



## 简评“高等工程动力学原理和运动方程概览”

陈立群

上海大学, 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072

Georgia 理工学院的 John G. Papastavridis 博士在美国机械工程师学会《应用力学评论》(ASME Applied Mechanics Review, 1988, 51(4): 239~267) 上发表“高等工程动力学原理和运动方程概览”(A panoramic overview of the principles and equations of motion of advanced engineering dynamics), 简要评述了离散系统 Lagrange 分析力学的基本原理和方程。主要读者对象为偏重理论工作的工程师, 也可供物理学家和数学家参考。

作者撰写此文是有感于当代高等动力学论述的两种倾向: 或者过于形式化和抽象而无法为工程师所接受, 或者基于单纯实用的狭隘观点而不能充分反映分析力学的基础和一般方法。尤其是占工程动力学主导地位的多体动力学, 其学者往往没有全面理解分析力学的一般原理和方法, 常常浪费时间和精力用莫名其妙而令人眼花缭乱的符号以工程动力学新的和改进的原理体系的名义重复已经公开发表的结果。作者希望其综述能够重申 Lagrange 分析力学的统一性、有效性和简单性。

全文除附录外共有六部分。在第一部分历史性导论中, 作者列举了分析工程动力学的重要成果。特别强调 1870 年至 1910 年间为分析力学的第二黄金时期, 一批第一流的数学家、物理学家和力学家发展了约束(包括非完整约束)系统的分析动力学。在第二部分运动学中, 作者分别阐述一些基本概念, 包括系统坐标、速度、加速度及虚位移, 约束, 准变量, 交换关系, Frobenius 定理。第三部分动力学为全文重点。作者详细论述了分析力学的标志(将力分为主动力和约束力), Lagrange 原理, 解除约束原理, 用系统变量表示惯性项和能量关系, 运动方程的几种形式(包括完整变量、运动与约束力耦合的 Lagrange/Routh-Voss 方程, 完整变量、运动和约束解耦的 Maggi 方程和非完整变量、运动和坐标解耦的 Hamel 方程)并作为特例导出运动方程的 Appell、Voronets、Chaplygin 等形式。第四部分讨论微分变分原理, 包括 Jourdain 原理和 Gauss 原理。第五部分简略评论积分变分原理, 指出对非完整系统虽然可以导出积分变分方程或原理, 但一般不成立变分学中通常所指的数学变分原理。第六部分提出高等工程动力学中尚待解决的 4 方面问题。其一, 更充分研究微分变分原理的数值潜力, 特别是对非线性非完整约束系统; 其二, 考虑更一般的非理想约束, 如何服约束和控制约束下的通常运动和冲击运动等; 其三, 应用微分变分原理于奇异位形的研究, 此时必须采用高斯原理; 其四, 研究 Hamel

(下转第 498 页)

## A REVIEW ON INVERSE ANALYSIS OF DISPLACEMENTS IN ROCK MECHANICS

Wang Zhiyin

Xi'an Mining Institute, Xi'an 710054

Yang Zhifa Wang Sijing

Engineering Geomechanics Laboratory, Institute of Geology, CAS, Beijing 100029

**Abstract** This paper gives a review on the inverse analysis in rock mechanics. The stress is placed on the classification, the evaluating results and research characteristics of the inverse analysis of displacements. Future work is discussed in the paper.

**Keywords** rock mechanics, back analysis, displacements, rheologic deformation

~~~~~  
(上接第 552 页)

方程的分析结构, 以得到某种可能的简化. 附录中包含一些较为技术性的内容. 最后附有 109 篇参考文献, 其中包括梅凤翔教授的《非完整系统力学基础》、《分析力学基础》和《非完整动力学研究》.

该文的主要特点是仅用传统的基本数学工具, 如 Euclid 矢量和张量清楚而准确的表述了 Lagrange 分析力学的重要原理和方程, 侧重对物理概念和基本思想的剖析. 作者所采用的符号简洁而富有启发性. 作者对分析力学发展史的把握使得该文在一定程度上达到了逻辑与历史的统一, 有助于读者更为全面地掌握本学科的内容.

该文也存在一些可商榷之处. 例如, 作者全文的基础为全局性广义坐标的存在, 这固然可以回避采用微分流形等现代微分几何工具, 但在应用方面也无法处理含有运动学或动力学奇点的系统. 此外, 尽管引用了梅凤翔教授的著作, 但该文仍没有充分反映中国力学工作者在分析力学尤其是非完整系统力学方面的成果.

总之, 该文在把握 Lagrange 分析力学统一性方面取得成功, 这将有利于将力学原理应用于日趋复杂的工程对象.