

# DC-DC 开关功率变换器的非线性动力学行为研究

罗晓曙<sup>1,2</sup> 汪秉宏<sup>1</sup> 邹艳丽<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 中国科技大学近代物理系, 合肥 230026

<sup>2</sup> 广西师范大学物理与电子科学系, 桂林 541004

**摘要** DC-DC 开关功率变换器是一种典型的分段光滑动力学系统, 在一定的工作和参数条件下, 系统会出现各种分岔如倍周期分岔、Hopf 分岔、边界碰撞分岔和混沌运动. 系统评述了 DC-DC 开关功率变换器的非线性动力学行为的研究进展; 介绍了离散非线性映射、分段线性模型、平均值模型等 3 种建模方法; 分析了这种电路系统中的分岔特点及通向混沌的途径与机制; 结合我们的研究工作, 讨论了对这种电路系统进行混沌控制的必要性及相关策略; 最后, 从应用的角度提出了未来的若干研究方向.

**关键词** DC-DC 开关功率变换器, 分岔, 混沌, 混沌控制

## 1 引言

DC-DC 开关功率变换器在邮电通信、军事设备、计算机、仪器仪表、工业自动化设备和家用电器等民用电子工业和军工系统中有着极其广泛的应用. 究其原因, 主要是这种功率变换器具有工作频率高、效率高、功率密度高、功率因数高、可靠性高(简称五高)的特点. 和其他一些工程领域一样, 功率电子学主要是受其应用推动, 其结果是一个具有新颖拓扑结构的电路系统被广泛应用了很久以后, 对它的动力学规律及其各种性能才会有较全面深入的研究. 好的理论模型和分析方法能使人们加深对电路工作过程的理解, 完善系统的设计方法和控制策略, 从而提高产品的性能和质量. 因此研究 DC-DC 开关功率变换器新的理论分析方法和控制策略, 对于提高其各种性能如工作范围、稳定性、电压转换效率、功率因数、谐波辐射等具有十分重要的意义.

DC-DC 开关功率变换器是一种强非线性系统, 但在近 10 年之前, 人们从工程应用出发, 基于 R. D. Middlebrook 等人于 1976 年提出的状态空间平均法<sup>[1]</sup>, 主要采用小信号线性化模型对 DC-DC 开关功率变换器进行理论分析和控制方法的设计. 但是, 正是由于这种电路系统的强非线性, 使得这种分析和控制方法在大信号条件下, 系统可能是不稳定的, 因而

就很难进一步提高系统的各种性能. 近 30 年来, 随着混沌动力学理论的进展和完善<sup>[2~6]</sup>, 特别是 10 余年来, 混沌控制理论和方法的提出<sup>[7~9]</sup>, 为 DC-DC 开关功率变换器这一复杂系统的分析与控制开创了新的途径. 国际上一些科学工作者相继在 PWM 型 DC-DC 开关功率变换器中发现了倍周期分岔、Hopf 分岔、Flip 分岔、边界碰撞分岔、环面破裂等各种途径导致的混沌运动<sup>[10~36]</sup>, 并根据所建立的非线性动力学模型对这些分岔产生的特点和机制进行了深入的理论分析, 与此同时, 对这种电路系统中的混沌控制研究也取得了一定的进展. 这些研究成果解决了一些长期困扰电子工程师的问题, 例如 DC-DC 开关功率变换器在一定的参数范围内会出现幅度很高的噪声和不稳定行为, 这些现象现在已被证实是系统出现了混沌运动.

要揭示 DC-DC 开关功率变换器的非线性动力学行为, 关键问题是采用适当的方法对其建立相应的动力学模型. 考察 10 余年来的研究方法, 人们主要采用 3 种建模方法对这种电路系统建立其非线性动力学模型. 第一种建模方法是导出系统状态变量的离散迭代非线性映射. 这种离散迭代映射的优点是易于全面的分析电路系统的动力学性质, 如不动点及各种周期轨道的稳定性、边界碰撞分岔和属于高频域的倍周期分岔等, 不足之处是必须对电路系统进行简化

收稿日期: 2002-09-19, 修回日期: 2003-05-21

\* 国家自然科学基金(10247005, 19932020, 19974039, 59876039, 70271070)、国家重点基础研究发展规划(973 计划专项经费)、中国加拿大大学与工业联合基金(CCUIPP-NSFC 70142005)及广西自然科学基金(0135063)资助项目

和近似, 才能导出其离散迭代非线性映射. 这使得离散模型所表现出的动力学性质与实际电路系统的动力学特性有较大的差异, 而且只是一维映射可得到封闭形式, 二维映射一般只能由数值方法得到 (对一类特殊结构的开关功率变换器可以得到封闭形式的二维映射). 第二种建模方法是直接根据系统的电路结构, 用 KCL 和 KVL 定律导出其状态变量的微分方程. 由于 DC-DC 开关功率变换器工作于开关状态, 在不同的工作状态下, 电路的拓扑结构不同 (但都属于线性电路), 因此它的状态方程归结为分段光滑系统. 这种建模方法的优点是: 不需要对电路系统进行简化和近似, 所建立的方程是电路系统的精确模型, 方程的解反映了系统的真实物理特性. 不足之处是难以用解析方法分析系统的动力学行为如各种分岔、不动点和周期轨道的稳定性, 一般只能用数值方法求解. 第三种建模方法是将分段光滑的状态方程按一定加权平均得到连续时间平均模型. 这种建模方法的优点是简单, 而且不包含时变参数, 因此十分有利于分析和设计. 但是, 这种方法由于平均作用, 只能保留系统的低频域的动力学特征, 而忽略了高频域的动力学特征, 因而只能用于分析低频域的分岔行为如 Hopf 分岔.

## 2 基本电路和工作原理简介

在直流开关功率变换器中, Buck (降压) 和 Boost (升压) 变换器得到了广泛的应用. 为了输出电压的稳定和调节, 采用电压反馈和电流反馈 2 种方式调节开关脉冲的占空比, 因此, 这 2 种开关功率变换器又有 4 种不同的电路拓扑结构, 分别如图 1~图 4 所示.

为了便于对上述开关功率变换器建立相应的非线性动力学模型, 分析和讨论其分岔、混沌等非线性动力学行为, 首先以图 2 所示的电压反馈控制 Buck 变换器为例, 对其工作原理作一简要介绍.

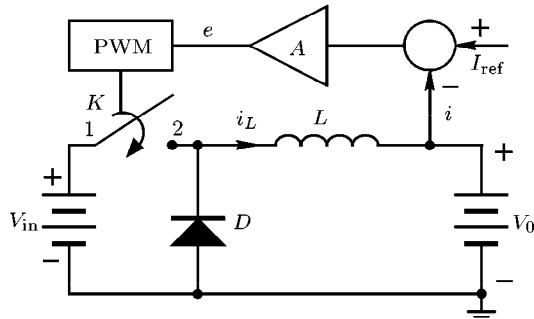


图 1 电流反馈控制 Buck 变换器的电路原理图

在图 2 所示的 Buck 开关功率变换器中, 开关  $K$  是由大功率半导体器件如双极型晶体管、功率场效应管、IGBT 管 (绝缘栅双极性晶体管) 等组成的

电子开关担任. 为了便于分析电路的工作原理, 有必要作一些近似: 首先认为开关晶体管和二极管是理想开关器件, 即可以瞬时的“导通”和“截止”, 而且“导通”时压降为 0, “截止”时漏电流为 0; 其次是认为电容、电感是理想元件, 即电感工作在线性区而磁未饱和, 寄生电阻为 0, 电容的等效串联电阻为 0. 下面讨论 Buck DC-DC 变换器在开关晶体管  $T_r$  导通和截止时的工作原理.

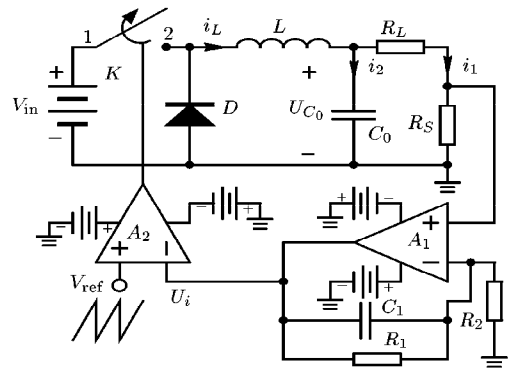


图 2 电压反馈控制 Buck 变换器的电路原理图

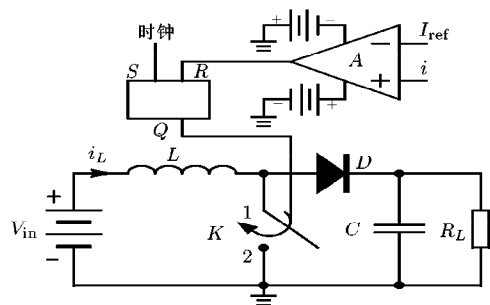


图 3 电流反馈控制 Boost 变换器的电路原理图

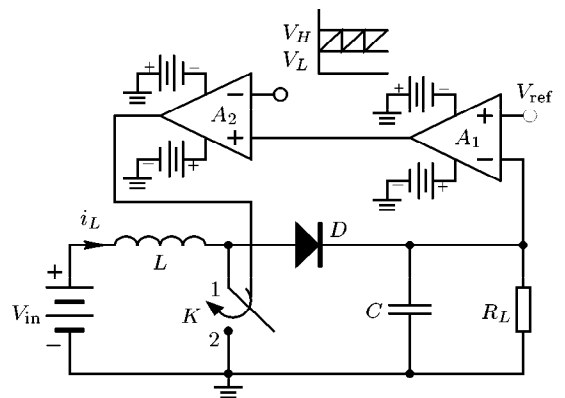


图 4 电压反馈控制 Boost 变换器的电路原理图

(1) 当比较器  $A_2$  输出高电压使开关晶体管  $T_r$  导通时, 电压反馈控制 Buck 变换器的等效电路如图 5 所示, 图 5 中电流  $i_S = i_L$ . 流过电感线圈  $L$  的电流  $i_L$  产生的感应电压极性为左 + 右 -, 因此二极管  $D$  截止 (等效开路). 当电感  $L$  的电感量取较大且未到

达磁饱和时, 电流  $i_L$  可近似认为线性增长 (实际上是指数增长), 当  $i_L > I_o$  时负载电容  $C$  处于充电状态, 负载  $R$  两端的电压极性为上正下负.

(2) 当比较器  $A_2$  输出低电压使开关晶体管  $T_r$  截止时, 图 2 所示 Buck 变换器的等效电路如图 6 所示, 图 6 中电流  $i_S=0$ . 由于电感  $L$  中的电流  $i_L$  不能突变, 故电感  $L$  的感应电压极性为左 - 右 +, 此时二极管  $D$  承受正向电压而导通, 为电流  $i_L$  构成通路. 故称  $D$  为续流二极管. 此时, 由于负载吸收能量使  $i_L$  近似线性下降 (实际上是指数下降), 在  $i_L < I_o$  后, 电容  $C$  处于放电状态, 有利于维持  $I_o, V_o$  不变.

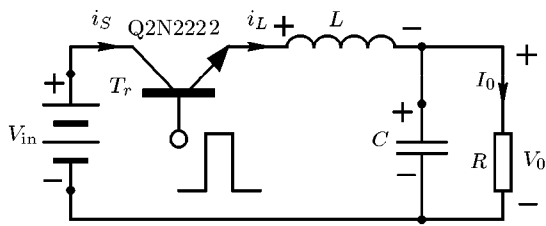


图 5 开关晶体管  $T_r$  导通时 Buck 变换器的等效电路

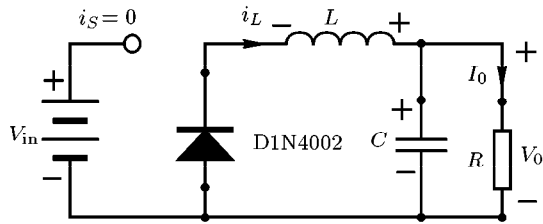


图 6 开关晶体管  $T_r$  截止时 Buck 变换器的等效电路

(3) 稳态时输出电压  $V_o$  与输入电压  $V_{in}$  之间的关系: 在电路达到稳态后, 开关晶体管  $T_r$  导通时电流  $i_L$  的增加量应等于开关晶体管  $T_r$  截止时电流  $i_L$  的减少量, 在线性近似下, 据此可得稳态时输出电压  $V_o$  与输入电压  $V_{in}$  之间的关系为  $V_o = (t_1/T_S)V_{in}$  [37]. 由此式可知, 在开关周期  $T_S$  为定值的条件下, 输出电压的大小与开关管  $T_r$  的导通时间  $t_1$  成正比, 且由于  $t_1 < T_S$ , 故 Buck 是降压变换器.

以上分析是电路在开环状态下的结果, 当考虑图 2 所示的闭环情况时, 反馈控制作用就能使开关管的导通时间  $t_1$  自动的受到调整, 从而保持输出电压  $V_o$  不变. 例如电网电压增高或负载变轻时, 输出电压  $V_o$  将升高, 此时图 2 中  $R_S$  上的取样反馈电压也升高, 使积分器  $A_1$  的输出电压  $u_i$  增大,  $u_i$  加在比较器  $A_2$  的反向输入端并与外部具有固定周期的参考电压信号 (一般为锯齿波电压信号)  $V_{ref}$  进行比较, 当  $V_{ref} > u_i$  时, 比较器  $A_2$  输出高电压, 使开关晶体管  $T_r$  导通. 显然, 若  $u_i$  增大, 则  $A_2$  输出高电压的时间将变短, 使  $T_r$  的导通时间  $t_1$  变短, 导

致输出电压  $V_o$  下降. 因此, 反馈环路能使输出电压自动得到调整, 从而为负载提供稳定的电压. 在 DC-DC 功率变换电路中, 这种通过调整开关管的导通时间来实现输出电压的调整和稳定的功率变换器称为脉冲宽度调整型 (PWM) 功率变换器.

### 3 离散映射模型与动力学行为分析

1988 年, Hamill 等人在一定的简化和近似条件下, 首次为图 1 所示的 Buck 变换器建立了一个一维离散时间非线性映射模型 [10], 并研究了其分岔和混沌行为. 虽然 Hamill 等人的工作中包含了较多的简化和假设, 也没有给出严格的理论分析, 但毕竟他们的研究工作开创了用非线性动力学的理论和方法来建立 DC-DC 开关功率变换器的动力学模型, 从而研究其分岔和混沌的新领域.

Hamill 等人对图 1 所示的 Buck 变换器主要作了如下简化和近似: 首先是不考虑负载电容  $C_o$ , 此时  $i_L = i$ ; 第二是认为电感中的电流  $i_L$  在开关  $S$  导通和截止时是线性增长和线性下降的 (实际上是指数增长和指数下降的); 第三是假设负载上的电压  $V_o$  恒定不变 (可看作一电压源); 最后认为电路具有定常的开关周期, 在上述简化和近似条件下, 可以得到如下—维离散时间映射

$$i_L(n+1) = i_L(n) + (V_{in}\tau - V_o)T/L \quad (1)$$

式中  $i_L(n)$  为第  $n$  个循环周期终点时电感  $L$  中的电流,  $\tau$  为开关  $K$  的导通时间的占空比. 运放电路  $A$  的输出电压为

$$e_n = A_m(I_{ref} - i_L(n)) \quad (2)$$

式中  $A_m$  为运放电路  $A$  的放大倍数. 由于  $i_L$  在本质上是非线性变化的, 所以开关导通的占空比  $\tau$  是  $i_L$  的非线性函数, 这种非线性关系是很难解析得到的, 令  $\tau$  为具有饱和特性的非线性函数, 即

$$\tau = Sat(e_n) = \begin{cases} 0, & e_n < 0 \\ e_n, & 0 < e_n < 1 \\ 1, & e_n \geq 1 \end{cases} \quad (3)$$

取如下形式的无量纲化

$$x_{n+1} = i_L(n+1)/I_{ref}$$

$$x_n = i_L(n)/I_{ref}$$

$$a = A_m I_{ref}$$

$$b = V_{in}T/(I_{ref}L)$$

$$c = V_oT/(I_{ref}L)$$

将式 (2), 式 (3) 代入式 (1) 得

$$x_{n+1} = \begin{cases} x_n + b - c, & x_n \leq (a-1)/a \\ x_n(1-ab) + ab - c, & (a-1)/a < x_n < 1 \\ x_n - c, & x_n \geq 1 \end{cases} \quad (4)$$

上述分段光滑离散迭代的回归映象如图 7 所示, 为“之字”型映象。

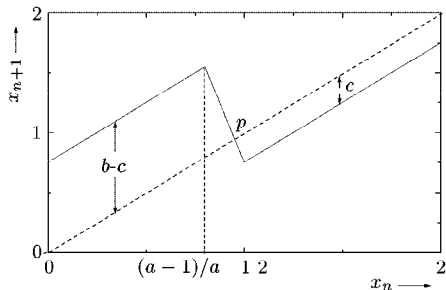


图 7 “之字”回归映象

由图 7 可知, 在  $b > c, a > 0$  的条件下, 这种映射只有一个不动点  $P$ . 根据无量纲化关系, 显然这些条件在实际工作中是满足的 ( $V_{in} > V_0, A_m > 0, I_{ref} > 0$ ). 由不动点  $P$  的存在性条件和线性稳定性定理, 得到不动点  $P$  的稳定条件为  $0 < a < 2/b$ . 当  $a = 2/b$  时, 状态方程的特征值为  $-1$ , 故此时系统状态空间的轨迹出现倍周期分岔;  $a > 2/b$  时, 由于边界碰撞, 倍周期分岔中断, 系统由间歇混沌过渡到完全混沌;  $a \geq 3/b$  时, 三周期解出现, 意味着该系统有一切正整数的周期解<sup>[2]</sup>, 取  $b=1.0, c=0.201$ , 得到映射 (4) 的分岔图如图 8 所示, 图示结果和上述分析结果完全一致。

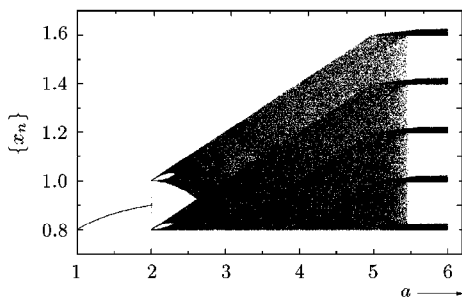


图 8 分段线性离散迭代的分岔图

上述由图 1 导出的一维离散映射模型由于对实际系统作了过多的近似和假设, 因而该模型所表现出的动力学行为与实际电路系统的动力学行为有很大的差别. 研究发现, 对一类特殊结构的开关功率变换器, 不需要简化和近似, 可以解析导出其离散迭代模型. 文献 [11] 对图 3 所示的 Boost 变换器导出了一个封闭的二维离散映射模型, 现简述如下:

对图 3 所示的电流反馈控制的 Boost 变换器, 首先考虑其工作于连续导电模式, 即电感  $L$  中的电

流  $i_L$  不可能下降到 0 (若  $i_L$  可以下降到 0, 则称为非连续导电模式). 当开关  $K$  闭合,  $i_L$  上升, 在此期间到达的钟形脉冲不起作用, 当  $i_L = I_{ref}$  时, 开关  $K$  断开, 直到下一个钟形脉冲到达, 开关  $K$  又闭合.  $i_L$  的波形如下图 9 所示.

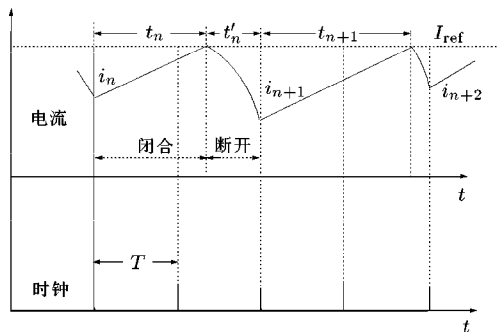


图 9  $i_L$  的波形

当  $K$  处于闭合状态时, 二极管  $D$  截止, 此时电路的状态方程为

$$L \frac{di_L}{dt} = V_{in}, \quad C \frac{du_C}{dt} = -\frac{u_C}{R} \quad (5)$$

设电感  $L$  的初始电流为  $i_n$ , 电容  $C$  上的初始电压为  $v_n$ ,  $t = t_n$  时  $I = I_{ref}$ . 则由式 (5) 可得

$$t_n = \frac{L(I_{ref} - i_n)}{V_{in}}, \quad u_C(t) = v_n e^{-2\alpha t} \quad (6)$$

其中  $\alpha = \frac{1}{2RC}$ , 当  $K$  处于断开状态时, 二极管  $D$  导通, 此时电路的状态方程为

$$L \frac{di_L}{dt} + u_C = V_{in}, \quad C \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R} = i_L \quad (7)$$

则其解为

$$i_L(t) = e^{-\alpha t} (A_{m1} \sin \omega t + A_{m2} \cos \omega t) + \frac{V_{in}}{R}$$

其中

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \alpha^2}$$

式中  $A_{m1}, A_{m2}$  由边界条件决定. 设  $K$  断开的一瞬间  $t = 0$ , 则有

$$\begin{aligned} i_L(0) &= A_{m2} + \frac{V_{in}}{R} = I_{ref} \\ u_C(0) &= v_n e^{-2\alpha t_n} = V_{in} - L \left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0} \end{aligned} \quad (8)$$

将  $i_L(t)$  代入式 (8) 得

#### 4 分段线性模型与动力学行为分析

离散时间映射模型的优点是易于动力学性质的理论分析,但一般需要对电路的结构和工作过程作一些简化和近似,使得模型表现出来的动力学行为与实际电路系统的动力学行为相差较大,且二维映射难以得到封闭形式(对一类特殊结构的开关功率变换器除外),一般只能由数值方法得到.所以,另一部分研究者采用 KVL 和 KCL 定律直接导出系统在不同工作状态下状态变量的分段光滑动力学方程,通过数值方法获得系统的有关动力学性质. Krishnendu 等在文献 [12, 13] 中,在不考虑负载电容  $C_0$  的情况下,对图 2 所示的 Buck 变换器建立了如下二维分段光滑的状态方程

$$\begin{aligned} \frac{di_L}{dt} &= \frac{V_{in}S}{L} - \gamma i_L \\ \frac{du_i}{dt} &= \alpha i_L - \beta u_i + \frac{V_{in}R_S}{L} S \end{aligned} \quad (11)$$

式中

$$\begin{aligned} \alpha &= R_S \left( \frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} - \frac{R_L + R_S}{L} \right) \\ \beta &= \frac{1}{R_1 C_1} \\ \gamma &= \frac{R_S + R_L}{L} \\ S &= \begin{cases} 1, & V_{ref} > U_i \\ 0, & V_{ref} \leq U_i \end{cases} \end{aligned}$$

在实际 Buck 变换器中,外部参考信号一般采用三角波信号.设三角波信号具有固定周期  $T$ ,则其表达式为

$$V_{ref} = V_1 + (V_2 - V_1)t(\text{mod } T) \quad (12)$$

因此式 (11) 所示系统实质上是非自治系统,图 12 显示了图 2 所示的 Buck 变换器典型的开关逻辑.

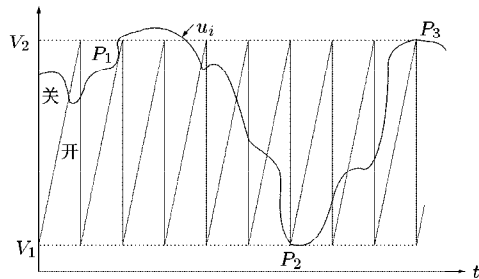


图 12 Buck 变换器典型的开关逻辑

对于非自治系统,可用分频采样方法来获得系统一个变量随某个参数变化时的分岔图,其中输入电压  $V_{in}$ 、负载电阻  $R_L$ 、电感  $L$ 、三角波周期  $T$

$$\begin{aligned} A_{m1} &= \frac{\alpha L(I_{ref} - V_{in}/R) + V_{in} - v_n e^{-2\alpha t_n}}{\omega L} \\ A_{m2} &= I_{ref} - \frac{V_{in}}{R} \end{aligned} \quad (9)$$

由式 (6) 可知  $i_n$  与  $t_n$  相关,同时由图 7 可知  $t'_n = T[1 - (t_n/T)(\text{mod } 1)]$ ,于是我们可令  $i_{n+1} = i_L(t'_n)$ ,  $v_{n+1} = u_c(t'_n)$ ,利用式 (9) 可得

$$\begin{aligned} i_{n+1} &= e^{-\alpha t'_n} \left[ \frac{\alpha L(I_{ref} - V_{in}/R) + V_{in} - v_n e^{-2\alpha t_n}}{\omega L} \right. \\ &\quad \left. \sin \omega t'_n + \left( I_{ref} - \frac{V_{in}}{R} \right) \cos \omega t'_n \right] + \frac{V_{in}}{R} \\ v_{n+1} &= V_{in} - e^{-\alpha t'_n} \left[ \left( \alpha v_n e^{-2\alpha t_n} - \alpha V_{in} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \frac{I_{ref} - V_{in}/R}{C} \right) \frac{\sin \omega t'_n}{\omega} + \right. \\ &\quad \left. (V_{in} - v_n e^{-2\alpha t_n}) \cos \omega t'_n \right] \end{aligned} \quad (10)$$

以参考电流  $I_{ref}$  作为分岔参数,当  $R = 20\Omega$ ,  $L = 1\text{mH}$ ,  $C = 12\mu\text{F}$ ,  $T = 100\mu\text{s}$ ,  $V_{in} = 10\text{V}$  时,上述映射呈现不动点  $\rightarrow 2P \rightarrow 3P \rightarrow 6P \rightarrow$  混沌过程.显然,这种通向混沌的方式不同于处处光滑系统通向混沌的方式,如 Logistic 映射中由倍周期分岔通向混沌的方式,即  $1P \rightarrow 2P \rightarrow \dots \rightarrow 2^n P \rightarrow$  混沌.其产生的机理可由图 10,图 11 进行定性说明.

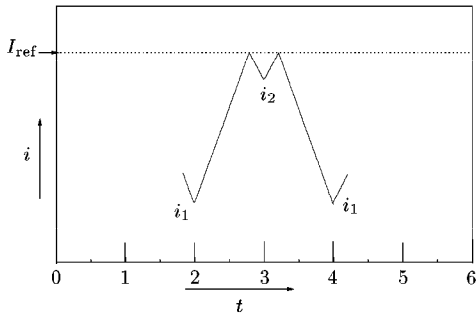


图 10 电流  $i_L(t)$  的波形图  $I_{ref} = 2.0\text{A}$  ( $2P$ )

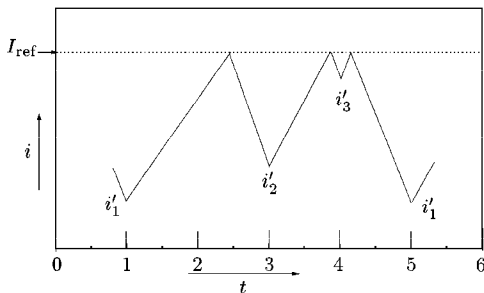


图 11 电流  $i_L(t)$  的波形图  $I_{ref} = 2.5\text{A}$  ( $3P$ )

等是常用于研究分岔的参数. 图 13 给出的是  $V_{in}$  作为分岔参数时, 变量  $u_i$  的分岔图, 其中  $R_L = 20 \Omega$ ,  $L = 11.6 \text{ mH}$ ,  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 220 \Omega$ ,  $R_r = 1 \Omega$ ,  $C_1 = 20 \text{ nF}$ ,  $V_1 = 1.0$ ,  $V_2 = 4.0$ ,  $T = 392 \mu\text{s}$ .

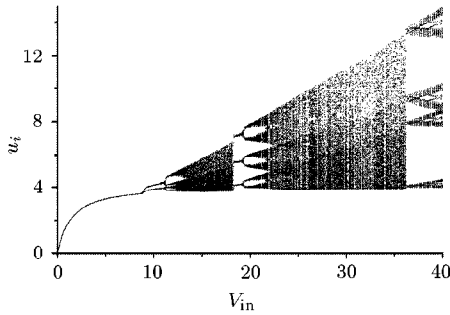


图 13  $V_{in}$  作为分岔参数时  $u_i$  的分岔图

负载电容在直流电源电路中是一个十分重要的器件, 尤其是在 Buck 开关功率变换器中, 负载电容  $C_0$  对系统的各种性能如纹波电压、电压转换效率、谐波辐射等有重要影响, 因此忽略该元件建立的模型所表现出来的动力学性质与实际系统的真实物理性质有很大的差别. 为此, 我们在文献 [14] 中考虑了负载电容  $C_0$  后, 对 Buck 变换器建立了一个完整的分段光滑动力学方程, 如下式所示

$$\begin{aligned} \frac{di_L}{dt} &= -\frac{u_{C_0}}{L} + \frac{V_{in}S}{L} \\ \frac{du_{C_0}}{dt} &= \frac{1}{C_0}i_L - \frac{u_{C_0}}{C_0(R_L + R_S)} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{du_i}{dt} &= \frac{R_S}{C_0(R_S + R_L)}i_L + \left( \frac{R_S(R_1 + R_2)}{C_1R_1R_2(R_L + R_S)} - \right. \\ &\quad \left. \frac{R_S}{C_0(R_L + R_S)^2} \right)u_{C_0} - \frac{u_i}{C_1R_1} \end{aligned}$$

式中

$$S = \begin{cases} 1, & u_{ref} > u_i \\ 0, & u_{ref} \leq u_i \end{cases} \quad (14)$$

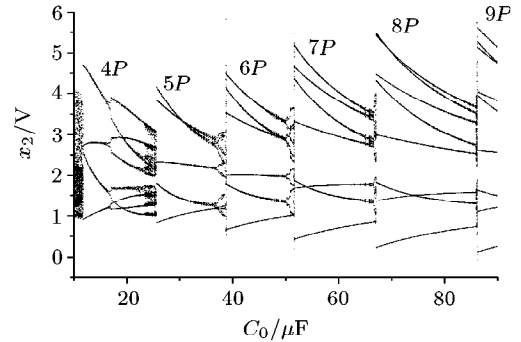
除了负载电容  $C_0$ , 电路的其它参数与图 11 对应的参数相同. 用数值方法得到了系统的一些重要的动力学性质, 其中主要结果简述如下:

(1)  $C_0$  取较小值如  $C_0 = 10 \mu\text{F}$ ,  $V_{in}$  作为分岔参数, 当  $V_{in}$  较小时, 系统仍出现分岔和混沌行为, 但当  $V_{in}$  超过一定值后, 系统一直处于周期运动状态.

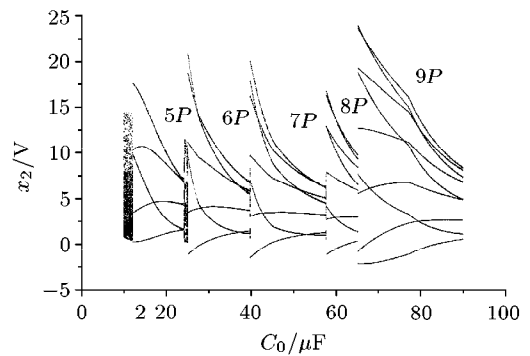
(2)  $C_0$  取较大值时, 如  $C_0 = 100 \mu\text{F}$ , 系统只有分岔发生, 而无混沌行为. 这种现象在物理上是容易理解的, 因为负载电容  $C_0$  上的电压是通过电感中的电流  $i_L$  进行积分得到的, 是一种惯性环节, 大的电容电惯性大, 其电压的随机波动性减少, 故不易出现混沌运动.

(3) 负载电容  $C_0$  作为分岔参数时, 系统出现了增量为 1 的周期迭加序列窗口, 同时在加周期窗口中存在分岔导致的窗口很窄的混沌, 随着  $C_0$  的增加, 混沌运动窗口逐渐消失, 如图 14 所示 ( $x_2 = u_{C_0}$ ).

综上所述, 负载电容  $C_0$  的大小决定了系统出现混沌运动概率的大小, 因此, 在实际电路设计中, 为了避免混沌运动的出现, 可以采取适当增大负载电容容量的方法来实现.



(a)  $V_{in} = 20.0 \text{ V}$



(b)  $V_{in} = 62.0 \text{ V}$

图 14 负载电容  $C_0$  作为分岔参数时,  $u_{C_0}$  的分岔图

## 5 状态空间平均模型与动力学行为分析

状态空间平均方法 [1] 是另一种对开关功率变换器广泛采用的建模策略, 这种建模方法简单, 而且不包含时变参数, 给分析和设计带来很大方便. 假设所研究的开关变换器工作时有  $N$  个不同的电路拓扑, 在一个循环  $T$  中, 系统在每个特定的拓扑中只工作一小段时间, 令  $x$  为状态变量,  $d_j$  为系统在第  $j$  个拓扑中工作的占空比, 显然有  $d_1 + d_2 + \dots + d_N = 1$ , 因此我们可以得到如下的分段光滑状态方程

$$\dot{X} = \begin{cases} A_1 X + B_1 E, & 0 \leq t \leq d_1 T \\ A_2 X + B_2 E, & d_1 T \leq t \leq (d_1 + d_2) T \\ \vdots \\ A_N X + B_N E, & (1 - d_N) T \leq t \leq T \end{cases} \quad (15)$$

式中  $A_j, B_j$  是系统的第  $j$  个拓扑的系数矩阵,  $E$  是输入电压. 当然, 在实际的电路中,  $N$  一般是 2, 最大为 3. 平均建模方法的关键步骤是对系统的矩阵求平均, 得到下述平均模型

$$\dot{X} = A_m X + B_m E, \quad -\infty < t < +\infty \quad (16)$$

式中  $A_m = \sum_{j=1}^N d_j A_j, B_m = \sum_{j=1}^N d_j B_j$ . 由上式可以看出, 平均方法的关键是求出  $d_j, d_j$  由一组方程显式或隐含来定义, 方程的一般形式为

$$\begin{aligned} G_1(d_1, d_2, \dots, E, x) &= 0 \\ G_2(d_1, d_2, \dots, E, x) &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

上述方程中, 占空比  $d_j$  是系统状态变量和参数的非线性函数, 因此平均模型仍然是非线性系统. 若变换器工作于只有 2 个电路拓扑结构, 则占空比可由下式求出

$$d_1 + d_2 = 1 \quad (18)$$

C.K. Tse 等人<sup>[15]</sup>用上述平均值模型研究了一种称为 Cuk 自治开关变换器中的 Hopf 分岔, 这种 4D Cuk 电路系统的状态方程由下式给出

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= -\frac{(1-S)v_2}{L} + \frac{E}{L} \\ \frac{di_2}{dt} &= \frac{v_2 S}{L} - \frac{v_1}{L} \\ \frac{dv_1}{dt} &= \frac{i_2}{C} - \frac{v_1}{CR} \\ \frac{dv_2}{dt} &= \frac{(1-S)i_1}{C} - \frac{i_2 S}{C} \end{aligned} \quad (19)$$

式中  $S$  代表开关状态, 开关闭合时,  $S = 1$ , 开关打开时  $S = 0$ . 由于反馈控制作用, 系统的状态变量间存在下述关系

$$i_1 + i_2 = g(v_1) \quad (20)$$

式中  $i_1, i_2$  表示电感电流,  $v_1$  表示输出电压,  $g(\cdot)$  表示控制函数. 为简化分析控制, 采用比例控制的形式, 即

$$\Delta(i_1 + i_2) = -\mu \Delta v_1 \quad (21)$$

式中  $\mu$  代表增益. 式 (21) 有下面的等价形式

$$i_1 + i_2 = K_0 - \mu v_1 \quad (22)$$

式 (22) 中,  $K_0$  和  $\mu$  代表控制参量. 用占空比  $\delta$  代替系统 (19) 中的开关变量  $s$ , 我们可以得到系统的平均值模型, 由于  $i_1, i_2$  是  $v_1$  的函数, 所以系统的阶次

应当降低一维. 考虑到 (22) 式, 得平均值模型为

$$\begin{aligned} \frac{di_2}{dt} &= \frac{v_2 \delta}{L} - \frac{v_1}{L} \\ \frac{dv_1}{dt} &= \frac{i_2}{C} - \frac{v_1}{CR} \\ \frac{dv_2}{dt} &= \frac{(1-\delta)(K_0 - \mu v_1)}{C} - \frac{i_2}{C} \end{aligned} \quad (23)$$

由式 (22) 可得

$$d(i_1 + i_2)/dt = -\mu dv_1/dt \quad (24)$$

用式 (19), 式 (23) 中的微分代入上式可得系统的占空比为

$$\delta = \frac{1}{2} - \frac{\frac{\mu L}{C} i_2 - \left(1 + \frac{\mu L}{CR}\right) v_1 + E}{2v_2} \quad (25)$$

注意上式参数取值必须满足  $0 < \delta < 1$ , 将式 (25) 代入式 (23), 得到描述自治系统动力学行为的状态方程如下

$$\begin{aligned} \frac{di_2}{dt} &= -\frac{\mu i_2}{2C} - \left(1 - \frac{\mu L}{CR}\right) \frac{v_1}{2L} + \frac{v_2}{2L} - \frac{E}{2L} \\ \frac{dv_1}{dt} &= \frac{i_2}{C} - \frac{v_1}{CR} \\ \frac{dv_2}{dt} &= -\frac{i_2}{C} + \left(\frac{K_0 - \mu v_1}{2C}\right) \times \\ &\quad \left(1 + \frac{\frac{\mu L}{C} i_2 - \left(1 + \frac{\mu L}{CR}\right) v_1 + E}{v_2}\right) \end{aligned} \quad (26)$$

利用系统的状态方程 (26) 式, 可以求出系统平均模型的平衡点, 并通过计算系统的 Jacobi 矩阵在不动点处的特征根来讨论其稳定性. 当  $K_0$  的取值使系统在不动点处 Jacobi 矩阵的特征根满足下列条件时, 系统发生 Hopf 分岔<sup>[38]</sup>.

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\lambda)|_{k_0=k_{0c}} &= 0 \\ \operatorname{Im}(\lambda)|_{k_0=k_{0c}} &\neq 0 \\ \frac{d}{dk_0} \operatorname{Re}(\lambda)|_{k_0=k_{0c}} &\neq 0 \end{aligned} \quad (27)$$

式中  $K_{0c}$  是系统发生超临界 Hopf 分岔时  $K_0$  的临界值.

## 6 变换器的分岔特征及其机理分析

分岔是非线性动力系统的一种普遍现象, 在处处光滑非线性系统中, 叉型分岔、折叠分岔 (鞍 - 结分岔)、Hopf 分岔<sup>[5]</sup>等都是常见的标准分岔. 由于 Buck 变换器工作于开关状态, 用分段光滑系统描述, 这种分段光滑 (分段线性) 系统的动力学行为和通向混沌

的途径与处处光滑系统有许多相同之处,例如,2种系统都可以由环面破裂导致混沌,在一定条件下,都可以发生各种标准分岔如倍周期分岔、Hopf分岔、切分岔等.但是,分段线性系统由于存在边界碰撞,它的分岔和动力学行为又有其不同的特点,例如倍周期分岔的次数十分有限,在分岔过程中,系统从某个周期轨道突然过渡到混沌,这是由边界碰撞分岔(当系统的参数变化超过临界值时,一个稳定的周期轨道穿过边界后失稳变成一个新的周期轨道或混沌吸引子,称为边界碰撞分岔)导致的结果.文献[16]中称这种分段线性系统状态空间中的边界为开关流形,这种分岔过程可用图15、图16来形象描述.

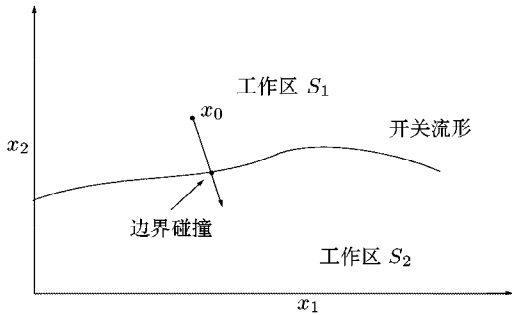


图 15 穿越边界碰撞

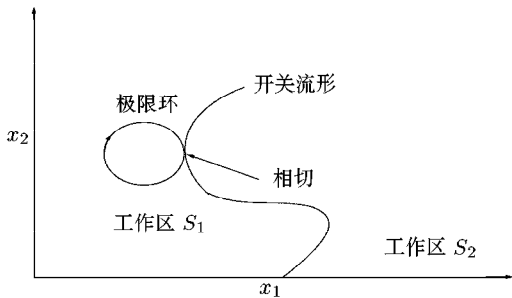


图 16 与边界相切碰撞

在DC-DC开关功率变换器中,产生边界碰撞的原因是系统的有关参数如输入电压、反馈增益或取样电压(电流)等增大时,反馈控制信号 $u_i$ 的幅度摆动过大,与比较信号 $V_{ref}$ 在下顶部 $P_2$ 处或上顶部 $P_3$ 处相切(如图12所示),导致占空比突然进入0或1的饱和状态,从而使标准分岔过程中断.应当指出,上述2个信号的相切点 $P_1$ 不可能出现,因为在式(11)中,控制信号在切点 $P_1$ 处的二次导数 $d^2u_i/dt^2 < 0$ <sup>[17]</sup>,而比较信号 $u_{ref}$ 在切点处的二次导数 $d^2u_{ref}/dt^2 = 0$ .在分析这类边界碰撞分岔的过程中,一个关键问题是如何确定系统在相空间中的边界(开关流形),文献[17]给出了一种确定边界的方法,现简介如下:

由于式(11)是分段线性系统,实际上可以解析

求解,其解为

$$i_L(t) = (i_L(0) - i_0)e^{-\gamma t} + i_0 \quad (28)$$

$$u_i(t) = \frac{\alpha}{\beta - \gamma} (i_L(0) - i_0)(e^{-\gamma t} - e^{-\beta t}) + (v_i(0) - v_0)e^{-\beta t} + v_0 \quad (29)$$

式中 $i_0 = \frac{V_{in}}{R_L + R_S} S$ ,

$$v_0 = \frac{V_{in}}{\beta} \left( \frac{\alpha}{R_L + R_S} + \frac{R_S}{L} \right) S$$

对于图10中的上顶部相切点 $P_3$ ,令 $u_i((n+1)T) = V_{n+1} = V_2$ ,对应于开关管截止时的解,此时 $S=0$ ,由式(11)可得边界线方程为

$$V_2 = i_n(e^{-\gamma T} - e^{-\beta T}) \frac{\alpha}{\beta - \gamma} + v_n e^{-\beta T} \quad (30)$$

显然,上述边界线在 $(i, V)$ 平面上是一条直线.根据边界线方程,很容易判断系统发生的分岔是否为边界碰撞分岔.具体判断方法是:若分岔得到的 $nP$ 周期轨道中,有某一点落在边界线上,则此时发生的分岔一定是边界碰撞分岔,若在 $nP$ 周期轨道中,任何一点都不落在边界线上,则此时发生的分岔不是边界碰撞分岔.

上述对Buck变换器中产生边界碰撞分岔的机制讨论仅是定性理论,更严格的理论分析是Nusse等<sup>[18]</sup>提出的一种标准化理论,他们指出,任何一个二维分段光滑映射通过坐标变换在周期点穿越边界处的小邻域内,都可以化为如下所示的标准形式

$$G_\mu = \begin{cases} \begin{pmatrix} \tau_A & 1 \\ -\delta_A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, & \text{当 } x \leq 0 \\ \begin{pmatrix} \tau_B & 1 \\ -\delta_B & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, & \text{当 } x > 0 \end{cases} \quad (31)$$

式中 $P_0$ 为边界上的不动点, $P_A, P_B$ 分别为边界两边的不动点,且

$$\tau_A = \lim_{P_A \rightarrow P_0} \text{tr } \mathbf{DF}(P_A), \quad \tau_B = \lim_{P_B \rightarrow P_0} \text{tr } \mathbf{DF}(P_B) \\ \delta_A = \lim_{P_A \rightarrow P_0} \det \mathbf{DF}(P_A), \quad \delta_B = \lim_{P_B \rightarrow P_0} \det \mathbf{DF}(P_B)$$

如果 $P_0$ 是 $nP$ 周期轨道的一个点,则将 $F^P$ 和 $\mathbf{D}(F^P)$ 代替 $F$ 和 $\mathbf{DF}$ 即可.随着参数 $\mu$ 的变化,局部分岔仅仅取决于上式中的 $\tau_A, \tau_B, \delta_A, \delta_B$ 的值.文献[17]的研究结果表明:Nusse的标准形式的映射(31)与原始系统的映射有相同的分岔结构.

其他一些科学工作者对DC-DC开关功率变换器非线性动力学行为、分岔特征及其机理作出了很多有价值的研究工作.例如,Banerjee<sup>[19]</sup>指出在电压模式控制的Buck变换器中,存在具有分形流域边



界的多吸引子共存现象, 并且发现由于混沌鞍点(不稳定的非周期轨道)的存在, 导致的在很宽的参数取值范围内长时间的混沌瞬态. 文献 [20~24] 研究了电流模式控制的 Cuk, Boost 等 DC-DC 变换器. 并且在这种电路中证实了 2 种分岔路径的存在, 即一种是通过准周期 [20], 一种是经过倍周期 [21,22]. Chan 和 Tse 在文献 [24] 中研究了电流控制的 DC/DC Boost 变换器的分岔行为, 并提出了二次分岔的概念. 文中定义了二次分岔参数  $\gamma = T/RC$ , 当  $\gamma$  变化时, 系统通向混沌的路径不同,  $\gamma$  较小时, 系统经过准周期进入混沌; 当  $\gamma$  较大时, 系统经过倍周期进入混沌, 从而将准周期分岔和倍周期分岔统一看成二次分岔的一部分. 1994 年 Tse [25,26] 报道了一个简单的 DC-DC 变换器工作在不连续模式下存在倍周期级联分岔, 采用一个一阶迭代映射对 DC-DC 变换器进行建模, 通过计算迭代映射的 Jacobian 矩阵在不动点处的特征根来确定倍周期分岔发生的条件, 仿真和实验测量证实了他的结果. 随后, Chan 和 Tse [27] 对不连续模式下 DC-DC 变换器中发生倍周期级联分岔的条件进行了严格的理论分析. 1996 年, Fossas 和 Olivar [28] 对 buck 变换器的动力学行为进行了详细的分析描述, 鉴别了其混沌吸引子的拓扑结构和研究了与系统不同的演化运动相联系的区域. 在研究方法上, 由于绝大多数功率电子电路是由固定周期信号驱动的非自治系统, 可以通过建立适当的迭代映射对其动力学行为进行有效的研究. 除了简单的标准采样即变频采样以外, Bernardo 等人 [29,30] 研究了替代采样法并将其应用在功率电子电路中进行分岔和混沌的研究. 研究发现在一定的条件下, 非标准形式(事件驱动)采样可用于推导迭代映射, 这种迭代映射可用于对自治和非自治系统中分岔和混沌的产生进行有效的分析, 而且可以用滑动解来解释周期震动(高频开关)和多脉冲 [31]. 在文献 [32, 33] 中, 应用 Lyapunov 指数对变换器的混沌机制进行了研究, 文献 [20, 23, 33, 34] 应用功率谱分析方法证实 DC-DC 变换器在一定的工作和参数条件下, 出现周期、拟周期、混沌等的一些具体的工作机制.

## 7 DC-DC 开关变换器的混沌控制必要性及策略

混沌控制自从 1990 年提出以来, 它的理论和方法已经得到充分研究 [7~9], 如何将其理论和方法应用于工程实践, 成为当前该研究领域内的一个新趋势. 本节结合我们的研究工作, 讨论了对这种电路系统进行混沌控制的必要性及相关策略.

由图 13 可知, 当参数  $V_{in}$  变化时, Buck 变换器表现出周期和混沌运动, 那么系统的一些主要性

能如电压转换效率在不同的运动模式下有何差别和特点, 目前这方面的研究还少见报道, 由于这些指标在很大程度上决定了系统的性能和质量, 因此对此问题进行研究具有很好的应用价值.

首先给出电压转换效率的定义:

$$\eta = \frac{\bar{u}_{C_0}}{V_{in}} \quad (32)$$

式中  $\bar{u}_{C_0}$  为负载电压的平均值, 我们利用 30 万个数据求其平均值  $\bar{u}_{C_0}$ . 图 17 给出了电路系统处在不同运动状态时, 电压转换效率  $\eta$  的变化情况. 对照图 13 可知, 电压转换效率虽然在总体上随输入电压  $V_{in}$  的增加而下降, 但从混沌运动区过渡到周期运动区时, 电压转换效率均有较大幅度的跳跃增加. 显然, 系统处在周期运动区时, 其电压转换效率高于系统处在混沌运动区时的电压转换效率. 由于 DC-DC 电路系统的电压转换效率与其损耗成反比关系, 因此, 从电压转换效率这一指标看, 在实际的电路系统设计中要避免混沌运动的出现, 或采取措施控制混沌.

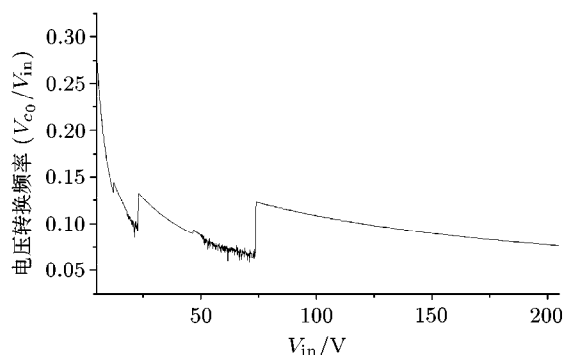


图 17 电压转换效率  $\eta$  的变化图

我们首先将 Buck 变换器的状态方程式 (11) 在  $S=1$  的状态下化为如下的标准化方程

$$\dot{X} = AX + Bp \quad (33)$$

式中,  $X$  为系统的状态变量矢量,  $p$  为一个可选且易于改变的参数,  $p$  选定后,  $A, B$  就易得到了. 式 (33) 的解为

$$X(t) = e^{At} X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bp d\tau \quad (34)$$

因此, 参数  $p$  的改变将导致系统动力学行为的改变. 文献 [35, 36] 采用调整参数  $p$  的策略, 实现了 Buck 变换器中  $1P, 2P$  轨道的稳定控制, 不仅给出了数值结果, 而且设计出了控制电路, 完成了混沌控制的实验验证. 由于式 (33) 是分段光滑系统, 故参数  $p$  的调整量不能解析给出, 只能由数值方法计算得出. 在混沌控制的电路实验中, 可在输入三角波信号中加入

一个可调节的直流偏置电压来模拟参数的改变, 从而实现混沌控制.

罗晓曙<sup>[14]</sup>采用外加周期信号调制图 2 所示 DC-DC Buck 变换器比较放大器输出的脉冲信号的占空比, 成功地实现了其混沌控制. 它的控制机制与参数共振微扰法类似<sup>[39]</sup>. 通过改变外加周期信号的幅度或周期, 可以获得不同的稳定周期轨道, 部分控制结果如图 18~ 图 21 所示.

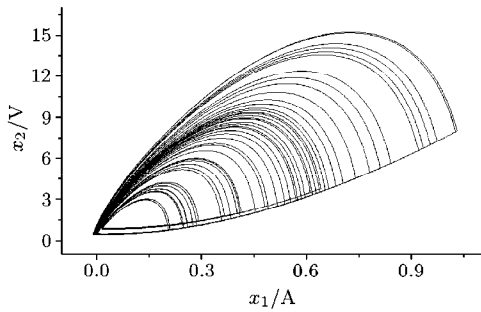


图 18 混沌吸引子的相图

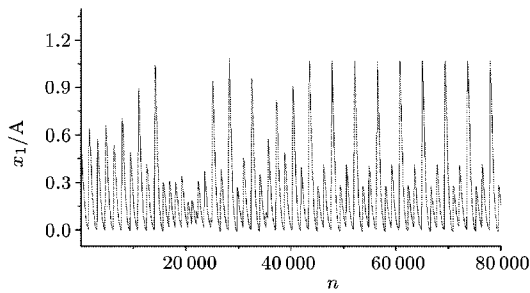


图 19 控制到稳定的 3 周期轨道时域图

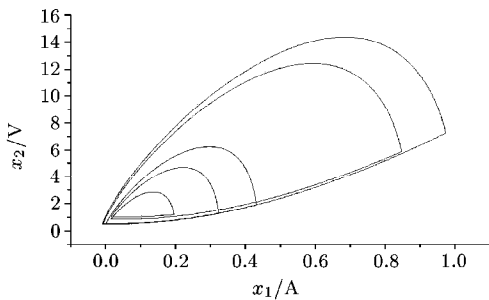


图 20 控制到稳定的 5 周期轨道相图

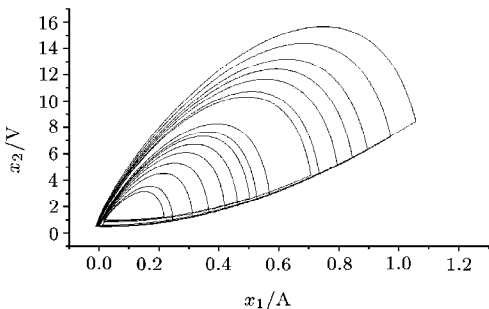


图 21 控制到稳定的 16 周期轨道相图

## 8 结论和展望

10 余年来, 人们采用非线性动力学的理论和概念如全局和局部稳定性理论、分岔理论、混沌理论及其相关数值分析方法如闪频采样法、庞卡莱截面法、李雅谱诺夫指数分析法<sup>[4]</sup>等, 对 DC-DC 开关功率变换器中的非线性动力学行为进行了深入研究, 发现这种电路系统中存在各种分岔及混沌现象, 提出的 3 种建模方法即离散映射模型、分段线性模型和状态空间平均模型能十分有效地分析这种电路系统平衡点和极限环的稳定性、分岔类别、分岔特征、分岔机理、通向混沌的途径及确定平衡点、极限环稳定时的参数范围、临界分岔参数值、产生混沌行为的主要参数及参数区间等. 这些研究成果有利于完善 DC-DC 开关功率变换器的理论分析和设计方法, 为解决实际应用中出现的一些问题提供了新的途径, 例如当电子工程师认为混沌出现是不利的时候, 知道什么情况下、什么时候出现混沌运动将十分有利于他们避免混沌运动的出现, 而且以前这些未被利用的非线性工作区可能被用于为工程应用服务. 为了将非线性动力学的理论和研究方法及其对 DC-DC 开关功率变换器的研究成果应用于实际电路系统的分析和设计, 未来的几年内, 以下几个问题需要进一步研究和探讨:

(1) DC-DC 开关功率变换器中混沌行为的检测研究. 经过 10 余年的研究, 人们对 DC-DC 变换器出现混沌运动的工作条件和参数条件已基本搞清, 这使得电路设计人员可以通过选择适当的元件参数值和电路拓扑结构来避免系统进入混沌工作区. 但在电路的实际工作过程中, 系统的外部环境和内部参数都可能发生变化或退化, 例如电网输入电压随时间波动, 电路中电感、电容量发生变化. 上述因素均有可能使系统进入混沌工作区或间歇混沌. 因此研究有效地检测这种电路系统中出现混沌行为的方法成为实现其混沌控制的关键和前提.

(2) DC-DC 开关功率变换器中混沌控制的方法研究. DC-DC 变换器中出现混沌会导致高幅度的噪声和不稳定行为, 这在实际应用中是十分有害的. 目前, 这种电路系统中的混沌控制研究虽然引起关注, 但工作还不多. 如何应用混沌控制理论和方法, 对不同拓扑结构的 DC-DC 开关功率变换器采用不同的控制策略进行混沌控制研究, 根据控制效果, 筛选出最佳的控制策略, 提高其各种性能如效率、可靠性、谐波辐射、功率因数等.

(3) DC-DC 开关功率变换器在不同的运动模式下其性能指标的变化研究. 文献<sup>[14]</sup>的研究结果表明: DC-DC 变换器工作于混沌区时, 其电压转换效率低于处于周期运动区时的电压转换效率, 那么

系统的其它性能指标如可靠性、谐波辐射、功率因数等在不同的工作区有什么特点和变化? 搞清这些问题将十分有利于电路设计人员实现电路系统的最优设计. 此外, DC-DC 变换器中的一些主要器件如开关晶体管、续流二极管、负载电容等在不同的工作区的寿命和可靠性研究也值得关注, 这些问题的研究直接关系到产品的性能和质量, 因而具有较大的应用价值.

## 参 考 文 献

- 1 Middlebrook R D, Cuk S. A general unified approach to modeling switching-converter Power stages. *IEEE Power Electron Spec Conf Rec*, 1976: 13~34
- 2 郝柏林. 从抛物线谈起 —— 混沌动力学引论. 上海: 上海科技教育出版社, 1995. 1~78
- 3 汪秉宏. 弱混沌与准规则斑图. 上海: 上海科技教育出版社, 1996. 15~120
- 4 王光瑞, 陈光旨. 非线性常微分方程中的混沌运动. 广西: 广西科学技术出版社, 1995. 65~82
- 5 陆启韶. 分岔与奇异性. 上海: 上海科技教育出版社, 1997. 12~65
- 6 陈式刚. 映象与混沌. 北京: 国防工业出版社, 1992. 67~120
- 7 胡岗. 混沌控制. 上海: 上海科学教育出版社, 2000. 20~60
- 8 方锦清. 非线性系统中混沌的控制与同步及其应用前景. 物理学进展, 1996, 16: 1~71
- 9 王光瑞, 于熙鹂, 陈式刚等. 混沌的控制同步与应用. 北京: 国防工业出版社, 1999, 1~210
- 10 Hamill D C, Jefferies D J. Subharmonics and chaos in a controlled switch-mode power converter. *IEEE Trans Circ Syst-1*, 1988, 35: 1059~1061
- 11 Jonathan H B Deane. Chaos in a current-mode controlled boost dc-dc converter. *IEEE Trans Circ Syst-1*, 1992, 18: 680~683
- 12 Chakrabarty K, Podder G, Banerjee S. Bifurcation behavior of buck converter. *IEEE Trans Power Electron*, 1996, 11: 439~447
- 13 Enric Fossas, Gerard Olivar. Study of chaos in the Buck Converter. *IEEE Trans Circ Syst-1*, 1996, 1: 1~25
- 14 罗晓曙, 汪秉宏, 陈关荣等. DC-DC BUCK 变换器的分岔行为及混沌控制研究. 物理学报, 2002, 52(1): 12~17
- 15 Tse C K, Lai Y M, Lu H. Hopf bifurcation and chaos in a free-running current-controlled cuk switching regulator. *IEEE Trans Circ Syst-1*, 2000, 47: 448~456
- 16 Brogliato B. Nonsmooth Mechanics. New York: Springer-Verlag, 1998. 36~57
- 17 Guohui Yuan, Soumitro Banerjee, Edward Ott, et al. Border-collision bifurcation in the buck converter. *IEEE Trans Circ Syst-1*, 1998, 45(7): 707~716
- 18 Nusse. H. E, York J A. Border-collision bifurcation including period two to period three for piecewise smooth system. *Physica D*, 1992, 57: 39~57
- 19 Soumitro Banerjee. Coexisting attractors, chaotic saddles, and fractal basins in a power electron circuit. *IEEE Trans Circ Syst-1*, 1997, 44: 847~849
- 20 Tse C K, Chan W C Y. Chaos from a current programmed Cuk converter. *Int J Circuit Theory Appl*, 1995, 23: 217~225
- 21 Zafrany I, Ben-Yaakov S. A chaos model of subharmonic oscillations in current mode PWM boost converters. *IEEE Power Electron Specialists Conf Rec*, 1995, 1111~1117
- 22 Deane J H B, Hamill D C. Chaotic behavior in current-mode controlled dc/dc converters. *Inst Elect Eng Electron Lett*, 1991, 27(13): 1172~1173
- 23 Deane J H B. Chaos in a current-mode controlled boost dc/dc converter. *IEEE Trans Circ Syst-1*, 1992, 39: 680~683.
- 24 Chan C Y, Chi K Tse. Study of bifurcations in current-programmed dc/dc boost converters: From quasi-periodicity to period-doubling. *IEEE Trans Circ Syst-1*, 1997, 44: 1129~1142.
- 25 Tse C K. Flip bifurcation and chaos in a three-state boost switching regulator. *IEEE Trans Circ Syst-1*, 1994, 42: 16~23
- 26 Tse C K. Chaos from a buck switching regulator operation in discontinuous mode. *Int J Circ Theory Appl*, 1994, 22: 263~278
- 27 Chan W C Y, Tse C K. On the form of control function that can lead to chaos in discontinuous-mode dc/dc converters. *IEEE Power Electron Spec Conf Rec*, 1997: 1317~1322.
- 28 Fossas E and Olivar G. Study of chaos in the buck converter. *IEEE Trans Circ Syst-1*, 1996, 43: 13~25
- 29 Bernardo M D, Garofalo F, Glielmo L, Vasca F. Quasi-periodic behaviors in dc/dc converters. *IEEE Trans Power Electron Spec Conf Rec*, 1996: 1376~1381
- 30 Bernardo M D, Garofalo F, Glielmo L, Vasca F. Switchings, bifurcation and chaos in dc/dc converters. *IEEE Trans Circ Syst-1*, 1998, 45: 133~141
- 31 Bernardo M D, Budd C J, Champneys A R. Grazing, skipping and sliding: analysis of the non-smooth dynamics of the dc/dc buck converter. *Nonlinearity*, 1998, 11: 858~890
- 32 Banerjee S, Chakrabarty K. Nonlinear modeling and bifurcations in the boost converter. *IEEE Trans Power Electron*, 1998, 13: 252~260
- 33 Hamill D C, Deane J H B, Jefferies D J. Modeling of chaotic DC-DC converters by iterated nonlinear mappings. *IEEE Trans Power Electron*, 1992, 7: 25~36
- 34 Tse C K, Fung S C, Kwan M W. Experimental confirmation of chaos in a current-programmed Cuk converter. *IEEE Trans Circ Syst-1*, 1996, 43: 605~608
- 35 Poddar G, Chakrabarty K, Banerjee S. Control of chaos in DC-DC converters. *IEEE Trans Circ Syst-1*, 1998, 45: 672~676
- 36 Poddar G, Chakrabarty K, Banerjee S. Experimental control of chaotic behavior of buck converter. *IEEE Trans Circ*

*Syst-1*, 1995, 42: 502~504

37 张占松, 蔡宣三. 开关电源的原理与设计. 北京: 电子工业出版社, 1998. 10~26

38 Alligood K T, Sauer T D, Yorke J A. *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems*. New York: Springer-Verlag,

1996. 1~12

39 Braiman Y, Goldhirsch I. Taming chaotic dynamics with weak periodic perturbation. *Phys Rev Lett*, 1991, 66: 2545~2548

## THE PROGRESS OF STUDY ON NONLINEAR DYNAMICS BEHAVIOR IN DC-DC SWITCHING POWER CONVERTER\*

LUO Xiaoshu<sup>1,2</sup>      WANG Binghong<sup>1</sup>      ZOU Yanli<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China

<sup>2</sup> Department of Physics and Electronic Science, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China

**Abstract** DC-DC switching power converter is a typical piecewise-smooth dynamical system. In this circuit system, all kinds of bifurcations such as the period doubling bifurcation, Hopf bifurcation, Border collision bifurcation and chaotic motion can be generated under some working and parameter conditions. In this paper, the main progresses on the study nonlinear dynamics behaviors such as bifurcation and chaos are reviewed in DC-DC switching power converter are reviewed. Three modeling methods, including the discrete nonlinear map, piecewise-smooth model, average model, are introduced. The bifurcation characteristics and mechanisms, and the route to chaos are analyzed. Furthermore, based on our primary research work, the necessity of chaos control and corresponding methods are discussed for DC-DC switching power converter. Finally, from the point of view of applications, some future research areas are pointed out.

**Keywords** DC-DC switching power converter, bifurcation, chaos, chaos control, modeling methods

---

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10247005, 19932020, 19974039, 59876039, 70271070), the Special Foundation for State Major Research Program in China (973 Project), the China-Canada University Industry Partnership Program (CCUIPP-NSFC 70142005) and Guangxi Natural Science Foundation (0135063).