

短裂纹群体行为及疲劳寿命预测^{*}

乔 宇 洪友士

中国科学院力学研究所非线性连续介质力学开放研究实验室, 北京 100080

摘 要 综述了疲劳短裂纹群体行为研究的进展与现状, 包括短裂纹群体行为的实验观察, 裂纹数密度演化与守恒, 群体裂纹损伤演化的蒙特卡洛模拟以及统计方法与随机分析预测材料疲劳寿命.

关键词 疲劳短裂纹, 裂纹群体行为, 裂纹数密度, 疲劳寿命

1 引 言

从本世纪 50 年代以来, 通过大量实验与分析得到一些关于材料疲劳的理论及模型. 例如 Paris 于 1963 年提出的著名公式^[1]

$$\frac{da}{dN} = C \cdot K^m \quad (1)$$

式中, da/dN 即裂纹生长速率, C 、 m 为材料常数, K 为应力强度因子幅值. 该公式描述了单一长裂纹的发展规律. 它及以后发展起来的一些关于裂纹萌生与增长的理论及模型^[2]在疲劳行为研究与材料寿命预测中得到了广泛应用.

自本世纪 60 年代起, 研究人员开始注意到短裂纹行为的特殊性. 这里所说的短裂纹是指其长度相当于材料细观组织单元尺度的小裂纹. 对于这一类小裂纹, 适用于长裂纹的线弹性断裂力学理论不再适用, 其行为不能用 Paris 公式描述. 由于在裂纹发展过程中大部分时期处于短裂纹阶段, 所以对短裂纹行为的研究无论在理论还是工程上都很有意义. 但目前相当一部分涉及短裂纹的研究仅集中在对若干个个别裂纹行为的讨论上.

单条短裂纹行为包括裂纹的萌生与扩展. 短裂纹的萌生受材料细观组织的影响, 对于不同的细观组织有不同的萌生方式. 一般材料表面在交变载荷的作用下会通过“挤出”与“侵入”的累积而萌生短裂纹^[3], 另外由于夹杂的存在也会导致短裂纹的萌生^[4~8].

短裂纹的扩展呈现与长裂纹完全不同的规律, 这已在许多材料中被观察到. 如图 1 所示, 短裂纹可以在比长裂纹低得多的名义驱动力下扩展, 在同样的名义驱动力下具有比长

^{*}国家自然科学基金、国家杰出青年科学基金和中国科学院资助项目

裂纹高得多的扩展速率，在进入长裂纹阶段之前具有先减速后加速的特征^[9]。对于短裂纹的扩展机理及细观过程，目前有着不同的观察与看法。例如虽然都确认晶界是裂纹生长的主要障碍，有的学者^[10]认为短裂纹自身能够克服晶界的阻碍穿晶生长，并且在不同的尺度范围内受阻的形式不同；而在一种三角形等应力试件上实验观察到：短裂纹在某些情况下倾向于通过与邻近短裂纹的汇合进入下一晶粒^[11]。这种对短裂纹扩展机理的不同理解直接影响到模型的建立。如果考虑到温度^[12]或夹杂^[13]的影响，情况还要复杂。

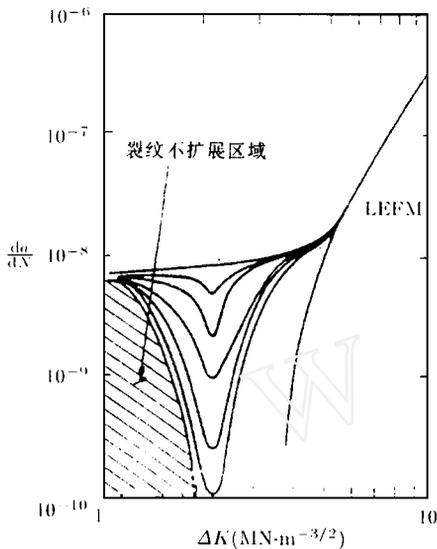


图1 da/dN 与 K 关系示意图

一般情况下，各裂纹的行为差异很大，相应的实验点分散，又难于计入裂纹之间的相互作用，因而仅研究单条裂纹行为具有很大的局限性。从实验中观察到，对材料损伤过程的影响是全体裂纹共同作用的结果，而不是个别裂纹，这在短裂纹阶段尤其明显。如果要讨论含大量裂纹材料的行为，就有必要对裂纹群体的行为进行研究，主要是讨论裂纹群体的萌生发展及其对材料的作用。目前对裂纹群体萌生与发展的研究主要是通过裂纹数密度分析与计算模拟来进行，关于裂纹群体对材料整体性质影响的研究则主要采用

统计方法。

事实上，早期通过实验得到的一些关于疲劳寿命的公式实质上就是考虑了裂纹的群体行为。例如 Manson 与 Hirschberg 1964 年提出的公式^[14]

$$\frac{\sigma_{mech}}{2} = \frac{f}{E} (2 N_f)^b + f (2 N_f)^c \quad (2)$$

式中 σ_{mech} 为疲劳应变幅值， f 、 f 分别为材料的应力和应变强度系数， E 为杨氏模量， b 、 c 为材料参数。该公式的建立考虑了整个材料内的全部裂纹，而不是根据某一条裂纹的扩展规律。

2 短裂纹群体行为的实验观察

所谓短裂纹群体行为，是指短裂纹群体的萌生与发展过程，包括裂纹的萌生分布，生长规律、裂纹间相互作用，以及一些表征短裂纹群体性质的物理量的发展过程，例如裂纹数密度。将裂纹数密度记作 $n(a, t)$ ，则在时刻 t ，单位体积内尺度为 a 至 $a + da$ 之间的裂纹数量为 $n(a, t) da$ 。

对一种焊接低碳钢和一种合金结构钢的实验表明，随着疲劳周次的增加，单位面积上的裂纹数不断增加^[15]，裂纹长度逐渐集中在材料晶粒尺度附近^[16] (图2)。这是因为裂纹尖端达到晶粒边界或接近边界时，所受阻力很大，随着时间的延长，这种晶粒尺度大小的裂纹数目越来越多，形成在材料平均晶粒尺度处数密度分布的峰值。从图中还注意到除在

平均晶粒尺度处出现数密度峰外，在两倍平均晶粒尺度处还有一个数密度峰。这个峰的成因尚不清楚，可能是短裂纹越过第一个晶界后，又受到第二个晶界的影响，也可能与裂纹的成核或汇合有关。

实验中还观察了裂纹取向的分布^[15]。随着疲劳周次的增加，在试样表面上，与拉应力垂直的角度上分布的短裂纹最多；在试样剖面上，与拉应力方向成 45° (或 30°) 的角度上分布的短裂纹最多。分析表明，对于萌生于滑移带的短裂纹，其取向择优性与所对应的滑移系统的取向因子密切相关。

Suh 等人^[17]实验观察了 538 °C 下 AISI 304 不锈钢单向拉伸疲劳的裂纹群体的发展行为，并给出示意图 (图 3) 显示主裂纹 (箭头所指) 的萌生可以追溯到裂纹群体发展的初期。图 4 显示了单位面积上裂纹数随疲劳周次的变化情况。结果表明，在不同的应力水平下，尽管裂纹平均尺度差异很大，在同样的 N/N_f 时裂纹密度近乎相同。这说明裂纹密度可能是预测材料疲劳寿命和衡量材料破坏程度的一个本质物理量。

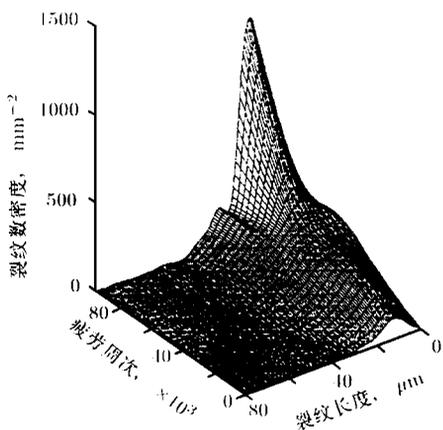


图 2 短裂纹数密度的演化

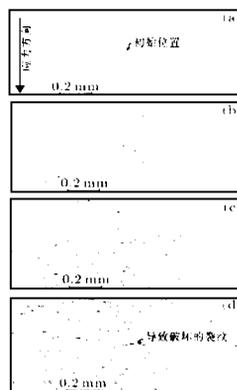


图 3 实验中观测的 538 摄氏度时空气中典型的疲劳微裂纹群体行为。最大拉应力为 431 MPa。疲劳寿命 $N_f = 9.32 \times 10^4$ 。
(a) $N/N_f = 0.161$; (b) $N/N_f = 0.537$;
(c) $N/N_f = 0.751$; (d) $N/N_f = 0.934$

Price 等人^[18~20]观察了若干材料中微裂纹系统的演化过程。通过对一种镍合金的疲劳实验观察发现，微裂纹在试件疲劳寿命的初始 1% 阶段就开始萌生于驻留滑移带，并起源于滑移带与晶粒边界的交界处，以不断下降的速度生长直至滑移带完全开裂。微裂纹自身难以穿越晶界扩展，而可以通过与邻近晶粒中微裂纹的汇合形成穿晶裂纹。这与我们的观察结果^[11,15]相似。

Price 等人^[18]还观察了试件破坏时的微裂纹群体数密度特征，绝大多数短裂纹萌生于晶内滑移带，并可能穿越晶界扩展，但超过 3~4 个晶粒尺度的裂纹很少。图 5 显示了滑移带微裂纹数目的演化情况。

对一种高强度铜合金 (Monel K500) 的试验观察结果有所不同^[19]，这表明了微裂纹群体行为的复杂性。若疲劳应变足够大以至在一个疲劳周次内就可产生可观的滑移带时，材料的疲劳寿命较短；否则，滑移带将首先发展为晶粒尺度的微裂纹，并由晶内裂纹

扩展为穿晶裂纹。温度的变化不改变疲劳损伤的发展形式。

在一种铬镍铁合金 (Inconel 625) 上的实验观察^[20]发现材料的疲劳行为受滑移带裂纹的控制。即使在很低的应变幅值下, 滑移现象在一个疲劳周次内也较明显。在整个疲劳过程中始终有新的滑移带的生成。直至晶粒内充满滑移带时才开始萌生滑移带裂纹, 并且发展得很慢。裂纹发展缓慢的原因归结为裂端滑移带的分布及难于生成穿晶裂纹。

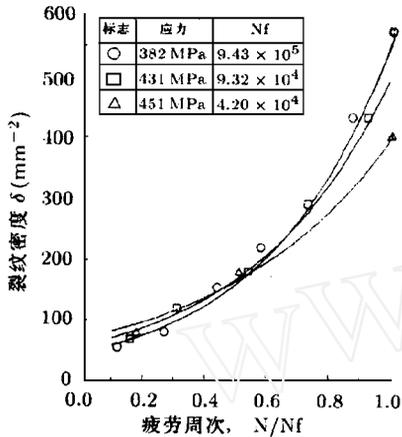


图4 裂纹密度的演化情况

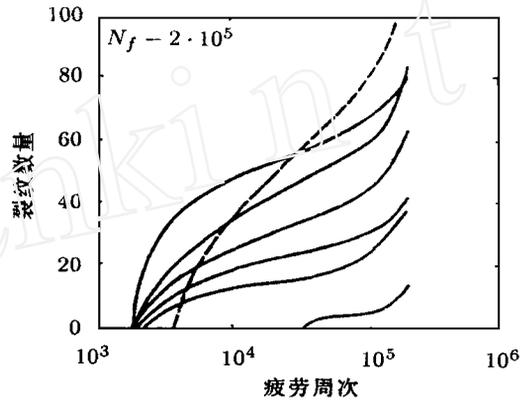


图5 裂纹数量随疲劳周次的变化, 不同曲线代表不同位置的裂纹数量发展情况. (0.5 mm × 0.5 mm)

Pineau 等人^[21]通过在 AISI 316 不锈钢上的疲劳试验考察了多轴应力情况下考虑温度等环境因素时疲劳微裂纹的群体行为。结果表明, 高温下材料表面的氧化作用对裂纹群体的萌生与发展有很大影响; 同时外载形式的影响也不可忽略, 在所考察的情况下, 扭转疲劳寿命总是大大高于拉-压疲劳寿命。通过对多轴应力下疲劳损伤积累的观察, 认为最大的破坏效果出现在裂纹萌生及室温下扭转 拉-压或高温下拉-压 扭转疲劳实验中的裂纹共面生长过程中。

以上观察结果表明, 短裂纹可以萌生于疲劳进程中的任意时刻并与驻留滑移带的发展演化密切相关; 短裂纹的生长受材料细观组织结构的影响, 并且因与邻近随机分布的裂纹相互作用或汇合而得到加速。短裂纹取向的分布由外载和材料细观结构共同决定。群体演化过程受裂纹密度 (亦即裂纹总数) 等内部因素和温度、化学环境等外部因素的控制。

3 裂纹群体的裂纹数密度演化与守恒

短裂纹群体在发展初期, 裂纹一般比较稀疏, 裂纹间的耦合效应较弱。这种情况下, 可以采用白以龙等人^[22~25]发展的理想微裂纹系统模型来分析。

理想微裂纹系统的特征是: 微裂纹的成核与扩展是统计独立的, 裂纹间相互作用不起主要作用; 每个裂纹的成核与扩展过程由该处的局域条件决定, 局域条件与材料性质、载荷及裂纹群体的平均效应有关。裂纹群体由裂纹数密度 $n(a)$ 表征。数密度的演化主要由短裂纹的成核与扩展控制。

考虑裂纹数密度的变化来源于两部分：一是微裂纹萌生的贡献，另一部分是裂纹扩展的贡献，则可推导出微裂纹群体的数密度演化方程^[22]

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial a}(A \cdot n) = n_N \quad (3)$$

式中， t 表示时间， a 表示裂纹尺度， A 、 n_N 分别为裂纹扩展速率与裂纹成核率。依据上式，如果设定 A 及 n_N 的具体形式，就可以解出裂纹数密度的演化过程。方程的理论解经计算有如下形式^[22]

$$n(a, t) = \begin{cases} n_N \cdot t & (a < b_1) \\ \int_{a_1}^a \frac{1}{A(a)} n_N(a) da & (a \geq b_1) \end{cases}$$

www.cnki.net

式中, D_1 用以表示材料的损伤程度, \bar{a} 为一归一化系数. 采用无量纲化数密度演化方程作为控制方程

$$\frac{\partial \bar{n}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial (\bar{A} \bar{n})}{\partial \bar{a}} = N_g \bar{n}_N \quad (7)$$

并设定

经计

$$\bar{A} = \begin{cases} (1 - \bar{a})(\bar{m} - 1) & (\bar{a} < 1) \\ \bar{a}(\bar{m} - 1) & (\bar{a} \geq 1) \end{cases} \quad (8)$$

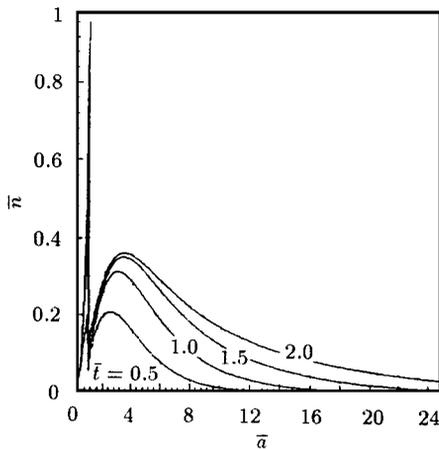


图 7 不同时刻数密度的演化

式中, \bar{n} , \bar{t} , \bar{a} , \bar{m} , \bar{A} , \bar{n}_N 分别是经无量纲化的裂纹数密度、时间、裂纹长度、外载、裂纹扩展速率及成核率, $\bar{m} = \sigma_0 / \sigma_1^*$, σ_0 表示 $D_1 = 0$ 时的应力, σ_1^* 表示裂纹扩展的临界应力, 无量纲化系数 $N_g = \frac{n_N^* \cdot d}{n^* \cdot A^*}$, 其中 n_N^* , n^* , A^* , d 分别为裂纹特征成核率、裂纹特征数密度、裂纹特征扩展速率和材料特征尺度. 方程 (7) 体现了裂纹数密度在相空间内的守恒. 由数值计算得到的数密度的演化过程示于图 7. 这一结果显示了实验中观察到的裂纹数密度分布的双峰特征.

在实际中人们已经注意, 加工经历和加载控制相同的试样, 其疲劳损伤过程却可表现出较大差异. 这显然是材料细观组织结构存在的微扰动导致的. 材料细观组织结构及其与材料行为的复杂响应使得对材料损伤的细观研究十分困难. 利用相空间内对理想微裂纹演化系统的分析, 则可以避开材料损伤的细节过程, 直接把握材料损伤总量的演化规律, 而这往往正是实际工程中所最关心的. 通过数密度演化方程来讨论微裂纹群体的发展规律, 关键在于确定微裂纹扩展速率及成核密度的具体形式, 这原则上应通过细观试验观察与理论计算分析得到. 目前这方面的工作还很不足.

4 蒙特卡洛模拟

蒙特卡洛模拟就是提出裂纹萌生、发展的模型, 在计算机上实现裂纹群体演化的全过程, 并与实验参照.

Pineau 等人^[20,26]对不锈钢受多轴应力的疲劳裂纹群体行为作了模拟. 假设裂纹成核率为

$$= \binom{1}{0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_p / 2} \right)^4 \cdot N = \binom{2}{0} \cdot N \quad (9)$$

其中第一式表示拉-压疲劳的裂纹成核率，第二式表示扭转疲劳的裂纹成核率。式中， $\rho_0^{(1)} = 8 \cdot 10^{-7}$ ， ρ_p 表示应变幅值， N 表示疲劳周次， $\rho_0^{(2)} = 8 \cdot 10^{-9}$ 。假设裂纹生长速率为

$$\frac{da}{dN} = A (\rho_p/2)^m \cdot a \quad \frac{da}{dN} = C (\rho_p/2)^n \cdot a \quad (10)$$

其中第一式表示拉-压疲劳的裂纹扩展速率，第二式表示扭转疲劳的裂纹扩展速率。式中， A ， C ， m ， n 为材料常数， ρ_p 为拉-压应变幅值， ρ_p 表示扭转应变幅值， a 为裂纹尺度。各材料常数随温度不同而变化。

以上公式是由实验中总结出的统计平均意义上的裂纹行为规律。模拟时认为裂纹萌生位置随机分布，萌生裂纹尺度为材料细观结构组织尺度，即晶粒尺度；萌生裂纹方向相同，按照设定的扩展规律生长，当两裂纹裂端塑性区相交时认为即发生裂纹汇合。图 8 是

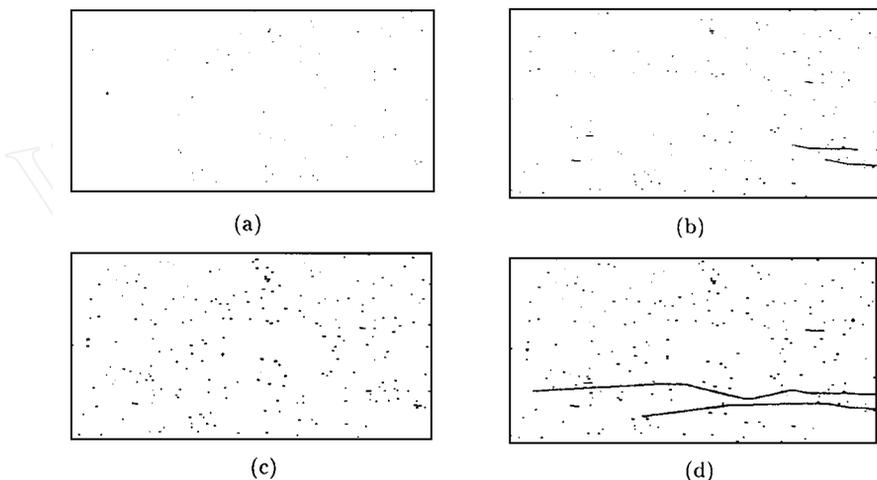


图 8 拉-压与扭转顺序变化 LCF 实验的 Monte Carlo 模拟，试件沿轴线垂直方向

一组模拟过程，图 9 显示最终结果与实验数据符合较好。

Suh 等人^[16]通过模拟考察了疲劳微裂纹萌生、发展与汇合的规律，以及尺度分布、裂纹密度等问题。认为微裂纹随机地萌生于材料体内，萌生裂纹密度仅取决于疲劳周次

$$\rho = F(N) \quad (11)$$

式中 F 的具体形式由实验测定。裂纹扩展规律采用式 (1) 的形式

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (K)^m$$

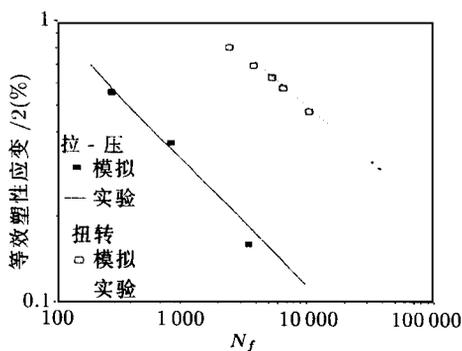


图 9 600℃时拉-压疲劳载荷与室温下扭转疲劳载荷的实验与模拟比较

且 $K = \sqrt{af(a)}$ ，其中 a 为裂纹长度， $f(a)$ 为形状因子。通过对裂纹扩展速率的积分可以获得任意时刻的裂纹长度。与 Pineau 一样，认为两裂纹裂端塑性区相交意味着裂纹将发生汇合，当某一裂纹达到临界尺度时认为材料失效。图 10 是他们的一组模拟结果。Suh 等人还通过模拟裂纹群体萌生、发展的过程给出了材料疲劳寿命的预测。从图 11 中可以看出预测的结果与实验符合得很好。

以上模拟没有考虑裂纹处于短裂纹时期的行为特殊性，而是用成核的方法避开了这一问题。事实上，短裂纹阶段是裂纹发展过程中的一个重要阶段，短裂纹的群体行为对材料疲劳寿命有着很大影响。洪友士、方飏等人^[15,27]在考虑了材料细观结构（例如晶界）的影响及短裂纹角度取向分布等因素的基础上，对短裂纹群体行为作出了模拟。

假设模型：

(1) 短裂纹随机地产生于晶粒阵列中，初始裂纹长度不超过晶粒尺度 d 。在 $[0, d]$ 范围内，萌生裂纹长度随机分布。晶粒有六边形和四边形两种。

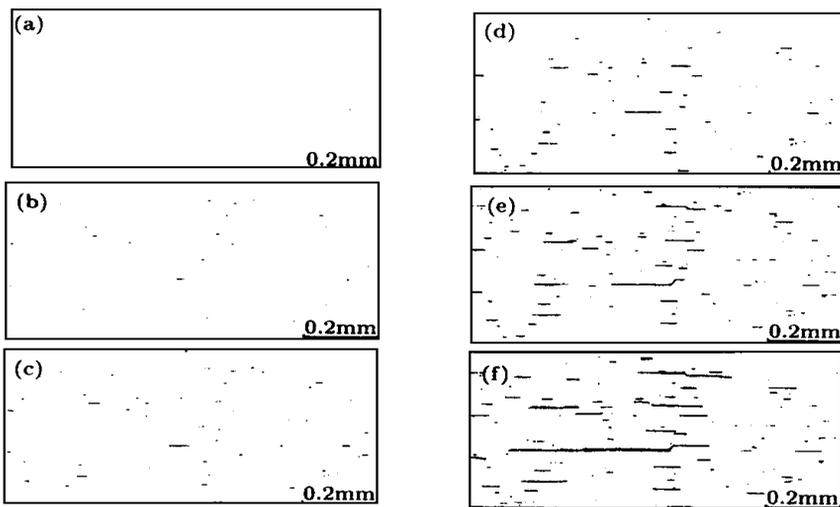


图 10 空气中 538 °C 时疲劳微裂纹的萌生与生长汇合的模拟结果，外载荷为 431 MPa

(2) 每个时间步长内萌生相同数量的短裂纹，已存在的裂纹按与自身长度成正比的速率扩展。

(3) 小于三倍晶粒尺度的裂纹在晶界处将受到阻碍。如裂纹长度大于三倍晶粒尺度，则晶界的阻碍作用不复存在。

(4) 裂纹通过与邻近晶粒中的裂纹相汇合进入下一晶粒。裂纹的连接法则考虑了裂纹的相对位置、相对取向及自身长度等因素。

(5) 裂纹角度分布与晶粒的晶向分布及所假设的裂纹扩展模型有关。

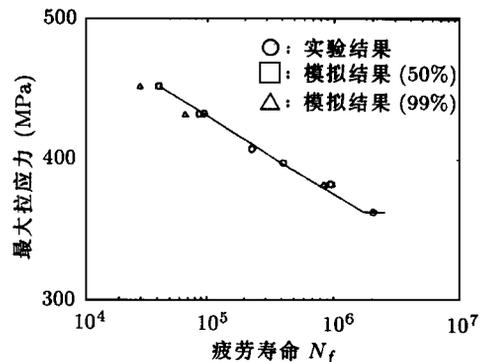
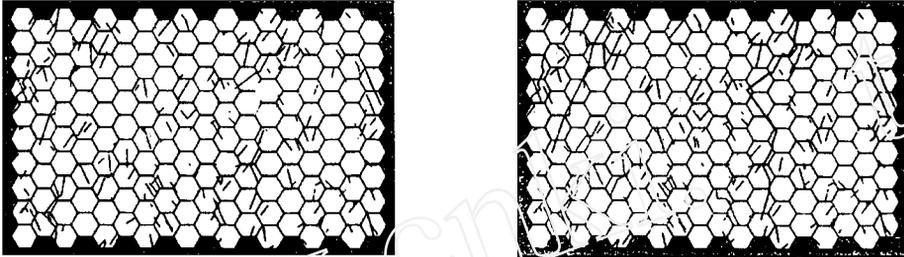


图 11 轴向加载 304 不锈钢在 538 °C 下，对应于不同最大载荷疲劳寿命的模拟预测与实验的比较

蒙特卡洛方法可以通过描述短裂纹群体萌生、发展直至材料破坏的全过程，吸收实验和理论分析的结果并考虑裂纹的随机行为，模拟并预测材料破坏。这一方面可以检验理论模型的合理性，同时还可以直观地再现材料破坏的物理进程。但是由于蒙特卡洛方法要求描述材料损伤的每一细节，所以对计算的复杂程度和计算量提出了很高的要求。目前，所能解决的问题还局限于材料微观结构周期分布、忽略裂纹之间相互作用或直接引用实验中得到的经验公式等。



(a) 短裂纹的弥散分布 (b) 主裂纹的形成

图 12 六角形晶粒阵列中二维短裂纹群体演化的模拟

5 统计方法与随机分析预测材料疲劳寿命和疲劳可靠性

Schijve^[28]根据大量的实验得出结论：对于 2024-T3 铝合金，其疲劳寿命较好地满足三参数 Weibull 分布。虽然他没有指出呈现这一分布的内在原因，却说明了应用统计方法来研究材料疲劳寿命是可行的。

Klussain, Rios 与 Navarro 等人^[29]通过实验提出短裂纹发展的二阶段模型。认为短裂纹的发展历经两个阶段：短裂纹阶段与加速阶段。从而提出

$$N_{tot} = N_{sc} + N_{psc} \quad (12)$$

式中 N_{tot} 为裂纹达到临界尺度所需的疲劳周次，即材料疲劳寿命； N_{sc} 、 N_{psc} 分别表示短裂纹历经两个阶段所需的疲劳周次。其中

$$N_{sc} = \sum_{i=1}^m N_i \quad (13)$$

式中， N_i 表示第一阶段中短裂纹穿过第 i 个晶粒所需的疲劳周次， m 表示进入第二阶段前所需的穿晶次数。这种方法认为所考虑的裂纹具有足够的代表性，是一种平均意义上的行为，所得到的预测寿命也是一种期望值。Yates 与 Miller 等人^[30]利用对裂纹扩展速率积分的方法来预测疲劳寿命，也有类似结果。

She 等人^[31]通过假设裂纹群体的数密度分布，利用统计方法以破坏几率的方式给出了对材料疲劳可靠性的预测。考虑一种脆性石墨中的裂纹群体，认为其中任何一条裂纹的失稳就意味着材料整体的失效。裂纹失稳以临界应变能释放率 G_{cr} 作为判据，得到材料破坏几率

率为
$$P_f = 1 - \exp \left\{ - N_0 \int_V \left[\frac{1}{4} \iint (\dots , G_{cr}) d \dots dV \right. \right. \quad (14)$$

式中, N_0 表示材料中裂纹密度, V 为材料体积, Ω 为球坐标下的空间角, $n(a)$ 表示裂纹数沿 G_{cr} 的分布. 考虑 G_{cr} 与 a 的对应关系, 可以得到与数密度 $n(a)$ 的关系, 代入上式可得

$$P_f = 1 - \exp \left\{ - \int_{a_{cr}}^{\infty} n(a) da \right\} \quad (15)$$

式中 a_{cr} 表示裂纹的临界尺度, $a_{cr} = a_{cr}(G_{cr}, n)$. 这样如果已知某一时刻材料体内的数密度分布, 就可以推知该时刻材料的疲劳可靠程度. 如果假设数密度呈某种正态分布

$$n(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\mu} \exp \left[- \frac{(a - a_m)^2}{2\mu^2} \right] \quad (16)$$

则理论与实验相符较好 (图 13). 上式中 a_m 表示裂纹平均尺度, μ 表示分布的方差.

Goto^[10] 采用相似的方法对疲劳可靠性进行预测. 其不同点在于 a_{cr} 的获得不是由 G_{cr} 推出而是从实验中观察, 以材料失效后残存的最长裂纹的尺度作为裂纹失稳的临界长度, 并假设数密度分布具有三参数 Weibull 分布形式

$$n(a) = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{a}{a_m} \right)^m \right\} \quad (17)$$

式中, m , a_m , μ 分别表示形状参数、分类参数和位置参数. 该理论与实验也相符较好.

为了得到具有明确含义的损伤数密度分布, Bussac 与 Lautridou^[32] 在讨论一种含夹杂材料损伤行为时, 假设裂纹总出现于夹杂与基体的界面, 其尺度与夹杂的尺度密切相关. 假设材料疲劳寿命完全由表面裂纹的数量和尺度决定, 则疲劳寿命的预测可以从讨论材料表面损伤的大小及出现几率入手, 见图 14. 假设这种损伤在材料体内均匀分布, S 为材

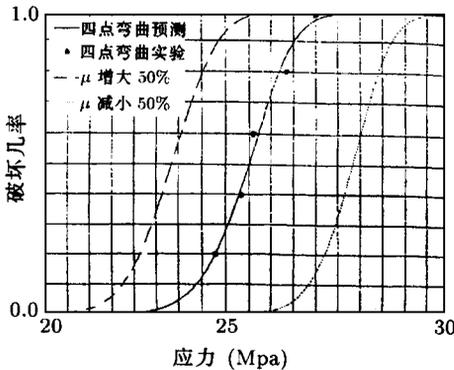


图 13 四点弯曲试样微裂纹分布发散程度对破坏几率的影响

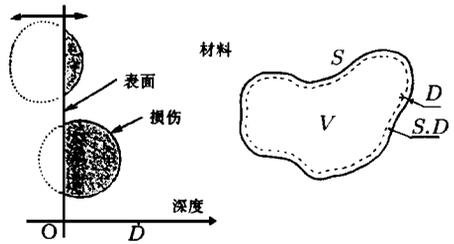


图 14 直径为 D 的表面损伤

料体表面积, D 为表面区深度, V 为材料体积, 则任一损伤出现于表面区的几率为

$$p = SD/V \quad (18)$$

并有

$$\bar{x} = np \quad (19)$$

式中 \bar{x} 为出现于表面区的损伤数的期望值, n 表示材料体内所含损伤总数. 由于 \bar{x} 满足双正态分布, 可得

$$p(x = k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k} \quad (20)$$

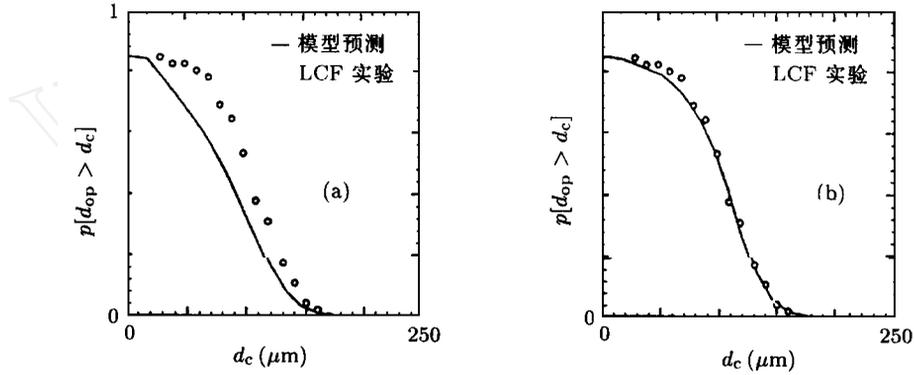
式中 $p(x = k)$ 表示表面区所含损伤数为 k 的几率。类似地可得表面区内含有尺度大于 d_c 的损伤的几率为

$$p(d > d_c) = S(D - d_c) / V \quad (21)$$

如果认为材料疲劳寿命仅取决于材料表面损伤的最大尺度，则有

$$p(N < N_0) = p(d > d_c) = 1 - \exp\left\{-\sum_{D_k > d_c} N_k S(D_k - d_c)\right\} \quad (22)$$

式中， $p(N < N_0)$ 表示材料疲劳寿命低于 N_0 的几率， N_0 是表面损伤尺度最大为 d_c 时的材料疲劳寿命。 D_k 表示第 k 个损伤的尺度， N_k 表示单位体积内尺度为 D_k 的损伤数。由图 15 可以看到，如果适当选取参数，理论与实验可以较好地相符合。



(a) 以渗透深度为判据 (b) 以渗透面积为判据

图 15 两种假设下对含损伤 N18 的实验检验

以上方法都是从获得损伤数密度分布着手，利用不同的判据计算出出现临界状态损伤的几率。

Bolotin^[33]与 Gusev^[34]采用了另一种引入统计方法的思路，即在已知的 $S-N$ (应力-周次) 曲线的某些参数中引入统计因子。这种方法并不改变已建立的裂纹或损伤的累积规律，却能够引入新的统计信息，例如某些材料参数或环境参数的分布信息等。Kopnov^[33]进一步提出了几种损伤群体对材料寿命影响的模型，并采用如下 $S-N$ 公式

$$\log \text{ 裂纹 } = \left. \begin{cases} \log N_0 + m(\log S_R - \log S) & (S > S_R) \\ \text{夹杂} & (S \leq S_R) \end{cases} \right\}$$

此外, Mazumdar^[36]通过讨论平均应变场研究了裂纹群体发展到各个阶段所需的疲劳周次. 认为既然裂纹总是萌生于应变集中区域, 因而以应变为控制量来考虑裂纹的行为, 图 16 显示短裂纹扩展受晶界的影响, 表现为晶界对晶粒内部塑性应变场分布的影响. 由图中可见晶粒内塑性应变场可以用三角形曲线近似, 并有

$$\left\{ \left(\frac{x}{x_1} \right) - 1 \right\} = \left\{ A(x) / A(x_2) \right\} \left\{ x_2 / x_1 \right\} \quad (24)$$

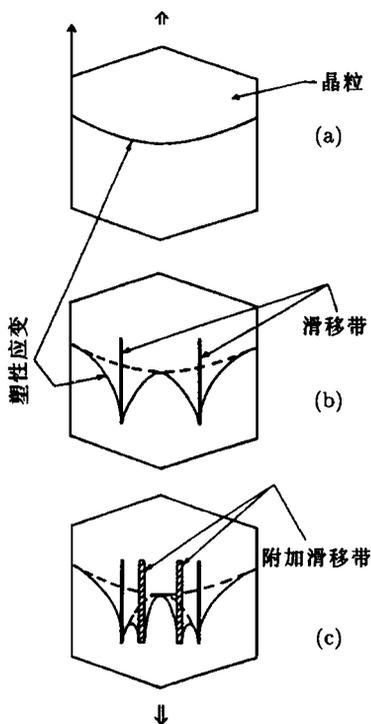


图 16 滑移带对塑性应变尖峰的影响
(a) 晶粒内的初始响应力应变
(b) 二滑移带间的近似应变场
(c) 随着疲劳过程的发展滑移带变化对应变场的影响

式中, x 为晶粒内局部坐标, x_1 为塑性应变极大值点, x_2 为晶界点; $A(x)$ 表示三角形近似下 x 处的塑性应变值, x_1, x_0 分别为极大、极小应变, x_0 即产生裂纹的塑性应变下限, $A(x) = [x_1 - x] / (x_1 - x_0)$, $A(x_2) = (x_1 - x_0)$. 假设裂纹生长速率 $\frac{dL}{dN}$ 仅与塑性应变区尺度 R_p 有关, 即 $\frac{dL}{dN} = q(R_p)$, 则上式可化为

$$\left\{ \left(\frac{x}{x_1} \right) - 1 \right\} (N_i) = \left\{ A(x) / A(x_2) \right\} \left\{ 1 / q \right\} \quad (25)$$

式中 N_i 即生长出 x 长度裂纹所需的疲劳周次. 如果进一步考虑应力及裂纹密度的影响, 上式可化为

$$\left\{ \left(\frac{1}{S} \right)^2 - 1 \right\} (N_i) = \left\{ S(x) / S(x_f) \right\} \left\{ 1 / q \right\} \quad (26)$$

其中, 在推导时利用了

$$A(x) / A(x_2) = p(x) / p(x_2) = S(x) / S(x_f) \quad (27)$$

式中 p 即裂纹密度, x_f 表示材料断裂极限, S 为等效应力值; S 表示所考虑裂纹占据的空间, 这里考虑以 S 作为判据, 当 S 小到某一临界值时, 意味着裂纹密度增大到一定临界值. 预期的疲劳周次与实验符合较好, 见图 17.

Casciati 等人^[37]通过一种改进的过滤方法 (filter technique) 考虑裂纹扩展速率的随机偏差, 并讨论了疲劳裂纹尺度的概率分布. 裂纹扩展控制方程采用如下形式

$$\begin{aligned} d\bar{a}(t) / dt &= F(\bar{a}) \bar{x}(t) \\ \bar{a}(0) &= a_0 \end{aligned} \quad (28)$$

这里 \bar{a} 表示裂纹平均长度, t 表示时间; F 为一非负函数, 与 \bar{x} 分别表示裂纹扩展速率随裂纹长度及时间变化的规律. 方程 (28) 可采用 Stratonovich 平均方法进行求解^[38~40]. 考虑 \bar{x} 中含有随机项

$$\bar{x}(t) = \mu_{\bar{x}} + \bar{y}(t) \quad (29)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{y}(t) &= \cos \bar{\omega}(t) \\ d\bar{y}(t) &= d\bar{W}(t) \end{aligned} \quad (30)$$

式中, $\mu_{\bar{x}}$ 为所设定的 \bar{x} 的平均值, $\bar{y}(t)$ 为 \bar{x} 的随机偏差部分; $\bar{\omega}$ 、 \bar{W} 为模型参量, $\bar{W}(t)$ 为高斯白噪声. 上式中随机偏差表现为一高斯白噪声的过滤形式输出. 代入控制方程, 可得

$$\begin{aligned} d\bar{a}(t) &= F(\bar{a}) [\mu_{\bar{x}} + \cos \bar{\omega}(t)] d\bar{t} \\ d\bar{y}(t) &= \bar{W} d\bar{W}(t) \end{aligned} \quad (31)$$

对上式进行数值求解, 所得结果与实验符合较好. Siberschmid^[41]、Woo^[42]等人也在工作中讨论了裂纹长度分布和裂纹扩展速率随机偏差的关系. 由于这些工作的本质在于关注个别裂纹的行为特征, 所以不能有效地反映短裂纹阶段材料疲劳损伤的演化特点.

6 结 语

虽然短裂纹群体行为在材料疲劳研究中占有十分重要的地位, 但目前对其研究还很充分. 表现在单条短裂纹的萌生、扩展机理与规律尚不十分清楚, 短裂纹群体内部的相互作用尚待探讨, 材料体中裂纹群体行为的模型还很粗糙等等.

研究裂纹群体行为是材料疲劳研究中的一个重要组成部分, 不仅能够对单裂纹行为的研究进行验证与启发, 而且可以对材料疲劳寿命及疲劳可靠性的预测提供有力的帮助.

目前, 以下问题值得进一步探讨:

- (1) 裂纹群体内部的相互作用, 裂纹在群体内的萌生与发展.
- (2) 大量裂纹的集体行为与材料细观结构在其中所起的作用.
- (3) 利用已有知识建立模型, 并对材料疲劳行为作出预测.

参 考 文 献

- 1 Paris P C, Erdogan F. A critical analysis of crack propagation laws. *Trans ASME, ser D*, 1963, 85: 528 ~ 534
- 2 Akyurek T, Bilir O G. A survey of fatigue crack growth life estimation methodologies. *Engng Fract Mech*, 1992, 42: 797 ~ 803
- 3 Tanaka K, Hojo M, Nakai Y. *Fatigue Mechanism: Advances in Quantitative Measurement of Physical Damage* (ed Lankford J, et al). Philadelphia: ASTM STP 811, 1983. 207 ~ 232
- 4 Lankford J, Kusenerge F N. Initiation of fatigue cracks in 4340 steel. *Metall Trans*, 1973, 4: 553 ~ 559
- 5 Lankford J, Kusenerge F N. Inclusion - matrix debonding and fatigue crack initiation in low alloy steel. *Int J Fract*, 1976, 12: 155 ~ 157
- 6 Morris W L, Buck O, Marcus H L. Some further results of surface flaw analysis. *Metall Trans*, 1976, 7A: 1161 ~ 1165
- 7 Morris W L, Buck O, Marcus H L. Stress intensity magnification factors for surface - flawed tension plate and notched

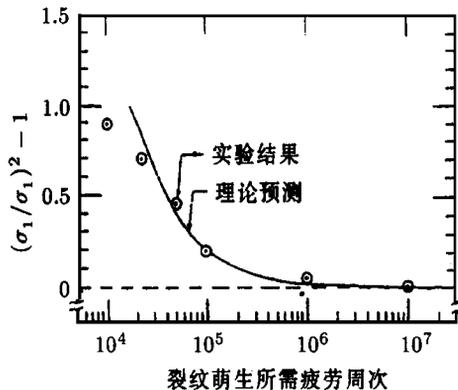


图 17 空气中循环弯曲加载下一种退火 316 不锈钢疲劳寿命的实验与理论比较

- round tension bar. *Metall Trans*, 1978, 9A : 1345 ~ 1348
- 8 Kung Y C, Fine M E. Failure Analysis in the Presence of Ductile Crack Growth. *Metall Trans*, 1979, 10A : 603 ~ 610
- 9 洪友士, 方颺. 疲劳短裂纹萌生及发展的微观过程和理论. *力学进展*, 1993, 23 : 468 ~ 485
- 10 Goto M. Statistical investigation of the behavior of small cracks and fatigue life in carbon steels with different ferrite grain sizes. *Fatig Fract Engng Mater Struct*, 1994, 17 : 635 ~ 649
- 11 洪友士, 吕永华, 郑哲敏. 一种等应力试样中的疲劳短裂纹行为. *金属学报*, 1990, 26 : A46 ~ A52
- 12 Virk I S, Varin R A. Mechanical behavior and microcracks of cubic ternary zirconium trialuminides. *Metall Trans*, 1992, 23A (Feb) : 617 ~ 625
- 13 Biswas D K, Venkatraman M, Narendranath C S, Chatterjee U K. Influence of sulfide inclusion on ductility and fracture behavior of resulfurized HY-80 steel. *Metall Trans*, 1992, 23A (May) : 1479 ~ 1492
- 14 Manson S S, Hirschberg M H. The Propagation of Cracks and the Energy of Elastic Deformation. Syracuse, N Y: Syracuse Univ Press, 1964. 133 ~ 146
- 15 Hong Youshi, Lu Yonghua, Zheng Zhemin. Orientation preference and fractal character of short fatigue cracks in a weld metal. *J of Mater. Sci*, 1991, 26 : 1821 ~ 1826
- 16 Fang Biao, Hong Youshi, Bai Yilong. Experimental and theoretical study on numerical density evolution of short fatigue cracks. *ACTA Mech. Sinica*, 1995, 11 : 144 ~ 152
- 17 Suh C M, Lee J J, Kang Y G, Ahn H J, Woo B C. A simulation of the fatigue crack process in type 304 stainless steel at 538 °C. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1992, 15 : 671 ~ 684
- 18 Price C E. The propagation of bending fatigue in nickel. *Fatig Fract Engng Mater Struct*, 1988, 11 : 483 ~ 491
- 19 Price C E, Henderson G W. The Propagation of bending fatigue in nickel, the propagation of bending fatigue in Monel K500. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1988, 11 : 493 ~ 500
- 20 Price C E, Houghton N R. The propagation of bending fatigue in Inconel 625. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1988, 11 : 501 ~ 508
- 21 Weiss J, Pineau A. Fatigue and creep - fatigue damage of austenitic stainless steels under multiaxial loading, *Metall Trans, ser.* 1993, 24A : 2247 ~ 2261
- 22 Ke F J, Bai Y L, Xia M F. Evolution Characteristics of Idea Microcrack System. *Science in China, Series A*, 1990, (6) : 621 ~ 631
- 23 白以龙, 柯孚久, 夏蒙. 固体中微裂纹系统统计演化的基本描述. *力学学报*, 1991, 23 : 290 ~ 298
- 24 夏蒙, 柯孚久, 吕永华, 白以龙. 理想微裂纹演化系统的特征. *中国科学 A 辑*, 1991, 3 : 276 ~ 284
- 25 Bai Y L, Xia M F, Ke F J, Han W S, Fang B. A self - closed system of equations of damage evolution. *Int J Fract*, 1996, 78 : 331 ~ 334
- 26 Weiss J, Pineau A. Continuous and Sequential Multiaxial Low - Cycle Fatigue Damage in 316 Stainless Steel. In: McDowell L, Ellis R eds. *Advances in Multiaxial Fatigue*. Philadelphia : ASTM STP 1191, 1993. 183 ~ 203
- 27 洪友士, 顾子晏, 方颺. 疲劳短裂纹的损伤特征和计算机模拟. *机械强度*. 1995, 17 (3) : 88 ~ 93
- 28 Schijve J. A normal distribution or a weibull distribution for fatigue lives. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1993, 16 : 851 ~ 859
- 29 Hussain K, de los Rios E R, Navarro A. A two - stage micromechanics model for short fatigue cracks. *Engng Fract Mech*, 1993, 44 : 425 ~ 436
- 30 Yates J R, Zhang W, Miller K J. The initiation and propagation behavior of short fatigue cracks in waspaloy subjected to bending. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1993, 16 : 351 ~ 362
- 31 She S, Landes J D. Statistical analysis of fracture in graphite. *Inter J of Fract*, 1993, 63 : 189 ~ 200
- 32 de Bussac A, Lautridou J C. A probabilistic model for prediction of LCF surface crack initiation in PM alloys. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1993, 16 : 861 ~ 874
- 33 Bolotin V V. *Life Predic of Mech and Struct*. Moscow : Mashinostroeniye, 1984
- 34 Gusev A S. *Fatigue strength and survivability of struct under random loading*. Moscow : Mashinostroeniye, 1989
- 35 Kópnov V A. A randomized endurance limit in fatigue damage accumulation models. *Fatigue Fract Engng Struct*, 1993, 16 : 1041 ~ 1059
- 36 Mazumdar P K. A model for high cycle fatigue. *Engng Fract Mech*, 1992, 41 : 907 ~ 917
- 37 Casciati F, Colombi P, Faraveli L. Fatigue crack size probability distribution via a filter technique. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, 1992, 15 : 463 ~ 475
- 38 Lin Y K, Yang J N. A stochastic theory of fatigue crack propagation. *AIAA J*, 1985, 23 : 117 ~ 124
- 39 Sobczyk K. Modelling of random fatigue crack growth. *Engng Fract Mech*, 1986, 24 : 609 ~ 623

- 40 Solomos G P. First - passage solutions in fatigue crack propagation. *Probab Engng Mech*, 1989, 4: 33 ~ 39
- 41 Silberschimid Vadim V, Chaboche Jean - Louis. Effect of stochasticity on the damage accumulation in solids. *Inter J of Damage Mechanics*, 1994, 3 (Jan.) : 57 ~ 71
- 42 Woo C W, Li D L. A general stochastic dynamic model of continuum damage mechanics. *Inter J of Solids Structure*. 1992, 29: 2921 ~ 2932

COLLECTIVE BEHAVIOUR OF SHORT CRACKS AND FATIGUE LIFE PREDICTION

Qiao Yu Hong Youshi

Laboratory for Non - linear Mechanics of Continuous Media ,

Institute of Mechanics , Chinese Academy of Sciences , Beijing 100080

Abstract Recent advances in collective behaviour of short fatigue cracks are surveyed and discussed , including experiments for collective behaviour of short fatigue cracks , analyses of crack number density , statistical methods , and simulations for development of short cracks.

Keywords short fatigue cracks ; crack collective behaviour ; crack number density , fatigue life