

固体、流体多相孔隙介质中的波动理论 及其数值模拟的进展*

赵成刚
北方交通大学土建系,
北京 100044

杜修力
中国水利水电科学研究院,
北京 100044

崔杰
国家地震局工程力学研究所,
哈尔滨 150080

摘要 简要回顾了两相或三相多孔介质中波动理论和数值模拟的研究历史和现状,着重介绍了用有限元方法对饱水土层中波动进行数值模拟的研究进展,并讨论了有待进一步研究的问题。

关键词 饱和与非饱和多孔介质,波动,数值模拟

1 引言

众所周知,地球表面 70% 以上的海洋底部,大部分为饱和和沉积土层;另外,在陆地上也有相当大的地区在不同深度上存在饱和土层或非饱和土层。地震波从震源通过各种传播途径,经常要通过饱和土层或非饱和土层最后到达地面。地震波在饱和土或非饱和土层中是怎样传播的,土层中的液相和气相流体对波动会产生怎样的影响是一个值得研究和探索的问题。历史地震震害表明,地震时在饱和软土地区发生砂土液化或震害加重的现象,毫无疑问地说明了地震波在饱水地层中的传播情况是与一般地层中的情况有很大差别的^[1]。因此用一般波动理论是难以描述多相孔隙介质中波的传播现象。

多相孔隙介质的波动理论对人类开发和利用地下资源,探索地球内部构造以及在动力或地震作用下多相孔隙土体中结构物的反应和场地与结构破坏等工程问题都具有十分重要的意义,并具有广泛的应用前景。

Biot 于 1956 年建立了液体饱和多孔介质的动力方程^[2],为研究多相孔隙介质中的波动理论奠定了基础,并形成了力学的一个新分支:多相孔隙介质波动力学。下面将介绍两相和三相孔隙介质波动力学的发展和数值模拟(主要指有限元分析)的概况,供有关人员参考。

2 液体饱和孔隙介质中的波动

解决液体饱和孔隙介质波动问题的关键是建立相应的数学模型。建立数学模型的方法通常有归纳法和演绎法两种。前者从不同角度揭示问题的规律,然后加以综合,形成整体模型。在这种方法中,实验观察和直觉判断起重要作用。后者则是以若干公理、原理或基本假设为依据进行严密的推理,最终导出问题的数学模型。

* 国家自然科学基金资助项目。

收稿日期: 1996-01-10, 修回日期: 1996-06-13

2.1 用归纳法建立数学模型

Biot (1956 年)^[2]研究了饱和多孔介质中的一般三维波动问题. Biot 假定孔隙是相互连通的,孔隙中的流体是可压缩的,研究对象具有统计各向同性. Biot 在文献[2]中给出了 x 方向固相和液相的弹性动力方程(y 和 z 方向与 x 方向类似)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_z}{\partial y} + \frac{\partial \tau_y}{\partial z} &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} u_x + \rho_{12} U_x) + b \frac{\partial}{\partial t} (u_x - U_x) \\ \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{22} u_x + \rho_{21} U_x) - b \frac{\partial}{\partial t} (u_x - U_x) \end{aligned} \quad (1)$$

式(1)中 u_x 和 U_x 分别为固相和液相位移, p 为孔隙水压力, ρ 为质量,其中 $\rho_{11} = \rho_1 + \rho_a$; $\rho_{22} = \rho_2 + \rho_a$; $\rho_{12} = -\rho_a$. 而 $\rho_1 = (1 - n) \rho_s$; $\rho_2 = n \rho_f$; ρ_s 为固相质量密度, ρ_f 为液相质量密度, ρ_a 为液固两相惯性耦合质量密度(该质量密度难以测定), n 为孔隙率. b 是与渗流有关的系数, $b = \mu n^2 / k$, μ 为流体滞变系数, k 为渗透系数.

从式(1)中 Biot 指出液固两相饱和多孔无限介质中存在三种波,两个 P 波和一个 S 波;这是不同于单相固体无限介质中存在两个波,一个 P 波和一个 S 波(不考虑界面和不均匀性). Biot 还指出,当存在损耗时,其中第二个 P 波衰减非常快.

Biot (1962)^[3]把上述理论扩展到各项异性和具有粘弹性两相饱和多孔介质中.

Biot 等人(1957)^[4]给出了弹性系数的测量方法,但 Biot 理论中动力方程中液固惯性耦合质量密度难以测定,因此该理论在应用上受到一定的限制. 后来的一些学者致力于对 Biot 理论进行一些简化和修正,还有采用其他表达形式.

我国学者门福录(1965)^[5]假定孔隙水为不可压缩的,固相骨架为弹性的,根据 Biot 的准静力情况下的方程再加上惯性项,建立了动力学方程. 后来在 1981 年^[6]又考虑了流体的可压缩性,引进了准微观连续条件的概念,直接联合应用流体动力学方程和固体弹性或粘弹性动力方程,得到了饱和流体多孔介质的动力学方程. 其优点是方程中参数的物理意义明确,便于用常规方法确定. 另外,动力方程中没有惯性耦合项.

陈龙珠、吴世明(1987)^[7]用与文献[6]相似的方法,考虑了液固两相之间的惯性耦合效应,给出了饱和土层中的动力方程. 但其惯性耦合项系数是人为确定的,而不是测定或推导得到的.

苏联学者 Nikolaevsky (1983)在文献[8]中利用热力学第一定律和有关方程,建立起两相多孔弹性介质的动力方程. 作者指出,该方程比 Biot 方程更加方便,它采用了物理上可测定的量

1.

Zienkiewicz 等(1984)^[9]推导并给出了饱和多孔介质动力反应的一般方程为:

总系统运动方程

$$2 \quad \text{in} \quad \sigma_{j,i} + b_i - \ddot{u}_i - f \left[\frac{\partial \dot{W}_i}{\partial t} + \dot{W}_k \dot{W}_{i,k} \right] = 0 \quad (2)$$

孔隙中流体运动方程

$$- P_{,i} + f b_i = f \left[\ddot{u}_i + \frac{1}{n} \left(\frac{\partial \dot{W}_i}{\partial t} + \dot{W}_k \dot{W}_{i,k} \right) + \frac{R_i}{n} \right] = 0 \quad (3)$$

质量守恒方程

$$\dot{\rho} = - \dot{W}_{i,i} = - \ddot{u}_i + \frac{1}{n} \dot{P} - \dot{W}_{ij} D_{ijkl} \frac{\dot{\rho}}{3 K_s} \quad (4)$$

一般非线性固体骨架的本构关系

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^r \quad ij\dot{P} = D_{ijkl} \left(\dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\epsilon}_{kl}^0 + \dot{\epsilon}_{ik} \dot{\epsilon}_{kj} + \dot{\epsilon}_{jk} \dot{\epsilon}_{ki} - ij\dot{P} \right) \quad (5)$$

式(3)中 $\frac{R_i}{n} = K^{-1} \dot{W}_i + a \dot{W}_i$. W 为液体相对固体的相对位移, P 为孔隙压力.

2.2 用演绎方法建立饱和多孔介质波动的数学模型

现代混合物理论是理性力学的一个分支,它用演绎方法公理化的方法研究多组分(构)复合介质的运动和多种理化现象的耦合过程.混合物理论能包容复杂因素,把运动学、动力学、热力学及本构理论融为一体.该理论的基本假定是:视每一组分为一均质连续体,它们占有共同的物理空间.这样,不同组分的若干质点可以占有同一空间点.从而为研究不同组分的相互作用提供了方便.

现代混合物理论的概念和思想最初是由 Truesdell 和 Toupin (1960)^[10]提出的. Bowen (1976)出版了《混合物理论》^[11],该书系统地介绍了混合物理论. Bowen 等 (1978)^[12]利用混合物理论研究了两相弹性体中平面波动问题. Atkin (1976)利用混合物理论^[13,14]建立了两相孔隙介质一般情况下的场方程. Bowen (1982)^[15]利用混合物理论建立了可压缩多孔介质在一般情况下的场方程,并且还考虑了导热情况下饱和多孔介质平面波动问题 (1983)^[16]. Prevost (1980, 1982)^[17,18]利用混合物理论建立了可以考虑非线性的一般情况下的场方程以及瞬态动力方程. 苗天德等 (1995)^[41]依据混合物理论,讨论了饱和多孔介质波动的一般方程,其中考虑了质量耦合、初始压力及其浮力效应,使其理论系统完善.还澄清了关于初始压力和浮力效应的基本概念. 章根德 (1993)^[54]撰文介绍了固体-流体混合物连续介质理论及其应用.

2.3 简单的数学初边值问题的求解和应用

Hardin (1961)^[19]、Geertsma 等 (1961)^[20]以及石原 (1967)^[21]对饱和多孔介质中的纵波 (P 波)特性做了较为细致的研究.石原的研究表明,饱和砂土承受低频扰动时 P_1 波传播的速度接近不排水单相固体的 P 波波速; P_2 波能够做为固结效应而被探测到.石原还指出,在动力条件下流体扩散很小的原因是具有较大波长的流体压力梯度很小的原故.但石原的工作是在一维波传播的基础上得到的,对 P_2 波的讨论也不是针对二维或三维问题进行的.

Geertsma 等 (1961)^[20]应用 Biot 理论对在沉积岩土的波的传播问题进行了研究,他们讨论了在两相多孔介质中两种 P 波的传播和平面 P_2 波(慢速 P 波)在界面以及在两种不同材料交界面上的反射与透射. Deresiewicz 等人利用位移势函数建立了 Biot 动力方程的解,研究了两相多孔介质中波的边界和界面效应.他们的工作包括平面波在自由界面的反射^[22,23],在两种不同多孔介质材料交界面上的反射与透射^[24],在饱和多孔介质中存在的表面波的传播^[25],平面波在不规则边界的反射^[26],平面波在分层多孔介质中的传播^[27]. Jones (1961)^[28]也研究了 Rayleigh 简谐表面波的传播问题.

虽然饱和多孔介质波动问题引起了研究者的关注,但对在边界条件下的解析解答并不多. Jones (1969)^[29]给出了半无限饱和多孔介质在自由表面作用应力脉冲的一维波的传播问题的解. Halpern 等 (1979)^[30]解出了饱和多孔半无限体的边界做简谐运动的一维波动问题的解. Simon (1984)^[31]给出了一维问题的瞬态的解. Burridge 等 (1979)^[32]成功地解析得到了 Biot 动力方程在饱和多孔介质无限空间中的某一点上施加瞬间体积力的基本解即 Green 函数.

Paul (1976)^[33,34]首先分析确定了两维饱和多孔介质无限半空间中在脉冲荷载、表面荷载和点荷载作用下的解(Lamb s 问题). Halpern (1986)^[35]给出了饱和多孔介质弹性半空间在自由表面作用稳态简谐表面牵引力(surfacetraction)的基本解.

Gazetas 等(1981)^[36]利用数值方法计算了饱和多孔介质弹性半空间表面无限长、刚性、条状基础的阻抗函数(基础与土接触表面允许自由排水)。Kurtanich 等(1983)^[37]研究了板在饱和多孔介质半空间表面的地震反应问题。Papadakis (1974)^[38]利用特征线方法对 Biot 动力方程进行了求解,并用于分析地震波动问题。Madsen (1978)^[39]和 Yamamoto 等(1978)^[40]分析处理了海床多孔介质在简谐波浪作用下的反应问题。Mei 等人(1982)^[42~45]根据 Biot 动力方程,利用边界层的理论和近似方法分析了半无限饱和多孔介质波的传播问题。Verruijt (1982)^[46]也得到了饱和多孔介质半空间在简谐波浪作用下反应的近似解。Chen 等(1993)^[47]利用有限差分法对两维多孔介质模型即水库淤积层和坝水的动力相互作用进行了计算分析。

在我国门福录领导的研究小组对饱水土层的波动问题进行了较为系统深入的研究,文献[48]对他们的工作做了总结和讨论。他们的工作有:在不变形介质的前提下,研究了二维地下水的波动问题。开发了线单元-特征线法、交替方向隐式差分法和伽辽金有限单元法,求解了一些边值问题。还研究了介质不均匀性、成层性对地下水波动的影响以及地下水波在界面上的反射与透射。从普遍方程出发论证了地下水波在可变形介质和不变形介质中的差别,导出了两者的换算关系,开辟了由不变形介质求解变形介质解的一个间接途径。另外在可变形前提下,直接从两相介质动力方程组出发,对含水土层中的波动问题进行了详细研究,考虑了弹塑性、非线性本构关系、剪胀性、刚度退化等各种因素的影响。对各种土体刚度、渗阻条件、边界透水条件、荷载形式、本构关系和不均匀性等情况做了计算比较研究。在垂直地震荷载作用下他们发现了两种不同性态的孔隙水压反应——阶变形和振荡形的机制,并用间断波理论解释了孔压阶跃的原因。吴世明、陈龙珠研究小组也对饱和土体的波动问题进行了研究,并取得了一些成果^[49,50]。关于饱和多孔介质波动问题的有限元数值模拟将在后面讨论。

3 三相多孔介质中的波动

土层通常是由三相组成,即由土颗粒(固相)、水(液相)和空气(气相)这三相组成的,通常称为非饱和土。因此在很多情况下,必须考虑三相介质才更加符合土的实际状况。例如 Richart 等(1970)^[51]指出,饱和土中含有少量气体时将使波速降低,三相多孔介质的力学性质十分复杂,到目前为止三相多孔介质中波动问题的研究不多,还处于初始阶段,有待于研究者们开拓耕耘。

Thigpen 等(1985)^[52]根据混合物理论建立了三相多孔介质的一般性动力方程组。当加上一些具体限制条件,该动力方程组可转变为 Biot 动力方程和达西渗流方程。但该文没有给出解和具体应用实例。

Vardoulakis 等(1986)^[53]根据混合物理论建立了非饱和多孔介质的一般场的动力方程和本构方程。其中所建立的接近饱和线性多孔介质的动力控制方程为

$$\left(\mu + \frac{1}{3} \mu \right) u_{K,K} + \mu u_{i,KK} + r \dot{u}_i = -s \ddot{u}_i - \frac{n-f}{K} \left(\dot{u}_i^f - \ddot{u}_i \right) \quad (6)$$

$$P_{,i} = -f \dot{u}_i^f + \frac{n-f}{K} \left(\dot{u}_i^f - \dot{u}_i \right) \quad (7)$$

$$n \dot{u}_{i,i}^f + (1-n)(1-s) \dot{u}_{i,i} = - \left[n f^* + (1-n)(1-s) \right] \dot{P} \quad (8)$$

其中, $f^* = f[1 + (1-S)/(P_f)]$, $\mu = p'$, $s = s'$, f 是流体的压缩系数, s 是混合物体在排水条件下的压缩系数, s' 是固体材料压缩系数, p' 是在接触点上具有集中荷载作用的土骨架压缩系数, u_i 是固相位移, u_i^f 是液相位移, P 是孔隙压力。文献[53]还把上述方程同其他研究者建立的两相饱和多孔介质的动力控制方程进行了分析比较。他们的研究表明,在接近饱和的多孔介质中在低频范围内存在两种膨胀波和一种剪切波。在一般情况下,上述三种波具有衰

减和弥散性.同时还指出,当饱和度具有较小的变化都会明显地影响膨胀波传播的(P 波)波速,但对剪切波波速(S 波)和衰减系数没有明显影响.最后该文还指出,第一类 P 波和剪切波(S 波)的波速与频率没有明显地依赖关系.文献[53]还给出了该文方程在一维问题中应用的例子.

Bardet 等(1993)在文献[55]中分析比较了两相介质动力问题的 Biot 理论^[2]和三相非饱和介质动力问题的 Vardoulakis 理论^[53]在一维情况下的控制方程以及它们的解.指出上述两种理论都类似地描述了压缩波(P 波)在大多数土中具有轻微的衰减特性.但在砾砂或紧密砂中当接近饱和时,Vardoulakis 理论的数值结果与上述情况不同(压缩波衰减较快).

我国青年学者陈正汉(1993)^[56]给出了多相多孔介质的公理化理论体系.用公理化方法导得了三相多孔介质的四个方面的本构方程,建立了考虑组分应力非对称性的弹性固体骨架-粘性液体-理想气体的动力相互作用的数学模型.但该数学模型有很多难以测定的量,距实际应用还有一定距离.该文没有给出方程的解和算例.

4 饱和多孔介质波动的有限元数值模拟

从上述饱和多孔介质波动问题的偏微分方程组中可以看到该问题的复杂性.偏微分方程组在初-边值条件下的解极少能够得到解析解.因此,绝大多数饱和介质的波动问题都得采用数值方法进行求解,特别是采用有限元方法.

4.1 有限元方法在饱和多孔介质中的波动问题的研究情况

最早用于处理饱和多孔介质波动问题的数值方法是有限差分法. Garg 等^[57-59]较早地利用有限差分方法对一维弹性或非弹性饱和多孔介质中波的传播问题进行了研究.

Ghaboussi 等(1972, 1973)^[60,61]首先在 Biot 动力方程的基础上建立了变分公式并由此导得了有限元方程.利用这一有限元方程分析了饱和多孔半空间土体在动荷载作用下的瞬态反应和大坝在平面应变情况下的地震瞬态反应. Ghaboussi 等(1978)^[62]还利用线弹性有限元方法对动力荷载作用下水平层状砂土的液化问题进行了分析.

Zienkiewicz 和 Simon 等人的研究小组对饱和多孔介质波动问题及其有限元数值分析做了较为系统深入的研究,发表了一系列的论文^[9,31,63,64].他们在有限元方面的工作主要集中在给出了用不同未知量表示的几种不同形式的有限元方程^[31,63,64].对在一维情况下的几种形式的有限元方程进行了计算分析,并与解析解进行了计算精度的比较分析.在文献[31]中还给出了二维情况下的初步计算结果并且给出了非线性本构方程.

4.2 几种有限元方程^[31,63]

Prevost 领导的研究小组对饱和多孔介质波动理论及其有限元数值方法进行了精湛的研究,发表了很多论文^[17,18,65,66].在文献[65]中,Prevost 提出了一种有限元数值分析方法,该法可用于分析饱和多孔介质的波动问题.文中土骨架可以被假定为线弹性或滞变非线性,大变形也可以考虑;液体是可压缩也可以是不可压缩的(这主要依赖于不同的应用情况).对时间步长的积分是采用隐-显式方法.在文献[66]中给出了一个简单、有效的二维有限元数值方法.这一方法可用于分析长坝的地震反应,其中土层考虑为饱和多孔介质,坝是水平分层的,并考虑了水的存在;土骨架是非线性滞变体.但没有算例.

Sandhu 等(1987)^[67]继文献[60]后给出饱和多孔介质动力问题变分公式的其它形式.他们在文献[68]中给出了三个场即土骨架(固相)位移场、液体相对土骨架的位移场和孔隙水压力场的有限元方程和数值计算方法.并用于一维饱和多孔介质的波动分析.该文最后指出,该法比通

常的两场方法(即土骨架位移场和液体相对于土骨架的位移场)计算量要大很多.但这一方法求解孔隙压力的精度很高并且边界处理很方便.

Hirai (1992)^[69]建立了一种有限元数值方法,该法可以分析饱和多孔弹性层状半空间在 Rayleigh 波作用下的土层反应. Bougacha (1991, 1993)^[70,71]提出了一种半解析有限元法,该法可用于分析层状饱和多孔半空间波动问题.文献[70]分析了砼重力坝的地震反应,文献[71]分析了刚性条基础和刚性圆基础的刚度和阻抗. Aubry (1989)^[72]建立了非线性有限元方法,并用于分析饱和多孔介质在地震波作用下场地条件和地质条件的影响以及砂土液化.该有限元方法还采用了吸收人工边界(在频域).

国内崔杰(1987)^[73]假设介质为多层水平无限饱和土层,采用了土体为弹塑性和剪胀模型,利用有限差分建立起分析地震波作用下一维砂土液化过程的方法.崔杰(1995)^[74]建立起二维有限元方法,该方法考虑了土骨架的线性、非线性本构关系、剪胀体变和振动孔隙水压力体变以及透水与不透水边界条件.这一方法可用于一般土、饱和土交错排列土层在地震作用下的动力反应分析.其工人边界是采用粘性边界.

张洪武等(1990)^[75]在文献[9]中给出的有限元方程的基础上,将常加速度-常边界力的广义 Smith 非反射边界法用于两相饱和多孔介质的动力方程的求解中,并在文献[76]中将这一方法用于二相饱和土壤地基与平台结构动力相互作用的分析中.张洪武等(1992)^[77]还给出了文献[9]中有限元的变分公式.

值得一提的是在目前砂土振动液化的分析中,大多数研究者把两相饱和砂土首先做为一般土体进行动力反应分析,再利用求得的应力、应变与振动周数等,根据试验经验地确定孔隙水压力,然后再计算孔隙水压力的扩散和消散^[78].这一方法的优点是简单、实用,并且研究得比较深入.其不足之处是进行动力反应分析时把两相介质做为单相处理有误差.另外孔隙水压力不是根据两相饱和砂土的动力理论直接分析得到,而是利用试验关系经验地确定.

4.3 两相饱和多孔介质波动有限元分析中的两个重要问题

(1) 不同未知量和有限元方程的选择

在前述 Zienkiewicz 给出的饱和多孔介质波动控制微分方程的基础上,可以根据实际问题的需要选择以下几种有限元方法.

两相位移和孔隙水压力变量的有限元方程 ($u-U$)

当实际问题对孔隙水压力 的精度要求较高时,并同时要求得到土骨架位移 u 和液体相对土骨架的位移 w ,土和水都视为可压缩的,则可用如下有限元方程^[68]

$$\text{方法} \begin{matrix} \left[\begin{matrix} M_{ss} & M_{sf}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right] \begin{matrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \\ \ddot{U} \end{matrix} + \left[\begin{matrix} D_{ss} & 0 & 0 \\ D_{ff} & 5\Phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right] \begin{matrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{U} \end{matrix} + \left[\begin{matrix} K_{ss} & 0 & K_{sp} \\ 0 & K_{ff} & -K_{fp}^T \\ K_{sp}^T & -K_{fp} & -K_{pp} \end{matrix} \right] \begin{matrix} u \\ w \\ U \end{matrix} = \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{matrix}$$

两相位移变量的有限元方法 ($u-U$)

当实际工程问题中仅要求给出土骨架位移 u 和液体位移 U 时,而土和水都是可压缩的,则可用如下有限元方程^[9]

$$\left[\begin{matrix} M_s & 0 \\ 0 & M_f \end{matrix} \right] \begin{matrix} \ddot{u} \\ \ddot{U} \end{matrix} + \left[\begin{matrix} C_1 & -C_2 \\ -C_2^T & C_3 \end{matrix} \right] \begin{matrix} \dot{u} \\ \dot{U} \end{matrix} + \left[\begin{matrix} K + K_1 & K_2 \\ K_2^T & K_3 \end{matrix} \right] \begin{matrix} u \\ U \end{matrix} = \begin{matrix} \bar{f}_u \\ \bar{f}_U \end{matrix}$$

当液体为不可压缩时,可用如下有限元方程^[9]

$$\& \left[\begin{matrix} M_s & 0 \\ J, 0 & M_f \end{matrix} \right] \begin{matrix} \ddot{u} \\ \ddot{U} \end{matrix} + \left[\begin{matrix} C_1 + K_1 & -C_2 + K_2 \\ -C_2^T + K_2^T & C_3 + K_3 \end{matrix} \right] \begin{matrix} \dot{u} \\ \dot{U} \end{matrix} + \left[\begin{matrix} K & 0 \\ 0 & K \end{matrix} \right] \begin{matrix} u \\ U \end{matrix} = \begin{matrix} f_u \\ f_U \end{matrix}$$

土骨架位移和孔隙水压力变量的有限元方程($u -$)

当流体的惯性项可以忽略不计,工程中仅要求给出土骨架的位移 u 和孔隙水压力 p 时,例如岩土中的动力固结问题,可以用如下有限元方程^[63]

$$\begin{bmatrix} m_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c_u & c_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{up} \\ 0 & K_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_u \\ f_p \end{bmatrix}$$

(2) 人工边界

在地质问题中或与地下有关的问题中,大多数都是半空间无限体的问题.用有限元法对这一类问题进行分析计算时,不可能用数目和尺寸均有限的单元模拟这一半空间无限域.为此必须引入人工边界,并推导合理的边界条件来反映未划入网格的土体.对于波动问题在人工边界上必须避免任何向外传播的波的反射.人工边界问题就是如何在有限的计算区边界上建立数学模型以模拟向无限域传播的波动问题,这是一个复杂的问题.对于单相介质,基于不同的思想已经提出多种人工边界,例如粘性边界^[79]、一致边界^[80,81]、叠加边界^[82]、旁轴近似^[83,84]、动力映射无穷元^[85]、透射边界^[86]等.其中透射边界^[86]是一种时域局部人工边界,很容易在有限元和有限差分计算中实现,并且具有较高的计算精度.文献[87,88]对多种人工边界进行了比较和分析.上面介绍的人工边界中,粘性边界、旁轴近似边界和透射边界属时域局部人工边界.其中粘性边界具有一阶精度,旁轴近似边界和透射边界可以具有高阶精度,但旁轴近似边界仅适用于有限差分法,而透射边界既适用于有限差分方法又适用于有限元法.一致边界和叠加边界属于非局部人工边界.其中一致边界是频域非局部人工边界.动力映射无穷元是一种频域人工边界,它的精度与粘性边界相似.

上述人工边界都是在单相介质波动问题中经常使用的.在以往的两相饱和多孔介质波动问题有限元的文献中很少论及人工边界问题,而人工边界问题没有得到很好的处理和解决就限制了有限元在两相饱和多孔介质波动问题中的应用.这可能是由于两相饱和多孔介质波动问题有限元的研究还处于初始阶段,人们还没有时间和精力深入考虑这一问题.最近几年已有少数学者注意到这一问题,并进行了简单初步的探讨.我国青年学者张洪武在文献[75]中采用了一种常加速度-常边界力的广义 Smith 叠加边界,并和有限元相结合,用于分析两相饱和多孔介质的波动问题. Degrande 等(1993)^[89,90]讨论了两相饱和多孔介质波动的人工边界问题.他们在两相饱和多孔介质波动问题有限元中采用了一种频率局部吸收边界.经数值计算结果表明,这种边界具有较好的吸收能力.不足之处是在斜入射条件下这一边界将产生寄生反射.

由于两相饱和多孔介质波动问题很复杂,相应的人工边界问题的研究和应用也还不够深入.但随着有限元研究的不断发展,两相饱和多孔介质波动的人工边界问题也将会得到关注和深入研究.

5 结 语

综上所述,关于两相饱和多孔介质波动问题的基本方程已经建立,关于两相饱和多孔介质中波的传播性质,例如波在不同界面的反射与透射,它的弥散与耗散等,也有了一定的了解,发展了不同的数值模拟方法,特别是有限元法.但也存在以下问题有待深入研究:

(1) 三相多孔介质波动问题研究的很少,有待推广.

(2) 在何条件下需要采用两相饱和多孔介质的波动理论;在何条件下仅用单相介质的波动理论就可满足工程要求.

(3) 如何确定和处理 Biot 动力方程中的惯性质量耦合项,是一个未解决的问题.

(4) 两相饱和多孔介质波动中有效的人工边界问题是一值得深入研究的课题,这一问题没有很好的解决,有限元方法很难用于实际工程.

(5) 在动力分析中,隐式和显式有限元各有优缺点^[91],但上述有限元方法基本都是隐式的.显式有限元在波动分析中具有节省内存空间和计算速度快等优点,是分析波动问题的一个有力工具.需要研究开发两相饱和多孔介质波动显式有限元方法.

(6) 虽然已经提出了一些两相饱和多孔介质波动问题的有限元方法,但还缺少更进一步分析的文章,例如有限元的精度、稳定性和具体工程应用等.

(7) 任何实际工程问题本质上都是三维问题,尤其处于复杂地质条件下的工程问题更是如此.但对于两相多孔介质波动的三维问题有限元分析方法,就作者目前所知还是一个空白,有待开发.

总之,对三相多孔介质的波动问题的研究才刚刚开始.对两相饱和多孔介质的研究虽然较为深入,但对于处理复杂工程问题的有限元分析的研究还并不深入,有待继续深入研究.由于多相孔隙介质波动理论对人类开发利用地下资源,探索地球内部构造以及在地震学、地球物理学、地震工程学、岩土工程学、地质勘察中的重要性,它的研究和应用将具有美好的前景.

参 考 文 献

- 1 门福录.地震工程研究文集.地震出版社,1992:74~84
- 2 Biot M A. *J Acoust Soc of Ame*, 1956, 28(2):168~191
- 3 Biot M A. *J Acoust Soc of Ame*, 1962, 34(9):1254~1264
- 4 Biot M A, Willis D G. *J Appl Mech*, 1957, 24:594~601
- 5 门福录.地球物理学报,1965,14(2):107~114
- 6 门福录.地球物理学报,1981,24(1):65~75
- 7 陈龙珠等.力学学报,1987,19(3):276
- 8 尼克拉也夫斯基.岩土和混凝土力学,重庆大学出版社,1991:211~225
- 9 Zienkiewicz O C et al. *Int J Numer Anal Methods Geomech*, 1984, 8:71
- 10 Truesdell C et al. *The Classical Field Theories*, *Handbuch der Physik*. Berlin: Edited by S Flugge. Vol. III/1. Springer - Verlag, 1960
- 11 Bowen R M. 混合物理论.江苏科技出版社,1983
- 12 Bowen R M. *J Appl Mech*, 1978, 45:493
- 13 Atkin R J et al. *Q J Mech Appl Math*, 1976, 29:209
- 14 Atkin R J et al. *J Institute of Math and its Applications*, 1976, 17:153
- 15 Bowen R M. *Int J Eng Sci*, 1982, 20(6):697
- 16 Bowen R M. *Acta Mechanica*, 1983, 46:189
- 17 Prevost J H. *Int J Eng Sci*, 1980, 18:787
- 18 Prevost J H. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 1982, 20:3
- 19 Hardin B. Study of elastic wave propagation and damping in granular materials. Ph D thesis. Univ of Florida, 1961
- 20 Geertsma J, Smit D. *Geophys*, 1961, 27:169~181
- 21 Ishihara K. Propagation of compressional wave in a saturated soil. In *Symp Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials*, Albuquerque, New Mexico: 1967
- 22 Deresiewicz H. *Bull Seismol Soc Am*, 1960, 50:599~607
- 23 Deresiewicz H, Rice J. *Bull Seismol Soc Am*, 1962, 52:595~625
- 24 Deresiewicz H, Rice J. *Bull Seismol Soc Am*, 1964, 54:409
- 25 Deresiewicz H. *Bull Seismol Soc Am*, 1962, 52:627~638
- 26 Deresiewicz H, Wolf B. *Bull Seismol Soc Am*, 1964, 54:1537~1561
- 27 Deresiewicz H, Levy A. *Bull Seismol Soc Am*, 1967, 57:381~391
- 28 Jones J P. *J Acoust Soc Am*, 1961, 33:959
- 29 Jones J P. *J Appl Mech*, 1969, 91:878
- 30 Halpern M R et al. Dynamic impedance of a poroelastic subgrade. Third ASCE - EMD Specialty Conf Univ of Texas, Austin, 1979
- 31 Simon B R et al. *Int J Numer Anal Methods Geotechn*, 1984, 8:381
- 32 Burridge R et al. *Geophys J Roy Astronom Soc*, 1979, 58:61~90
- 33 Paul S. *J Pure Appl Geophys*, 1976a, 114:605~614
- 34 Paul S. *J Pure Appl Geophys*, 1976b, 114:615~627

- 35 Halpern M R et al. *Int J Numer Anal Methods Geotechn*, 1986, 10:609 ~ 632
- 36 Cazetas G et al. Offshore caisson on porous saturated soil. *Int Conf Recent Advances in Geotechnical Engineering and Soil Dynamics*. University of Missouri, Rolla, 1981
- 37 Kurtanich D G et al. Ed by W F Chen et al, *Recent Advances in Eng Mech and Their Impact on Civil Eng. Practice*. ASCE, 1983:174
- 38 Papadakis C N. *Proc Conf on Anal Des Geotech Eng*, The Univ of Texas at Austin, ASCE, New York: 1974, 1
- 39 Madsen O S. *Geotechnique*, 1978, 28:377
- 40 Yamamoto T et al. *J Fluid Mechanics*, 1978, 87:193
- 41 苗天德等. *力学学报*, 1995, 27(5):536 ~ 543
- 42 Mei C C et al. *Geophysical J Roy Astron Soc*, 1981a, 66:597
- 43 Mei C C et al. *Geotechnique*, 1981b, 31:509
- 44 Mei C C et al. *Soil Mechanics——Transient and Cyclic Load*. Ed G N Pande et al, New York: Wiley, 1982, 17
- 45 Mei C C et al. *Earth Ground Motion and its Effects on Structures*. Ed S K Datta, New York: AMD53, ASME. 1982, 161
- 46 Verruijt A. *Soil Mechanics——Transient and Cyclic Loads*. Ed G N Pande et al, New York: Wiley, 1982, 37
- 47 Chen B F et al. *J of Eng Mechanics*, ASCE, 1993, 119(7):1411
- 48 门福录等. *地球物理学报*, 1992, 35(4):521 ~ 532
- 49 陈龙珠等. *力学学报*, 1987, 19(3):276 ~ 282
- 50 吴世明,陈龙珠. *应用数学和力学*, 1989, 10(7):605 ~ 611
- 51 Richart F E et al. *土与基础的振动*, 中国建筑工业出版社, 1976
- 52 Thigpen L et al. *Int J Eng Sci*, 1985, 23(11):1203
- 53 Vardoulakis et al. *Mechanics of Materials*, 1986, 5:87
- 54 章根德. *力学进展*, 1993, 23(1):58 ~ 68
- 55 Bardet J P et al. *Soil Dynamics and Earth Eng*, 1993, 12:391
- 56 陈正汉. *结构与介质相互作用理论及其应用*, 河海大学出版社, 1993, 134
- 57 Garg S K. *J Geophys Res*, 1971, 76:7947
- 58 Garg S K et al. *J Appl Phys*, 1974, 45:1968
- 59 Garg S K et al. *J Appl Phys*, 1975, 46:702
- 60 Ghaboussi J et al. *J Eng Mech Div, ASCE, EM4*, 1972:947
- 61 Ghaboussi J et al. *J Soil Mech Found Div, ASCE, SM10*, 1973:849
- 62 Ghaboussi J et al. *J Geotech. Div, ASCE, GT3*, 1978:341
- 63 Simon B R et al. *Int J Numer Anal Methods Geomech*, 1986, 10:461
- 64 Simon B R et al. *Int J Numer Anal Methods Geomech*, 1986, 10:483 ~ 499
- 65 Preveo J H. *Soil Dynamics and Earth Eng*, 1985, 4(4):183 ~ 201
- 66 Yiagos A N et al. *Soil Dynamics and Earth Eng*, 1991, 10(7):357 ~ 370
- 67 Sandhu R S et al. *Int J Numer Anal Methods Geomech*, 1987, 11:241 ~ 255
- 68 Sandhu R S et al. *Soil Dynamics and Earth Eng*, 1990, 9(2):58 ~ 65
- 69 Hirai H. *Soil Dynamics and Earth Eng*, 1992, 11:311 ~ 326
- 70 Bougacha S. *J Eng Mech, ASCE*, 1991a, b, 117(8):1826 ~ 1850
- 71 Bougacha S. *J Eng Mech, ASCE*, 1993, 119(8):1632 ~ 166272 Aubry D et al. *Rev Franc Geotech*, 1989, 46:43 ~ 75
- 73 崔杰. *砂土液化过程的动力分析*. 硕士学位论文. 国家地震局工程力学研究所, 1987
- 74 崔杰等. *砂土液化的计算机仿真*. 地震科学联合基金成果报告. 国家地震局工程力学研究所, 1995
- 75 张洪武等. *岩土工程学报*, 1990, 12(4):49 ~ 56
- 76 钱令希,钟万勰,张洪武. *二相饱和海洋土壤与平台结构相互作用的动力有限元分析*. (国家自然科学基金会)海洋工程中的力学问题汇报研讨会. 上海:1990, 12
- 77 张洪武等. *岩土工程学报*, 1992, 14(3):20 ~ 29
- 78 张克绪等. *土动力学*. 地震出版社, 1989
- 79 Lysmer J et al. *J Eng Mech Div, ASCE, EM4*, 1969, 95:859 ~ 877
- 80 Lysmer J et al. *J Eng Mech Div, ASCE, EM1*, 1972, 98:85 ~ 105
- 81 Wass G. Ph D Thesis. University of California. Berkeley: 197282 Smith W D. *J Comp Phys*, 1974, 15(4):492 ~ 503
- 83 Engquist B et al. *Math Comp*, 1977, 31(135):629 ~ 651
- 84 Clayton R et al. *Bull Seism Soc Amer*, 1977, 67(6):1529 ~ 1540
- 85 赵崇斌等. *清华大学学报*, 1986, 26(3)
- 86 廖振鹏等. *地震工程与工程振动*, 1982, 2(1):1 ~ 11
- 87 Kausel E. *J Eng Mech Div, ASCE*, 1988, 114(6):1011 ~ 1027
- 88 王自法. *人工边界的比较与研究*. 硕士学位论文. 国家地震局工程力学所, 1989
- 89 Degrande G et al. *Soil Dynamics and Earth Eng*, 1993, 12:411 ~ 421
- 90 Degrande G et al. *Soil Dynamics and Earth Eng*, 1993, 12:423 ~ 432
- 91 Subbaraj K et al. *Computer and Structure*, 1989, 32(6):1371 ~ 1401

REVIEW OF WAVE PROPAGATION THEORY IN SATURATED AND UNSATURATED POROUS MEDIUM AND ITS NUMERICAL METHODS

Zhao Chenggang

Department of Civil Engineering, Northern Jiaotong University, Beijing 100044

Du Xiuli

China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100044

Cui Jie

Institute of Engineering Mechanics, SSB, Ha'erin 150080

Abstract This paper gives a brief review of wave propagation theory in saturated and unsaturated porous medium. Some advances in numerical methods of wave propagation in saturated porous medium with emphasis on the finite element methods are presented. Finally, some problems requiring future study are discussed.

Keywords saturated and unsaturated porous medium, wave propagation, numerical methods