

# 棘轮效应预测及其循环本构模型研究进展\*

陈 旭 焦 荣 田 涛

天津大学化工学院, 天津 300072

**摘要** 棘轮应变累积广泛存在于压力容器和管道、轮轨接触疲劳、紧固连接和密封技术等工程问题中, 是工程设计中必须考虑的重要因素。棘轮可以表现为单轴棘轮效应或多轴棘轮效应, 材料的棘轮效应或结构的棘轮效应。本文介绍近年来棘轮效应的最新研究进展, 对近年提出的描述材料棘轮效应的循环本构理论作了较详细的评述, 对模型的预测能力和存在的问题进行了讨论, 并对今后的工作提出了建议。

**关键词** 棘轮效应, 棘轮应变, 塑性理论, 循环本构模型, 随动强化律

## 1 引言

棘轮效应是指金属材料或结构承受一个一次载荷并叠加循环载荷时所产生的渐进变形, 是在应力控制循环加载下二次变形的累积。它是工程实际中需要考虑的一个重要问题, 如: 化工容器及管道的热棘轮, 核反应堆的防震设计, 轮轨接触疲劳、紧固连接和密封技术等工程问题。建立在核设计规范基础上的压力容器强度设计均要求棘轮效应分析, 如美国 ASME Code Section III<sup>[1]</sup>, 德国规范 KTA<sup>[2]</sup> 和法国规范 RCC-MR<sup>[3]</sup>。早在 60 年代中期, Bree<sup>[4]</sup> 就研究了薄壁圆管在内压和循环热载荷下的弹塑性性能, 并且得到用图表表示的机械性能随一次载荷和二次载荷的变化图(称 Bree Diagram), 这一研究结果仍为某些规范用于防止棘轮效应的设计。由美国电力研究院 (EPRI), 通用电器 (GE), 和美国核管理委员会 (US-NRC) 资助的管道、附件及动力可靠性课题, 完成了一组棘轮效应试验, 并在 1995 年版 ASME 锅炉压力容器设计规范第三篇将循环的动力载荷及棘轮效应引入规范中。然而, 要准确预测棘轮应变防止棘轮效应仍是一个非常困难的问题。作为一种非弹性材料和结构性能的现象, 棘轮效应的研究, 主要借助于非弹性的应力应变分析。因为仅有有限的关于棘轮效应及其机制的研究可供参考, 所以在各种规范和标准中, 棘轮分析没有详细的表述。但是近 20 年来, 随着先进试验设备的出现(新型 MTS, INSTRON 等), 国外

许多学者已对此进行了大量的研究(如: Chaboche 等<sup>[5~7]</sup>, Voyiadjis 等<sup>[8,9]</sup>, Krempel 等<sup>[10,11]</sup>, McDowell 等<sup>[12]</sup>, Hassan 等<sup>[13~16]</sup>, Ohno 等<sup>[17~20]</sup>, Jiang 等<sup>[21~23]</sup>), 在材料循环本构模型, 单轴和多轴棘轮效应的预测方面取得了较大的进展, 但是棘轮效应的准确预测仍是材料循环本构模型的最大挑战。本文将对近 10 年来这方面的进展作较详细的评述。由于本论题所涉及的内容广泛, 限于篇幅, 对热循环及蠕变塑性交互作用引起的棘轮效应, 本文并不涉及, 将另文讨论。

## 2 棘轮效应的定义及试验研究

材料在循环加载时, 由于平均应力的存在, 导致塑性应变沿平均应力方向积累, 这种应变积累称为棘轮应变或棘轮效应(ratcheting)。棘轮应变的积累可能导致疲劳寿命的减少, 或超过变形的限制而使结构不能正常工作。由于一次载荷大小的不同, 应变经过一个快速初始棘轮应变累积后, 将可能出现安定或渐进棘轮效应 2 种情况, 如图 1 所示。根据应力状态的不同, 棘轮效应可分为单轴棘轮效应和多轴棘轮效应<sup>[5,6]</sup>。单轴棘轮效应是指在平均应力方向上产生的循环塑性应变累积, 应力应变滞环的不封闭性是产生单轴棘轮效应的直接原因<sup>[24]</sup>; 多轴棘轮效应是指材料在承受多轴载荷作用下产生的棘轮效应, 产生棘轮效应的方向可以是一个方向, 也可能多个方向,

收稿日期: 2002-03-12, 修回日期: 2003-04-26

\* 国家自然科学基金(19872049, 10272080)和教育部高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划资助项目

这不仅和平均应力有关，也和加载的路径有关。对许多现有的本构模型的研究发现，对于单轴棘轮效应的模拟首先取决于塑性模量的计算体系而对于多轴棘轮效应的模拟主要取决于模型中所用的随动强化律<sup>[13,14]</sup>。

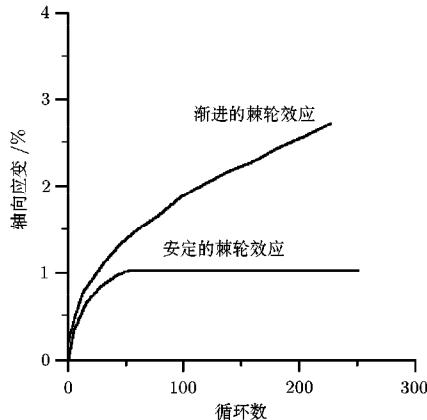


图 1 渐进及安定棘轮效应示意图

对于一个恒定的应力幅，当平均应力很小时，经过瞬时棘轮效应后，可能将趋近于安定。但在相同应力范围，增加平均应力，安定将被渐进棘轮效应所代替，并且棘轮速率随着平均应力的增大而加快，当平均应力增加到一定值时，棘轮速率很快增加。如图 2

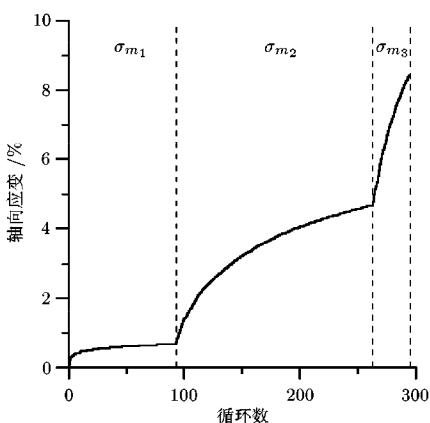


图 2 棘轮应变随平均应力变化

所示，在图中平均应力  $\sigma_{m1} < \sigma_{m2} < \sigma_{m3}$ ，平均应力与应变积累呈现出一个非线性的关系。另外在一个恒定的平均应力条件下，增加应力范围，棘轮速率随应力范围的增加而增大。以上结论对于单轴和多轴棘轮效应均适用。对于多轴棘轮效应，情况有所不同的是，由于循环载荷，在一个方向的应力可能导致另一具有非对称应力循环方向的棘轮应变。如图 3 所示的 1Cr18Ni9Ti 不锈钢圆管在常拉伸轴向应力和扭转循环载荷下，轴向应变的累积即为典型的例子<sup>[25]</sup>。

对于多轴棘轮效应，几个典型的基本试验研究如图 4 所示。在常内压加轴向循环时，应变将沿着轴向与环向应变累积（图 4(a)）；在常轴向拉伸加扭转循环时，应变沿轴向产生拉应变累积（图 4(b)）；在常内压加弯曲循环，应变沿轴向和环向累积；在常弯曲加内压循环，应变沿轴向累积（图 4(c)）。

Hübel<sup>[26]</sup> 讨论了材料和结构棘轮效应的基本条件和对塑性理论的要求，并讨论了各向同性强化、平均应力、温度历史效应、屈服面的形状（拉压屈服限不同、各向异性）、二次效应、非比例载荷等对棘轮效应的影响。即使材料无棘轮效应发生，由于循环载荷下非弹性的材料性能以及非均匀的应力状态，也能导致结构棘轮效应发生。特别在结构处于多轴应力状态时，当一个方向有循环载荷时，可能会在另一应力方向产生棘轮应变，正如图 4 的试验所示。

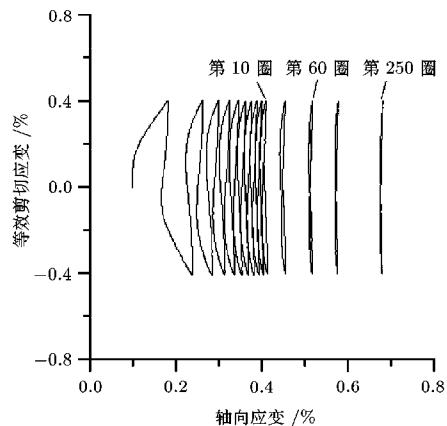


图 3 1Cr18Ni9Ti 钢管拉伸应力加循环剪应力的棘轮效应

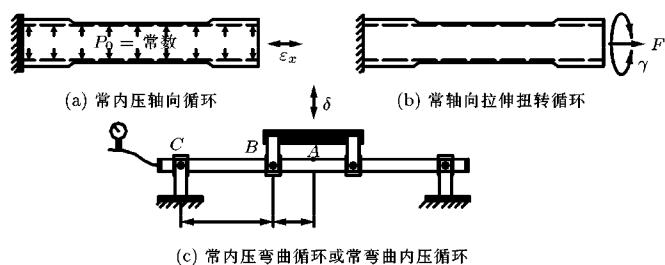


图 4 圆管棘轮效应的几个基本试验

大部分金属在循环载荷的作用下都会发生循环软化或者循环硬化而最终趋于或达到稳定值，但棘轮效应在材料稳定后仍然会发生，所以研究材料循环稳定后棘轮效应的机制尤为重要<sup>[15]</sup>。但是材料的循环特性对棘轮效应有很大的影响，尤其在初始阶段。Hassan 等<sup>[15,16]</sup>对循环软化和循环硬化材料的棘轮效应进行了研究，发现循环硬化使棘轮效应减弱，而循环软化使棘轮效应增强。在多轴条件下，棘轮效应还与加载的历史与路径有关，非比例的加载路径对循环硬化有很明显的影响，但对循环软化的影响并不明显。

国内主要有高庆领导的课题组对室温和高温下单轴和多轴棘轮效应进行了试验研究<sup>[27~30]</sup>，但对其进行本构模型预测还很少，而在国际上已有较多的工作。目前描述材料循环性能的本构模型一般可分为 2 类<sup>[31~33]</sup>：一类模型建立在 Mroz<sup>[34]</sup>多重曲面模型的基础上，Dafalias 和 Popov<sup>[35]</sup>将多重曲面简化为双重曲面——屈服面和界限面，这一类本构模型，塑性模量的计算只间接地受模型所用的随动强化律的影响，但不通过一致性条件和随动强化律耦合，塑性模量的计算要通过其他方法求得，又称为非耦合模型；另一类模型是建立在 Armstrong-Frederic<sup>[36]</sup>方程基础上，后来由 Chaboche 等<sup>[5~7]</sup>、Ohno 等<sup>[17~20]</sup>发展，这一类本构模型，塑性模量是通过一致性条件得到的，又称为耦合型模型。

### 3 界限面本构模型

界限面本构模型是一种率无关、时间无关的本构理论<sup>[35,37]</sup>，它是在 Besseling<sup>[38]</sup>和 Mroz<sup>[34]</sup>多重曲面理论的基础上发展起来的，用双重曲面代替了 Mroz 多重曲面理论中的一组相互嵌套但不相交的曲面。界限面模型主要通过屈服面和界限面（极限面）的演化来描述材料的流动特性和强化特性。图 5 表示出屈服面和界限面之间的关系。其中的  $s_1, s_2, s_3$  为偏主应力。

对于多数界限面本构模型，采用 von Mises 等效应力准则，屈服面和界限面的方程可表示为

$$f = \frac{3}{2}[(s - \alpha) : (s - \alpha)] - R^2 \quad (1)$$

$$f^* = \frac{3}{2}[(s^* - \alpha^*) : (s^* - \alpha^*)] - R^{*2} \quad (2)$$

其中  $s, s^*$  为偏应力张量， $\alpha, \alpha^*$  分别为屈服面和界限面的中心坐标。 $R, R^*$  分别代表屈服面和界限面的半径。

塑性流动律为

$$d\epsilon^p = \frac{1}{H} \langle ds : n \rangle n \quad (3)$$

其中  $n$  代表屈服面的法线方向， $n = \frac{\partial f}{\partial s} / \left\| \frac{\partial f}{\partial s} \right\|$ ， $H$  为塑性模量， $\langle \rangle$  为 Macauley 括号。

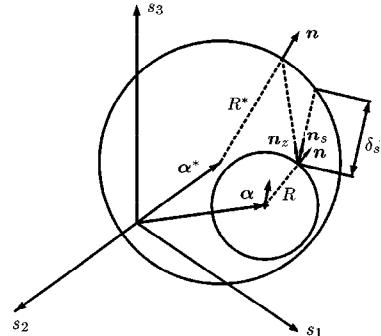


图 5 界限面本构模型

棘轮效应的预测与随动强化律是紧密相关的，自从 1959 年 Prager<sup>[39]</sup>提出线性强化律以来，在界限面模型的框架下为描述屈服面的运动已提出了许多随动强化律。

Prager 和 Ziegler<sup>[40]</sup> 线性随动强化律：  
Prager 强化律

$$d\alpha = d\mu \cdot d\epsilon^p \quad (4)$$

Ziegler 强化律

$$d\alpha = d\mu \cdot (\sigma - \alpha) \quad (5)$$

这 2 个强化律都是一种线性强化率，它能够描述 Bauschinger 效应，当采用 von Mises 屈服面时，这 2 个强化律是一致的。容易推导得到，在描述多轴棘轮效应时，得到安定的棘轮预测<sup>[31]</sup>。

Mroz 强化律<sup>[34]</sup>

$$d\alpha = d\mu \cdot (s^* - s) \quad (6)$$

$$s^* = \frac{R^*}{R}(s - \alpha) \quad (7)$$

Mroz 强化律中背应力  $\alpha$  沿着当前应力点与极限面上与当前应力点具有相同法向的点之间的连线方向进行运动，在预测单轴棘轮效应时，Mroz 模型预测了封闭的应力应变滞环，因此不能预测单轴棘轮效应。在预测多轴棘轮效应时，预测值一般远远大于实验值<sup>[12]</sup>。

Dafalias 和 Popov<sup>[35]</sup>受循环加载实验现象的启发，发现典型的单调拉伸和任意循环下的应力应变曲线总是位于 2 条平行的边界线范围之内，定义了一种新的求解塑性模量的方法，即根据当前应力点到和

其相对应极限面上点距离(按 Mroz 律)定义了塑性模量的函数关系

$$H = E_0^p + h \left( \frac{\delta}{\delta_{in} - \delta} \right)$$

$$h = \frac{a}{1 + b \left( \frac{\delta_{in}}{2\sigma_b} \right)^m}$$

$$\delta = \left[ \frac{3}{2} (\mathbf{s}^* - \mathbf{s}) : (\mathbf{s}^* - \mathbf{s}) \right]^{1/2}$$
(8)

Dafalias 和 Popov 的界限面理论的有效性已被证实。在这个理论中, 初始距离  $\delta_{in}$  是一个极为重要的参数, 但它的确定相当困难。Skallerud 和 Larsen<sup>[41]</sup>认为 Dafalias-Popov 模型主要不足之处在于平行极限线的运用, 因为实验表明这 2 条极限线并非完全平行, 他们建议对拉伸和压缩采用不同斜率的极限线。

Tseng 和 Lee<sup>[42]</sup> 在界限面理论的框架上建立了一个简单的塑性模型, 在这个模型中的 2 个面是屈服面和记忆面, 这个记忆面在物理意义上与 Krieg 的极限面及 Dafalias 和 Popov 的边界都不同, 记忆面只发生各向同性强化, 并通过材料曾经历过的最大应力点, 当达到稳定时, 记忆面随屈服面一起运动。

#### Tseng-Lee 模型

$$d\alpha = d\mu \cdot \nu$$
(9)

$$\nu = \frac{\left[ \sqrt{\frac{2}{3}}(R^* - R)\lambda - \alpha \right]}{\left\| \sqrt{\frac{2}{3}}(R^* - R)\lambda - \alpha \right\|}$$
(10)

$$\lambda = \frac{\mathbf{s} + \delta_s d\mathbf{s} / \|d\mathbf{s}\|}{\|\mathbf{s} + \delta_s d\mathbf{s} / \|d\mathbf{s}\|\|}$$
(11)

$$\delta_s = -\mathbf{s} \cdot d\mathbf{s} / \|d\mathbf{s}\| + \left[ (\mathbf{s} \cdot d\mathbf{s} / \|d\mathbf{s}\|)^2 + \left( \frac{2}{3} R^{*2} - \|\mathbf{s}\|^2 \right) \right]^{1/2}$$
(12)

其中  $\delta_s$  为当前应力点沿着偏应力增量  $d\mathbf{s}$  的方向到极限面的距离。屈服面的运动方向与  $d\mathbf{s}$  的方向很接近, 研究结果证明 Tseng-Lee 模型能较好的描述屈服面的运动<sup>[43]</sup>。

Hassan 等<sup>[13,14]</sup> 对 Dafalias-Popov 模型和 Tseng-Lee 模型进行了研究, 发现对于单轴棘轮效应的预测, Dafalias-Popov 模型因为采用线性边界,  $\delta$  和  $\delta_{in}$  在拉伸方向会增加, 而在压缩方向会减小, 随着塑性应变的增大, 将最终导致棘轮效应的消失, 因此预测了安定的棘轮效应, 而 Tseng-Lee 模型在材料稳

定的情况下, 由于采用记忆面, 预测的棘轮效应的速度是一常数, 这是因为在界限面模型中作了极限面不移动的假设, 因此 Hassan 对 Dafalias-Popov 模型进行了改进, 让极限面在塑性变形的方向上以棘轮应变累积的速度移动, 这在一定程度上提高了对单轴棘轮效应的预测。而对于多轴棘轮效应, 即使修正过的 Dafalias-Popov 模型也不能给出很好的预测。

McDowell<sup>[44,45]</sup> 根据他的实验结果, 对非比例循环加载下的塑性本构方程的强化律进行了检验和对比研究。分析了屈服面和极限面的各向同性强化, 提出了一个新的塑性应变幅记忆参数, 以循环中的最大的应变来定义塑性应变记忆面, 并提出了衰退的记忆面演化方程。在试验的基础上, 指出在相同的等效应变幅的条件下, 非比例循环附加强化取决于塑性应变幅和非比例度, 循环强化只记忆加载过程中最严重的非比例路径。以应变率张量的非比例瞬间度量  $J$  作为非比例度并将其引入各向同性强化律中, 用以反映非比例加载所引起的强化。同时, McDowell 还研究了塑性模量和距离之间的关系, 指出只和等效应力的第二不变量  $J_2(\sigma_{eq})$  相关的塑性模量不能对同一循环不同加载部分以及不同的非比例路径加以区分, 他定义了一种新的计算塑性模量的方法, 研究了塑性模量和不同强化律下所定义的距离的相关性, 证明了塑性模量与 Mroz 距离有较好的相关性。

Voyiadjis 和 Sivakumar<sup>[8,9]</sup> 发现 Phillips 强化律<sup>[46]</sup> ( $d\alpha = d\lambda(\gamma_D)$ ) 中背应力的运动方向沿应力变化的方向, 但是不能保证屈服面和多重曲面模型中其它面的切线嵌套, 而 Tseng-Lee 强化律能得到比例和非比例加载条件下所想要的嵌套, 因此提出包含 Phillips 强化律和 Tseng-Lee 强化律的 Voyiadjis-Sivakumar 强化律:

$$\nu_1 = \frac{\Phi_0 \nu_D + \Phi_1 \nu_T}{\|\Phi_0 \nu_D + \Phi_1 \nu_T\|}, \quad \Phi_0 + \Phi_1 = 1$$
(13)

$$\nu_2 = \frac{\Phi'_0 \nu^1 + \Phi'_1 \nu_D}{\|\Phi'_0 \nu^1 + \Phi'_1 \nu_D\|}, \quad \Phi'_0 + \Phi'_1 = 1$$
(14)

$$d\alpha = d\lambda \cdot (\nu_2)$$
(15)

Ohno<sup>[47]</sup> 在对界限面模型进行分析的基础上指出界限面模型的优点在于能通过屈服面和极限面的单独运动来描述材料在刚刚进入塑性区时短暂的弹塑性行为, 其缺点在于极限面缺乏合适的演变方程, 这是界限面模型不能很好地描述材料循环软化和循环硬化的原因。为了描述应变幅值历史与循环饱和行为紧密的联系, Ohno 提出了循环塑性非强化区的概念, 在这一区域里塑性应变的增量并不引起材料的强化。循环塑性非强化区的引入, 改善了界限面

模型对屈服面和极限面各向同性强化的描述.

Xia 和 Ellyin<sup>[48]</sup> 采用 Mroz 随动律以及等向强化的屈服面, 并引入演化的应力记忆面作为界限面, 来预测 Jiang 和 Sehitoglu<sup>[21]</sup> 的棘轮效应实验结果.

在描述棘轮效应时, Mroz 强化律大于实验值, 而 Ziegler 强化律小于实验值<sup>[12,13]</sup>, 因此陈旭等<sup>[49,50]</sup> 在界限面模型的框架下, 提出了由一个 Mroz 强化律和 Ziegler 强化律按一定的系数叠加的强化律, 用以描述棘轮效应.

$$d\alpha = d\mu \cdot [(s^* - s) + C_s(s - \alpha)] \quad (16)$$

由一致性条件得到

$$d\mu = \frac{(s - \alpha) : ds - \frac{2}{3}RdR}{(s^* - s) : (s - \alpha) + \frac{2}{3}C_sR^2} \quad (17)$$

其中  $C_s$  为与棘轮预测有关的常数. 该模型能够较成功的预测 2014-T6 铝合金圆管在拉伸扭转循环载荷下的棘轮效应, 但它未能就复杂加载条件下的棘轮效应进行预测.

界限面模型中一个值得讨论的问题就是在复杂加载的过程中屈服面是否会和极限面相交. 因为一旦屈服面和极限面相交, 这一模型将失效. McDowell<sup>[51]</sup> 对界限面塑性理论的相交性条件进行了论证, 利用建立在极限面映射点基础上的强化律并叠加 Prager 强化律, 同时考虑了材料的循环硬化和循环软化, 给出了相交的 3 种情况: (1) 从当前应力状态的弹性卸载; (2) 由于叠加了 Prager 强化律; (3) 屈服面和极限面的不同的膨胀和收缩造成两者的相交. 并给出了避免相交的一般性条件. 指出在不考虑各向同性强化的条件下, Mroz 强化律不会造成屈服面和极限面相交, 但是对于其它特定的强化律, 并没有给出具体的避免相交的条件. Jiang<sup>[52]</sup> 也对 Mroz 界限面塑性模型的性质进行了研究, 指出如果加载的增量无限小, 则 Mroz 模型就不会产生两面的相交, 但是如果加载的增量不是无限小, 则会产生相交. 对于其他强化律, 在考虑屈服面和极限面的收缩和膨胀的条件下, 如何避免两面的相交还需要进一步的研究. 此外, 如果不考虑极限面的演化, 这类模型是不能描述单轴棘轮效应的, 而极限面的演化规律目前仍不确定.

#### 4 A-F 类模型

1966 年, Armstrong-Frederick 在随动强化律中引入了一项记忆项 (包括对应变路径的瞬间记忆效果), 提出动力恢复模型<sup>[36]</sup>(后面简称 A-F 模型), 这

样的随动强化律具有非线性的特征.

$$d\alpha = \frac{2}{3}Cd\varepsilon^p - \gamma\alpha dp \quad (18)$$

$$dp = \sqrt{\frac{2}{3}d\varepsilon^p : d\varepsilon^p} \quad (19)$$

A-F 模型是最著名的非线性强化模型之一, 对于平均应力不为零的单轴循环, A-F 模型中的记忆项在加载段和反向加载段不相等, 使加载和反向加载的应力应变曲线在形状上发生改变, 因此这一模型产生了不封闭曲线从而有棘轮效应的产生, 但模拟的棘轮效应的速率常数. 对于多轴情况, 这一模型总是过高预测了双轴加载历史下环向棘轮应变的预测<sup>[15,16]</sup>. A-F 模型是本构模型历史上的一次飞跃, 虽然在描述棘轮效应时不够理想, 但有不少模型是在其基础上的改进.

Bower<sup>[53,54]</sup> 对 A-F 方程中的动力恢复项进行了修正, 加上与背应力相关的附加项及其演化方程, 对棘轮应变进行了预测, 但仍过高估计了棘轮应变累积.

Chaboche 提出了叠加型模型以描述棘轮效应, 先采用的是将几个 A-F 方程叠加, 并考虑屈服面和极限面的各向同性强化

$$\alpha = \sum \alpha_i \quad (20)$$

$$d\alpha_i = \frac{2}{3}C_i d\varepsilon^p - \gamma_i \alpha_i dp \quad (i = 1, 2, 3) \quad (21)$$

$$d\alpha_4 = \frac{2}{3}C_4 d\varepsilon^p - \gamma_4 (\alpha_4 - Y) dp \quad (22)$$

$$dY = \frac{1}{K_4}(\alpha_4 - Y)J(d\alpha_4) \quad (23)$$

$$J(d\alpha_4) = \left( \frac{3}{2}d\alpha_4 : d\alpha_4 \right)^{1/2} \quad (24)$$

其中  $C_i, \gamma_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 和  $K_4$  是材料常数.

Chaboche 最初建议将稳定应力应变迟滞曲线分成 3 个关键的线段: 最初屈服起始段的高模量阶段, 短暂的非线性段和更高应变范围内的稳定阶段, 即第一分量  $\alpha_1$  应该以一个非常高的模量硬化, 并且非常快的稳定, 第二分量  $\alpha_2$  能模拟出稳定迟滞曲线中短暂的非线性部分, 最后, 第三分量  $\alpha_3$  是以线性强化率来代表迟滞曲线随后高应变阶段的直线部分 (取  $\gamma_3 = 0$ ), 以描述大应变时的渐进效应, 也即极限面的存在. 但仅仅以上 3 个强化律, 5 个参数在描述循环强化曲线与棘轮效应时往往不能两全, 所以提出了一个完备模型, 即由以上 3 个 A-F 律与方程 (23) 各向同性强化叠加的模型. 与 A-F 模型相比, Chaboche

模型对应力应变曲线有了很好地描述,但是这一模型仍然过高的预测了多轴棘轮效应.

为了提高对棘轮效应的模拟,1991年,Chaboche在模型中叠加了带有阀值概念的第四个强化律,即以一个门槛值来决定动力恢复项是否起作用<sup>[7]</sup>,公式为

$$d\alpha_4 = \frac{2}{3}C_4 d\epsilon_p - \gamma_4 \left(1 - \frac{\alpha_f}{J(\alpha_4)}\right) \alpha_4 dp \quad (25)$$

背应力在阀值范围内,为线性强化,当达到阀值水平时,强化律变成非线性,初始段的线性强化有助于预测循环棘轮应变的减少.

Ohno 和 Wang 提出了一个动力恢复模型<sup>[17~20]</sup>,用分段线性或接近线性的随动强化律来模拟棘轮效应:

Model I

$$f_i = \alpha_i^2 - r_i^2 \quad (26)$$

$$d\alpha_i = \varsigma_i \left[ \frac{2}{3} d\epsilon_p - H(f_i) \langle d\epsilon_p : \frac{\alpha_i}{r_i} \rangle \alpha_i \right] \quad (i = 1, 2 \dots M) \quad (27)$$

其中  $H$  表示 Heaviside Step 函数.

Model II

$$f_i = \alpha_i^2 - r_i^2 \quad (28)$$

$$d\alpha_i = \varsigma_i \left[ \frac{2}{3} d\epsilon_p - \left( \frac{\bar{\alpha}_i}{r_i} \right)^{m_i} \left\langle d\epsilon_p : \frac{\alpha_i}{r_i} \right\rangle \alpha_i \right] \quad (29)$$

式中  $\alpha_i = \left( \frac{3}{2} \alpha_i : \alpha_i \right)^{1/2}$ , 表示  $\alpha_i$  的幅值,  $r_i, \varsigma_i$  是材料常数,  $m_i$  是强化律指数.

Model I 中建立了一个代表动态恢复项临界状态的方程,假设  $\alpha_i$  仅仅当它的数值达到临界值时,动态恢复项才起作用. Model II 中动态恢复项始终起作用,当  $m_i$  很大时,它与第一个模型相似,幂指数关系的引入使 Model II 表现出了很明显的非线性. McDowell<sup>[55]</sup> 对  $m_i$  的研究后发现在方程的演变过程中,  $m_i$  为常数时仅能适用于决定  $m_i$  值的实验类型,在加载历史的整个过程中不能很好的预测棘轮效应. 将 Ohno-Wang 模型与 A-F 模型比较,发现其动态恢复项比 A-F 模型的要小,因此能预测出一个比 A-F 模型小的应变增量,相对于 A-F 模型能更好的预测棘轮应变,而且用  $\left\langle d\epsilon_p : \frac{\alpha_i}{r_i} \right\rangle$  代替了 A-F 模型中的  $dp$ ,虽然此项在单轴情况下与  $dp$  相同,但是在多轴情况下产生了非线性的双轴棘轮效应,这一趋势和实验的结果吻合. Ohno-Wang 模型和 Chaboche 模型相比,对单轴棘轮效应模拟的较好,虽然

几乎对所有的双轴实验的模拟都得到提高,但是过高地预测棘轮效应的趋势依然存在<sup>[31]</sup>. Ohno 还提出了进一步的修正模型<sup>[56,57]</sup>.

Laurence 等<sup>[58]</sup> 进行了一系列单轴和双轴下的棘轮效应的实验来检验 TANA 模型<sup>[59]</sup>, Ohno-Wang 模型,以及 OW-TANA 混合模型对预测棘轮效应的有效性, TANA 模型是对 A-F 模型中参数  $\gamma$  进行了修正,并叠加了考虑 4 阶张量定义的非比例度的各向同性强化律,讨论结果表明, OW-TANA 混合模型能在比较广泛的范围内预测棘轮效应.

Jiang 和 Sehitoglu 对 A-F 类模型(A-F 模型, Chaboche 模型, Ohno-Wang 模型)作了系统的研究<sup>[21~23]</sup>,认为现在预测棘轮效应的三大难点在于对多轴应力状态,复杂的加载路径和大循环数下棘轮效应的预测,并采用分段线性的方法,考虑一个棘轮常数  $\lambda_i$ ,提出了如下的随动强化律

$$d\alpha_i = c_i r_i \left( n - \left( \frac{\|\alpha_i\|}{r_i} \right)^{\lambda_i+1} L_i \right) dp \quad (i = 1, 2 \dots M) \quad (30)$$

$$L_i = \frac{\alpha_i}{\|\alpha_i\|} \quad (31)$$

其中  $c_i, r_i, \lambda_i$  ( $i = 1, 2 \dots M$ ) 为材料常数. Jiang-Sehitoglu 模型能对大循环数下稳定材料的棘轮效应作出合理的预测,幂指数  $\lambda_i$  的引入,能对棘轮效应的速率进行控制,  $\lambda_i$  值越小,棘轮效应的速率就越大,当  $\lambda_i = 0$  时, Jiang-Sehitoglu 模型就变为 Chaboche 模型.

为了描述单轴的棘轮效应, Burlet 和 Cailletaud 对 A-F 模型提出了修正,将 A-F 强化律中的动态恢复项变成瞬时径向恢复项<sup>[60]</sup>,得到如下的表达式

$$\begin{aligned} d\alpha &= \frac{2}{3} C d\epsilon_p - \gamma(\alpha : n) n dp \\ n &= \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\partial f}{\partial \sigma}} = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{(s - \alpha)}{\sigma_0}} \end{aligned} \quad (32)$$

在单轴条件下,背应力方向和加载方向一致,Burlet 和 Cailletaud 模型中瞬时径向恢复项和 A-F 模型中的动态恢复项完全相同,因此,对于单轴情况,这一模型仍然过高的预测了棘轮效应;对于多轴情况,这一模型等同于 Prager 模型,预测了安定的棘轮效应.为了解决 A-F 模型和 Burlet-Cailletaud 模型描述多轴棘轮效应时 2 种相反的极端情况,De-lobelle 在模型的第二分量中引入一个系数  $\delta'$ ,将 A-F 模型中的动态恢复项和 Burlet-Cailletaud 模型中的瞬时径向恢复项联系起来<sup>[61]</sup>

$$d\alpha_i = \gamma_i \left\{ \frac{2}{3} r_i d\epsilon_p - [\delta' \alpha_i + (1 - \delta') (\alpha_i : n) n] \right\} dp \quad (33)$$

当  $\delta' = 0$  时, 式 (33) 中的强化律变成 Burlet-Cailletaud 强化律, 当  $\delta' = 1$  时, 变为 A-F 强化律. Bari 和 Hassan 将上述的强化律引入到 Chaboche 模型体系用来描述多轴棘轮效应, 使结果有所改善<sup>[62]</sup>. Bari 和 Hassan 改进后的模型的表达式为

$$d\alpha = \sum_{i=1}^4 d\alpha_i \quad (34)$$

$$d\alpha_i = \frac{2}{3} C_i d\epsilon_p - \gamma_i \{ \delta' \alpha_i + (1 - \delta') (\alpha_i : n) n \} dp, \quad i = 1, 2, 3 \quad (35)$$

$$d\alpha_i = \frac{2}{3} C_i d\epsilon_p - \gamma_i \{ \delta' \alpha_i + (1 - \delta') (\alpha_i : n) n \} \cdot \left\langle 1 - \frac{\bar{\alpha}_i}{f(\alpha_i)} \right\rangle dp, \quad i = 4 \quad (36)$$

这一模型中, 常数  $\delta'$  不出现在塑性模量的表达式中, 因此 Chaboche 模型中的所有参数都可用于改进后的模型, 而  $\delta'$  可由一个双轴的棘轮实验确定. 改进后的模型对不同路径下的双轴棘轮效应在一定的循环数内能给出合理的预测<sup>[63]</sup>.

陈旭等<sup>[63]</sup> 在 Ohno-Wang 模型的框架下, 进行了类似的修正, 引入一个多轴参数  $\delta'$  将 Burlet-Cailletaud 模型中的瞬时径向恢复项和 Ohno-Wang 模型中的动态恢复项进行了叠加, 得到如下的改进模型

$$d\alpha_i = \gamma_i \left\{ \frac{2}{3} r_i d\epsilon_p - \left( \frac{\bar{\alpha}_i}{r_i} \right)^{m_i} [\delta' \alpha_i + (1 - \delta') \cdot (\alpha_i : n) n] \left\langle d\epsilon_p : \frac{\alpha_i}{\bar{\alpha}_i} \right\rangle \right\} \quad (i = 1, 2 \dots M) \quad (37)$$

改进模型对多轴棘轮效应的预测值将处于 Burlet-Cailletaud 模型预测的安定情况以及 Ohno-Wang 模型的过高预测值之间.

从以上的分析看出, 目前对棘轮效应进行描述时, 叠加模型占主导地位, 但叠加模型需要确定很多材料参数, 目前参数确定一般都是通过单轴应力应变滞环和单轴棘轮应变曲线, 这样的做法使得用这些参数预测多轴模型时都不是很好. Guionnet<sup>[64]</sup> 曾提出了一种利用一些从双轴棘轮试验中得出参数的模型, 这一模型能很好地预测确定其参数的一类双轴棘轮效应的响应, 但是对于其他的单轴和双轴情况预测得很不理想. 因此如何决定材料参数并尽可能广泛地预测棘轮效应, 这是一项复杂而困难的工作.

不管是界限面类的模型还是 A-F 类的模型, 都存在这样的问题——屈服面形状在加载过程中的演化问题. 通常情况下认为在 von Mises 屈服准则下屈服面在拉扭应力应变空间内的投影是一个圆, 但是在非比例的加载条件下, 由于加载的复杂性会导致材料的各向异性, 从而造成屈服面形状的改变和扭曲. McDowell 指出在加载和卸载的过程中屈服面形状的变化将会对模拟的结果产生重要的影响<sup>[55]</sup>. Corona 等<sup>[65]</sup> 利用薄壁圆筒进行了 5 种不同加载历史条件下的循环内压和轴向循环应变的双轴棘轮实验, 并对现有的模型对实验结果进行了模拟, 结果均都不好. 他将其归结为屈服面在非比例加载条件下的扭曲和变形. 屈服面在塑性变形的过程中经历了形状上的改变, 实际的屈服面法线方向和利用任何现有模型计算出来的方向可能不同<sup>[32]</sup>, 结果不可避免的会造成实际的棘轮应变值和预测值的偏差. 由于测量循环载荷下屈服面的形状及尺寸的演化难度极大, 因而现在这方面所做的工作很少. 考虑屈服面的各向异性和演化将有助于提高模型的预测能力<sup>[66,67]</sup>, 但模型的复杂性将会大大增加.

## 5 其他模型及相关研究

Krempl 等<sup>[10,11]</sup> 研究了 304 不锈钢在单轴循环下的棘轮效应, 采用他提出的统一型的黏塑性模型, 对小于 2% 的棘轮应变预测结果偏大. Rolovic & Tipton<sup>[68]</sup> 分析石油钻井抽油机蛇形管在恒定内压及弯曲循环载荷下的棘轮效应, 对经典的单屈服面本构模型, 提出新的随动强化律

$$d\alpha = d\mu \left( \frac{d\sigma}{|d\sigma|} + qn \right) \quad (38)$$

强化参数  $q$  是一次应变累积的函数, 随应变累积而变化, 并趋于稳定值, 其给出的关系较复杂, 共需确定 5 个材料常数, 其适用性还需考察. Pan 等<sup>[69]</sup> 和 Watanabe<sup>[70]</sup> 分别用内时本构模型对棘轮效应进行了预测.

材料循环本构模型的发展为结构的分析计算提供了基础, 现有有限单元商用软件的发展也为工程结构的棘轮应变分析提供了条件. Ng 等<sup>[71]</sup> 用有限单元法分析封闭圆筒在单轴和双轴载荷下传统的 Bree 曲线, 指出 Bree 的双轴应力模型<sup>[72]</sup> 不能给出非保守的棘轮预测. Hassan 等<sup>[73]</sup> 采用改进的本构模型, 加入 ANSYS 软件中, 分析了常拉伸加循环扭转, 受常内压加轴向循环及受常弯曲加内压循环的圆管(图 4), 给出了较为满意的结果. Ekh 等<sup>[74]</sup> 将 Jiang-Sehitoglu 模型嵌入 ABAQUS 软件中, 模拟了轮轨的滚动接触变形. Krämer 等<sup>[75]</sup> 采用 Chaboche 模型

和 ABAQUS 程序, 数值模拟了在常内压或无内压下循环弯曲载荷的棘轮试验, 得到良好的结果。Rider 等<sup>[76]</sup>讨论受内压管环向应变的累积, 在比较 304 不锈钢和低碳钢时发现循环强度较大的 304 不锈钢其环向塑性应变累积要小。当经受压缩预应力后试样的环向应变累积比经受拉伸预应力后的环向应变累积要小。Scavuzzo 等<sup>[77]</sup>研究内压管在动力和静力循环弯曲载荷下棘轮应变的累积, 讨论了几种经验的累积应变公式, 证明均不理想, 推荐使用弹塑性分析。

## 6 小结与展望

目前各种模型对多轴非比例加载下的棘轮效应的预测仍存在很多问题, 界限面模型由于其内在的缺陷, 如界限面与屈服面的相交问题, 非比例载荷下塑性模量的定义等仍未根本解决, 在用于描述棘轮效应时存在争议。叠加的 A-F 律对棘轮应变的预测有了较大的改进, 但所引入的材料常数大幅度的增加, 如 Jiang-Sehitoglu 模型达 20 个以上, 而过高预测棘轮应变的倾向依然存在。

材料和结构的棘轮效应是一个非常复杂的问题, 本文仅涉及到室温下的材料循环本构模型对其的预测。由于材料在循环稳定的状况下, 依然存在棘轮效应, 一般研究者认为首先研究稳定材料的棘轮效应及机理尤为重要, 然而当同时考虑材料循环硬化和软化时, 这些模型预测棘轮效应的能力需要更多的研究。目前也没有本构模型有能力预测较长循环数的棘轮应变累积。考虑多轴非比例加载及温度历史效应对棘轮应变累积的影响等问题, 还需要进一步的试验研究。而对于棘轮效应的微观机制的研究几乎未见报道, 这极大地制约了准确描述材料棘轮效应的循环本构模型的建立。

## 参 考 文 献

- 1 ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section III. American Society of Mechanical Engineers, New York, 1995
- 2 Kerntechnischer Ausschuß (KTA), Sicherheitstechnische Regel des KTA; Komponenten des primärekreises von Leichtwasserreaktoren. Teil: Auslegung, Konstruktion und Berechnung, Regeländerungsentwurf, 1995
- 3 Design Rules for Class 1 Equipment. RCC-MR, June, 1985, RB 3000
- 4 Bree J. Elastic-plastic behavior of thin tubes subjected to internal pressure and intermittent high-heat fluxes with application to fast-nuclear-reactor fuel element. *Journal of Strain Analysis*, 1967, 2: 226~238
- 5 Chaboche J L, Nouailhas D. Constitutive modeling of ratchetting effects-Part I: Experimental facts and properties of the classical models. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 1989, 111: 384~392
- 6 Chaboche J L, Nouailhas D. Constitutive modeling of ratchetting effects-Part II: Possibilities of some additional kinematic rules. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 1989, 111: 409~416
- 7 Chaboche J L. On some modifications of kinematic hardening to improve the description of ratchetting effects. *International Journal of Plasticity*, 1991, 7: 661~678
- 8 Voyatzis G Z, Sivakumar S M. A robust kinematic hardening rule for cyclic plasticity with ratcheting effects, Part I: Theoretical formulation. *Acta Mechanica*, 1991, 90: 105~123
- 9 Voyatzis G Z, Sivakumar S M. A robust kinematic hardening rule for cyclic plasticity with ratcheting effects, part II: Application of nonproportional loading cases. *Acta Mechanica*, 1994, 107: 117~136
- 10 Krempel E, Yao D. The viscoplasticity theory based on overstress applied to ratchetting and cyclic hardening. In: Rie K-T, ed. Low Cycle Fatigue And Elasto Plastic Behaviour of Materials. London: Elsevier Applied Science, 1987. 137~148
- 11 Krempel E, Choi S H. Viscoplasticity theory based on overstress: the modeling of ratchetting and cyclic hardening of AISI type 304 stainless steel. *Nuclear Engineering and Design*, 1992, 133: 401~410
- 12 McDowell D L. Description of non-proportional cyclic ratchetting behavior. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 1994, 13(5): 593~604
- 13 Hassan T, Corona E, Kyriakides S. Ratchetting in cyclic plasticity, Part I: Uniaxial behavior. *International Journal of Plasticity*, 1992, 8: 91~116
- 14 Hassan T, Corona E, Kyriakides S. Ratchetting in cyclic plasticity, Part II: Multiaxial behavior. *International Journal of Plasticity*, 1992, 8: 117~146
- 15 Hassan T, Kyriakides S. Ratchetting in cyclically hardening and softening materials, Part I: Uniaxial behavior. *International Journal of Plasticity*, 1994, 10: 149~184
- 16 Hassan T, Kyriakides S. Ratchetting in cyclically hardening and softening materials, Part II: Multiaxial behavior. *International Journal of Plasticity*, 1994, 10: 185~212
- 17 Ohno N, Wang J D. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, Part I: Formulation and basic features for ratchetting behavior. *International Journal of Plasticity*, 1993, 9(3): 375~391
- 18 Ohno N, Wang J D. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, Part II: Application to experiments of ratchetting behavior. *International Journal of Plasticity*, 1993, 9(3): 391~403
- 19 Ohno N, Wang J D. Kinematic hardening rules for simulation of ratchetting behavior. *European Journal of Mechanics*, 1994, 13(4): 519~531
- 20 Ohno N. Constitutive modeling of cyclic plasticity with emphasis on ratchetting. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1998, 40(3): 251~261
- 21 Jiang Y Y, Sehitoglu H. Cyclic Ratchetting Of 1070 Steel Under Multiaxial Stress States. *International Journal of Plasticity*, 1994, 10(5): 579~608
- 22 Jiang Y Y, Sehitoglu H. Multiaxial cyclic ratchetting under multiple steps loading. *International Journal of Plasticity*, 1994, 10: 849~870

- 23 Jiang Y Y, Kurath P. Characteristics of the Armstrong-Frederick type plasticity models. *International Journal of Plasticity*, 1996, 12(3): 387~415
- 24 Mizuno M, Mima Y, Ohno N. Uniaxial ratchetting Of 316FR steel at room temperature, Part I: Experiments. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 2000, 122: 29~34
- 25 田涛, 陈旭等. 1Cr18Ni9Ti 不锈钢多轴棘轮效应试验研究. 机械工程材料, 2002, 26(1): 19~21
- 26 Hübel H. Basic conditions for material and structural ratcheting. *Nuclear Engineering and Design*, 1996, 162: 55~65
- 27 Kang G Z, Gao Q, Cai L X, Sun Y F, Experimental study on uniaxial and nonproportionally multiaxial ratcheting of SS304 stainless steel at room and high temperatures. *Nuclear Engineering and Design*, 2002, 216: 13~26
- 28 杨显杰, 高庆, 莫力勋等. 316L 不锈钢的单轴棘轮效应. 航空学报, 1997, 18(4): 395~400
- 29 向阳开, 高庆, 杨显杰等. 1Cr18Ni9Ti 不锈钢多轴非比例棘轮行为及其影响因素研究. 固体力学学报, 2000, 21(2): 183~187
- 30 康国政, 高庆, 杨显杰, 孙亚芳. 奥氏体不锈钢高温循环棘轮行为的实验研究. 应用力学学报, 2000, 17: 34~39
- 31 Bari S, Hassan T. Anatomy of coupled constitutive model for ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity*, 2000, 16: 381~409
- 32 Bari S, Hassan T. Kinematic hardening rules in uncoupled modeling for multiaxial ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity*, 2001, 17: 885~905
- 33 Taheri S, Lorentz E. An elastic-plastic constitutive law for the description of uniaxial and multiaxial ratchetting. *International Journal of Plasticity*, 1999, 15: 1159~1180
- 34 Mroz Z. On the description of anisotropic work hardening. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 1967, 15: 163~175
- 35 Dafalias Y E and Popov V P. A model of nonlinear hardening materials for complex loading. *Acta Mechanica*, 1975, 21: 173~192
- 36 Armstrong P J and Frederick C O. A Mathematical Representation of The Multiaxial Bauschinger Effect. Central Electricity Generating Board, Report RD/B/N731, 1966
- 37 Krieg R D. A practical two surface plasticity theory. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1975, 28: 641~646
- 38 Besseling J F. A theory of elastic, plastic and creep deformation of an initially isotropic material showing anisotropic strain hardening, creep recovery and secondary creep. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1958, 25: 529~536
- 39 Prager W. A new method of analyzing stress and strain in work-hardening plastic solid. *Quarterly of Applied Mechanics*, 1959, 7: 493~496
- 40 Ziegler. An attempt to describe the behavior of metals under cyclic loading-a more general work-hardening model. *Acta Mechanica*, 1959, 7: 199~212
- 41 Skallerud B, Larsen P K. A uniaxial cyclic plasticity model including transient material behavior. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structure*, 1989, 12(6): 611~625
- 42 Tseng N T, Lee G C. Simple plasticity model of two-surface type. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 1983, 109: 795~810
- 43 McDowell D L. An evaluation of recent developments in hardening and flow rules for rate-independent, nonproportional cyclic plasticity. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1987, 54: 323~334
- 44 McDowell D L. An experimental study of the structure of constitutive equations of nonproportional cyclic plasticity. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 1985, 107: 307~315
- 45 McDowell D L. A two surface model for transient nonproportional cyclic plasticity. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1985, 52: 298~309
- 46 Phillips A, Lee C W. Yield surfaces and loading surfaces.Experiment and recommendations. *International Journal of Solids and Structure*, 1979, 15: 715~729
- 47 Ohno N, Kachi Y. A constitutive model of cyclic plasticity for nonlinear hardening materials. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1986, 53: 395~403
- 48 Xia Z, Ellyin F. A constitutive model with capability to simulate complex multiaxial ratcheting behaviour of materials. *International Journal of Plasticity*, 1997, 13: 127~142
- 49 Chen X, Abel A. A two-surface model describing ratcheting behaviors and transient hardening under nonproportion loading. *Acta Mechanica Sinica (English Series)*, 1996, 12(4): 368~376
- 50 Itoh T, Chen X, Nakagawa T, Sakane M. A simple model for stable cyclic stress-strain relationship of type 304 stainless steel under nonproportional loading. *ASME Journal Engineering Materials and Technology*, 2000, 122: 1~9
- 51 McDowell D L. Evaluation of intersection conditions for two-surface plasticity theory. *International Journal of Plasticity*, 1989, 5: 29~50
- 52 Jiang Y Y, Sehitoglu H. Comments on the Mroz multisphere surface type plasticity models. *International Journal of Solids and Structure*, 1996, 33(7): 1053~1068
- 53 Bower A F. Cyclic hardening properties of hard drawn copper and rail steels. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 1989, 54: 455~470
- 54 Bower A F, Johnson K L. The influence of strain hardening on cumulative plastic deformation in rolling and sliding line contact. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 1989, 54: 471~493
- 55 McDowell D L. Stress state dependence of cyclic ratcheting behavior of two rail steels. *International Journal of Plasticity*, 1995, 11: 397~421
- 56 Abdel-Karim M, Ohno N. Kinematic hardening model suitable for ratchetting with steady-state. *International Journal of Plasticity*, 2000, 16: 225~240
- 57 Ohno N, Abdel-Karim M. A uniaxial ratchetting of 316R steel at room temperature, Part II:constitutive modelling and simulation. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 2000, 122: 35~41
- 58 Laurence P, Sylvain C, Didier M, Philippe G. Ratchetting under tension-torsion loadings:experiments and modelling. *International Journal of Plasticity*, 2000, 16: 305~335
- 59 Tanaka E. A non-proportional parameter of a viscoplastic constitutive constitutive model taking into account amplitude dependences and memory effects of isotropic hardening. *European Journal of Mechanics, A/solids*, 1994, 13:155~173

- 60 Burlet H, Cailletaud G. Numerical techniques for cyclic plasticity at variable temperature. *Engineering Computation*, 1986, 3: 143~153
- 61 Delobel P, Robinet P, Bocher L. Experimental study and phenomenological modelization of ratcheting under uniaxial and biaxial loading on an austenite stainless steel. *International Journal of Plasticity*, 1995, 11: 295~330
- 62 Bari S, Hassan T. An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity*, 2002, 18: 873~894
- 63 Chen X, Jiao R. Modified kinematic hardening rule for multiaxial ratcheting prediction. *International Journal of Plasticity*, 2004, 20(5)
- 64 Guionnet C. Modeling of ratcheting in biaxial experiments. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 1992, 114: 56~62
- 65 Corona E, Hassan T, Kyriakides S. On the performance of kinematic rules in predicting a class of biaxial ratcheting histories. *International Journal of Plasticity*, 1996, 12: 117~145
- 66 Francois M. A plasticity model with yield surface distortion for nonproportional loading. *International Journal of Plasticity*, 2001, 17: 703~717
- 67 Vincent L, Calloch S, Kurtyka T, Marquis D. An improvement of multiaxial ratcheting modeling via yield surface distortion. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 2002, 124: 402~411
- 68 Rolovic R, Tipton S M. Multiaxial cyclic ratcheting in coiled tubing, Part I: Theoretical modeling. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 2000, 122: 157~161
- 69 Pan W F, Yang Y S, Lu J K. Endochronic prediction for the mechanical ratchetting of a stepped beam subjected to steady tension and cyclic bending. *Structural Engineering and Mechanics*, 1998, 6(3): 327~337
- 70 Watanabe O. Hardening effects on ratchetting using endochronic theory of plasticity. *ASME, Pressure Vessels and Piping Division*, 1998, 360: 301~307
- 71 Ng H W, Nadarajah C. Biaxial ratcheting and cyclic plasticity for Bree-Type loading, Part I: Finite element analysis; Part II: Comparison between finite element analysis and theory. *ASME Journal of Pressure Technology*, 1996, 118: 154~167
- 72 Bree J. Plastic deformation of a closed tube due to interaction of pressure stress and cyclic thermal stress. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1989, 31: 865~892
- 73 Hassan T, Zhu Y, Matzen V C. Improved ratcheting analysis of piping components. *International Journal of Pressure Vessel and Piping*, 1998, 75: 643~652
- 74 Ekh M, Johansson A, Thorberntsson H, Josefson B L. Models for cyclic ratcheting plasticity—integration and calibration. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 2000, 122: 49~55
- 75 Krer D, Krolop S, Scheffold A, Stegmeyer R. Investigation into the ratcheting behaviour of austenitic pipes. *Nuclear Engineering and Design*, 1997, 171: 161~172
- 76 Rider R J, Harvey S J, Charles I D. The application of a kinematic hardening model for assessing ratchetting in pressurized pipes. *Nuclear Engineering and Design*, 1996, 162: 67~73
- 77 Scavuzzo R J, Lam P C, Gau J S. Experimental studies of ratcheting of pressurized pipe. *ASME Journal of Pressure Technology*, 1991, 113: 210~218

## RESEARCH ADVANCES OF RATCHETING EFFECTS AND CYCLIC CONSTITUTIVE MODELS\*

CHEN Xu      JIAO Rong      TIAN Tao

School of Chemical Engineering & Technology, Tianjin University, Tianjin 300072, China

**Abstract** Ratcheting strain accumulation is common in pressure vessel and piping, rolling contact of wheel-tracks, fastening technology and sealing technology. It is an important factor to be considered in the engineering design. We may have uniaxial ratcheting, multiaxial ratcheting, material ratcheting and structural ratcheting. In this paper the recent researches on ratcheting effects are reviewed and evaluated. The capabilities of prediction and limitations of the models are discussed. Some suggestions are given for future research on ratcheting effects.

**Keywords** ratcheting effects, ratcheting strain, plasticity theory, cyclic constitutive model, kinematic hardening rule

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (19872049, 10272080) and the Teaching and Research Award Program for Outstanding Young Teachers in Higher Education Institution of MOE, China (TRAPOYT).