

# 大跨度结构抗震分析方法及近期进展\*

林家浩 张亚辉 赵岩

大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116023

**摘要** 对反应谱方法、随机振动方法和时间历程法应用于大跨度结构抗震分析时的特点作了分析和对比. 研究表明, 地震地面运动的空间变化效应 (特别是行波效应) 对大跨度结构的响应有相当大的影响. 反应谱方法对多点激励地震分析显得相当困难, 而随机振动方法则有明显的优越性. 对于强震作用下的大跨度结构非线性地震响应, 时间历程法在现阶段仍应是主要的分析方法.

**关键词** 地震, 反应谱, 功率谱, 时间历程, 随机, 行波效应

## 1 引言

大跨度结构是人类现代文明的重要组成部分, 正被日益广泛地应用于桥梁、水坝、体育场馆、高架铁路、核电站管线以及与生命线工程有关的许多建设项目中. 作为重要的公共设施, 它们的安全性受到了格外的重视. 如何在设计和建造阶段就使它们具有足够的抗震能力和合理的安全度, 始终是各国工程界、学术界十分关心的问题. 世界著名的旧金山海湾大桥在 1989 年的地震中其东段遭到严重损坏, 现仍处于带病工作状态. 1997 年, 加州政府决定拨巨资重建, 在国际招标中, 加州大学伯克利分校提出的弧形斜拉桥方案十分美观新颖, 被认为是夺标的大热门. 但是由于很难对这种形状新颖的桥型的抗震性能提供有力的分析验证, 最终还是被加州政府组织的专家组否定了. 都市交通委员会发言人对此的评论说: “对于这座桥要考虑的大事是其防地震能力, 而不是美学问题. 我们要再造一座桥, 不是因为现有的桥梁很丑陋, 而是为了提高防震能力” (美洲星岛日报报道). 大跨度桥梁抗震分析方法的重要性由此可见一斑. 近二十年来, 欧美许多国家都投入很大力量进行相关的研究. 我国作为地震多发国家也不例外. 从改革开放以来直到近来的西部大开发, 各种大型水利设施、大跨度桥梁、三峡工程等建设项目接二连三地上马. 它们大部分建设在 seismic 区, 相应的安全性问题也就成为设计中不可回避的问题. 但我国目前的抗震规范还远不能满足大跨度结构的抗震分析要求. 为此, 国家自然科学基金委员会近十几年来大力加强了对这方面研究的支持力度, 至今也已经取得了很大的成绩. 但是这方面存在的问题太多太复杂, 许多研究仍然在深入进行之中.

当前国内外在桥梁、水坝等诸多大跨度结构的抗震分析中, 反应谱方法仍然是最基本的方法. 但是在应用时必须假定所有的支座按完全相同的规律运动 (亦即假定所有支座之间是刚性连接). 这对于跨度不大的结构还是可以的, 但是对于跨度达数百米以上的结构就未必合适了. 因为这时必须考虑由于地面变形而导致结构支座之间的相对运动, 亦即要考虑多点不均匀激励.

收稿日期: 2001-04-17, 修回日期: 2001-06-18

\* 国家自然科学基金 (10072015)、国家重点基础研究专项经费 (G1999032805) 资助项目

包括地震波到达不同支座时发生的时间延迟(行波效应);以及因复杂的震源发震机理、地震波在不均匀土壤介质中不规则的反射折射等原因而导致的支座激励之间的部分相干效应;有时候还要考虑因不同支座处场地土的性质不相同而造成的局部效应等. 这些复杂因素用通常的反应谱方法难以计算,不少学者改而用时间历程法或随机振动方法来处理. 近十几年来国内外许多学者对此作了研究和评述<sup>[1~12]</sup>. 例如,格发(A. Ghaffar)<sup>[6]</sup>从70年代起就在时间域(用逐步积分法)对大跨度桥梁的抗震性能作了很多研究. 彭津(J. Penzien)等<sup>[7]</sup>在80年代初曾将核电站管线系统作了较大的简化后分别从时间域和频率域研究了其在不均匀场地激励下的安全性问题,并得到结论:忽略参振型之间的相关性和场地不均匀性都会导致很大的误差;随机振动方法比反应谱方法更精确,比时间历程法更高效,值得在核电站抗震设计中推荐. 英国著名学者塞文(R.T. Severn)等<sup>[8]</sup>后来也分别从时间域和频率域出发研究了多座悬索桥的抗震性能. 并建议用反应谱方法来代替难以求解的随机振动方法. 他在计算中连地面运动的非均匀性也忽略掉了. 麻省理工学院的考瑟尔(E. Kausel)等<sup>[9]</sup>虽然考虑了地面运动的非均匀性,但认为随机振动分析很难获得满意的结果,是不现实的;在作了一系列的假定之后,也是用近似的反应谱方法进行计算. 林幼®(Lin Y.K.)等<sup>[10]</sup>将输油管线视为有多个支点的连续梁,受平稳随机地震作用,并用严格的随机振动方法来求解,但是只能处理较为简单的结构. 我国学者对该领域的发展一直是关注和清楚的<sup>[11,12]</sup>. 近十几年来,美国科学基金会对此问题的研究给予了强有力的资助. 其中一些研究工作是十分著名的<sup>[1~4]</sup>. 它们都从平稳随机振动的基本方程出发来研究这类多点不均匀随机激励问题,但是在计算上却遇到了很大的困难. 丘里金(A.D. Kiureghian)在其研究报告中指出<sup>[1]</sup>“虽然随机振动方法以其统计特性而很吸引人,它却还不能被执业工程师接受为其分析方法”;范马克(E.H. Vanmarcke)则进一步指出<sup>[2]</sup>“虽然在随机激励场中随机响应分析方法的理论框架已经建立,但是将其应用于地震工程界还是不现实的,除非是对于只有少量自由度和支承的简单结构”. 他们最终又都退回到用近似的反应谱方法作为求解随机振动方程的手段. 可是即使是对于所提出的不同反应谱方法,他们仍为其计算效率和精度而激烈争论<sup>[3,4]</sup>. Vanmarcke批评Kiureghian的反应谱方法必须进行四重求和,计算量太大;而Kiureghian则批评Vanmarcke的反应谱方法虽然只进行三重求和,似乎计算量少了很多,却是以在精度上作出很大牺牲为代价. 谁是谁非,却使工程技术人员无所适从. 近来,意大利学者Carassale等<sup>[5]</sup>又提出一种类似方法并计算了一座大跨度桥梁,结构模型被简化到只剩一个自由度和两个支座,离工程实用显然仍有较大的差距.

随机振动方法由于较充分地考虑了地震发生的统计概率特性,被广泛地认为是一种较为先进合理的分析工具. 并已经被国外一些抗震规范采用了,例如1995年颁布的欧洲桥梁规范<sup>[13]</sup>. 由于它在实际应用上以频域分析法(它以功率谱密度作为分析的核心)较为成熟方便,所以通常亦称之为功率谱法. 我国近年来出现的虚拟激励法<sup>[14~16]</sup>作为一种新的随机响应分析方法,可以对上述被认为很困难的多点非均匀随机激励问题作精确高效的计算,在普通微机上快速而精确地计算有数千自由度、几十个地面支座的大跨度结构多点地震激励问题. 因此,文献<sup>[1~4]</sup>的方法和争论可以说已经没有多大意义了. 本文以香港青马大桥为例,用常规的反应谱方法与随机振动方法的计算结果进行了多方面的比较(包括均匀地面激励、行波效应和部分相干效应). 在进行上述计算之前,已经按照中国抗震设计规范<sup>[17]</sup>所规定的地震反应谱强度而计算出相应的随机地面加速度当量强度功率谱曲线族:按不同烈度、震源远近、场地类型、大震小震而计算出56条曲线. 对于单点地面激励而言,按这些曲线族用随机振动方法计算的结构响应(平均最大响应)和用常规反应谱方法计算的结构响应十分接近. 用这些曲线族,若再给出地震波速,就很容易用虚拟激励法分析行波效应影响. 在制定出我国地震作用功率谱表达的法规之前,这是大跨度结构抗震分析的一个简便实用途径.

在罕遇大震作用下,结构可能进入高度非线性的受力状态. 尽管在对非线性因素进行等效性处理后反应谱方法也可以应用,并仍允许将振型叠加法应用于多自由度体系. 但是基于振型

叠加的反应谱方法在本质上是一种线性方法, 将它应用于强非线性问题可能导致较大误差. 迄今为止, 随机振动方法也有类似的局限性. 因此更宜以时间历程法为主进行抗震分析 (当然它也有自身的局限性, 特别是计算量过大), 而以另两种方法为对比.

## 2 三种主要抗震分析方法的概要和特点

### 2.1 反应谱法

单自由度体系受到均匀地面激励时的运动方程为

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = -m\ddot{x}_g(t) \quad (1)$$

或表为

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_0\dot{y} + \omega_0^2y = -\ddot{x}_g(t) \quad (2)$$

其中  $m, c, k$  分别是质量、阻尼和刚度,  $\zeta = c/(2m\omega_0)$  和  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  是结构的临界阻尼比和自振圆频率. 由于未来的地面加速度  $\ddot{x}_g(t)$  是未知、非确定性的, 所以方程 (1) 和 (2) 的解  $y$  也是非确定性的. 按照基于包络线控制的反应谱方法, 其解为<sup>[18,19]</sup>

$$y = \alpha g / \omega_0^2 \quad (3)$$

其中  $\alpha$  是由规范给出的地震影响系数,  $g$  是重力加速度.

三维结构受到来自任意方向的地震作用时<sup>[18,19]</sup>, 其运动方程为

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = -[M]\{E\}\ddot{x}_g(t) \quad (4)$$

其中  $[M], [C], [K]$  为结构的  $n \times n$  阶质量、阻尼与刚度矩阵;  $\{E\}$  为惯性力指示向量. 当前的规范<sup>[17]</sup> 必须假定结构的跨度不大, 以至于结构所有地面节点均按同一加速度  $\ddot{x}_g(t)$  同相位地运动. 方程 (4) 一般用振型叠加法求解. 先求出结构的前  $q$  阶自振圆频率  $\omega_j$  ( $j = 1, 2, \dots, q$ ) 及相应的  $n \times q$  质量规一振型向量矩阵  $[\Phi]$ . 然后令方程 (4) 的解按这些振型进行分解

$$\{y(t)\} = [\Phi]\{u(t)\} = \sum_{j=1}^q u_j \{\phi\}_j \quad (5)$$

将  $[\Phi]^T$  左乘以方程 (4) 各项, 并以 (5) 式代入. 在正交阻尼假定下得  $q$  个单自由度方程

$$\ddot{u}_j + 2\zeta_j\omega_j\dot{u}_j + \omega_j^2u_j = -\gamma_j\ddot{x}_g(t) \quad (6)$$

其中  $\zeta_j$  为第  $j$  阶振型阻尼比, 而  $\gamma_j$  为第  $j$  阶振型参与系数

$$\gamma_j = \{\phi\}_j^T [M]\{E\} \quad (7)$$

方程 (6) 与 (2) 只在右端相差一个乘数  $\gamma_j$ , 所以 (6) 式的解答可由 (3) 式乘以  $\gamma_j$  而得到

$$u_j = \gamma_j \alpha_j g / \omega_j^2 \quad (8)$$

由于  $u_j$  并非 (6) 式的严格解, 所以不能简单地将它们代入 (5) 式来求  $\{y\}$ , 而应先对每一个  $u_j$  求出相应的  $\{y\}_j = u_j \{\phi\}_j$ . 然后, 若只对  $\{y\}$  的第  $k$  个元素  $y_k$  感兴趣, 则将所有  $\{y\}_j$  中的第  $k$  个元素取出, 组成一个有  $q$  个元素的向量  $\{y\}_k$ , 再代入下式组合出该元素的值

$$y_k = \sqrt{\{y\}_k^T [\rho] \{y\}_k} \quad (9)$$

这里  $[\rho]$  是表示各阶振型分量之间相关性的“相关矩阵”，其对角元全为 1；Wilson 和 Kiureghian<sup>[20]</sup> 按随机振动理论推导出其非对角元的下列计算式

$$\rho_{ij} = \frac{8\sqrt{\zeta_i \zeta_j}(\zeta_i + r\zeta_j)r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4\zeta_i \zeta_j r(1+r^2) + 4(\zeta_i^2 + \zeta_j^2)r^2} \quad (10)$$

这就是当前被广泛应用的反应谱 CQC (完全二次组合) 算法。如果将所有这些  $\rho_{ij}$  取为 0, 则  $[\rho]$  成为一单位阵, 而按 (9) 式的计算就成为反应谱 SRSS (平方和开平方) 算法。

上述反应谱方法使用简便, 是当前应用最广泛的抗震设计方法。但由于它是基于单点地震激励而建立的, 虽然作了很多努力<sup>[1~4,8,14]</sup>, 迄今尚难实际用于大跨度结构多点地震激励问题。

## 2.2 时间历程法

如假定地面所有支座受到的地震激励为均匀一致的, 则运动方程仍如 (4) 式所示。但方程右端的  $\ddot{x}_g(t)$  应该以地震加速度记录的离散形式给出。方程的求解则可以采取各种成熟的逐步积分方法, 例如 Newmark, Wilson- $\theta$  法<sup>[21]</sup>, 精细积分法<sup>[22,23]</sup> 等。由于是在离散时间点上一步一步地求响应的数值解, 所以该法可以在任一时间点上随时修改结构参数, 很适合于处理参数随时间变化的非线性问题, 例如弹塑性分析问题<sup>[21,24,25]</sup>。这种方法的一个重要缺点是计算量过于庞大; 而且由于是用确定性的时间历程来模拟尚未发生的地震, 理论上应取许多条地面运动加速度曲线作为样本, 分别进行计算后进行统计分析较为合理。但受到计算效率低的制约, 目前在工程上只能用 3~5 条曲线进行结构分析及统计。一些专门的研究表明<sup>[26~28]</sup>, 用经过调整后达到“等效”的若干条具有同样控制参数的地面加速度历程曲线计算出的响应, 有可能相差许多倍 (4 倍甚至 10 倍以上)。所以使用很少几条曲线有时候难以保证得到可靠的统计量。如何达到计算精度和计算量之间的合理平衡, 迄今仍是一个未完全统一的问题。

如果考虑多点 ( $N$  个地面节点) 不均匀地震激励问题, 运动方程 (4) 成为下列形式<sup>[1,2,29,30]</sup>

$$\begin{bmatrix} M_s & M_{sb} \\ M_{sb}^T & M_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_s \\ \ddot{X}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_s & C_{sb} \\ C_{sb}^T & C_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}_s \\ \dot{X}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & K_{sb} \\ K_{sb}^T & K_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_s \\ X_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ P_b \end{Bmatrix} \quad (11)$$

其中向量  $\{X_b\}$  代表  $N$  个支座的强地面强迫位移,  $\{X_s\}$  代表结构系统所有非支座节点位移,  $\{P_b\}$  代表地面作用于  $N$  个支座的力; 通常采用集中质量离散化模型,  $[M_{sb}]$  为零。

求解方程 (11) 时, 可将绝对位移  $\{X_s\}$  分解为拟静位移  $\{Y_s\}$  和动态相对位移  $\{Y_r\}$  之和<sup>[21]</sup>

$$\begin{Bmatrix} X_s \\ X_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Y_s \\ X_b \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Y_r \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

其中拟静位移满足

$$\{Y_s\} = -[K_s]^{-1}[K_{sb}]\{X_b\} \quad (13)$$

将式 (12) 和 (13) 代入 (11), 得到

$$[M_s]\{\ddot{Y}_r\} + [C_s]\{\dot{Y}_r\} + [K_s]\{Y_r\} = [M_s][K_s]^{-1}[K_{sb}]\{\ddot{X}_b\} + ([C_s][K_s]^{-1}[K_{sb}] - [C_{sb}])\{\dot{X}_b\} \quad (14)$$

方程 (14) 在一致地面运动条件下不能退化为广泛应用的方程 (4)<sup>[21]</sup>, 这是因为在方程 (11) 中假定了阻尼力与绝对速度成正比。为了避免这种不协调, 应假定阻尼力与相对速度成正比, 即在 (11) 式中以  $\{\dot{Y}_r\}$  与  $\{0\}$  代替  $\{\dot{X}_s\}$  与  $\{\dot{X}_b\}$ <sup>[29,30]</sup>, 则 (14) 式成为

$$[M_s]\{\ddot{Y}_r\} + [C_s]\{\dot{Y}_r\} + [K_s]\{Y_r\} = [M_s][K_s]^{-1}[K_{sb}]\{\ddot{X}_b\} \quad (15)$$

对于均匀地面运动

$$\{\ddot{X}_b\} = \{E_b\}\ddot{x}_g \quad (16)$$

将式 (16) 代入式 (15), 并利用 (13) 式, 就可导出方程 (4).

当需要考虑行波效应时, 可以利用同一个地面运动加速度记录曲线在地面不同节点处以一定的时差输入, 由此而产生 (15) 式右端的  $\{\ddot{X}_b\}$ . 如果要进一步考虑各地面节点加速度之间的部分相干性, 则产生  $\{\ddot{X}_b\}$  的过程较为复杂<sup>[31,32]</sup>, 而这类实测资料亦相当缺乏.

### 2.3 随机振动法

随机振动方法被广泛认为是处理大跨度结构抗震分析的有力手段. 长期以来, 由于分析方法的效率低下<sup>[1~4,21]</sup>, 随机振动一直难以在工程中广泛应用. 近年来, 虚拟激励法<sup>[14,15]</sup> 用计算力学手段突破了随机振动计算效率低的瓶颈, 而且方法简便, 在理论上属精确算法, 所以正被日益广泛地接受<sup>[32~36]</sup>. 现先以均匀平稳随机地震激励问题来说明其基本思想. 方程 (4) 仍然适用, 但  $\ddot{x}_g(t)$  现在是一个零均值平稳随机正态过程, 表征所有地面节点受到的地震加速度激励, 其功率谱密度  $S_a(\omega)$  已知. 虚拟激励法的出发点是将此平稳随机过程  $\ddot{x}_g(t)$  用一个虚拟简谐输入  $\sqrt{S_a(\omega)} \exp(i\omega t)$  来代替, 于是方程 (4) 变成

$$[M]\{\ddot{\tilde{y}}\} + [C]\{\dot{\tilde{y}}\} + [K]\{\tilde{y}\} = -[M]\{E\} \sqrt{S_a(\omega)} \exp(i\omega t) \quad (17)$$

上加 “~” 的变量为虚拟量. 仍应用振型叠加手段 (5)~(9), 不难得到 (17) 的稳态解为<sup>[21]</sup>

$$\{\tilde{y}(t)\} = \{\tilde{Y}(\omega)\} \exp(i\omega t) \quad (18)$$

其中

$$\{\tilde{Y}(\omega)\} = \sum_{j=1}^q \gamma_j H_j \{\phi_j\} \sqrt{S_a(\omega)} \quad (19)$$

$$H_j = (\omega_j^2 - \omega^2 + 2i\zeta_j \omega \omega_j)^{-1} \quad (20)$$

而  $\{y(t)\}$  的功率谱则为

$$[S_{yy}(\omega)] = \{\tilde{Y}(\omega)\}^* \{\tilde{Y}(\omega)\}^T \quad (21)$$

如将 (19) 代入 (21) 并展开, 可得到  $[S_{yy}(\omega)]$  的传统 CQC 算式<sup>[14]</sup>

$$[S_{yy}(\omega)] = \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^q \gamma_j \gamma_k \{\phi_j\} \{\phi_k\}^T H_j^*(\omega) H_k(\omega) S_a(\omega) \quad (22)$$

这表明虚拟激励法通过不同的途径导得的结果在实质上与传统的 CQC 法完全一致. 但是对每一频点用虚拟激励法即 (21) 式计算  $[S_{yy}(\omega)]$  仅需作一次向量乘法, 而常规 CQC 法即 (22) 式则需作  $q^2$  次向量乘法. 在本文的青马桥算例中,  $q$  要取 150 才能保证计算精度. 计算量就要相差 4 个数量级. 即使将 (22) 式中的振型相关项全部忽略, 成为 SRSS 算法<sup>[21,37~42]</sup>, 仍需作  $q$  次向量乘法. 不但不精确, 效率仍然很低. 虚拟激励法 (21) 式不可能忽略掉参振振型之间的互相关项, 所以它没有 SRSS 近似形式, 而总是给出精确结果.

对于多点平稳随机激励问题而言, 方程 (12)、(13) 和 (15) 仍适用, 但是给定地面加速度功率谱矩阵

$$[S_{xx}(i\omega)] = \begin{bmatrix} S_{\ddot{x}_1 \ddot{x}_1}(i\omega) & S_{\ddot{x}_1 \ddot{x}_2}(i\omega) & \cdots & S_{\ddot{x}_1 \ddot{x}_N}(i\omega) \\ S_{\ddot{x}_2 \ddot{x}_1}(i\omega) & S_{\ddot{x}_2 \ddot{x}_2}(i\omega) & \cdots & S_{\ddot{x}_2 \ddot{x}_N}(i\omega) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_{\ddot{x}_N \ddot{x}_1}(i\omega) & S_{\ddot{x}_N \ddot{x}_2}(i\omega) & \cdots & S_{\ddot{x}_N \ddot{x}_N}(i\omega) \end{bmatrix} \quad (23)$$

式中

$$S_{\ddot{x}_k \ddot{x}_l}(i\omega) = \rho_{kl}(i\omega) \sqrt{S_{\ddot{x}_k}(\omega) S_{\ddot{x}_l}(\omega)} \quad (24)$$

其中

$$\rho_{kl}(i\omega) = |\rho_{kl}(i\omega)| \exp[i\theta_{kl}(\omega)] \quad (25)$$

是第  $k$  和第  $l$  地面节点加速度激励之间的相干函数, 其模必满足  $|\rho_{kl}(i\omega)| \leq 1$ . (24) 式中  $S_{\ddot{X}_k}(\omega)$  和  $S_{\ddot{X}_l}(\omega)$  的取值可以不同, 以表征场地的局部效应<sup>[1]</sup>.  $\exp[i\theta_{kl}(\omega)]$  体现了行波效应的影响, 可表达为如下的形式<sup>[29,30]</sup>

$$\exp[i\theta_{kl}(\omega)] = \exp[-i\omega d_{kl}^L / \nu_{app}] \quad (26)$$

式中  $d_{kl}$  是两点间的水平距离,  $d_{kl}^L$  是  $d_{kl}$  沿地震波传播方向上的投影,  $\nu_{app}$  是地震地面波视波速. 假设地面各点参照坐标原点的运动时间差分别为  $T_1, T_2, \dots, T_N$ . 不失一般性, 可令  $T_l \geq T_k$  (当  $l > k$ ), 则  $d_{kl}^L / \nu_{app} = T_l - T_k$ , 因此 (26) 式可写成

$$\exp[i\theta_{kl}(\omega)] = \exp[i\omega(T_k - T_l)] \quad (27)$$

$|\rho_{kl}(i\omega)|$  反映了部分相干效应, 根据强震观测和统计分析, 已建立了一些地面运动加速度相干函数模型<sup>[43,44]</sup>. 用 (24)~(27) 式, 可将 (23) 改写为

$$[S(i\omega)] = [B]^*[D][R][D][B] \quad (28)$$

其中

$$[B] = \text{diag}[\exp(-i\omega T_1), \exp(-i\omega T_2), \dots, \exp(-i\omega T_N)] \quad (29)$$

$$[D] = \text{diag}[\sqrt{S_{\ddot{X}_1}}, \sqrt{S_{\ddot{X}_2}}, \dots, \sqrt{S_{\ddot{X}_N}}] \quad (30)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & |\rho_{12}| & \dots & |\rho_{1N}| \\ |\rho_{21}| & 1 & \dots & |\rho_{2N}| \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ |\rho_{N1}| & |\rho_{N2}| & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$[S(i\omega)]$  是非负定 Hermitian 矩阵, 而  $[R]$  是非负定实对称矩阵. 不难将  $[R]$  分解为

$$[R] = [Q][Q]^T \quad (32)$$

其中  $[Q]$  是  $N \times r$  的实矩阵.  $r$  是  $[S(i\omega)]$  或  $[R]$  的秩. 将 (32) 式代入 (28) 得到

$$[S(i\omega)] = [P]^*[P]^T \quad (33)$$

式中

$$[P] = [B][D][Q] \quad (34)$$

用  $[P]$  中的每一列  $\{p_j\}$  ( $j = 1, 2, \dots, r$ ) 构造一个虚拟简谐激励

$$\{\ddot{X}_b\}_j = \{p_j\} \exp(i\omega t) \quad (35)$$

将  $\{\ddot{X}_b\}_j$  代入方程 (15) 的右端, 可求得结构的任意响应  $\xi_j$ . 在对全部  $r$  个虚拟激励求出了这些响应之后, 可以按下式计算相应的自功率谱密度

$$S_{\xi\xi} = \sum_{j=1}^r |\xi_j|^2 \quad (36)$$

对于只考虑行波效应而不考虑部分相干效应的多点激励而言,  $r = 1$ . 其计算量与普通单点激励问题相差无几.

在对一系列频率计算出自谱  $S_{\xi\xi}$  后, 就可以按下式计算  $\xi$  的第  $i$  阶谱矩

$$\lambda_i = 2 \int_0^{\infty} \omega^i S_{\xi\xi}(\omega) d\omega \quad (37)$$

工程师一般难以直接利用这些谱矩进行设计. 但是已经有不同的方法利用这些  $\lambda_i$  来估计结构的响应, 以便用于设计. 其中应用得较普遍的一种是 Davenport<sup>[45]</sup> 得出的. 在地震激励是零均值平稳随机正态过程的假定下, 结构的任意线性响应  $y(t)$  也有同样的概率特征. 记  $y_e$  为其极值 (大体上相应于最危险状态),  $\sigma_y$  为其标准差. 定义无量纲参数

$$\eta = y_e/\sigma_y, \quad \nu = \sqrt{\lambda_2/\lambda_0}/2\pi \quad (38)$$

Davenport<sup>[45]</sup> 假定水平跨越次数服从 Poisson 分布而求得极值的概率分布为

$$P(\eta) = \exp[-\nu T \exp(-\eta^2/2)], \quad \eta > 0 \quad (39)$$

极值的期望值近似地为

$$E(\eta) \approx (2 \ln \nu T)^{1/2} + \gamma/(2 \ln \nu T)^{1/2} \quad (40)$$

而标准差为

$$\sigma_\eta \approx \pi/(12 \ln \nu T)^{1/2} \quad (41)$$

式中,  $T$  为地震持续时间,  $\gamma = 0.5772$  为欧拉常数.

### 3 三种抗震分析方法的比较

反应谱方法是当前世界各国应用得最广泛的抗震分析方法. 豪斯纳 (G.W. Housner) 当初在抗震领域提出反应谱方法时, 出发点是将地面加速度理想化为平稳高斯随机白噪声过程<sup>[46]</sup>. 但由于当时随机振动计算方法尚不成熟, 于是他采用了基于包络的反应谱方法作为近似手段, 对多自由度结构则应用振型叠加法. 但是当考虑每一振型对总响应的贡献时, 很长一段时间都是采用 SRSS 组合法, 忽略了参振振型的相关性. 这仅对于参振频率全部是稀疏分布的小阻尼均质结构才近似成立, 随着三维有限元分析的日益广泛应用, 密集分布的频率群难以避免, SRSS 法日益显示出其严重缺陷. 在 80 年代初, Wilson 和 Kiureghian<sup>[21]</sup> 仍从随机振动理论出发, 推导出了各参振振型对响应的贡献分量之间的相关系数, 即 (10) 式. 从而将反应谱方法中原来的 SRSS 组合法改进为 CQC 组合法, 并迅速在工程界得到广泛应用. 可以看到, 在建立反应谱方法的过程中, 随机振动理论一直是基本的出发点. 只是由于计算上的困难, 才总是将数值计算归结为反应谱方法, 在寻求大跨度结构抗震分析方法时亦仍然是这样<sup>[1~4]</sup>. 高阶随机振动方程看似难以求解, 其实不然, 近年来我国工程界的实践表明这一局面已被打破. 但分析方法的解决并不意味着随机振动方法已经立刻可以广泛应用了, 还有很多问题有待于解决. 例如: 地震作用的相应定量表达标准需要建立 (包括在不同地区地震作用强度、持续时间、视波速及相干系数的确定), 随机振动计算结果如何转化成工程设计适用的数量, 等等. 我国学者在这些方面已有了不少研究成果<sup>[47~51]</sup>. 它们为将随机振动方法实际应用于我国的地震工程已经奠定了较好的基础. 在借鉴以上研究成果的基础上, 文献 [52] 基于我国抗震设计规范<sup>[17]</sup> 的规定和文献 [53] 的建议, 将反应谱曲线下降段的周期扩展到 6s (超过 6s 后按定值处理). 分别就四种不同烈度、四种不同场地土类型、近震远震、大震小震共 56 种情况所对应的反应谱曲线, 计算出了相应的 56 条地面加速度功率谱曲线. 用这些曲线来分析自振周期在 0.06~6s 之间的单自由度体系, 并按 (38) 和 (40) 式计算极值的期望值. 它们和按规范反应谱方法分析得到的结果, 误差一般仅 1%~2%, 最大误差小于 5%. 如果多自由度结构主要参振振型的周期都在上述时间区间

内, 则用反应谱和随机振动方法计算得到的响应也必然是十分接近的. 图 1 是对香港青马桥的三维有限元抗震分析所得主梁剪应力分布的比较. 该模型有 769 个节点 (包括 29 个地面节点), 2254 个自由度. 考虑沿桥纵向传播的 P 波的作用, 桥各阶振型的阻尼比均暂取为 0.05. 有效频率积分区间取为  $\omega \in [1.0, 11.0]$  rad/s, 分为 200 等分进行积分. 参振振型数为 150, 地震视波速为 3000 m/s.

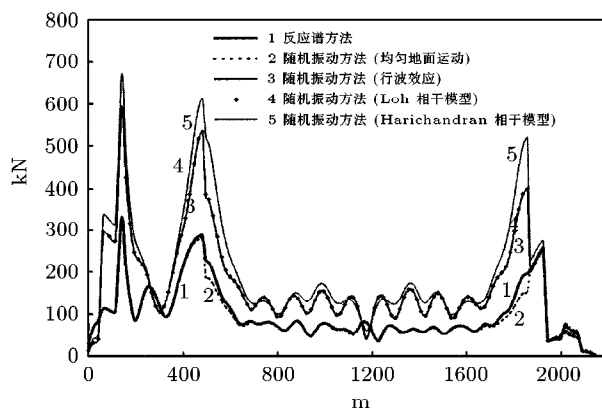


图 1 5 种计算模型下青马桥主甲板竖向剪力比较

香港青衣地区按 7 度远震、2 类场地考虑. 然后用以下 5 种计算模型进行了计算比较:

(1) 按照常规的反应谱方法 (RSM), 仅考虑多遇地震; (2) 按随机均匀地面激励 (即假定地震波传播速度为无穷大); (3) 按随机非均匀地面激励 (假定地震波传播速度为有限值), 这是考虑行波效应的情况; (4) 在考虑行波效应的基础上, 进一步考虑支座激励间的部分相干效应, 采用 Loh<sup>[44]</sup> 建议的相干模型; (5) 将以上 Loh 模型改为 Harichandran<sup>[43]</sup> 建议的相干模型. 对每一种情况都计算了 1800 个位移和 300 个内力响应. 图 1 给出了上述 5 种计算方案所计算的桥面竖向剪力分布的比较. 在主频为 433 MHz 的 P2 微机上计算这 5 条曲线所使用的时间见表 1.

表 1 5 种模型所需计算时间

分析方法	曲线	计算时间
反应谱法	(1) 均匀地面激励	6'26''
	(2) 均匀地面激励	1'01''
随机振动法 (虚拟激励法)	(3) 行波效应	3'26''
	(4) Loh 模型	24'52''
	(5) Harichandran 模型	25'01''

注: 计算 150 阶振型的时间 (3'29'') 均未包含在内.

从图 1 和表 1 可以看到:

(1) 曲线 1 和曲线 2 十分接近, 这表明, 用随机振动方法计算 (假定地震视波速为无穷大) 与用当前规范规定的反应谱方法计算基本上是等效的. 这也表明, 用规范规定的反应谱曲线来反算出的地面加速度功率谱曲线, 即 (24) 式中  $S_{\ddot{x}_k}(\omega)$  和  $S_{\ddot{x}_l}(\omega)$  的取值, 与规范的规定一致. 随着我国抗震规范的修改, 地面加速度功率谱曲线也应适时修改. 大跨度结构尤其需要考虑地面运动的长周期分量. 其相应的功率谱密度如何确定也是一个必须解决的问题.

(2) 在上述用于虚拟激励法计算的数据中, 只要将视波速改为某一适当的数值, 就可以用同一个计算程序算得考虑行波效应的结果, 即曲线 3. 它与不考虑行波效应的曲线 1 或 2 相差很远, 所以行波效应的影响是不容忽略的. 当前规范反应谱法<sup>[10]</sup> 无法考虑行波效应这一因素. 而用虚拟激励法实现这一分析却是十分方便高效的.



(3) 在同时考虑行波效应和部分相关效应时, 尽管 Loh<sup>[44]</sup> 和 Harichandaran<sup>[43]</sup> 提出的相干模型都是根据 SMART-1 强振记录经统计分析而得, 但是, 比较曲线 2、3、4 可见考虑 Loh 模型对响应的影响很小, 而考虑 Harichandaran 模型对响应的影响大得多, 但其比起行波效应的影响仍偏小。

(4) 当假定地面均匀运动或仅考虑行波效应时, 用虚拟激励法比用反应谱方法算得更快, 即使考虑部分相干效应, 所需计算时间也并不太多。

(5) 国内外文献中对于视波速和相关系数的确定已经有了一些研究成果, 但是当前我国规范中对此尚无规定, 是有待于完善的基础性工作。

大跨度结构的自振周期可达几秒甚至于十几秒, 而多数地震的平稳段长度仅为二三十秒。所以, 地震激励非平稳性的影响其实是很重要的因素。非平稳随机地震响应分析方法比平稳问题要困难得多, 但是虚拟激励算法<sup>[15,54]</sup> 当和精细积分方法<sup>[22]</sup> 相结合时也已经实际可用了<sup>[55]</sup>。这样的计算模型虽更合理, 但是建立相应的工程标准看来还有更长的路要走。

在强烈地震下, 结构可能进入严重的非线性弹塑性状态。此时, 时间历程法比反应谱法或随机振动法有更强的适应性。但是由于计算工作量太大, 以及在实际工程使用中困难重重<sup>[56]</sup>, 近年来在国内外不少人采用静力弹塑性分析 (Push-over) 方法作为近似的非线性抗震分析手段, 主要是用于结构的变形计算, 应该说有一定的应用价值。但是, 这毕竟是用静态的分析方法来研究动态的结构响应。从力学模型本身来看, 就不免有其较大的局限性。从长远来看, 还是不能放弃发展动态的弹塑性计算方法。

#### 4 结论和初步建议

(1) 对于中小跨度桥梁 (或大跨度桥梁, 但忽略行波效应) 而言, 应用当量的地面加速度功率谱曲线进行随机振动分析的结果与传统的规范反应谱法分析的结果基本上相等。

(2) 考虑或不考虑行波效应, 计算结果可以相差一倍甚至于更远。这表明行波效应之重要性。规范反应谱方法难以反映这种影响, 对大跨度桥梁可能产生不安全的设计。在此情况下使用随机振动方法是适宜的。当视波速难以确定时, 可以取若干个可能值分别进行计算, 取最不利情况作为设计的参考。

(3) 反映相干效应的模型尚不够成熟, 且相对于行波效应而言所起的作用较小, 即使暂不予考虑, 所造成的误差也较小。但确定符合我国特点的相干函数已不宜再拖延了。

(4) 随机振动虚拟激励法在一些重要方面弥补了反应谱法的不足。并且计算效率很高, 应用方便, 适于作为一种实用手段而较为广泛地、并行地应用于桥梁抗震设计中。但是作为新的设计分析手段, 要加紧对一些具体问题的解决。在处理罕遇地震下的强非线性问题时, 则更应重视时间历程法的应用 (尽管它也有其局限性)。对于重要的、造价昂贵的桥梁工程而言, 建议将各种方法的计算结果进行综合分析比较, 从而对工程设计提出更全面的咨询意见。

#### 参 考 文 献

- 1 Kiureghian A D, Neuenhofer A. Response spectrum method for multi-support seismic excitations. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1992, 21: 713~740
- 2 Ernesto H Z, Vanmarcke E H. Seismic random vibration analysis of multi-support structural systems. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 1994, 120: 1107~1128
- 3 Kiureghian A D, Neuenhofer A. A discussion on 'Seismic random vibration analysis of multi-support structural systems'. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 1995, 121: 1037
- 4 Ernesto H Z, Vanmarcke E H. Closure on the discussion. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 1995, 121:1038
- 5 Carassale L, Tubino F, Solari G. Seismic response of multi-supported structures by proper orthogonal decomposition. In: Proc Int Conf on Advances in Structural Dynamics (ASD2000), Hong Kong: Elsevier Science Ltd, 2000. 827~834

- 6 Abdel-Ghaffar A M, Rubin I I. Suspension bridge response to multiple support excitations. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 1982, 108:419~434
- 7 Lee M, Penzien J. Stochastic analysis of structures and piping systems subjected to stationary multiple support excitations. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1983, 11: 91~110
- 8 Dumanoglu A A, Severn R T. Stochastic response of suspension bridges to earthquake forces. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1990, 19: 133~152
- 9 Berrah M, Kausel E. Response spectrum analysis of structures subjected to spatially varying motions. *Earthquake Engineering and Structure Dynamics*, 1992, 21: 461~470
- 10 Lin Y K, Zhang R, Yong Y. Multiply supported pipeline under seismic wave excitations. *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, 1990, 116: 1094~1108
- 11 屈铁军, 王前信. 多点输入地震反应分析研究的进展. *世界地震工程*, 1993 (1): 30~36
- 12 苗家武, 胡世德, 范立础. 大型桥梁多点激励效应的研究现状与发展. *同济大学学报*, 1999, 27(2): 189~193
- 13 European Committee for Standardization. Eurocode 8: Structures in seismic regions-design part 2: Bridge. Brussels, 1995
- 14 Lin J H, Zhang W S, Li J J. Structural responses to arbitrarily coherent stationary random excitations. *Computers and Structures*, 1994, 50: 629~633
- 15 Lin J H, Li J J, Zhang W S, Williams F W. Non-stationary random seismic responses of multi-support structures in evolutionary inhomogeneous random fields. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1997, 26: 135~145
- 16 Lin J H, Sun D K, Sun Y, Williams F W. Structural responses to non-uniformly modulated evolutionary random seismic excitations. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 1997, 13: 605~616
- 17 中华人民共和国国家标准. 建筑抗震设计规范 (GBJ11-89). 北京: 中国建筑工业出版社, 1989
- 18 林家浩, 喻永生, 赵宁. 高层建筑程序 DASTAB 中抗震分析的三维反应谱方法及工程实例. *计算结构力学及其应用*, 1986, 3(4): 77~86
- 19 郭继武. 建筑抗震设计. 北京: 高等教育出版社, 1990
- 20 Wilson E L, Kiureghian A D. A replacement for the SRSS method in seismic analysis. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1981, 9: 187~192
- 21 Clough R W, Penzien J. Dynamics of structures. New York: McGraw-Hill Inc, 1993
- 22 钟万勰. 计算结构力学与最优控制. 大连: 大连理工大学出版社, 1993
- 23 Lin J H, Shen W P, Williams F W. A high precision direct integration scheme for structures subjected to transient dynamic loading. *Computers and Structures*, 1995, 56(1): 113~120
- 24 林家浩, 丁殿明, 田玉山. 串联多自由度体系弹塑性地震反应分析. *大连工学院学报*, 1979, 18(4): 41~53
- 25 戴国莹等. 框架结构地震反应计算若干问题. *力学学报*, 1981, 3(增刊):
- 26 吴再光, 韩国城, 林皋. 随机土动力学概论. 大连: 大连理工大学出版社, 1992
- 27 Franklin A G, Chang F K. Permanent displacement of embankments by Newmark sliding block analysis. Report of U S Army Water Exp Stat. 1977, S-17-17
- 28 Makdisi F I, Seed H B. Simplified procedure for estimating dam and embankment earthquake-induced deformation. *ASCE, GT*, 1978, 104(7): 849~868
- 29 Lin J H, Williams F W. Computation and analysis of multi-excitation random seismic responses. *Engineering Computations*, 1992, 9(5): 561~574
- 30 林家浩, 李建俊, 张文首. 结构受多点非平稳随机地震激励的响应. *力学学报*, 1995, 27(5): 567~576
- 31 Deodatis G. Simulation of ergodic multivariate stochastic processes. *Journal Engineering Mechanics*, 1996, 122(8): 778~787
- 32 程纬. 随机地震动谱拟合模型及大跨度桥梁随机地震反应分析. 湖南大学博士学位论文, 2000
- 33 李鸿晶, 冯启民, 温瑞智. 桁架结构基于地震可靠性分析的优化设计. *地震工程与工程振动*, 1995, 17(1): 9~13
- 34 梁爱虎, 杜修力, 陈厚群. 基于非平稳随机地震动场的拱坝随机地震反应分析方法. *水利学报*, 1999, 6: 21~25
- 35 刘汉龙, 陆兆溱, 钱家欢. 土石坝非线性随机反应及动力可靠性分析. *河海大学学报*, 1996, 24(3): 105~109
- 36 Xue S D, Li M H, Cao Z, Zhang Y G. Random vibration analysis of lattice shells subjected to multi-dimensional earthquake inputs. In: Proc Int Conf on Advances in Structural Dynamics (ASD2000). Elsevier, 2000. 777~784
- 37 Elishakoff I, Lin Y K, Zhu L P. Probabilistic and Convex Modeling of Acoustically Excited Structures. Amsterdam: Elsevier, 1994
- 38 Simiu E, Scanlan R H. Wing Effects on Structures: An Introduction to Wind Engineering. New York: John Wiley & Sons, 1978
- 39 Dowell E H, Curtiss H C, Scanlan R H, Sisto F. A Modern Course in Aeroelasticity. Sijthoff & Noordhoff Int Publisher, 1978
- 40 Nigam N C. Introduction to Random Vibrations. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1983
- 41 Warburton G B. The Dynamical Behavior of Structures. Pergamon Press, 1976
- 42 谷口修. 振动工程大全. 日《振动工程大全》编辑委员会. 尹传永译. 北京: 机械工业出版社, 1983
- 43 Harichandran R S, Vanmarcke E H. Stochastic variation of earthquake ground motion in space and time. *Journal Engineering Mechanics*, 1986, 112(2): 154~175

- 44 Loh C H, Yeh Y T. Spatial variation and stochastic modeling of seismic differential ground movement. *Earthquake Engineering and Structural Dynamic*, 1988, 16(5): 583~596
- 45 Davernport A G. Note on the distribution of the largest value of a random function with application to gust loading. In: Proc Inst Civil Eng, 1961, 28: 187~196
- 46 Housner G W. Characteristic of strong motion earthquakes. *Bull Seism Soc Am*, 1947, 37: 17~31
- 47 冯启民, 胡聿贤. 空间相关地面运动的数学模型. *地震工程与工程振动*, 1981, 1(2): 1~8
- 48 孙景江, 江近仁. 与规范反应谱对应的金井清谱的谱参数. *世界地震工程*, 1990, 8(1): 42~48
- 49 屈铁军, 王君杰, 王前信. 空间变化的地震动功率谱的实用模型. *地震学报*, 1996, 18(1): 55~62
- 50 杜修力, 陈厚群. 强地震动和地震动场研究及其在高拱坝抗震可靠度分析中的应用. 见: 城市与工程减灾基础研究论文集. 北京: 科学出版社, 1995
- 51 欧进萍, 牛获涛. 地震地面运动随机过程的参数及其结构效应. *哈尔滨建筑工程学院学报*, 1990, 10(2): 70~76
- 52 曹建华. 大跨度结构抗震分析方法研究和比较. 大连理工大学工程力学系硕士学位论文, 2001
- 53 王亚勇. 关于设计反应谱、时程法和能量方法的探讨. *建筑结构学报*, 2000, 21(1): 21~28
- 54 Lin J H, Zhang W S, Williams F W. Pseudo-excitation algorithm for non-stationary random seismic responses. *Engineering Structures* 1994, 16: 270~276
- 55 林家浩, 钟万勰, 张亚辉. 大跨度结构抗震计算的随机振动方法. *建筑结构学报*, 2000, 21(1): 29~36
- 56 王亚勇. 我国 2000 年抗震设计模式规范展望. 第五届全国地震工程学术会议论文. 1998. 16~20

## SEISMIC ANALYSIS METHODS OF LONG-SPAN STRUCTURES AND RECENT ADVANCES \*

Lin Jiahao      Zhang Yahui      Zhao Yan

State Key Laboratory of Structural Analysis of Industrial Equipment, Dalian University of Technology,  
Dalian 116023, China

**Abstract** For the seismic response analysis of long-span structures, the characteristics of the response spectrum method, the random vibration method and the time history method are compared in this paper. It is found that the spatially varying effects of the ground motions, especially the wave passage effect, have great influences on the dynamic responses of long-span structures. For seismic analysis of multi-degrees-of-freedom, multiply supported structures subjected to spatially varying ground motions, the response spectrum method is difficult to implement, while the random vibration method has great advantages. For nonlinear seismic analysis of long-span structures under very strong ground motions, the time history method is still the preferred approach nowadays.

**Keywords** earthquake, response spectrum, power spectrum, random, wave passage effect

---

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10072015) and the National Key Basic Research Special Foundation Funding (G1999032805)