



## 《连续结构拓扑优化：综述》简评

周克民<sup>1,2</sup> 李俊峰<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 华侨大学土木工程学院，福建 362021

<sup>2</sup> 清华大学工程力学系，北京 100084

结构优化可以分为尺寸优化、形状优化和拓扑优化。其中拓扑优化的作用是重要的和决定性的，而难度也最大，被认为是最具挑战性的课题。拓扑优化又经常被称为轮廓优化或广义形状优化，拓扑优化对象有离散结构和连续体结构。连续体结构拓扑优化的目的是在给定荷载、约束、材料和目标函数下，确定连续体内部孔的数量，以及内部和外部边界的形式。连续体结构拓扑优化的研究历史可以追溯到一百多年前，近十几年来研究非常活跃，文献也非常丰富。Hens A Eschenauer 与 Niels Olhoff 合作，于 2001 年 7 月发表在《Applied Mechanics Reviews》54 卷第 4 期上的《Topology optimization of continuum structures: A review》一文是其中比较突出、也比较新的综述文献。它对连续体结构拓扑优化问题的基本理论、主要研究方法、目前研究现状以及应用领域做了全面系统的评述。文章体系完整，内容丰富。建议相关研究者给予特别关注。全文分七章，引用专著、报告、讲稿和论文等文献共 425 篇。

第 1 章引言总结和回顾了历史上对结构优化问题做出过重要贡献的学者及其他们的重要工作。文章一直追溯到 Galileo Galilei (1564 ~ 1642), Robert Hooke (1653 ~ 1703), Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 ~ 1716) 等十几名著名学者。他们不仅在数学及力学领域做出了重要贡献，而且也奠定了结构优化领域的研究基础。文章还列出了最近发表的一些关于离散结构和连续体结构拓扑优化方面的重要综述文献 20 余篇。

第 2 章首先从数学方面介绍了拓扑以及相关的基本知识和概念。列出了线弹性力学的基本方程、势能表达式和变分原理等。将拓扑优化方法分为材料

的（微结构的）和几何的（宏结构的）两类方法。介绍了两类方法的原理和特点。以典型的最大刚度（或称最小柔度）问题为例建立了拓扑优化问题的数学表达式。从工程角度我们希望得到均匀、各向同性连续体结构，但是这样的 0-1 拓扑优化问题的解并不存在。数值计算上表现为迭代不收敛或与有限元网格的大小有关。当柔度减少时函数剧烈震荡。文章介绍了解决这一问题的两类方案，分别称为放松的方法和约束的方法。放松的方法将是将设计空间扩展到非均匀、各向异性材料。文章介绍了几种这样的材料模型：带孔细胞微结构（Hole-in-cell microstructures），分层 2 维微结构（Layered 2D microstructures），分层 3 维微结构（Layered 3D microstructures）和各向同性微结构（Solid Isotropic Microstructure with Penalty）。文章分析了以上各种材料模型的特点、可以解决的问题以及局限性。SIMP 材料模型长期以来一直被认为缺乏物理基础而被称作“人工材料”或“虚拟材料”，文章对此也做了讨论，说明了其物理意义。带孔细胞微结构的宏观材料性质采用数值方法计算。分层微结构的宏观材料性质可以采用均匀化技术用解析方法计算，第 3 章具体推导了该解析方法的基本方程。约束的方法是在原问题的基础上增加约束和限制，如增加周长约束，第 4 章对此做了深入的探讨。

第 3 章介绍了分层微结构方法的理论基础：均匀化技术。给出了采用均匀化技术根据微结构的尺寸确定材料的宏观弹性张量的详细求解过程，包括多阶分层 2 维微结构及分层 3 维微结构。求解过程借助了两种材料的本够关系，两种材料界面之间的应力平衡和应变协调关系。文章还介绍了用矩表示复合材料

刚度性质的方法，并说明该方法的优越性。最后用一些算例分别演示了上述方法的有限元网格无关性、矩表达式的有效性以及3维结构例子等问题。文章提示，在这些优化结果中存在着大量的复合材料。从力学角度讲复合材料会更合理，但在工程上却难以接受。

第4章介绍的周长控制方法可以使0-1拓扑优化问题也能有解，而0-1拓扑优化结果是工程上更愿意接受的。所谓周长控制是控制(2维问题)孔的边长或(3维问题)孔的表面积。控制较小的周长可以得到较少和较大的孔，较简单的拓扑，文中给出的一个算例演示了这一效果。另外，文章也介绍了关于0-1拓扑优化导致整数规划计算量过大问题的研究工作。周长控制方法也可以克服密度连续变化的拓扑优化问题求解过程中的数值计算不稳定问题，如棋盘格现象，优化结果与网格相关等问题。文章给出了密度连续变化时的周长定义。另外，使用材料密度局部梯度约束方法也可以抑制数值计算不稳定问题。该方法限制相邻单元间密度过于剧烈的变化。还有采用图像处理方法的过滤技术。文章对以上各种方法的特点和问题作了分析和比较。在周长控制方法中选择合适的控制周长不容易，尤其对3维问题。而选择周长过小就根本得不到结果。这是周长控制方法存在的问题之一。再有，其收敛性也存在问题。局部梯度约束增加了过多的额外约束条件以至求解困难而不实用。过滤技术不另外增加拘束条件，从而不增加运算量，但它是一种启发式算法。

第5章介绍了连续体结构拓扑优化的宏结构方法，它们是通过结构退化或生长过程以及在结构中插入孔的方法实现拓扑优化。其中，在变厚度法中，设计域被划分为许多子域，子域的厚度作为优化变量，通过删除厚度过小的子域实现拓扑优化。SHAPE方法建立在Lagrange乘子法基础上，属于准则法，具有强非线性，在许多方面类似于变厚度法，但厚度仅取0,1两个值。在模拟生物生长的方法中有计算机辅助优化方法(computer aided optimization)和软杀选项法(soft kill option)以及它们的组合方法。双向进化

结构优化方法(bi-directional evolutionary structural optimization)是直觉的-启发式的算法和基于梯度的方法的结合，通过移去欠应力区域的材料和增加过应力区域的材料实现满应力设计。有研究表明，对一些非典型的简单问题，该方法不能得到正确结果。变结构演化(metamorphic development)方法也属于直觉的-启发式的算法。适于桁架和连续体结构以及组合结构的优化问题。它从最简单结构开始，通过增减结构(节点和单元)实现拓扑演化。泡泡法是通过插入孔的方法实现拓扑演化。新孔定位是核心技术，其它方面则依靠形状优化技术完成。文中详细推导了各种情况下新孔定位的方法。文章还给出了以上几个算法的成功算例。

第6章介绍了结构拓扑优化领域研究的新进展。拓扑优化问题的结构形式有板壳弯曲问题，3微连续结构。拓扑优化问题的材料有高级材料，非线性材料，自由材料等。按照目标函数和约束划分有：固有值问题，应力约束，损伤和冲击，控制问题，荷载与设计相关问题，多目标优化。同时计算方法上也有新的发展，准则法有转向标准的数学规划方法的趋势，还出现了进化和遗传方法，细胞自动机，自适应有限元网格的再划分技术。抑制棋盘格现象的方法也得到了进一步的研究，如周长控制和过滤方法以及小波近似方法都十分有效。文章详细介绍了拓扑优化研究开拓出的许多新的应用领域。列举的例子包括：给定宏观性质的材料设计研究可以设计出负泊松比，负热膨胀系数材料；柔性机构拓扑优化设计提供的柔性机构具有极小的磨损、摩擦及配合间隙，无需润滑，具有内在恢复力等非常优良的机械性能；生物力学中的功能自适应和拓扑优化研究可以模拟骨骼的形成。

第7章结论对全文进行了总结。

总之，该综述文献对连续体结构拓扑优化的重要理论、关键技术等多方面做了详尽的阐述和分析，为我们了解该研究领域的基本状况提供了极为有价值的帮助。