

含主应力轴旋转的土体本构关系研究进展

刘元雪 郑颖人

后勤工程学院土木工程系, 重庆 400041

摘要 主应力轴旋转对岩土工程的影响日益受到人们的重视. 本文从纯主应力轴旋转、纯应力洛德角变化、多种因素变化、排水与不排水等方面较全面地描述了含主应力轴旋转情况下土体的基本变形特性. 对当前较有影响的含主应力轴旋转的土体本构模型(基于一般应力空间的土体本构模型、运动硬化模型、边界面模型、土体弹塑性应力应变关系的完全应力增量表述等等)进行了较为系统的评述. 提出了含主应力轴旋转的实验研究中存在的核心问题与建立含主应力轴旋转的土体本构关系的根本途径.

关键词 本构关系, 土体, 主应力轴旋转, 应力洛德角, 弹塑性

1 引言

随着计算机技术和计算方法的突飞猛进, 土的本构关系研究在70年代形成高潮, 80年代中期以后, 这一方面的研究就显得越来越平静. 同时由于岩土实验仪器与测试技术的发展, 人们对土体的变形机制, 有了前所未有的认识. 由于土的变形机制复杂, 土的本构模型的复杂性与实用性矛盾日益尖锐. 尽管如此, 它们仍难于准确地预测复杂应力条件和应力路径下土的应力应变特性. 目前仍有一部分学者坚持在两个方向上的探索^[1]: 一方面是努力综合、简化和修正原有受到工程界欢迎的模型, 使其规范化、实用化, 并加以推广; 另一方面是深入进行一些更复杂的应力条件和更复杂特性的土的应力应变关系研究, 如循环反复加载、应力路径急剧转折、主应力轴旋转、土的各向异性和非饱和土的研究等.

广义的土体主应力轴旋转包括两类: 一类是应力的三个主值不变而主应力轴方向发生变化, 这可描述成一般应力空间中绕主应力轴旋转的运动, 以下称之为纯主应力轴旋转; 另一类是主应力轴方向、球应力 p 与广义剪应力 q 不变, 而应力洛德角 θ_σ 发生变化, 应力路径为 π 平面上的圆周运动, 也就是 π 平面上的主应力轴旋转(即可在主应力空间中描述), 以下称之为纯应力洛德角变化. 上述三个应力参数 p, q, θ_σ 与三主应力值 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 的关系为

$$p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$$
$$q = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2}/\sqrt{2}$$
$$\text{tg } \theta_\sigma = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)/[\sqrt{3}(\sigma_1 - \sigma_3)]$$

收稿日期: 1999-08-02, 修回日期: 1999-11-19

大量土工实验表明, 纯应力洛德角变化^[2~4]或纯主应力轴旋转^[5~9]会导致土体出现明显的塑性变形; 在不排水情况下, 甚至会导致砂土的液化破坏^[10,11]. 然而, 当前常用的一些岩土模型尚不能充分反映这一实际情况. 许多岩土工程(如边坡)中存在着主应力轴旋转问题; 有许多荷载, 如地震、交通、波浪、建筑物等等常会导致土体主应力轴旋转. 因而主应力轴旋转是必须考虑的岩土工程的力学问题. 由于这一问题至今尚未妥善解决, 已成为一些岩土工程失事的原因. 为了反映主应力轴旋转对土体变形的影响, 国内外学者做了不少实验与理论工作, 下面将对前人工作作出综合评述, 并简要介绍笔者在该方向上的研究进展.

2 含主应力轴旋转情况下土体的变形特性

实验中通过独立改变三个主应力值的大小, 即可实现应力洛德角变化, 这可借助真三轴仪实现. 空心扭剪仪可独立改变空心圆柱土样的内外侧压力、轴向压力及环向扭剪力, 从而可实现三个主应力值大小的独立改变及绕一个主应力轴方向的旋转. 故借助空心扭剪仪, 可实现应力洛德角的变化及绕一个主应力轴方向的旋转. 不过, 当前仍然无法实现绕一个以上的主应力轴方向的旋转运动. 为了揭示含主应力轴旋转情况下土体的变形规律, 国内外学者进行了大量的土空心扭剪与真三轴实验. 这些实验结果为探求含主应力轴旋转情况下土体的本质变形特性和建立含主应力轴旋转的土体本构关系有重要指导意义. 下面将对当前的主要实验结果分类予以总结.

2.1 纯主应力轴旋转情况下土体的不排水行为特性

Ishihara K. 等^[11,12]采用空心扭剪仪对松砂样进行了静态连续主应力轴旋转实验. 实验结果表明, 在不排水条件下纯主应力轴旋转导致松砂正的孔压积累, 最终导致松砂液化. 研究中还发现主应力轴旋转的最初阶段, 土体变形或多或少地表现出弹性性质; 但当土体接近液化时, 土体变形性质接近理想塑性体.

Shibuya S. 等^[10]和 Ishihara K. 等^[11]都专项研究了主应力轴旋转反复加卸载情况下松砂孔压的变化规律. 应力路径为: $0^\circ \rightarrow \alpha$ (主应力轴旋转角) $\rightarrow 0^\circ \rightarrow \dots$; α 角分别为 $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$. 实验中发现初始液化点的孔压增量与初始有效球应力之比为 0.75. α 角为 90° 的孔压积累明显慢于后面 α 角较大的几类, 角度 α 越大, 孔压积累越快. 2~3 个旋转循环之后, 孔压增量与土体剪应变增量基本上呈线性关系.

2.2 纯主应力轴旋转情况下土体的排水变形特性

文献 [13~17] 都对排水条件下纯主应力轴旋转所导致的土体变形特性进行了试验研究. 主要归纳为以下几点: (1) 纯主应力轴旋转时, 土体一般坐标系下的应变分量与主应力轴旋转角近似呈三角函数关系; 体变值在旋转角变化不大时可近似为线性变化, 但当主应力轴作 360° 反复旋转时, 每一个旋转循环中体变增量逐渐减小. 在主应力轴反向旋转的初始阶段, 土体出现中性变载现象, 反向转到一定角度后, 土体才继续出现变形增加现象. (2) 主应力轴旋转会导致土体变形的应变增量与应力增量、应变与应力的不共主轴现象. 主应力轴旋转角越大, 这种现象越明显.

2.3 纯应力洛德角变化条件下土体的不排水行为特性

文献 [2~4, 18] 进行了大量的纯应力洛德角变化的砂土不排水实验, 实验结果表明: (1) p, q 值不变, 单独改变应力洛德角 θ_σ 时, 在应力比较低情况下 (不发生剪胀), 孔压随 θ_σ 角的增大而

累积, 累积值可达 P 值的 15% ~ 30%; (2) 随应力比 q/p 的增大, θ_σ 变化对孔压累积值的影响更加显著; (3) 孔压增量 $\Delta u-\theta_\sigma$ 关系曲线对 P 归一化后得到的 $u/p-\theta_\sigma$ 关系曲线吻合很好, 这说明在试验的 P 值范围内, P 值的不同只能使孔压累积值随 P 值的增大而成比例地增大, 对 $u-\theta_\sigma$ 关系曲线的变化趋势几乎没有影响; (4) 在某段圆弧应力路径循环加卸载时, 孔压累积值不断增大, 但随着循环次数的增加, 孔压增量越来越小。

2.4 纯应力洛德角变化条件下土体的排水变形特性

早在 70 年代中期, 英国学者 Wood 在运用真三轴仪对 Kolin 粘土的变形特性所进行的试验研究中发现, 当应力路径为 π 平面上的圆周时 (纯应力洛德角 θ_σ 变化), 粘土产生了相当明显的塑性变形, 而且塑性应变增量的方向并不符合所谓的正交流动法则。

窦宜等^[3]的实验表明: 不同应力洛德角 θ_σ 的应力应变关系可以用双曲线拟合, 但不能归一化, 即初始切线斜率和极限应力不同, 说明了第三应力不变量对应力应变关系和剪切强度存在影响。

Matsuoka H.^[18] 的纯应力洛德角变化排水情况下的实验表明各应变分量随 θ_σ 变化近似呈现三角函数曲线关系, 体变 ε_v 在 θ_σ 变化不大情况下呈现阶段线性关系, 并随 θ_σ 增大, 变形出现硬化现象。

2.5 多种因素变化时土体的变形特性

最一般情况下, 土体应力状态变化包括: 球应力 p , 广义剪应力 q , 应力洛德角 θ_σ 及主应力轴方向等的变化。这又分为两类: 一类是这几种因素同时变化; 另一类是对同一种土, 只改变一种因素而保持其余因素不变。

Matsuoka H. 等^[14]研究了平面应变条件下, 三条起终点相同的含主应力轴旋转的应力路径下土体变形的差异。令主应力轴旋转平面内的平均主应力 $p' = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$, 主应力差 $q' = \sigma_1 - \sigma_3$, 三条应力路径为: (1) p' 及主应力轴方向不变, 先是 q' 增大, 然后 p', q' 不变, 作纯主应力轴旋转; (2) p', q' 不变, 先为纯主应力轴旋转, 然后 p' 及主应力轴方向不变, 作纯 q' 变化; (3) p' 不变, 主应力轴旋转与 q' 增加同时发生。结果发现终点处三条路径的应变值相差很大。这表明了土体的应力应变关系依赖于应力路径。

Vaid Y.P. 等^[19,20]以应力比 R , 中间主应力参数 b , 平均主应力 σ_m 及主应力轴旋转角 α 为参数对砂土进行了试验研究。文 [19] 是分别使一种参数变化而其余参数不变的实验方法来研究各参数变化引起的土体变形特性。这样纯 b 变化相当于纯应力洛德角变化; 纯 α 变化即为纯主应力轴旋转。实验结果如下: (1) 纯 b 值变化 ($\sigma_m = 50 \text{ kPa}$, $R = 2.0$, $\alpha = 0$), b 值由 0.0 升至 0.5, 松、密砂的体变值都不断增加, 在 $b = 0.4$ 左右达到峰值, 然后基本保持不变, 最大剪应变值随 b 增大一直增大, 松砂的应变值均大于密砂的应变值; (2) 纯 α 值变化, 即纯主应力轴旋转 ($\sigma_m = 300 \text{ kPa}$, $R = 2.0$, $b = 0.5$), 随 α 增大, 松砂体变增大, 最大剪变也不断增大, 密砂开始时出现剪胀, 然后又出现剪缩, 最大剪变随 α 增大而增大, 当 α 增大至 50° 后反向旋转时, 两种砂都出现体缩, 最大剪应变都减小, 所有情况下, 密砂应变值都比松砂小。

Wijewickreme D. 等^[20]进行了同一个试样同时经历应力比和主应力轴方向变化的试验研究。结果表明起终点应力状态相同, 不同应力路径最终导致的应变值也不同, 这进一步证明了土体应力应变关系依赖于应力路径这一观点。文中一些应力路径实验证明了主应力轴旋转所致的不可忽略的塑性变形。例应力路径 A3002 即先由 $R = 1.0$ 升到 2.0, 然后主应力轴从 0° 旋转至 90° (试验中 $\sigma_m = 300 \text{ kPa}$, $b = 0.5$), 第一阶段纯 R 变化时, ε_v 由 0.0% 升至 0.07%, 最大剪应

变 γ_{\max} 由 0.0% 升至 0.18%; 第二阶段纯 α 变化时, ε_v 由 0.07% 升至 0.48%, 最大剪应变 γ_{\max} 由 0.18% 升至 1.07%, 前一段意味着 q 变化, 上述应力路径实验表明, 主应力轴旋转所导致塑性变形即使是相对于纯 q 变化而言, 也是很显著的, 不可忽略的.

沈瑞福^[21]借助空心扭剪仪, 研究了初始主应力轴偏转角及中间主应力参数对土动主应力轴连续旋转下砂土的动力特性的影响.

上述一系列试验研究表明, 纯应力洛德角变化、纯主应力轴旋转所导致的塑性变形是显著的, 即使是相对于 p, q 这两个参数而言, 其影响也是不可忽略的.

3 含主应力轴旋转的土体本构模型及其评述

为了模拟含主应力轴旋转情况下土体的变形特性, 国内外学者在一般应力空间下的土体本构关系、边界面理论、运动硬化理论等方面作了很多有力的探索. 下面将对当前有影响的理论成果做出较为系统的介绍与评述.

3.1 基于一般应力空间的土体本构模型

主应力轴旋转实质上是应力增量中存在旋转剪切分量^[22,23], 传统塑性力学是无法反映它所引起的塑性变形的. Matsuoka 等^[13,14]将主应力轴旋转转化为一般应力增量分量的变化, 并通过实验建立一般二维应力空间中应力增量与应变增量之间的关系, 由此即能算得主应力轴旋转所产生的变形. 该模型可较全面地反映二维情况下一般应力增量(二主应力值变化及主应力轴旋转)的影响.

当前本构模型一般都是建立应力不变量与应变不变量或它们增量之间的关系, 所以无法反映主应力轴旋转的影响. 若能像 Matsuoka 这样直接建立一般应力增量与应变增量之间的关系, 当然很好. 不过这样做难度很大, 所以 Matsuoka 不得不借助于经验公式与假设^[24,25]. 事实上, 该模型基础中的经验公式, 一方面存在实验测试与数据拟合误差, 另一方面这些公式对土的类型及应力状态有限制; 特别是推广至三维应力空间所借助的假设缺乏严格、科学的依据, 这正是该模型没有给出与三维实验对比的原因.

3.2 运动硬化理论模型

土体弹塑性变形中各向异性是很明显的. 周正明等^[26]的分析表明不考虑土的原生各向异性, 土的应力诱导各向异性(次生各向异性)也是很显著的. 即在同一应力状态下不同方向施加同样大小的应力增量, 所产生的应变增量差异可能很大. 例如在 $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$, 且土体接近破坏时, 施加应力增量 $d\sigma_1 > 0, d\sigma_2 = d\sigma_3 = 0$ 时土体会产生很明显的塑性流动; 然而当施加的应力增量为 $d\sigma_1 = 0, d\sigma_2 = d\sigma_3 > 0$ 时, 会产生相反方向的塑性变形, 土体应力状态也趋向更安全.

土体的各向异性就是主应力轴旋转导致土体塑性变形的根本原因. 弹性力学中也存在主应力轴旋转问题, 因为假设材料是各向同性的, 所以应变增量、应力增量是一一对应的(大小成比例, 主轴方向一致). 所以应变增量随应力增量而同步旋转, 变形只与主应力大小有关, 而与主应力轴方向变化无关. 而土体的变形受应力历史的影响, 应变增量的大小、方向不仅随应力增量的大小、方向而变, 也受到应力大小与方向的制约, 所以土体应变增量随应力增量的旋转存在滞后现象, 主应力轴旋转会导致土体塑性变形和应力应变不共主轴, 这也就是土体应力诱导各向异性的影响.

传统塑性力学中屈服面是各向同性硬化的, 为了反映土体的各向异性, 于是一部分学者提出屈服面为运动硬化的模型. 运动硬化模型中, 屈服面的中心、大小甚至形状随应力状态变化

而变化。T. Nakai 等^[15,16]通过引入屈服面的运动硬化规律,对 Matsuoka 等提出的各向同性硬化空间滑动面模型^[27]进行改造。这样当纯主应力轴旋转时,即主应力空间中应力状态点位置不变,但屈服面随主应力轴旋转而运动,使该应力状态点处于屈服面上,这样纯主应力轴旋转也会导致土体屈服。

运动硬化理论可以看作是对传统塑性理论的修补,比较形象地反映了各向异性这一因素。从上述 Nakai 等人的工作可以看出,这一类模型的关键在于给出屈服面的运动规律。然而土体各向异性与应力状态和应力路径密切相关^[28~30],是一个很复杂的问题,一旦应力路径很复杂时,就很难给出屈服面的运动规律了,涉及三维问题更是如此,这就是这一类模型发展缓慢的原因。

3.3 边界面模型

边界面模型最早是由 Dafalias 等^[31]提出并用于金属材料的循环加载。这类模型的基本特点是:在应力空间中有一个边界面限定了应力点和屈服面移动的几何边界,该边界面多采用椭圆型。边界面内有一个通常与边界面几何相似的屈服面,该屈服面可遵循一定的规则移动。加载过程中的应力点总是位于屈服面之上或屈服面的内侧。边界面上的塑性模量与外法线方向均由塑性增量理论的规则确定。屈服面上应力点处的塑性模量则由该点在边界面共轭点的硬化模量及此时屈服面相对于边界面的位置确定。

传统塑性理论可分为三大部分:屈服面、流动法则和硬化规律。上一小节中的反映各向异性的运动硬化理论模型是从屈服面角度对传统塑性理论的修正,通过主应力轴旋转导致屈服面运动,从而反映主应力轴旋转所导致的塑性变形。边界面模型则是对传统塑性理论流动法则的修正,传统塑性理论认为塑性流动方向为屈服面外法线方向,而边界面理论则是建立了塑性流动与边界面对应点外法线方向之间的关系,从而建立能反映土体主应力轴旋转影响的土体模型。

Gutierrez M.^[32]通过大量含主应力轴旋转的土样空心扭剪实验,获得了土体塑性流动规律。首先通过“Stress Probe”实验,即从同一应力状态出发,沿不同方向施加大小相同的应力增量,结果发现这些应力增量对应的应变增量的大小与方向差别很大,这否定了传统塑性力学中塑性应变增量方向与应力的唯一性关系。文中进一步研究了二维应力状态中,含主应力轴旋转时砂土塑性流动方向与砂土破坏面(边界面)之间的关系:从应力状态点出发沿应力增量方向延伸一直线交边界面于一点,边界面在该点的外法线方向即为应力增量引起的塑性应变增量方向。Gutierrez M. 等^[33]在上述流动规律基础上建立了一种能考虑主应力轴旋转的砂土模型。该文中以砂土破坏面为边界面,假定屈服面形式与土体破坏面一致,该模型基本可以反映二维情况下主应力轴旋转时的土体变形特性。

显然边界面模型依据的是实验规律,没有严密的理论基础。那么该规律的实用范围就与已做的实验范围有关,能否推广到其它应力状态和应力路径,还得通过实验来检验。当然要在复杂的应力状态下来探求土体塑性流动规律是很困难的。这也是当前土体边界面模型只实现了二维情况下的土体变形预测和检验的根本原因。

3.4 土体弹塑性应力应变关系的完全应力增量表述

笔者^[22,23]通过矩阵分析,得出了使主应力轴旋转的应力增量特性,并将任意应力增量分解成两部分:一部分与应力共主轴,称为共轴分量;一部分使主应力轴旋转,称为旋转分量。发现了传统塑性力学无法反映主应力轴旋转所导致塑性变形的原因:它假定屈服面只是应力不变量的函数,无法考虑应力增量旋转分量的影响。

当前土体弹塑性应力应变关系常常是在 $p-q$ 平面上表述的,即建立土体塑性体应变、塑性

剪应变增量 $d\varepsilon_v^p, d\varepsilon_s^p$ 与 p, q 增量的关系

$$d\varepsilon_v^p = Adp + Bdq$$

$$d\varepsilon_s^p = Cdp + Ddq$$

这种表述方法无法反映应力洛德角变化与主应力轴旋转对土体应力应变关系的影响。更合理的是：将上式中应力、应变不变量的增量推广为应力、应变增量的不变量

$$\begin{aligned} d\varepsilon_v^{p'} &= Adp' + Bdq' \\ d\varepsilon_s^{p'} &= Cdp' + Ddq' \end{aligned} \quad (1)$$

式中

$$dp' = (d\sigma_{11} + d\sigma_{22} + d\sigma_{33})/3$$

$$dq' = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(d\sigma_{11} - d\sigma_{22})^2 + (d\sigma_{11} - d\sigma_{33})^2 + (d\sigma_{33} - d\sigma_{22})^2 + 6(d\sigma_{12}^2 + d\sigma_{13}^2 + d\sigma_{23}^2)}$$

$$d\varepsilon_v^{p'} = d\varepsilon_{11}^p + d\varepsilon_{22}^p + d\varepsilon_{33}^p$$

$$d\varepsilon_s^{p'} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(d\varepsilon_{11}^p - d\varepsilon_{22}^p)^2 + (d\varepsilon_{22}^p - d\varepsilon_{33}^p)^2 + (d\varepsilon_{11}^p - d\varepsilon_{33}^p)^2 + 6(d\varepsilon_{12}^p + d\varepsilon_{23}^p + d\varepsilon_{13}^p)}$$

根据土体弹塑性应力应变关系的完全应力增量表述式 (1), 就可以严格地计算应力洛德角变化、主应力轴旋转所致的土体塑性变形。本理论分析表明：应力洛德角变化与主应力轴旋转对土体变形的影响都可以归因于应力增量的广义剪分量引起的剪切变形与剪胀。本理论对主应力轴旋转情况下土体变形的理论预测结果与相应实验的规律性非常一致^[23,34], 这表明本理论较好地反映了主应力轴旋转情况下土体变形的本质特性。

当前国内外在主应力轴旋转模拟上还有一些有影响的其它理论成果, 如: 陈生水, 沈珠江等^[35] 基于岩土材料应力张量的球量与偏量之间存在的交叉影响, 提出了模型框架, 根据土体塑性应变增量大小、方向不仅与应力增量的大小、方向有关, 而且与应力的方向有关, 提出了确定塑性应变增量方向的方法与加载准则, 通过简单应力路径实验确定模型参数, 建立了一个可以反映无粘性土在复杂应力路径 (含主应力轴旋转) 下的变形特性的理论模型; 李广信^[36] 提出了能计算应力洛德角变化影响的非线性弹性模型与三维弹塑性模型; Pande G. N. 等^[37,38] 提出了可分别考虑砂土与粘土主应力轴旋转影响的多层模型。

4 结 语

纵观这 20 年来含主应力轴旋转的土体本构关系研究的进展, 不难看出: 对含主应力轴旋转情况下土体变形特性的研究, 是以建立含主应力轴旋转的土体本构关系为核心的; 借助现代仪器, 从更广泛的角度来把握含主应力轴旋转情况下土体的本质变形特性。主应力轴旋转的影响是土体次生各向异性的一种表现形式, 而土体的原生各向异性是很显著的, 因而实验中主应力轴旋转的影响很可能被土样原生各向异性所掩盖、歪曲, 故在实验中怎样消除原生各向异性的影响是一个重大课题。同时也可看到, 当前的理论成果 (如运动硬化、边界理论) 大多数是从表象上来描述含主应力轴旋转情况下土体的变形行为, 没有从根本上去把握、刻画主应力轴旋转对土体本构关系影响的本质原因。因而从土的基本变形特性出发, 是建立含主应力轴旋转的土体本构关系的根本途径。

参 考 文 献

- 1 李广信. 土的本构关系研究的发展. 见: 建筑环境与结构工程最新发展. 杭州: 浙江大学出版社, 1994. 190~209
- 2 Yamada Y, Ishihara K. Undrained deformation characteristics of sand in multi-directional shear. *Soils and Foundations*, 1983, 23(1): 61~79
- 3 窦宜, 段勇. 主应力方向偏转条件下粘性土的变形特性. 水利水运科学研究, 1990(4): 351~366
- 4 李锦坤, 张清慧. 应力劳台角对孔隙压力发展的影响. 岩土工程学报, 1994, 16(4): 17~23
- 5 Wong R K S, Arthor J R F. Sand sheared by stresses with cyclic variations in direction. *Geotechnique*, 1986, 36(2): 215~226
- 6 Hicher P, Lade P V. Rotation of principal directions in K_0 -consolidation clay. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1987, 113(7): 774~788
- 7 Tatsuoka F, Sonoda S, et al. Failure and deformation of sand in torsional shear. *Soils and Foundations*, 1986, 26(4): 79~97
- 8 Symes M T, Gens A, Hight D W. Drained principal stress rotation in saturated sand. *Geotechnique*, 1988, 38(1): 59~81
- 9 Lade P V. Elasto-plastic behavior of K_0 -consolidation clays in torsion shear tests. *Soils and Foundations*, 1989, 29(2): 127~140
- 10 Shibuya S, Hight D W. Patterns of cyclic principal stress rotation and liquefaction. In: Ishihara K ed. 2nd Int Symp on Numerical Models in Geomechanics. Ghent, 1986. 265~268
- 11 Ishihara I, Towhata I, Yamazaki A. Sand liquefaction under rotation of principal stress axes. In: Ishihara K ed. 2nd Int Symp on Numerical Models in Geomechanics, Ghent, 1986. 1015~1017
- 12 Towhata I, Ishihara K. Undrained strength of sand undergoing cyclic rotation of principal stress axes. *Soils and Foundations*, 1985, 25(2): 135~147
- 13 Matsuoka H, Sakakihara K. A constitutive model for sands and clays evaluating principal stress rotation. *Soils and Foundations*, 1987, 27(4): 73~88
- 14 Matsuoka H, Suzuki Y, et al. A constitutive model for soils evaluating principal stress rotation and its application to some deformation problems. *Soils and Foundations*, 1990, 30(1): 142~154
- 15 Nakai T, Fujii J, Taki H. Kinematic of an isotropic hardening model for sand. In: Nakai T ed. Proc 3rd Int Conf on Constitutive Laws for Engineering Materials. 1991. 36~45
- 16 Nakai T, Hoshikawa T. Kinematic hardening models for clay in three-dimensional stresses. In: Matsuoka H ed. Computer Methods and Advances in Geomechanics, 1991. 655~660
- 17 Miura K, Shosuke, Miura S. Deformation prediction for anisotropic sand during the rotation of principal stresses axes. *Soils and Foundations*, 1986, 26(3): 42~56
- 18 Matsuoka H. A constitutive equation for sands and its application to analysis of rotational stress path and liquefaction resistance. *Soils and Foundations*, 1985, 25(1): 27~42
- 19 Vaid Y P, Sayao A, et al. Generalized stress path dependent soils behavior with a new hollow cylinder torsional apparatus. *Can Geotech J*, 1990, 27(6): 601~616
- 20 Wijewickreme D, Vaid Y P. Behavior of loose sand under simultaneous increase in stress ratio and principal stress rotation. *Can Geotech J*, 1993, 30(9): 953~964
- 21 沈瑞福. 动主应力轴连续旋转下砂土的动力特性研究. [硕士学位论文]. 北京: 清华大学水利系, 1991
- 22 刘元雪, 郑颖人, 陈正汉. 含主应力轴旋转的土体一般应力应变关系. 应用数学和力学, 1998, 19(5): 407~413
- 23 刘元雪. 含主应力轴旋转的土体一般应力应变关系. [博士学位论文]. 重庆: 后勤工程学院建筑工程系, 1997
- 24 Matsuoka H. Stress-strain relationships of sands based on the mobilized plane. *Soils and Foundations*, 1974, 14(2): 45~61
- 25 Matsuoka H. Constitutive equation and FE analysis for anisotropic soil. In: Yamada Y ed. Proc of 4th Int Conf on Numerical Methods in Geomechanics. 1982. 223~233
- 26 周正明. 土坝蓄水期变形特性研究. [硕士学位论文]. 南京: 南京水利科学研究所, 1987
- 27 Nakai T, Matsuoka H. A generalized elastoplastic constitutive model for clay in three-dimensional stresses. *Soils and Foundations*, 1986, 26(3): 81~98
- 28 Dluzewski J M, Winnicki L A. Loading path dependent behavior of sand. In: Ishihara K ed. 2nd Int Symp on Numerical Models in Geomechanics. Ghent, 1986. 105~113
- 29 Vaid Y P, Sayao A. Proportional behavior of sand under multiaxial stresses. *Soils and Foundations*, 1995, 35(3): 23~29

- 30 Chu J, Lo S C R. A symptotic behavior of a granular soil in strain path testing. *Geotechnique*, 1994, 44(1): 65~82
- 31 Dafalias Y F, Popov E P. A model of non-linearly hardening materials for complex loadings. *Acta Mechanica*, 1975, 21(3): 173~192
- 32 Gutierrez M, Ishihara K, Towhata I. Flow theory for sand during rotation of principal stress direction. *Soils and Foundations*, 1991, 31(4): 121~132
- 33 Gutierrez M, Ishihara K, Towhata I. Model for the deformation of sand during rotation of principal stress directions. *Soils and Foundations*, 1993, 33(3): 105~117
- 34 刘元雪, 郑颖人. 考虑主应力轴旋转对土体应力应变关系影响的一种新方法. *岩土工程学报*, 1998, 20(2): 45~47
- 35 陈生水, 沈珠江, 郦能惠. 复杂应力路径下无粘性土的弹塑性数值模拟. *岩土工程学报*, 1995, 17(2): 20~28
- 36 李广信. 劳台应力角对土的体变和孔压的影响. *勘察科学技术*, 1991 (3): 1~4
- 37 Pande G N, Sharma K G. Multilaminate model of clays—A numerical evaluation of the influence of rotation of principal stress axes. *Int J for Numerical and Mech in Geomech*, 1983, 7(3): 397~418
- 38 Sadrnejad S A, Pande G N. A multilaminate model for sands. In: Pande G N ed. *Proc 3rd Int Conf on Constitutive Laws for Engineering Materials*. 1991. 17~27

RESEARCH DEVELOPMENT OF SOILS CONSTITUTIVE RELATION INVOLVING PRINCIPAL STRESS AXES ROTATION

Liu Yuanxue Zheng Yingren

Logistical Engineering University, Chongqing 400041, China

Abstract The influences of principal stress axes rotation on geotechnical engineering attract more and more attention. In this paper, the basic deformation characteristics of soils involving pure principal stress axes rotation, pure variation of stress Lode angle, multiple-factor variation, drained and undrained, are discussed. The influential soil constitutive models involving principal stress axes rotation, such as Matsuoka's model, kinematic hardening model, bounding surface model and the complete stress increment formulation of soils elasto-plastic stress strain relation, etc, are reviewed. In the end, the key problems in the experimental study of principal stress axes rotation and how to establish soils constitutive relation involving principal axes rotation are put forward.

Keywords constitutive relation, soils, principal stress axes rotation, stress Lode angle, elasto-plasticity