

# “压电陶瓷断裂中的非线性”一文的评介

张双寅

中国科学院力学研究所，北京 100080

Chandler C Fulton 和 Huajian Gao 教授所写“压电陶瓷断裂中的非线性”(Electrical nonlinearity in fracture of piezoelectric ceramics, Appl Mech Rev, 1997, 50(11): 56~63) 是一篇很好的文章。它巧妙地将电场与力学场非线性分开处理，提出多尺度模型，得出了改进的预测结果，很有启发性。

压电陶瓷(包括铁电材料)作为机敏结构(smart structures)的传感器与驱动器正在得到日益广泛的应用。然而，由于对此类材料的断裂行为缺乏深入了解，其断裂力学理论很不成熟，因而此种结构的可靠性尚不能得到保证。

近年来已建立了压电材料的线性断裂力学模型，是由经典线弹性断裂力学发展而来的，包含了电-机械耦合效应。然而这个理论与实验观测结果存在着定性上的差别。这就需要建立精确的有坚实物理基础的断裂力学理论与断裂准则。显然，这一准则必然包括断裂行为的非线性。

为了导出一个符合客观实际的断裂准则，必须计及电场与力学场两个方面的非线性，因为在裂尖区材料的原子结构不可能承受无穷大应变及无穷大电势梯度。然而，没有理由认为力和电两种非线性转变区发生在离裂尖相同距离内，事实上，两个非线性区大小有数量级上的差别，电性能非线性区比力学场的非线性区大得多。因此，可以假定在裂尖附近存在一个中等大小区域，在此域内力学场的奇异异性可用线性理论预测；而其电场行为却由非线性主导。这个模型可称为多尺度模型(multiscale model)。Fulton 和 Gao 采用这种多尺度模型研究了压电材料断裂行为的非线性。

“压电陶瓷断裂中的非线性”除摘要、引言外包括线性压电裂纹、饱和条带模型和数值算例三部分，线性裂纹部分是现有理论的总结与概括。根据电-力耦合本构方程，将裂纹视为一直线分布位错和电偶极子，推导了无限大线性压电体中一孤立裂纹平面问题的解析解，给出能量释率表达式。这个解适用于任意各向异性材料在任意远场内和出面电-力耦合场作用下的断裂问题。采用了简单的符号表示，给出的公式非常简洁紧凑。饱和条带(strip saturation)模型是本文的核心内容。假定材料的非线性行为是多尺度的。在裂尖前方存在一个电位移饱和区(一个线段)，在此条带之内电位移值等于其极限值  $D_s$ ，而在此条带之外，电位移值与外加电场成比例增加。这个模型很像平面应力状态弹塑性断裂力学中的 Dugdale 模型，而其力学场行为在全域范围内都是线性的。作者对这一问题给出了封闭解。接着，它放松了“饱和条带”假设，提出了“任意非线性”模型。认为非线性条带中之电位移值不必一定是均匀值，它可以呈任意非奇性函数形式，然后用一系列分段常值函数近似，用此方法求得了问题的解，给出了断裂能量释率表达式。

最后，作为算例，计算了横观各向同性压电材料 PZT-4 和平面裂纹问题，裂纹面与材料的极性轴垂直，平行于各向同性面；而外加机械场和电场与极性轴平行。计算了断裂载荷  $\sigma_{33}^{\infty}$  对外加电场  $E_3^{\text{app}}$  的相关性，用计算曲线对比了线性理论与此文的非线性模型的差别，指出本文模型的结果与实验观测一致。