

铁电材料的本构关系及相关问题研究进展

江 冰 方岱宁

清华大学工程力学系，北京 100084

摘要 铁电材料以其力电耦合性能而在传感器、智能材料与结构等诸多领域获得广泛地应用。铁电材料的本构关系也因此成为研究热点。本文对铁电材料的本构关系以及与之相关的细观力学研究方法、宏观唯象研究方法、宏细观相结合的研究方法等问题的国内外研究进展作了一简要的评述。

关键词 铁电材料，本构关系，细观力学，唯象理论，取向分布函数，畸变准则，相变准则

1 引 言

自 1880 年 Curie 兄弟发现压电效应、1920 年 Vaslek 发现铁电效应以来，人们对压电及铁电材料的理论与应用研究取得了长足的发展并获得了广泛的应用。所谓压电效应是指材料在外力作用下发生极化而在材料两端的表面上出现电位差的效应。铁电效应则是指材料在由高温向低温变化时会在某一温度或某一温度范围发生结构相变而产生自发极化，并且这种自发极化的方向会在外场，如力场、电场的作用下发生反转，即发生畴变。

并不是所有的材料都具有压电或铁电性。在自然界中，晶体一般可以分为 7 大晶系，即三斜、单斜、正交、四方、三角、六方以及立方晶系。在 7 大晶系中，按照对称性又可分为 32 个点群，其中只有 10 个点群具有特殊极化方向。只有属于这些点群的晶体，才可能具有自发极化，这 10 个点群称为极化点群。而压电性对晶体对称性的要求是没有对称中心。显然，极性点群都是非中心对称的，反之则不然，这表明所有铁电体都具有压电性，但压电体不一定是铁电体。本文的讨论仅限于铁电材料。

由于铁电体具有力电耦合性能，因而它们被广泛地应用于诸如传感器、智能材料与智能结构以及存储器等诸多领域中^[1,2]。然而犹如水能载舟亦能覆舟，铁电材料的力电耦合性能既能使人们从中受益，也能使人们从中受害。正是由于铁电材料的力电耦合行为，常常使由它制成的电子元、器件产生电疲劳，从而使电子元、器件的功能退化，甚至失效^[3~5]。这就迫使电子元、器件的设计人员必须很好地理解这种力电之间的相互作用以及力电耦合对材料的影响。材料的本构关系可以定量地描述材料的基本性能，因此要对铁电材料力电耦合行为有更为深刻的理解，必须有一个切合实际的、并且便于应用的本构关系。然而令人遗憾的是，目前还没有一个通用的、大家完全认可的本构关系^[3]。

收稿日期：1996-10-31，修回日期：1998-03-24

对铁电材料力电耦合特性的理解与描述是一个很困难的课题，这主要表现在其性能与许多因素有关。例如，材料的微结构性能及其演化、畴域的形成与发展、内应力、晶体的对称性、化学组分等都对其力电性能有影响^[6~8]。

铁电材料最显著的特性是：存在自发极化，并且自发极化可以在外加电场或力场条件下反转，因而外加电场 E 与材料的电位移 D 之间呈现出电滞回线关系，而外加电场 E 与材料的应变 ϵ 间则呈现出蝶形曲线关系。由此可见，其关系是典型的非线性关系，且具有能量的耗散。应变与电位移不仅依赖于当前的应力与电场，还与加载历史有关。

在铁电材料中，铁电陶瓷占据着显著的位置，它们常以多晶的方式出现，这主要是因为多晶陶瓷的性能易于调整以适于不同的要求，并且多晶陶瓷在制造工艺及价格上也优于单晶。多晶材料是由不同取向的单晶材料构成的，因此要弄清多晶材料的性质，必须先弄清单晶材料的性质以及单晶取向分布对多晶材料性能的影响。

由于铁电材料在温度变化条件下会发生顺电-铁电相变，在外场作用下会发生畴变，因此其材料的微结构会发生演化，其演化的条件，即相变、畴变准则是铁电材料本构关系的重要支柱^[4,9,10]。

2 研究历史

1880 年 Curie 兄弟发现压电效应时，被人所知的压电材料只有水晶、酒石酸钾钠（即罗息盐）等少数几种单晶体。由于单晶产量低、难于加工成任意形状，因而其应用受到了限制。1920 年，Vaslek 发现酒石酸钾钠的极化可以通过外加电场反向，从而证实酒石酸钾钠是铁电体^[11,12]。之后的十几年间，酒石酸钾钠一直是唯一已知的铁电体。这种状况直到 1935 年由苏黎世的科学家们制造出了第一个铁电晶体系列（即 KDP 系列）才有所改变^[14,15]。这个系列的晶体在第二次世界大战中被广泛用来制造水声换能器和潜艇探测器。第一种不含氢氧键且第一种具有多个铁电相的铁电体是 $BaTiO_3$ ，它是在 1945 年发现的。这种铁电陶瓷加上直流高压后会显出压电效应，这一发现意味着使压电效应实用化，成为此后开发新型压电、铁电陶瓷的开端。

在其后的数十年间，物理学家与材料学家对压电、铁电材料性能作了大量的卓有成效的研究，这些研究大致可以分为 4 个阶段^[13~22]：第一阶段是 1920~1939 年，其间发现了两种铁电结构，即罗息盐和 KH_2PO_4 系列。第二阶段是 1940~1958 年，铁电唯象理论开始建立并趋于成熟。第三阶段是 1959 年至 70 年代，这是铁电软模理论出现和基本完善时期，称为软模阶段。第四阶段是 80 年代至今，主要研究各种非均匀系统。

力学工作者涉足铁电材料的研究比物理学家晚，Toupin, Eringer 和 Tiersten 率先采用连续介质热力学的方法对压电、铁电材料进行了研究，建立了压电、铁电材料的宏观唯象理论的一般框架。Deeg^[23] 采用与 Eshelby 研究弹性夹杂问题相类似的方法研究了压电固体中的夹杂问题，为用细观力学方法研究铁电材料奠定了基础。之后又有不少力学工作者采用宏观唯象方法^[26~39]、细观力学方法^[40~45]、以及宏细观相结合的方法^[46~51] 对压电、铁电材料中的力电耦合问题进行了研究，取得了较大的进展。下面分别对细观力学方法、宏观唯象方法、宏细观相结合的方法以及现有的本构关系、实验方法、今后发展的趋势等作一简要的评述。

3 细观力学方法

细观力学方法是研究材料微结构及其演化的有力工具，细观力学方法认为材料的非线性行为来自材料细观结构的演化，只有弄清了材料的细观结构及其演化过程，才可以将材料的非线

性行为加以描述和分析。细观力学方法已在复合材料模量的预测、材料的损伤及演化、位错、夹杂等问题上取得了很大的成功。下面我们将用细观力学方法研究铁电材料本构关系的4个基本问题作一简要的评述。它们是：(1) 无穷大压电、铁电介质中含有一椭球夹杂问题；(2) 夹杂间的相互作用问题；(3) 取向分布函数问题；(4) 电畴反转条件问题。

3.1 无穷大压电、铁电介质中含有一椭球夹杂问题

早在50年代，Eshelby^[24,25]在其著名的论文中，巧妙地将求解无穷大线弹性介质中含有一个具有本征应变的夹杂问题，转化为求解在夹杂表面上受本征应力作用的弹性力学问题，从而得到用Green函数表征的介质中各处的位移、应力和应变的一般解。并由此证明了他的著名的结论：无穷大线弹性介质中含有一具有本征应变的椭球夹杂，只要夹杂的本征应变是均匀的，其夹杂内的实际应变也是均匀的。这个结论可以用下式表征

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S} : \boldsymbol{\varepsilon}^*$$

其中 \mathbf{S} 称为 Eshelby 张量， $\boldsymbol{\varepsilon}^*$ 是夹杂的本征应变， $\boldsymbol{\varepsilon}$ 是夹杂内的实际应变。

Deeg^[23]用与 Eshelby 相类似的方法对压电介质的夹杂问题进行了研究。之后 Wang^[40]、Dunn^[41]、Dunn 和 Taya^[40]、Chen^[43,44]等分别对这类问题进行了研究。他们沿用 Eshelby 的思路，采用 Green 函数方法，得到由 4 个 Green 函数表征的位移与电势，其基本结论是：无穷大压电、铁电介质中含有一个具有本征应变与本征电场的椭球，当夹杂中的本征应变与本征电场均匀时，夹杂中的实际应变与实际电场也是均匀的。本征场与实际场之间的关系可以用类似于 Eshelby 的关系表征。这个结论与 Eshelby 问题的结论是相似的，所不同的是压电或铁电材料中的夹杂问题的 Eshelby 张量是力电耦合的。尽管上述结论十分漂亮，然而令人遗憾的是，一般很难求解出这 4 个 Green 函数的简明形式，目前仅给出了圆柱形与球形夹杂的积分形式解。

就工程实际而言，许多实用的铁电材料往往是由非压电的基体材料与压电或铁电材料的夹杂构成。例如工程中常用的压电复合材料就是由非压电的聚合物基体与压电或铁电材料夹杂组成；又比如，对弥散型铁电材料，顺电相是非力电耦合的，可以将其看作是基体，而铁电相可以看作是夹杂。对这类材料，问题可以得到很大的简化。最近 Jiang^[46,47]等运用 Green 函数方法求解出了一无穷大非压电介质中含有一椭球状压电夹杂问题的基本解，得到了弹性夹杂问题、电介质夹杂问题以及力电耦合问题的 Eshelby 张量之间的关系。由于弹性与电介质夹杂问题的 Eshelby 张量是已知的，因此由它们之间的关系可以很方便地求得力电耦合问题的 Eshelby 张量，从而可以得到夹杂内应变场与电场的解析解。

3.2 夹杂间的相互作用

由于数学上的原因，用 Green 函数法解夹杂问题时，往往仅研究无限大介质中含单个夹杂的问题，因为这类问题较易求解。然而从实际角度看，研究的对象往往是有限大小的，因此这里有一个如何将无限大介质中单个夹杂解用于有限大介质的问题。从另一个角度看，Green 函数解仅给出了单个夹杂问题的解，当夹杂很少时，可以忽略夹杂之间的相互作用，用单个夹杂解去近似多个夹杂解。但当夹杂含量很高时，就不能再这样近似了，因为此时夹杂间的相互作用已不能忽略不计了。如何解决上述问题，目前有两种基本的思路。一种思路是：将夹杂嵌于材料性质待求的等效介质之中，远处的应力就是外部施加的应力，通过等效介质来模拟夹杂间的相互作用，这就是所谓自治方法^[52~54]。另一种思路是：改变远处应力，夹杂仍就嵌于无限大基体材料之中，但基体远处所受应力已不是外部施加的应力，而是基体的平均应力。这个平均应力可以在一定程度上反映存在于夹杂之间的相互作用，这就是所谓的 Mori-Tanaka 平均场

3.3 取向分布函数 (ODF)

多晶材料由于具有性能易于调整、制造工艺简单且价格便宜等优点，使它在实际中的应用比单晶材料更为广泛。实用中的铁电材料往往是多晶的，因此我们必须研究多晶的铁电材料的本构关系。尽管多晶材料是由单晶材料构成，但它并不是单晶材料的简单叠加。多晶材料实际上由不同取向的单晶构成，各方向单晶的体积分数直接影响到多晶材料的宏观性能。因此确定不同方向的单晶的体积分数及其演化是确定多晶材料性能的关键所在。然而描述这种取向分布是一个非常困难的课题，至今尚未完全解决。

对取向分布函数的研究最早始于材料学科。材料学家们用极图的方法来标识材料的细观结构。极图是用二维图形表示晶体空间取向分布的一种方法，这种方法比较直观，但是不便于进行数学分析或理论上的推导。

目前常用的取向分布函数由下式定义^[59~61]

$$f(\theta, \phi, \psi) = \frac{dV}{V} / \sin \theta d\theta d\varphi d\psi$$

其中 $\sin \theta d\theta d\varphi d\psi$ 是取向分布在取向 $\{\theta, \varphi, \psi\}$ 的取向微元， dV/V 是取向落在该取向微元内的晶粒的体积分数，取向分布函数应满足规范化条件

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta, \varphi, \psi) \sin \theta d\theta d\varphi d\psi = 1$$

这种取向分布函数的表征虽然比极图便于数学分析，但是它过于一般化。在取向分布的演化分析中往往将 $f(\theta, \varphi, \psi)$ 按球谐函数展开，再按某些条件确定级数的系数及其演化，如最大熵方法等。由于这种方法在数学上比较困难，因此在实用中也不是太方便。

Chen, Zheng 和 Yang^[62], Zheng 等^[63~65]用另一思路给出了张量表示的 ODF。其基本思想是：以张量函数的表示理论为基础，通过材料的微结构的一些特征，如对称性、正交性等，对 ODF 进行约束，可将 ODF 展成较为简单的以不可约张量为系数的 Fourier 级数形式。他们按照这种思路导出了晶态高分子材料的 ODF。但对于铁电材料，目前还没有较好的取向分布函数表达，这里还有许多工作要做。

3.4 相变及电畴反转条件

选取合适的内变量可以在一定程度上反映材料的细观结构，如 ODF 就是这样。但如果内变量在某个过程中自始至终保持不变，也就是说材料的微结构不发生演化，这些内变量也无用武之地。从某种意义上讲，材料细观结构的变化——也就是说内变量的演化——是造成材料非线性的根源。对于非线性问题，我们不可避免地要遇到材料内变量的演化问题，这自然引出一个基本的课题，即内变量开始演化的条件是什么？这就是屈服条件问题。

与传统材料不同，铁电材料在线弹性范围内涉及两类屈服条件：一是相变条件，一是畴变条件。相变是指材料从高温向低温变化时，当经过 Curie 温度后，材料从顺电相变化到铁电相，这时材料的微观结构由立方结构变为四方结构，材料因此呈现自发极化状态。而畴变则单指铁电相在外场作用下，其极化方向发生的变化。

以力学方法提出相变与畴变条件并不多见，下面简要评述两种具有代表性的相变、畴变条件。

Hwang 等^[66,67]对畴变的处理方法是：认为电场引起的单晶畴变是 180° 畴变，这样电位移的变化量是 $-2P^0$ ，而 180° 畴变的电学势垒是 $2P^0 E_0$ 。这里 P^0 是自发极化的大小， E_0 是发生

180° 瞒变的临界电场, 对特定材料而言, $2P^0 E_0$ 是个材料常数. 对应力引起的瞒变, 就 180° 瞒变而言, 其自发极化引起的应变变化为零, 因此应力仅控制着 90° 瞒变. 在这种情况下, 对各向同性材料而言, 四个 90° 瞒变方向是完全等价的. 极化应变的变化意味着初始极化方向的应变减少了 $(c - a)/a_0$, 而在新的极化方向上则增加了相同的应变, 因而保持着主应变大小不变. 综合电场与力场的作用, 可以写出在力场与电场共同作用下的瞒变准则为

$$E_i \Delta P_i + \sigma_{ij} \Delta \varepsilon_{ij} \geq 2P^0 E_0$$

这里 E_i 、 σ_{ij} 为外加载荷, ΔP_i 、 $\Delta \varepsilon_{ij}$ 则为自发极化强度的变化量与自发极化应变的变化量. 值得一提的是, 上述准则仅对各向同性晶粒成立, 对各向异性晶粒而言只是近似成立, 但所造成的误差很小^[66]. 显然上述准则仅适用于瞒变情况, 因为准则中不包含相变条件, 并且由于它是对单晶材料提出的准则, 因此用于多晶材料时较为麻烦.

严文裔等^[48] 以不同畴域的体积分数作为内变量, 认为内变量的变化率与其功共轭力的乘积就等于能量的耗散率. 而能量的耗散又来自两方面: 一方面来自正向或反向的相变, 如铁电相转变为顺电相或反之; 另一方面则来自正向或反向的瞒变. 由此可以得到同时具有相变与瞒变的屈服条件

$$\begin{aligned} F_s + D^{ts} &= 0 \quad \text{如果 } f_{so} \neq 0 \\ F_s - F_t - D^{re} &= 0 \quad \text{如果 } f_{st} > 0 \\ (s = 1, 2, \dots, N; \quad t = 1, 2, \dots, s-1, s+1, \dots, N) \end{aligned}$$

其中 F_s 是与内变量 f_s 功共轭的热力学作用力, 而 D^{ts} 与 D^{re} 是材料常数, 分别代表相变与瞒变的势垒. 显然这个屈服条件可以同时反映相变与瞒变的影响, 这弥补了 Hwang 的屈服条件不含相变的不足. 这个屈服条件在内变量较少的情况下使用比较方便, 但当内变量较多时使用起来并不方便, 因为此时的屈服面太多. 如用 N 表示内变量的个数时, 其屈服面由 $N \times (N+1)$ 个超平面构成.

4 宏观唯象方法

宏观唯象方法是以热力学第一、第二定律为基础的. 在本构关系的推演中一般不需做任何假设, 因此从数学上讲是很严密的. 但从物理上讲, 由于本构关系均与自由能有关, 而宏观唯象方法并未给出自由能求解方法, 因而从方法论上讲, 宏观唯象理论的框架是不封闭的, 这在某种程度上限制了宏观唯象方法的应用.

Muller 是第一个用唯象方法研究铁电体的人, 他将自由能写成极化与应变的幂级数形式, 并且建立自由能表达式中参量与可测量间的联系, 从而确定这些参量. 他的理论中通常只有一个参量(一般是介电系数)具有强烈的温度依赖性, 而所有其它热力学可测量随温度的变化都可由该参量的温度依赖预言, 这一唯象理论的成功就在于它根据项数有限的自由能多项式, 能够解释任意温度系统的介电、压电和弹性行为. 之后, Devonshire^[17~19] 对这种处理方法进行了进一步的完善. Bassioung^[30,31] 等以残余极化作为内变量, 按照具有内变量的连续介质热力学方法对铁电参量进行了研究. Maugin^[32,33] 运用虚功原理对此问题进行了研究, 因而其结果并不限于可逆过程, 他们的工作可以模拟铁电材料中外加电场与极化间的电滞回线. Jiang^[36~38] 利用宏观唯象理论, 在热力学框架内对铁电材料的畴域形状、畴壁的移动以及顺电-铁电相变问题进行了探讨.

由于铁电材料具有复杂的细观结构，而宏观唯象方法不能很好地描述材料的细观结构的演化，加上宏观唯象理论中最关键的部分——自由能的形式不能由热力学给出，因而使宏观唯象的框架不封闭。为使其封闭，往往采用这样或那样的假设，这多少降低了宏观唯象方法理论上的严密性。为此，一些学者提出了宏观与细观相结合的方法。

5 宏观与细观相结合的方法

为减小在构造自由能的随意性，Sun 等^[69~71]提出了宏观和细观相结合的方法。其基本思路是：以细观力学方法构造本构构元的自由能，然后再用宏观唯象方法导出本构关系。这种方法弥补了宏观唯象框架不封闭的缺陷，并使材料的细观结构与材料的宏观性能自然地联系起来。Sun 等用这种方法研究了陶瓷材料的相变问题。严文裔^[47]用这种方法导出了具有畴变的铁电材料本构关系的泛函表达式。Chen^[49]用类似的方法研究了铁电单晶的本构关系。Lu^[50,51]等研究了平面情况下的铁电多晶的本构关系。

6 目前已有的本构关系

Hwang^[66,67]等用单晶的线性本构关系，得到了局部坐标下该单晶的电位移与应变（如以电场、应力为自变量），然后在整体坐标下对其取平均得到整体坐标下的平均电位移 \bar{D}^L 与平均应变 \bar{e}^L 。而宏观电位移与应变还需加上残余电位移 \bar{P}^r 与残余应变 \bar{e}^r 。因此对多晶材料而言，宏观电位移与应变可以表示成

$$\bar{D} = \bar{D}^L + \bar{P}^r \quad \bar{e} = \bar{e}^L + \bar{e}^r$$

对单轴加载而言，如沿 X_3 方向加力场与电场，则轴向宏观线性行为可以表征为

$$\begin{aligned}\bar{D}^L &= d_{333}(\bar{P}^r / |\bar{P}_s^r|) \bar{\sigma} + \varepsilon \bar{E} \\ \bar{e}^L &= \bar{\sigma} / Y + d_{333}(\bar{P}^r / |\bar{P}_s^r|) \bar{E}\end{aligned}$$

这里 d_{333} 是完全极化时多晶陶瓷的压电系数， \bar{P}^r 是陶瓷的饱和极化值， $\bar{\sigma}$ 是外加单轴应力， \bar{E} 是外加单轴电场。对未极化的多晶陶瓷有 $\bar{P}^r = 0$ ，此时是各向同性电介质。而对完全极化的多晶陶瓷（此时 $\bar{P}^r = \pm \bar{P}_s^r$ ）则是压电性的。

这个模型较简单，物理概念上也较清晰。其不足之处在于仅给出了单轴条件下的本构关系，因而限制了它的应用范围。

对于张弛型的铁电材料，Yang 和 Suo^[72]给出了三维情况下的单位体积的 Gibbs 自由能

$$\begin{aligned}G(\sigma_{ij}, D) &= -\frac{1+\nu}{2Y} \left[\sigma_{mn} \sigma_{mn} - \frac{\nu}{1+\nu} \sigma_{mm} \sigma_{nn} \right] - \\ Q_{11}[(1+q)\sigma_{mn} D_m D_n - q \sigma_{mm} D_n D_n] &+ \int_0^D f(D) dD\end{aligned}$$

式中 $D = \sqrt{D_n D_n}$ ， σ_{ij}, D_n 为应力与电位移， $q = -Q_{12}/Q_{11}$ 为电泊松比， Y 为杨氏模量， ν 为弹性泊松比。

由上述 Gibbs 自由能的势结构，可以得到如下的应变场与电场的表达式

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1+\nu}{Y} \left[\sigma_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu} \sigma_{mm} \delta_{ij} \right] + Q_{11}[(1+q)D_i D_i - q D_n D_n \delta_{ij}]$$

$$E_i = \frac{\partial G}{\partial D_i} = -2Q_{11}[(1+q)\sigma_{ij}D_j - q\sigma_{mm}D_i] + f(D)\frac{D_i}{D}$$

严文裔^[48]用细观力学的方法导出了一个用泛函形式表征的本构构元的能量表达式，其中包含用Green函数表示的Eshelby张量，而所用到的取向分布函数也未给出具体的表达式，因而不便于应用。

Chen等^[49]应用宏观与细观相结合的方法，以不同畴域的体积分数为内变量，由细观力学方法写出自由能的形式，代入宏观唯象的热力学框架中，得到了铁电单晶材料基于电畴反转的本构关系。Lu等^[50,51]将ODF展成Fourier级数形式，研究了平面条件下的多晶铁电材料的本构关系。

7 铁电材料的实验研究

Jaffe等人^[9]研究了加单向电场条件下的电位移与应变，他们认为畴变是造成电场与应变曲线是蝶形曲线的根源。Cao和Evans^[10]研究了单轴应力条件下的电位移与应变，他们也认为畴变是造成低应力水平下应力应变关系是线性的，在中等水平下具有非线性畴变应变，而在高应力水平下又恢复为线弹性关系的原因。Lynch等人^[4,67,73]则研究了混合加载条件下的电位移与应变，实验表明：当在极化方向加上单轴压应力，随着应力的增加，将使压电应变减小并使电滞回线环减小。

8 发展趋势

对力学工作者，铁电材料还是一个新的研究领域，自然还存在许多尚未解决或尚未完全解决的问题。归纳起来，大致有如下一些问题亟待解决：

(1) 铁电材料的Eshelby张量的显式表达。此问题是用细观力学方法研究铁电材料本构关系的基础，目前最重要的椭球夹杂的Eshelby张量的显式解还没有得到，这使得细观力学的分析十分复杂。

(2) 铁电材料的取向分布函数的表征及其演化。铁电材料是多晶材料，ODF是多晶材料细观结构很好的描述。然而目前还没有能很好地描述铁电材料细观结构及其演化的ODF，这限制了铁电多晶材料本构关系的研究。

(3) 相变条件与畴变条件。相变条件与畴变条件直接影响着材料细观结构的演化，因而主导着材料的性能描述。目前仅有少数几个不很完善的以力学量和电学量表征的相变与畴变条件，因而在这一领域还有许多工作要做。

(4) 目前的铁电材料本构关系仅涉及到畴变，未涉及到相变，因此不能分析畴域的形成与发展这样一个课题。故需发展同时具有相变与畴变的本构关系，然而这是一个十分困难的问题。

参 考 文 献

- 1 江冰，李兴丹，吴代华。Smart结构及其应用。力学进展，1994, 24(3): 353~361
- 2 Rao S S, Sunar M. Piezoelectricity and its use in disturbance sensing and control of flexible structures: A survey. *Appl Mech Rev*, 1994, 47(4): 113~123
- 3 Hao T H, Gong X, Suo Z. Fracture mechanics for the design of ceramic multilayer actuators. *J Mech Phys Solids*, 1996, 44(1): 23~48
- 4 Lynch C S, Yang W, Collier L, Suo Z, McMeeking R M. Electric field induced cracking in ferroelectric ceramic. *Ferroelectrics*, 1996, 166: 11~30
- 5 杨卫。电致失效力学。力学进展，1996, 26(3): 338~352

- 6 Taylor G W. Electrical properties of Niobium-Doped ferroelectric Pb(Zr,Sn,Ti)O₃ ceramics. *J Appl Phys*, 1969, 38: 4697
- 7 Haerting G H. Theory of the transition in KH₂PO₄. *Ferroelectrics*, 1987, 75: 25~55
- 8 Dungan R H, Storz L J. Relation between chemical, mechanical, and electrical properties of Nb₂O₅-modified 95 mol% PbZrO₃-5 mol% PbTiO₃. *J Am Ceram Soc*, 1985, 68: 530~533
- 9 Jaffe W G, Cook E R, Jaffe H. Piezoelectric Ceramics. New York: Academic Press Inc, 1971
- 10 Cao H, Evans A G. Non-linear deformation of ferroelectric ceramics. *J Am Ceram Soc*, 1993, 76: 890
- 11 Valasek J. Piezoelectric and allied phenomena in Rochelle salt. *Phys Rev*, 1920, 15: 537
- 12 Valasek J. Piezoelectric and allied phenomena in Rochelle salt. *Phys Rev*, 1921, 17: 475
- 13 方俊鑫, 殷之文. 电介质物理学. 北京: 科学出版社, 1989
- 14 钟维烈. 铁电物理学. 北京: 科学出版社, 1996
- 15 Lines M E, Glass A M. Principles and Applications of Ferroelectrics and Related Materials. England: Oxford University Press, 1977
- 16 Cochran W. Crystal stability and theory of ferroelectricity. *Adv Phys*, 1960, 9: 387
- 17 Devonshire A F. Theory of Barium Titanate Part I. *Phli Mag*, 1949, 40: 1040
- 18 Devonshire A F. Theory of Barium Titanate Part II. *Phli Mag*, 1951, 42: 1065
- 19 Devonshire A F. Theory of ferroelectrics. *Adv Phys*, 1954, 3: 85
- 20 Kittel C. Theory of antiferroelastic crystals. *Phys Rev*, 1951, 82: 729
- 21 Aizu K. Possible species of "ferroelastic" crystals and of simultaneously ferroelectric and ferroelastic crystals. *J Phys Soc Japan*, 1969, 27: 387
- 22 Aizu K. Considerations of crystals which are "antiferroelastic" as well as paraelectric, ferroelectric, or antiferroelectric. *J Phys Soc Japan*, 1969, 27: 1171
- 23 Deeg W F. The Analysis of Dislocation, Crack and Inclusion Problems in Piezoelectric Solids. Ph.D. Dissertation. California: Stanford University, 1980
- 24 Eshelby J D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proc R Soc*, 1957, A241: 376~396
- 25 Mura T. Micromechanics of Defects in Solids. The Netherlands: Martinus Nijhoff, The Hague, 1987
- 26 Lax M, Nelson D F. Linear and non-linear electrodynamics in elastic anisotropic dielectrics. *Phys Rev*, 1971, B4: 3694
- 27 Lax M, Nelson D F. Electrodynamics of elastic pyroelectrics. *Phys Rev*, 1976, B13: 1759
- 28 Nelson D F, Lax M. Linear elasticity and piezoelectricity in pyroelectrics. *Phys Rev*, 1976, B13: 1785
- 29 Nelson D F. Theory of non-linear electroacoustics of dielectric, piezoelectric, and pyroelectric crystals. *J Acoust Soc Am*, 1978, 63: 1738
- 30 Bassiouny E, Ghaleb A F, Maugin G A. Thermodynamical formulation for coupled electromechanical hysteresis effects — I: Basic equations. *Int J Engng Sci*, 1988, 26: 1279~1295
- 31 Bassiouny E, Ghaleb A F, Maugin G A. Thermodynamical formulation for coupled electromechanical hysteresis effects — II: Poling of ceramics. *Int J Engng Sci*, 1988, 26: 1297~1306
- 32 Maugin G A. Continuum Mechanics of Electromagnetic Solid Continua, Amsterdam: North-Holland, 1988
- 33 Maugin G A. The Mechanical Behavior of Electromagnetic Solid Continua, Amsterdam: North-Holland, 1995
- 34 Schwarz S. Electromagnetic forces and the energy-momentum tensor in the presence of electric polarization and magnetization. *Int J Engng Sci*, 1992, 30: 963~983
- 35 Jiang Q. On the electromechanical response of electrically active materials. *J Intelligent Mat Syst Struct*, 1995, 6(2): 181~190
- 36 Jiang Q. Macroscopic behavior of a bar undergoing the paraelectric-ferroelectric phase transformation. *J Mech Phys Solids*, 1993, 41(10): 1599~1635
- 37 Jiang Q. On modeling of phase transformations in ferroelectric materials. *Acta Mech*, 1994, 102: 149~165
- 38 Rosakis P, Jiang Q. On the Morphology of ferroelectric domains. *Int J Engng Sci*, 1995, 33(1): 1~12
- 39 Dunn M. A theoretical framework for the analysis of thermoelastic heterogeneous media with applications. *J Intelligent Mat Syst Struct*, 1995, 6(2): 255~265
- 40 Wang B. Three dimensional analysis of an ellipsoidal inclusion in a piezoelectric material. *Int J Solid Struct*, 1992, 29(3): 293~308
- 41 Dunn M L, Taya M. An analysis of piezoelectric composite materials containing ellipsoidal inhomogeneities. *Proc R Soc Lond*, 1993, A443: 265~287
- 42 Dunn M L. Electroelastic Green's functions for transversely isotropic piezoelectric media and their application to the solution of inclusion and in homogeneity problems. *Int J Engng Sci*, 1994, 21(1): 117~131

- 43 Dunn M L, Wienecke H A. Green's functions for transversely isotropic piezoelectric solids. *Int J Solids Struct*, 1997
- 44 Chen T Y. Green's functions and the non-uniform transformation problem in a piezoelectric medium. *Mech Res Comm*, 1993, 20(3): 271~278
- 45 Chen T Y. Some exact relations of inclusions in piezoelectric media. *Int J Engng Sci*, 1994, 32(3): 553~556
- 46 Jiang B, Fang D N, Hwang K C. The effective properties of piezocomposites, Part I: single inclusion problem. *Acta Mechanica Sinica*, 1997, 13(4): 339~346
- 47 Jiang B, Fang D N, Hwang K C. The effective properties of piezocomposites, part II : the effective electroelastic moduli. *Acta Mechanica Sinica*, 1997, 13(4): 347~354
- 48 严文裔. 相变材料的细观本构研究与相变局部化分析. 清华大学博士学位论文. 北京: 清华大学工程力学系, 1995
- 49 Chen X, Fang D N, Hwang K C. A mesoscopic model of the constitutive behavior of monocrystalline ferroelectrics. *Smart Mater Struct*, 1997, 6: 145~151
- 50 Lu W, Fang D N, Hwang K C. Nonlinear evolution of ferroelectric domains. *Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation*, 1997, 2: 30~35
- 51 Lu W, Fang D N, Hwang K C. Numerical analysis of ferroelectric/ferroelastic domain switching in ferrielectric ceramics. *Computational Materials Science*, 1997, 8: 291~308
- 52 Hill R. Continuum micromechanics of elastic-plastic polycrystals. *J Mech Phys Solids*, 1965, 13: 89~101
- 53 Hill R. A self-consistent mechanics of composite material. *J Mech Phys Solids*, 1965, 13: 213~222
- 54 Christensen R M, Ko K H. Solutions for effective properties in three phase sphere and cylinder model. *J Mech Phys Solids*, 1979, 27: 315~330
- 55 Huang Y, Hu K X, Wei H, Chandra A. A unified energy approach to a class of micromechanics models for composite materials. *J Mech Phys Solids*, 1994, 42: 491~504
- 56 Mori T, Tanaka K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusion. *Acta Metallurgica*, 1973, 21: 517~574
- 57 Weng G J. Some elastic properties of reinforced solids, with special reference to isotropic ones containing spherical inclusions. *Int J Engng Sci*, 1984, 22(7): 845~856
- 58 Benvenist Y. A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials. *Mech Mater*, 1987, 6: 147~157
- 59 Bunge H J. Texture Analysis in Materials Science. London: Butterworth, 1982
- 60 梁志德, 徐家桢, 王福. 织构材料的三维取向分析术——ODF分析. 长春: 东北工学院出版社, 1986
- 61 毛卫民, 张新民. 晶体材料织构的定量分析. 北京: 冶金工业出版社, 1993
- 62 Chen M X, Zheng Q S, Yang W. A micromechanical model of texture induced orthotropy in planar crystalline polymers. *J Mech Phys Solids*, 1996, 44: 157~178
- 63 Zheng Q S, Fu Y B. Orientation Distribution Functions for Microstructures of Heterogeneous Materials: Part I: Directional Distribution Problems. *Int J Engng Sci*, 1997
- 64 Zheng Q S. Orientation Distribution Functions for Microstructures of Heterogeneous Materials: Part II: Crystal Distribution Problems and Material Symmetry Restriction. *Int J Engng Sci*, 1997
- 65 Zheng Q S. Theory of representations for tensor functions: A unified invariant approach to constitutive equation. *Appl Mech Rev*, 1994, 47: 545~587
- 66 Huang S C, Lynch C S, McMeeking R M. Ferroelectric/ferroelastic interactions and a polarization switching model. *Acta Metall Mater*, 1995, 45(5): 2073~2084
- 67 Hwang S C, Lynch C S, McMeeking R M. Plasticity model for ferroelectric ceramics. In: Xu B, Yang W. eds. Plasticity Model for Ferroelectric Ceramic. Proc. 2nd Asia-Pacific Symposium on Advances in Engineering Plasticity and Its Applications. Beijing: Int Academic Publishers, 1994. 675~682
- 68 Grindlay J. An introduction to the Phenomenological Theory of Ferroelectricity, Pergamon Press, 1970
- 69 Sun Q P, Hwang K C. Micromechanics modeling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys — I: Derivation of general relations. *J Mech Phys Solids*, 1993, 41: 1~17
- 70 Sun Q P, Hwang K C. Micromechanics modelling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys — II: Study of the individual phenomena. *J Mech Phys Solids*, 1993, 41: 19~33
- 71 Sun Q P, Hwang K C. Micromechanics constitutive description of thermoelastic martensitic transformations. *Advances in Applied Mechanics*, 1994, 31: 248~298
- 72 Yang W, Suo Z. Cracking in ceramic actuators caused by electrostriction. *J Mech Phys Solids*, 1994, 42: 649~663
- 73 Lynch C S. The effect of uniaxial stress on the electro-mechanical response 8/65/35 PLZT, *Acta Mater*, 1996, 44(10): 4137~4148

THE ADVANCE ON THE CONSTITUTIVE THEORY OF FERROELECTRIC MATERIALS AND RELATED PROBLEMS

Jiang Bing Fang Daining

Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China

Abstract Since ferroelectric materials have electromechanical coupled properties, they are widely used in many fields, such as sensors, smart materials and smart structures. The research of ferroelectric materials becomes a very active area. This paper makes a brief review of the research results in recent years and the research trend of the constitutive relations of ferroelectric materials and the related problems.

Keywords ferroelectric materials, constitutive theory, mesomechanics, phenomenological theory, phase transformation, switching, orientation distribution function (ODF), yield criteria

第六届全国流变学学术会议征文通知

自中国化学会和中国力学学会 1985 年联合组建全国性流变学委员会(对外称为中国流变学学会)以来,先后在长沙、成都、上海、广州和北京召开过 5 次全国流变学学术会议,在北京举行过 1 次国际性的会议,广泛交流各分支学科领域的研究成果,促进流变学学科的发展,加强流变学在工程中的应用,取得了很大的成绩。根据上次(北京)会议讨论决定,世纪之交的第六次全国流变学学术会议将于 1999 年 11 月在武汉举行。热烈欢迎广大同仁踊跃参加。

会议内容: 含流变学各分支以及它们在各种工程技术中的应用。主要包括:流变物体的性质、力学行为及其本构关系;高分子溶液、熔体,聚合物流变学;流变学在石油工业中的应用,石油流变学;流变成型,流变学在加工、工艺中的应用;多相体的流变问题:工业流变学;地质材料的流变,岩石流变学,土流变学;流变学中的量测方法、有关技术及其仪器设备;自然的和人工的生物体流变行为,生物流变学;生理、医学和药学中的流变问题;流变学在农业工程中的应用,食品流变学;液晶,电流变问题;新

型材料与结构的流变力学研究;固体与复合材料;粘弹塑性理论及其应用;含缺陷流变体的材料破坏理论;流变学的其它问题。

会议同时举办展览,欢迎国内同仁、外商及其代理积极参加。本次会议中将颁发首次“中国流变学青年奖”。

投稿方法: 1998 年 12 月 15 日以前提交论文摘要(约 400 字),1999 年 6 月 1 日以前提交统一格式的论文全文及软盘。

联系人及地址:

430072 武昌 华中理工大学力学系 杨挺青教授

Tel: (027)87542883(H)

Email: tqyang@blue.hust.edu.cn

430072 武昌 华中理工大学化学系 曾繁涤教授

Tel: (027)87401249(H)

Email: zengqin@wuhan.cngb.com

430072 武昌 华中理工大学化学系 解孝林副教授

Tel: (027)87543607(H)

Email: xljie@public.wh.hb.cn

