-free networks. *Physica A*, 2007, 379: 672~680
- 60 Masuda N. Participation costs dismiss the advantage of heterogeneous networks in evolution of cooperation. *Proc R Soc B*, 2007, 274: 1815~1821
- 61 Gómez-Gardeñes J, Campillo M, Floría L M, Moreno Y. Dynamical organization of cooperation in complex topologies. *Phys Rev Lett*, 2007, 98: 108103
- 62 Rong Z H, Li X, Wang X F. Roles of mixing patterns in cooperation on a scale-free networked game. *Phys Rev E*, 2007, 76: 027101
- 63 Zimmermann M G, Eguiluz V M, San Miguel M. Coevolution of dynamical states and interactions in dynamic networks. *Phys Rev E*, 2004, 69: 065102
- 64 Zimmermann M G, Eguiluz V M. Cooperation, social networks, and the emergence of leadership in a Prisoner's dilemma with adaptive local interactions. *Phys Rev E*, 2005, 72: 056118
- 65 Pacheco J M, Traulsen A, Nowak M A. Coevolution of strategy and structure in complex networks with dynamical linking. *Phys Rev Lett*, 2006, 97: 258103
- 66 Pacheco J M, Traulsen A, Nowak M A. Active linking in evolutionary games. *J Theor Biol*, 2006, 243: 437~443
- 67 Fu F, Chen X, Liu L, Wang L. Promotion of cooperation induced by the interplay between structure and game dynamics. *Physica A*, 2007, 383: 651~659
- 68 Li W, Zhang X, Hu G. How scale-free networks and large-scale collective cooperation emerge in complex homogeneous social systems. *Phys Rev E*, 2007, 76: 045102
- 69 Nowak M A. Five rules for the evolution of cooperation. *Science*, 2006, 314: 1560~1563
- 70 Ebel H, Bornholdt S. Evolutionary games and the emergence of complex networks. 2002, arXiv: cond-mat/0211666
- 71 Santos F C, Pacheco J M, Lenaerts T. Cooperation prevails when individuals adjust their social ties. *Plos Comp Biol*, 2006, 2(10): 1284~1291

GAMES ON COMPLEX NETWORKS

WU Zhixi^{1,*} RONG Zhihai^{2,†} WANG Wenxu^{3,‡}

¹Centre for Chaos and Complex networks, City University of Hong Kong, Hongkong, China

²Complex Networks and Control Lab, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China

³Department of Electrical Engineering, Arizona State University, USA

Abstract Evolutionary game theory has various applications to social, economic, biological and ecological systems, and complex network theory is a new scientific research direction emerging recently to address conceptual and technical problems in various complex systems. The combination of the evolutionary game theory with the complex network theory is a focal research topic that has recently attracted lots of attentions and efforts. In this article, we give a brief overview of related achievements and developments in the field of evolutionary games on complex networks, including models of evolutionary games, concerned topics, and the co-evolution of network structure and game dynamics, and so on. Finally, some remarks are made on future developments.

Keywords complex network, evolutionary game theory, emergence of cooperation

* E-mail: eric0724@gmail.com; † E-mail: rongzhh@gmail.com; ‡ E-mail: wenzuw@gmail.com