

# 流体机械叶轮设计的研究与发展

罗兴 廖伟丽

西安理工大学水力机械及自动化研究所, 西安 710048

林汝长 陈乃祥

清华大学水电系, 北京 100084

**摘要** 对不可压缩流体机械(水力机械、低速气体机械)叶轮设计的研究现状作了全面的介绍,就各种准三维、全三维反问题和优化问题的设计方法进行了评述.结合笔者对混流式水轮机转轮的全三维反问题和优化问题的研究与实践,对叶轮设计的发展方向提出了建议.

**关键词** 流体机械, 叶轮, 反问题, 优化设计

## 1 引言

流体机械通流部件中的流体运动是非常复杂的三维不定常可压缩粘性流体运动.近年来,由于计算流体力学和计算技术的迅速发展,流体机械通流部件内的正问题研究较为成熟,各种型式的叶片式流体机械,其各个过流件的三维湍流流动有限元法和有限体积法(差分法)的数值计算都有研究和应用<sup>[1~3]</sup>,只是湍流模型尚待进一步完善.可是,通流部件的设计仍是建立在传统通流理论基础上一维和二维方法.目前国内外流体机械叶轮的设计方法绝大多数是以吴仲华<sup>[4]</sup>1952年提出的两类流面理论为基础发展起来的.80年代中期以来,流体机械通流部件的三维流动分析有了长足的发展,它已成为通流部件气动(水力)设计的重要辅助工具.随着技术的不断进步,对流体机械叶轮的综合性能提出越来越高的要求,传统的设计方法已满足不了发展的需要,三维反问题计算也愈来愈受到重视.

本文以不可压缩流动的流体机械(水力机械和低速气体机械)为主,主要对80年代初期以来叶轮的三维反问题和优化问题进行全面综述,并指出发展前景和方向.

## 2 叶片设计问题的提法

根据叶栅流动理论及叶片式流体机械水动(气动)力学计算问题的提法、叶片设计问题有下列几种提法<sup>[5,6]</sup>:

- (1) 给定叶片表面的速度(或压力)分布,求叶片的几何形状;
- (2) 给定叶片一边(一般为吸力面)的速度分布和叶片的厚度分布,求叶片的几何形状;

(3) 给定叶片一边（一般为吸力面）的几何形状及速度分布，求出另一边的几何形状及速度分布；

(4) 给定叶片上的负荷分布（正背面压差分布）及厚度分布，求叶片的几何形状；

(5) 给定叶片上的速度矩  $v_r$  分布及厚度分布，求叶片的几何形状。

严格来说，第（1）种提法称为反问题，第（2）至第（5）种提法称为杂交问题。本文从工程应用角度将它们统称为反问题。

目前二维叶片设计中广泛应用第（1）种反问题设计方法，其主要优点是可以控制叶片表面边界层的发展，以期得到损失较小的叶型。但给定的速度分布需满足一定的约束条件，首先应满足环量约束，实际设计中它可以通过调整叶栅稠密度  $l/t$  来实现；另一方面必须确保叶片闭合，这可以通过修正叶片的速度及形状来满足，但这样得到的叶片与初始给定的速度分布一般是不完全一致的。

为了克服方法（1）的限制，人们提出了（2）、（3）两种给定参数的方法。第（2）种方法可以保证叶片满足刚强度要求，因为按方法（1）设计的叶片有时很薄甚至为负，这显然不合理。方法（2）、（3）的缺点是不能控制叶片正面的速度分布及边界层发展，尽管如此，这两种方法能较灵活地给定叶片上下游的速度分布。

对于三维问题，给定叶片面上的速度分布或压力分布是十分困难的，如转轮下环上的压力分布不仅受上冠压力分布影响，而且还受流道曲率影响，因此，它们不能单独给出；另一方面，在叶片设计中，通常要求沿各条流线的环量差相等，而给定速度分布难以满足这个条件。由于给定速度分布引出的限制条件及困难难以解决，因此，在三维叶片设计中，未见有应用方法（1）的报道。

对于方法（4）目前的研究不多，它也存在难以控制叶片边界层发展及速度分布的缺点，对于三维问题要保证各条流线等功也较困难，其优点是不存在约束，计算方便。至于方法（5），虽然叶片速度分布及边界层发展也不好控制，但它易于控制叶片表面上的负荷分布。目前的三维反问题计算，大多采用给定  $v_r$  分布及厚度分布的设计方法。

### 3 基于两类流面的准三维反问题计算

50年代初，吴仲华提出了  $S_1$  和  $S_2$  流面的概念，在此基础上建立了求解三维流动的普遍理论，从而奠定了流体机械流动理论的研究基础。 $S_1/S_2$  两类相对流面迭代计算叶轮机械内部流场的方法广泛应用于叶轮机械的设计和分析计算。目前国内外流体机械叶轮的设计方法绝大多数是以该理论为基础发展起来的。精确求解  $S_1$  和  $S_2$  流面的流动比较复杂，通常将它们简化成一个平均  $S_{2m}$  流面与一组  $S_1$  旋成流面而构成准三维问题。对正问题，文献 [7, 8] 对各种方法已进行了较为详尽的研究，模型和方法都较为完善。相对来讲，准三维的反问题研究还不足，在反问题计算中，可将准三维问题分为基于平均  $S_{2m}$  流面的反问题和基于  $S_1$  流面的反问题。

#### 3.1 基于平均 $S_{2m}$ 流面的反问题计算

在图 1 正交曲线坐标  $(q_1, q_2, q_3)$  中， $S_{2m}$  流面方程为

$$q_3 = (q_1, q_2) \quad (1)$$

则其流线方程为

$$V_3 - r = \frac{H_3}{H_1} \frac{\partial}{\partial q_1} W_1 + \frac{H_3}{H_2} \frac{\partial}{\partial q_2} W_2 \quad (2)$$

连续方程和运动方程分别为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial q_1} (W_1 H_2 r B_f) + \frac{\partial}{\partial q_2} (W_2 H_1 r B_f) = 0 \\ - \frac{\partial(V_3 r)}{H_2 \partial q_2} \frac{\partial}{H_1 \partial q_1} + \frac{\partial(V_3 r)}{H_1 \partial q_1} \frac{\partial}{H_2 \partial q_2} + \frac{1}{H_1 H_2} \left[ \frac{\partial(H_2 W_2)}{\partial q_1} - \frac{\partial(H_1 W_1)}{\partial q_2} \right] + \\ \frac{1}{W_1 H_2} \frac{\partial}{\partial q_2} (E_i - i) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

其中偏导数符号上的横线表示流面上的偏导数； $E_i$ 、 $i$  分别为进口总能量和速度矩； $H_1, H_2, H_3$  为拉梅系数； $\omega$  为角速度； $r$  为柱坐标  $(r, \theta, z)$  的径向和周向分量； $W, V$  分别为相对速度和绝对速度； $B_f$  为叶片排挤系数；下标 1、2、3 分别表示正交曲线坐标  $(q_1, q_2, q_3)$  方向的分量。在方程 (2)、(3) 和 (4) 中，共有 4 个未知量： $\omega, W_1, W_2, W_3$ 。对于正问题， $(q_1, q_2)$  为已知，方程组封闭；对于反问题， $(q_1, q_2)$  为待求量，为使方程组封闭，需引入补充条件：给定  $V_3 r$  或给定轴面流速  $W_m$ 。因此，基于  $S_{2m}$  流面的反问题又可分为给定速度矩  $V_3 r$  (即  $V r$ ) 分布和给定轴面流速  $W_m$  分布两种方法。

### 3.1.1 给定 $V r$ 的设计方法

反问题计算与正问题计算是紧密相连的。正问题中， $S_{2m}$  流面流动的解法有解速度梯度方程的流线曲率法和解流函数泊松方程的有限元法和差分法。与正问题一样，给定  $V r$  分布的反问题计算方法也是用这两种方法。

#### 3.1.1.1 解速度梯度方程的流线曲率法

以轴面流线  $m$  为正交曲线坐标的  $q_1$  坐标线，引入与流线准正交的曲线  $l$ ，则  $S_{2m}$  流面的速度梯度方程为

$$\frac{dW_m}{dl} = aW_m + b + \frac{c}{W_m} \quad (5)$$

式中  $a, b, c$  为系数。在给定  $V r$  条件下，式 (2) 和 (5) 构成封闭方程，用流线迭代法求解式 (5)，积分法求解式 (2)，给定叶片的厚度分布规律和  $V r$  的分布规律迭代求解式 (5) 和 (2) 即可实现叶片的反问题计算。

Wright 和 Novak<sup>[9]</sup> 在给定  $V r$  和厚度分布规律条件下，应用流线曲率法进行了风机设计。Jansen 和 Kirschner<sup>[10]</sup> 针对离心叶轮的设计，提出了应用流线曲率法进行  $S_{2m}$  流面反问题计算的给定载荷  $(W_s - W_p)$  设计方法。首次提出了通过控制叶轮内流场来设计扭曲叶片，再利用流动计算修正叶片形状的设计方法。苗永森和王尚锦<sup>[11]</sup> 在 Jansen 设计思想的基础上，提出利用流线曲率法反问题的公式解决径、混流式三维叶片的设计，并逐步建立了通过对叶轮内全流场的控制来设计叶片的“全可控涡”设计方法。也就是控制  $V r$  分布以得

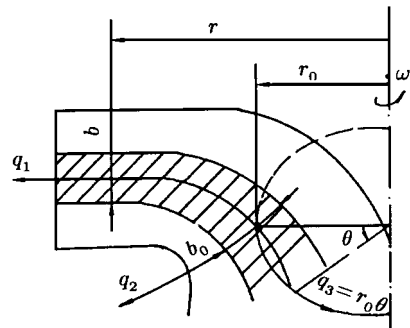


图1 正交曲线坐标

到期望的叶片形状，并且与  $S_1$  流面上的流动分析和损失预估相结合进行叶片的初选。该方法已用于离心压缩机的改型设计<sup>[12]</sup>。流线曲率法以其公式简单紧凑，物理意义明确在流体机械叶轮的正反问题中得到广泛应用。其不足之处是计算的稳定性差，对有旋流动尤为如此。

### 3.1.1.2 解流函数泊松方程的方法

#### (1) 有限元方法

Hirsch 和 Warzee<sup>[13]</sup>最早提出了  $S_{2m}$  流面正问题的有限元解法，引入流函数  $\psi$ ，由  $S_{2m}$  流面的运动方程得流函数  $\psi$  的泊松方程，它用有限元方法求解极为方便。高忠信<sup>[14]</sup>在给定  $V_r$  分布条件下，建立了有限元方法解  $S_{2m}$  流面反问题的设计模型，在不计叶片厚度条件下对混流式叶轮进行了初步设计。吴景春<sup>[15]</sup>也应用这一方法对离心泵叶轮进行了设计，但设计中仅给出进出口的  $V_r$  分布，转轮区的  $V_r$  分布由  $S_1$  流面计算确定。与流线曲率法相比，应用有限元计算更为稳定，且对各种形式的流道均适用，值得推广用于工业设计。

#### (2) 差分法

流函数的泊松方程，也可用差分法求解，Marsh<sup>[16]</sup>建立了  $S_{2m}$  流面上的通流矩阵法，朱荣国<sup>[17]</sup>建立了使用任意非正交曲线坐标和非正交速度分量的  $S_2$  流面反问题计算的差分松弛解法。汪庆桓等人<sup>[18,19]</sup>应用文献 [17] 建立的数学模型对中心  $S_{2m}$  流面进行反问题计算，并和一组  $S_1$  旋成流面迭代进行叶片的准三维设计。 $S_{2m}$  反问题计算中，给定叶轮前后的  $V_r$  分布，叶轮内  $V_r$  分布用系数  $\alpha_r$  确定，即

$$V_r = (V_r)_{in} + \alpha_r [(V_r)_{out} - (V_r)_{in}]$$

$\alpha_r$  由  $S_1$  流面计算确定，接着使用普遍  $S_1/S_2$  流面交替迭代，对设计出来的叶片进行全三维流场分析，最后应用该方法对两级轴流压气机进行了设计计算。

### 3.1.2 给定 $W_m$ 的反问题计算

以  $q_1$  坐标线为流线， $S_2$  流面的方程是一个对函数  $\psi$  的二阶准线性双曲型偏微分方程，其特征方程为： $d q_n = 0$ ，对应的特征线为  $q_2 = \text{const}$  的轴面流线，是已知的，它有全导数

$$\frac{d}{d m} = \frac{V_r - r^2}{V_m r^2} \quad (6)$$

式中  $V_m$  为轴面流速 ( $V_m = W_m$ )， $d = 0$ ，对应的特征线为  $\psi = \text{const}$  的叶片轴面截线，是未知的，它有全导数

$$\frac{d V_r}{d q_2} = F(q_1, q_2) \frac{V_m r^2}{V_r - r^2} \quad (7)$$

通常叶片出口边为一条  $\psi = \text{const}$  的特征线，而且给定了  $V_r$ ，上冠或下环流线为  $q_2 = \text{const}$  的特征线，也给定了  $V_r$ ，这样叶片设计归结为求解 (6)、(7) 的 Goursat 初值问题，用特征线法求解。陈乃祥等人<sup>[20]</sup>按上述理论建立了混流式转轮特征线法的反问题计算方法。对给定、均匀及有势 3 种轴面流场进行了反问题计算。在势流情况与二维势流设计方法计算结果完全重合，说明它为本方法的特例。

有关给定  $W_m$  的特征线法，发表的论文极少，显然研究不够，可能是双曲方程的解较椭圆方程的收敛性和稳定性都差所致。另外，给定  $W_m$  分布不但要满足连续性条件，还应满足

流体动力学条件, 由于流体与叶片是相互作用的, 后者的理论依据较少. 因此, 要准确给出所期望的叶轮的  $w_m$  分布是十分困难的, 它比给定  $v_r$  分布更具经验性. 该方法在工程设计中未见应用.

目前, 在水力机械转轮设计中广泛应用的是给定  $v_r$  的设计方法.

### 3.2 基于 $S_1$ 流面的反问题计算

在流体机械的流动分析中, 一般认为来流是轴对称的.  $S_1$  相对流面上的绝对运动是无旋的, 其反问题归结为求解任意回转面上变厚度流层叶栅的绝对无旋流动反问题. 这一问题的求解方法主要有: 奇点分布法, 当量源法, 变域变分有限元法, 流函数 - 势函数平面法和差分法等.

#### 3.2.1 奇点分布法

奇点分布法在解决各种绕流问题中是应用较早并获得广泛应用的一种数学解析方法. 基本出发点是应用一系列源、汇、涡代替物体对流场的作用. 其正反问题可通过坐标变换将  $S_1$  流面的绕流问题转换成平面上具有连续奇核的第二类 Fredholm 积分方程来求解<sup>[21]</sup>. 反问题计算中, 一般根据初始的翼型及骨线, 采用诱导速度叠加方法及叶片表面速度与叶片相切的条件构成代数方程, 通过逐次逼近达到给定的厚度分布和速度分布, 实现  $S_1$  回转面上的准三维设计. 1973 年 Kashiwabara<sup>[22]</sup> 在  $S_1$  流面上应用奇点法对离心泵叶轮进行了设计计算.  $S_2$  流面的计算没有考虑叶片力的作用, 也未进行  $S_1$  和  $S_2$  流面的迭代计算.

奇点分布法发展得较早, 数学基础严密, 也很容易收敛. 该方法对于无厚叶片的设计计算具有较高的精度, 但对于有厚叶片及挠度较大的叶片的设计有待进一步研究和完善.

#### 3.2.2 当量源法

1985 年 Cedar 和 Stow<sup>[23]</sup> 结合流动计算提出了  $S_1$  流面反问题计算的当量源方法. 其基本思想是: 与边界层计算的当量源法一样, 在设计计算中不修正叶片的几何边界, 而是用置于叶片表面的面源来模拟其叶片表面的修正, 使计算网格不变, 并与正问题计算相结合构成给定速度分布的反问题计算模型.

Jennions 和 Stow<sup>[24,25]</sup> 应用当量源法建立了一套完整的基于  $S_1$  流面反问题计算的准三维设计系统. 它由  $S_2$  流面流动计算、 $S_1$  流面的反问题计算、边界层计算及叶片积迭组成.  $S_2$  流面流动采用流线曲率法计算, 在计算中考虑了叶片排挤、叶片力的作用、叶片流道内流动不均匀性以及损失等对  $S_2$  流面流动的影响. 在给定速度分布条件下, 对一组  $S_1$  流面进行正反问题迭代计算设计叶片, 并辅以边界层分析对方案进行优选. 应用这一系统对压缩机和透平机的叶栅、叶轮进行了设计, 证明了该系统的功能.

当量源法将流动计算、反问题计算和边界层分析结合起来, 计算十分灵活方便, 设计过程计算网格不需变动, 对计算十分有利. 另一优点是设计中能保证翼型的闭合. 不足的是当初始叶型和最终叶型相差较大时, 计算精度要降低且易产生不光滑.

#### 3.2.3 变域变分有限元法

刘高联<sup>[26]</sup> 建立了旋成面叶栅各类杂交命题统一的变域变分原理. 利用泛函的变域变分公式来构造叶面上的边界条件, 建立以流函数 (或势函数) 和叶型几何坐标为未知量的泛函, 通过求泛函极值得到流函数 (或势函数) 及叶型坐标的非线性代数方程组, 迭代求解即可实现叶栅的反问题计算. 该方法中, 叶栅边界条件提法灵活多样, 能考虑流层厚度的变

化，公式简单，且易推广至三维设计。因此，是一种实用的新方法。

郭齐胜<sup>[27,28]</sup>建立了 A 型和 B 型杂交命题的变分原理，并用于二维直列叶栅的叶片设计。Liu 和 Yan<sup>[29]</sup>建立了求解回转面上 A 型杂交命题和离心叶轮的三维杂交命题的变域变分有限元计算模型，并进行了设计计算。该方法不足的是代数方程为非线性方程，求解不易收敛。

### 3.2.4 流函数 - 势函数平面法

这一方法首先是用于通道的流动计算，后来发展用于叶栅的设计。它选  $(r, \theta)$  为坐标， $\psi$  为流函数， $\phi$  为势函数。Bonataki<sup>[30]</sup>将它发展并用于回转面的叶栅设计。由连续方程和无旋条件导出相对速度  $W$  和流动角  $\beta$  以  $(r, \theta)$  为坐标的方程

$$A_1(\ln W) + A_2(\ln W)^2 + A_3(\ln W) + A_4(\ln W) + A_5(\ln W)^2 + A_6(\ln W) + A_7(\ln W) + A_8(\ln W) (\ln W) + A_9 = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = F_1(W, r, \theta, h) \quad (9)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = F_2(W, r, \theta, h) \quad (10)$$

式中  $A_1 - A_9$  为系数， $h$  为流层厚度。方程中只有  $W$ 、 $\beta$  两个未知数，方程 (8)、(9) 或 (10) 构成封闭方程组。在适当的边界条件下，迭代求解该方程组形成  $S_1$  旋成面的反问题计算。

Bonataki 应用该方法分别对离心叶轮、静列叶栅进行设计，证明该方法的有效性。该方法的优点是无需给出初始叶型，且在设计中很容易保证翼型的闭合性，不足的是变换后计算公式稍复杂。

最近，Chaviaropoulos 等人<sup>[31,32]</sup>又将该方法推广应用于三维通流部件有势流动的反问题计算。

### 3.2.5 差分法

葛满初<sup>[33,34]</sup>从欧拉方程出发，导出了  $S_1$  流面上以计算网格的非正交曲线坐标为独立变量的流函数方程反问题通用控制方程组，提出了流函数有旋方程直接反问题的数学物理模型，给定叶片表面的速度及周向厚度的分布规律，对亚音速、跨音速的  $S_1$  流面的反问题应用差分方法进行了研究，并对典型的压气机叶栅进行计算。葛满初<sup>[35]</sup>和王正明<sup>[36]</sup>在无粘正问题和反问题计算的基础上，用分区的物理模型，发展了考虑粘性作用的  $S_1$  流面的反问题计算方法。

### 3.2.6 正反问题迭代法

笔者<sup>[37]</sup>基于  $S_{2m}/S_1$  流面流动迭代计算的准三维正问题分析，提出了一种简单实用的  $S_1$  流面上叶片迭代修正的准三维设计方法。基本的思路是：以  $\bar{v}_r$  和厚度分布为已知条件，通过比较  $S_1$  流面计算的  $\bar{v}_r$  与给定的  $\bar{v}_r$  的差别修正叶片，最终使给定的  $\bar{v}_r$  分布与设计叶片所实现的  $\bar{v}_r$  分布完全一致。叶片修正方程为

$$f^{(n+1)} = f^{(n)} + \frac{d(f^{(n+1)})}{dm} = \frac{- (\bar{v}_r)_{\text{计算}} + (\bar{v}_r)_{\text{给定}}}{W_m r^2}$$

式中  $f$  为叶片中面坐标,  $n$  为迭代次数,  $m$  为流线坐标.

计算表明, 该方法可以得到设计者给定的负荷分布与厚度分布, 提高了设计者对叶片性能的可控性. 设计中给定  $\nabla r$  较文献 [23] 中给定叶片表面速度分布更为灵活. 它可用于轴流式、混流式和离心式等叶片式流体机械叶轮的设计.

## 4 全三维反问题计算

全三维的问题较之准三维问题, 对流动的假设减少了, 能够更好地模拟流动的空间特性, 这对于空间几何形状十分复杂的叶轮来说是极为重要的. 但在三维问题中, 为避免产生病态问题, 给定设计参数时需增加一些约束条件, 比如设计中沿上冠和下环的压力分布不能毫无关联地给出; 此外, 三维问题本身比二维、准三维问题更为复杂, 所需的计算机内存和时间都大, 正是这些原因, 使这一问题研究还不多. 主要的计算方法可分为: 奇点法、泰勒级数法、变域变分有限元法、混合谱方法、拟流函数法和欧拉方程法, 前三种方法只能用于有势流动, 后三种方法可用于有旋流动.

### 4.1 奇点分布法

Okuroumu 和 McCune<sup>[38]</sup>早在 1974 年就研究了轴流叶栅的三维计算问题. 假定叶片无限薄且挠度较小, 对叶栅内部流动作线性化处理, 叶片对流场的作用用涡面来代替, 绕流叶栅的环量 给定为  $r$  的函数, 根据叶片表面速度与叶片骨面相切的条件和给定的涡量分布规律设计叶片. 计算中发现, 在轮缘轮毂处存在奇异性, 需进行处理, 要求  $d/d_r$  在轮缘轮毂处为零. 对亚音速和跨音速作了两个设计算例 (分等功和不等功两种情况进行了设计计算), 指出在不等功设计中如何考虑尾涡面的作用是很重要的. Falco<sup>[39]</sup>应用升力面理论, 对倾斜叶片的三维设计进行了研究, 给定叶片的环量分布规律并假定叶片无限薄且挠度较小, 他证明叶片与边界的相交处具有奇异性, 并认为这一奇异性仅对相交处的局部区域的流动有影响, 采用外推的方法解决这一数值困难是最好的方法.

### 4.2 混合谱方法

1983 年 Tan 等人<sup>[40]</sup>将不可压无粘无旋无厚度平面叶栅的设计方法发展为叶轮机械全三维的反问题计算方法. 它的基本思想是假定叶轮内部的流动理想无旋, 用置于叶片中心的涡面代替叶片对水流的作用. 应用有旋流动的 Clebsch 变换, 将速度分解为有势部分和有旋部分后分别处理. 设叶片骨面方程为

$$s(r, \theta, z) = -f(r, z) \quad (11)$$

由此导出叶片附着涡的表达式为

$$\boldsymbol{\omega} = (\nabla \nabla r \times \nabla_s) \rho(s) \quad (12)$$

计算中将叶轮内部流速分解成周向平均流速  $\bar{\mathbf{v}}$  和周向脉动流速  $\tilde{\mathbf{v}}$  即

$$\mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{v}} \quad (13)$$

$$\bar{\mathbf{v}} = \nabla + r\bar{\nabla} \nabla_s \quad (14)$$

$$\tilde{\nabla} = \nabla \sim - T(s) \nabla \bar{\nabla} r \quad (15)$$

式中  $\bar{\nabla}$  为周向平均势函数;  $\sim$  为周向脉动的势函数;  $T(s) = \sum_{j=0}^{j=B} e^{ijB} / ijB$ ,  $B$  为叶片数; 物理量上的横线表示周向平均量, 波浪线表示周向脉动 (下同). 由连续性条件得周向平均的流函数方程和周向脉动的势函数方程为

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = -r \quad (16)$$

$$\nabla^2 \sim = \nabla \cdot [T(s) \nabla \bar{\nabla} r] \quad (17)$$

由叶片边界条件得叶片方程

$$\bar{\nabla}_z \frac{\partial f}{\partial z} + \bar{\nabla}_r \frac{\partial f}{\partial r} = \frac{\bar{\nabla}}{r} - \tilde{\nabla}_{bl} \cdot \nabla s \quad (18)$$

式中  $\bar{\nabla}_{bl}$  为叶片表面周向脉动流速. 它们构成了理想无旋无厚度三维叶片设计的基本方程组, 在适当的边界条件下, 解上述方程即可实现叶片的全三维设计.

Tan<sup>[40]</sup>首次用特殊函数求解了上述方程组, 设计了一轴流叶轮机叶栅. 周向速度用富氏级数表示, 径向速度用 Besel 级数表示, 叶片角坐标  $f$  用 Chebyshev 函数和余弦级数表示. 指出为了便于数值计算, 要求  $f$  和  $\bar{\nabla}r$  在轮缘和毂处满足法向梯度  $\partial f / \partial n = 0$  和  $\partial \bar{\nabla}r / \partial n = 0$  的条件.

Borges<sup>[6]</sup>在他的博士论文中, 应用这一方法对低速离心叶轮进行了全三维设计. 其基本方程与 Tan 的方程完全一样, 但解法不同. 他采用贴体坐标技术处理不规则区域和方程变换, 应用差分法离散方程, 为加快收敛速度用了多重网格技术, 使计算更为通用. 较为仔细地研究了该方法存在的问题即由于叶片与轮盘、轮盖非正交, 在边界上存在奇异性, 为便于计算需作两个近似处理: 在盘盖附近略去叶片方程中的准正交线方向的分量, 并假定盘盖上的法向脉动速度为零. 在相同设计条件下用常规方法和全三维方法设计了两个叶轮, 并进行了试验, 结果是全三维方法得到的叶轮较常规叶轮弯扭更大, 但具有较高的效率和较宽的高效率区, 出口流动也较常规叶轮均匀. 显示了全三维设计的优越性.

Ghaly<sup>[41]</sup>在他的博士论文中也采用这一方法设计了一离心风机, 设计计算中考虑了流体的可压缩性及叶片排挤的作用.

Zangeneh<sup>[42]</sup>在他的博士论文中也采用这一方法, 但与 Borges 不同的是他用两种方法研究了可压缩性对流场的影响, 一种是略去密度周向变化的简化方法, 另一种是考虑密度变化的真实情况, 其方程与 Ghaly 用的方程相像. 他采用与 Borges 相同的数值方法, 设计完成后, 用 Euler 程序进行了计算, 给定的  $\bar{\nabla}r$  与计算值接近, 证明该方法的有效性. Dang<sup>[43]</sup>又将这一方法推广到跨声速三维离心和轴流压缩机叶轮的设计. 其周期性流动采用有限体积法求解. 最近 Zangeneh<sup>[44]</sup>在该方法中应用粘性与无粘性迭代引入粘性作用的影响, 粘性计算采用 Dawes<sup>[45]</sup>发展的三维粘性算法, 分别应用排挤系数和附加粘性涡项来考虑粘性的作用. 最后将该算法应用于 Eckardt 's 的后弯  $30^\circ$  叶轮的设计, 证明了该方法的有效性.

在水力机械的叶轮设计中, Bando<sup>[46]</sup>应用 Tan 的方法, 对一个三叶片的水泵叶轮进行了设计. 计算中给定叶片的厚度分布规律和叶片正背面的负荷 (即正背面的压力差  $P$ ) 分布



规律. 与上述不同的是其厚度用方程

$$\nabla^2 = Q \quad (19)$$

$$\nabla^2 = q \quad (20)$$

来描述, 使设计更为灵活. 其中

$$q = 2Q \operatorname{Re} \sum_{j=1} \exp(ijB) \quad (21)$$

$$Q = \frac{B}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (\tilde{W}_r^* t) + \frac{\partial}{\partial z} (W_z^* r) \right] \quad (22)$$

式中上标星号表示叶片中面上的参量, 下标  $r, z$  表示柱坐标  $r, z$  方向上的分量. 用差分法解控制方程. 叶生海<sup>[47]</sup>用与 Borges 相同的方程和方法对混流式水轮机转轮进行了初步设计.

笔者<sup>[48]</sup>应用上述思想, 从三维欧拉方程导出周向平均流动的流函数的控制方程

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \right) = F(r, z) + R(r, z) \quad (23)$$

式中  $F(r, z)$  为来流涡和叶片涡的周向分量和,  $R(r, z)$  代表叶片内周向脉动速度对轴面流场的作用, 它们的详细表达式见文献 [37]. 这样它与方程 (21)、(22) 构成了可以考虑来流有旋叶片有限厚的全三维反问题计算模型, 文献 [37] 结合中、高比速混流式转轮的设计对这一模型进行了详细的研究, 为设计性能良好的转轮提供了有益的经验. 它可用于轴流式、混流式和离心式等叶片式流体机械转轮的设计.

### 4.3 泰勒级数展开方法

1952 年 Wu<sup>[41]</sup>提出叶轮机械的三维反问题计算可以通过已知的叶片流道中间  $S_{2m}$  流面的流动沿周向进行泰勒级数近似展开来实现. 即流道中任一流动参数  $q(\cdot)$  可以表示为中间  $S_{2m}$  流面  $m$  的泰勒级数近似展开

$$q(\cdot) = q(m) + (\cdot - m) q'(m) + \frac{(\cdot - m)^2}{2} q''(m) + \dots \quad (24)$$

Zhao<sup>[49]</sup>利用这一思想, 选择与  $S_{2m}$  流面重合的坐标面, 提出了一种简单的三维反问题的计算方法. 设计中给定  $S_{2m}$  流面的  $\bar{v}_r$  分布规律及周向厚度分布规律以及叶轮的子午面形状. 计算中仅采用二阶泰勒展开, 流动参数在  $S_{2m}$  流面的周向导数由无旋和等熵条件导出. 叶片的压力面和吸力面可以从  $S_{2m}$  流面展开求得, 即

$$\text{解. } r \text{ 程} = m + \text{计算} - 2m \left[ \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{2} (\cdot - 2m)^2 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{\partial}{\partial r} + \dots \right. \right] \quad (25)$$

也可以直接展开得到即

$$\text{结} = m \text{ 含}, (\cdot - 2m) B_m + \frac{1}{2} (\cdot - 2m)^2 \left[ \frac{\partial B}{\partial z} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{6} (\cdot - 2m)^3 \left\{ \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} \frac{\partial}{\partial r} + \dots \right. \right] \quad (26)$$

设计中发现给定的  $\nabla r$  分布必须满足其周向约束条件以使上冠和下环面为流面，并提出了一种近似处理方法。文中计算了一轴流叶栅和轴流叶轮，并和三维流动分析进行了比较，其结果除了叶片头部区域外差别很小。

#### 4.4 拟流函数法

对于三维有旋流动，一般可以假定<sup>[50]</sup>

$$V = -\nabla\psi + \nabla\chi \quad (27)$$

在叶轮机内部流动中，流场中一般没有源汇，因此可以直接定义

$$V = \nabla \times W \quad (28)$$

徐建中<sup>[51]</sup>在上式定义基础上提出了拟流函数的概念。在一般的非正交曲线坐标中，拟流函数的表达式为

$$\sqrt{g} W^1 = \frac{\partial \psi}{\partial x^3} \quad (29)$$

$$\sqrt{g} W^2 = \frac{\partial \psi}{\partial x^2} \quad (30)$$

$$\sqrt{g} W^3 = -\frac{\partial \psi}{\partial x^1} + \frac{\partial \chi}{\partial x^2} \quad (31)$$

将上述定义代入相对定常无粘流体的绝热流动基本方程，有

$$W^j \left[ \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^3} x^j + W^i W^i \frac{1}{ij} + 2 \frac{1}{ij} W^j - R \right]^2 r^1 = -RT \frac{\partial n}{\partial x^1} g^{k1} - R \frac{\partial T}{\partial x^1} g^{k1} \quad (32)$$

$$W^j \left[ \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^3} x^j + W^i W^i \frac{2}{ij} + 2 \frac{1}{ij} W^j - ( )^2 r^2 = -RT \frac{\partial n}{\partial x^2} g^{k2} - R \frac{\partial T}{\partial x^2} g^{k2} \quad (33)$$

再辅以密度方程就构成拟流函数正问题的基本方程。式中  $W^j$  ( $j = 1, 3$ ) 为相对速度在非正交曲线坐标  $x^j$  ( $j = 1, 3$ ) 方向的坐标分量， $\frac{1}{ij}$  为克里斯托夫符号， $R$  为气体常数， $T$  为温度，有关式 (29) - (33) 中因采用非正交曲线坐标而产生的几何物理量的含义见文献 [51]。

Xu<sup>[52,53]</sup>在此基础上建立了反-正-反问题的三维拟流函数反问题计算方法。通过泰勒级数展开建立叶片修正量  $x^1$  和马赫数  $M$  分布规律之间的关系

$$x^1 = \frac{-M_0 + \sqrt{M_0^2 - 2(M_0 - M)M_0}}{2(M_0 - M)} \quad (34)$$

在给定叶片马赫数分布的条件下，用逐步逼近的方法对三维叶栅进行了设计计算。

## 4.5 欧拉方程法

这也是一种反-正-反问题的设计方法，正问题求解采用在可压缩流动分析中得到成功应用的时间推进法。它们均是解不定常的欧拉方程。该方程可以写成

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0 \quad (35)$$

当  $t \rightarrow \infty$  时，得到定常流动。1982年 Tong 等人<sup>[54]</sup>首先将不定常 Euler 方程的时间推进法用于二维叶栅的反问题计算。Meauze<sup>[55]</sup>几乎同时应用修正的不定常欧拉方程

$$\frac{\partial f}{\partial t} - (W \nabla) f + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + f \frac{u}{h} \frac{dh}{dx} = 0 \quad (36)$$

求解了变厚度流层的反问题，式中  $h$  为流层厚度。后来，Singh<sup>[56]</sup>、Leonard<sup>[57]</sup>、Zannetti<sup>[58]</sup>发展和完善了这一方法。Zannetti<sup>[59]</sup>将它推广到三维欧拉反问题计算。

对于反-正-反问题的设计方法，关键是建立叶片几何参数与给定设计参数之间的关系。Tong 通过给定的压力分布与计算的压力分布的差值定义一个虚拟的边界速度，以此修正叶片的形状。后来 Leonard 也采用这一方法，叶片的法向修正量  $n$  由下式确定

$$n(r)_{i-1} + s \frac{(n)_{i-1} + (n)_{i+1}}{2} = n(r)_i \quad (37)$$

Zannetti 在三维反问题计算中，给定叶片的负荷分布  $P$  及厚度分布。由边界条件引出叶片修正量的关系式，并对一喷管及三维叶栅内的反问题进行了计算。

## 5 叶轮粘性流动的反问题

随着粘性流动计算方法的发展，与正问题一样，流体机械通流部件的反问题研究也存在如何考虑粘性影响的问题。由于通流部件内粘性流动问题极为复杂，直至今日尚未有一种完善的湍流模型，故对这一问题研究较少。下面对粘性流动的反问题简要综述如下。

### 5.1 二维叶栅粘性流动反问题

葛满初等人<sup>[35]</sup>研究了可压无粘与有粘亚、跨音  $S_1$  流面反问题的计算方法，提出了一种粘性反问题的物理模型，解决了粘性反问题定解问题的提法，使粘性反问题的求解得以可能。该模型的要点为：应用粘性流动的分区物理模型，发展边界层反问题、无粘与有粘的两步求解法，以及两种不同的求解过程，其一为规定主流与边界层分界面上的速度分布求解叶片的几何形状，另一种为规定叶片的切向厚度与叶片吸力面附近分界面上的速度分布求解叶型坐标。对主流无粘区采用了流函数形式的反问题二阶偏微分方程，对粘性计算区采用回转面边界层反问题方程，具体形式见文献 [50]。用此方法编制了计算程序并进行了实例计算，结果表明该方法是有效的，能够得到满足气动和强度要求的叶片。

王正明<sup>[36]</sup>也采用无粘主流区和边界层迭代的计算模型建立了叶栅粘性流动的反问题计算方法。他把叶面压力分布直接作为给定条件，以其流函数反问题解法作为基础，基于把流场分为无粘主流区和边界层区的假设，利用在边界层内叶面法向压力不变和无粘主流区的等熵流动关系，将叶面的压力分布条件转换为边界层边界处的速度分布，又由于叶片边界层边界处的速度分布与叶面加边界层位移厚度后在无粘条件下算得的位移表面的速度分布是一致的，从而把叶栅粘性流动反问题的一般提法进一步转化为以叶型表面加位移厚度后的边界处

在无粘条件下的速度分布求叶型坐标的问题。结合算例又详细讨论了粘性边界层修正的几种数值方法，通过典型叶栅的设计和非常设计工况下的试验，验证了该方法的准确性与可行性。

### 5.2 叶轮内三维粘性流动的反问题

Zangeneh<sup>[44]</sup>在三维无粘混合谱方法的基础上提出了一种无粘与粘性迭代的三维叶轮设计的反问题方法。其基本思路是：给定叶片的周向厚度分布规律和叶片表面的速度矩  $\overline{V}r$  分布规律，由叶片表面为流面建立三维反问题计算模型，粘性的影响通过无粘与粘性迭代引入设计中，并提出了两种引入粘性的方法。其一为气动排挤法，气动排挤系数定义为叶片通道中的几何平均速度与质量平均速度的比值，即

$$B_{aero} = \frac{\overline{V}_m^{aero}}{\overline{V}_m^{mass}} \quad (38)$$

式中

$$\overline{V}_m^{mass} = \frac{2 \int_p^s V_m V_m r dr}{2 \int_p^s V_m r dr}, \quad \overline{V}_m^{aero} = \frac{2 \int_p^s V_m r dr}{2 \int_p^s r dr}$$

另一种方法是附加涡方法。即在混合谱方法中叶片通道中的旋涡由叶片涡  $\omega_{bl}$  和粘性附加涡  $\omega_v$  组成

$$\omega = \omega_{bl} + \omega_v \quad (39)$$

粘性附加涡  $\omega_v$  由涡量运动方程求得，详细参见 [44]。在上述两种方法中粘性计算采用 Dawes<sup>[45]</sup>发展的三维粘性算法，最后将该算法应用于 Eckardt 's 的后弯 30° 叶轮的设计，证明了该方法的有效性。

## 6 转轮的优化设计

优化设计是工程设计的发展方向。在流体机械的研究中，早期对翼型、叶栅的设计大多是通过试验方法，改变其主要的几何参数，并且通常是以研究不同流动条件下翼型、叶栅的气动或水力特性来取得系统的资料作为寻优的依据。50 年代，随着计算流体力学的发展，人们开始从流动计算途径，结合经验修正，进行叶栅的优化，60 至 70 年代，计算技术及最优控制理论的发展，开始从理论上求出叶片的最优速度分布，进行叶栅设计<sup>[60]</sup>。80 年代随着计算机的发展和广泛应用，开始对流体机械整个通流部件或部分通流部件进行优化设计<sup>[61~64]</sup>。吴宝仁和刘高联<sup>[65]</sup>对叶轮机械叶片气动优化理论的研究与发展进行了较为详细的综述。文中对优化研究，包括叶栅 ( $S_1$ ) 优化理论， $S_{2m}$  流面以及整个旋转叶轮的最优化理论进行了评述，指出 80 年代初期以前的研究工作和成果主要集中在亚声速下的平面叶栅 (轴流  $S_1$  流面) 和最优流型问题上，并对今后的研究提出建议。陈林根和张俊迈<sup>[66]</sup>介绍了目前国内外基于一维流动理论的轴流式透平机械通流部分优化设计的现状，指出了有待进一

步完善的一些问题。从检索到的文献可知，在流体机械的优化设计中应用的主要方法有：最优控制论方法、数学规划方法和正问题-反问题准则筛选方法。

### 6.1 最优控制论方法

最优控制论方法大多只针对平面叶栅，它主要解决两个问题：1 是确定最优速度分布的形式；2 是设计出符合这种速度分布的翼型叶栅。Papailou<sup>[60]</sup>最早进行叶栅优化理论研究，并做了大量工作。刘高联<sup>[67,68]</sup>对不可压叶栅的最佳设计问题作了全面的理论论述。目前大部分研究集中在使叶栅尽可能有小的能量损失，并使用最优控制论方法进行求解。叶栅优化常以效率最高作为优化目标。通常根据叶型损失系数与边界层动量损失厚度之间的关系，以及湍流边界层动量损失厚度的计算公式，将叶片背面（吸力面）最优速度分布的求解转化为满足环量及边界层不发生分离的约束条件下求泛函的极小值问题。

刘高联<sup>[67,68]</sup>证明了能量损失最小和环量最大是相关的两个最优化问题，在边界层理论的基础上建立了较完善的物理模型与数学表达式，考虑了实际的约束条件，用分段式极值原理与分离约束原理求最优翼型叶栅。华耀南<sup>[69]</sup>根据二维不可压湍流边界层理论导出叶栅吸力面优化速度分布的一般形式，提出按给定的进出口气流条件估算叶背环量的方法，从而确定最优速度分布。

邹滋祥<sup>[70]</sup>根据叶栅动能损失系数的最小值与叶栅翼型出口边上动能损失厚度的最小值同时发生，从而以动量损失厚度最小为目标，建立优化问题的泛函。然后推广到可压缩流动的任意回转面上，同时还证明了经推广后仍然是叶栅壁面的最佳流速分布。

吕文灿<sup>[71]</sup>的流形优化分析也应属于这一问题。他的提法是在给定流量与加功量下求叶轮出口截面上的旋涡  $V_r$  分布使级的效率最高。

### 6.2 数学规划方法

工程优化设计问题一般可以表示为数学规划问题，其数学模型为，设极小化目标函数  $F(X)$ ，即

$$\min F(X) \quad X \in E^n \quad (40)$$

且满足约束条件

$$h_j(X) = 0 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (41)$$

$$g_j(X) \leq 0 \quad j = m + 1, \dots, p \quad (42)$$

设计变量  $X$  是一个  $n$  维向量。在流体机械的设计中，一般以综合的水力或气动性能作为目标函数，有时需增加强度、振动等条件。

陈学纯<sup>[61]</sup>研究了轴流式水轮机叶片几何参数及流动参数的优化问题。用二维势流及边界层积分分析计算转轮的损失，将叶片几何形状用一组特征系数表示，建立了满足环量要求，几何要求及流动条件下使转轮损失最小及表面流速不均匀达到最小的优化模型。以双抛物线翼型叶栅作为算例进行计算，并与试验比较，计算所得到的最优值与实验值相接近。

Massardo<sup>[62,63]</sup>对轴流压缩机叶轮进行了优化计算，其目标函数是效率、过流面积及静压余量的综合指标，即

$$F(X) = G(1 - \tau_T) + G_A(1 - \bar{A}_{SP}) + G_c(1 - C_h) \quad (43)$$

式中  $G$ 、 $G_A$  和  $G_c$  为权系数，它们的和为 1。首先采用中心流线法计算目标函数，对一些主要几何参数及流动参数的取值范围分单目标和多目标两种情况进行优化计算。其次采用通流分析计算目标函数，将优化参量  $X$  的任一分量  $x_n$  表示为半径  $R$  的函数

$$x_n = a_{n1} + a_{n2}R + a_{n3}R^2 \quad (44)$$

建立了轴流式叶轮优化计算较为完整的数学模型，并进行了优化分析。

金树德和陈次昌<sup>[72]</sup>论述了优化设计方法在水泵设计中的应用，建立了以损失最小为目标的优化模型，并与加大流量法相结合，对一台低比速离心泵进行了设计。最近赖喜德<sup>[73]</sup>结合混流式转轮内的流动特点，建立了混流式转轮叶片优化设计的数学模型，将转轮的优化归结为回转面上叶栅的优化，对约束条件和目标函数的选择作了一些有益的讨论，但也未见有实际应用的报道。

笔者<sup>[37]</sup>研究混流式转轮的优化设计问题，对优化中的优化参量、目标函数和约束条件进行了详细的描述，可概括为：转轮的优化参量为叶片数、轴面流道及叶片进出口边的轴面投影的几何形状的函数，以及  $\sqrt{r}$  或叶片角 的分布函数。目标函数为转轮的损失系数 和空化系数 的加权和，即

$$F = G + G \quad (45)$$

权系数  $G$  和  $G$  之和为 1，调整权系数的分布可实现对转轮性能的控制。约束条件有几何结构约束，不分离约束，能量约束和最大流速约束。

基于上述模型，以全三维反问题计算为基础，对混流式水轮机转轮进行了优化设计。计算表明，通过优化是可以改善转轮的性能并可通过调整权系数实现对转轮性能的控制。

### 6.3 反-正-反问题准则筛选法<sup>[74]</sup>

沈天耀在分析极小化方法的弱点——目标函数求解费时而且困难的情况下，提出了反-正-反问题的准则筛选法。基本提法是：优化参量  $X$  为决定叶轮及其它通流部件的几何参数组，从流动理论出发，分析叶轮等通流部件的损失机理，建立减少损失与控制性能指标的目标函数

$$G_i(X) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (46)$$

在反-正-反问题的计算中，寻求一组  $X$ ，用  $G_i(X)$  进行筛选，满足全部  $G_i(X) \leq 0$  的  $X$ ，这就是气动或水力优化方案。

何伟<sup>[75]</sup>通过对离心叶轮的流动研究，针对离心泵提出了以射流-尾流模型为基础，以减小流场畸变为目标的优化模型，将这一优化设计计算应用于 IB 系列的离心泵优化计算，计算结果与实际参数较为吻合。

虽然准则筛选法是针对极小化方法的不足提出来的，但其理论基础不完善，各种准则的建立主要依靠定性分析和经验参数，如正问题计算反映不出流动的真实效应，应用这种方法无法设计出性能优良的转轮。

## 7 结 语

综上所述,可以得到下列结论:

(1) 准三维反问题的研究还不完善.

基于  $S_{2m}$  流面的反问题计算以有限元方法较为实用,它公式简单计算稳定,适用于各种几何边界.尚待进一步研究的是周向不均匀性对转轮设计的影响.

已有的准三维设计方法<sup>[15,18,19]</sup>只能控制转轮进出口分布,中间的  $\bar{v}_r$  分布由  $S_1$  计算确定,转轮设计建立在叶片构型的基础上,能否得到所期望的转轮与叶片构型的方法密切相关.因此,它们大多是在叶型相对简单的轴流式叶轮中得到应用,对叶片形状弯扭较大的混流式叶轮的设计尚未见到报道.

而  $S_{2m}$  流面的全可控涡设计方法<sup>[11,12]</sup>又未考虑叶轮内周向不均匀性对设计的影响.可见建立完整的  $S_1/S_{2m}$  迭代的准三维可控涡设计方法是有待进一步研究的.

(2) 基于  $S_1$  流面的反问题计算方法较多,且各有特点,其中当量源法和非正交曲线坐标下的差分法将流动计算与叶片设计统一起来,设计计算十分灵活,只是在混流式或离心式叶轮设计中,如何给定叶片面的速度和压力分布十分困难,尚需进一步研究.变域变分法叶栅边界条件提法灵活多样,这两种方法都可推广用于三维设计,是很有发展前途的.虽然  $S_1$  流面的反问题方法较多,但  $S_{2m}$  与流面迭代构成的准三维设计方法研究还不够,文献[24,25]建立了一套完整的准三维设计系统,但在实际设计时,给定叶片的速度或负荷分布是非常困难的,这也许是这种准三维设计方法研究不多的一个原因.

笔者提出的基于准三维流动分析的  $S_1$  流面叶片设计方法,能得到给定的  $\bar{v}_r$  分布的叶轮,是叶轮设计的一种较为有效的方法.

(3) 三维反问题计算方法不多,也不完善.

奇点分布法因在盘盖与叶轮非正交而产生奇异.这一奇异问题的处理是该方法应用成功与否的关键.

混合谱法将三维流动分解为二维流动求解,使三维计算大为简化,但与奇点法一样,在边界上存在奇异性,它也是该方法能否收敛的关键.泰勒展开法计算也简单,仅需计算一个  $S_{2m}$  流面上的流动,但计算中如何计算周向导数需作进一步假设和限制,以上3种方法都限于无粘无旋流动计算,都存在为使上冠,下环(轮盖、轮盘)成为流面而在设计中受到种种限制,这些限制又均成为计算成功与否的关键.此处泰勒展开法仅适用于稠密叶栅.

笔者从三维的 Euler 方程作周向平均处理导出周向平均流动方程,从而使混合谱法也可用于来流有旋的叶轮设计.拟流函数法和欧拉法均是反-正-反问题的逼近方法,它们在计算中不存在上面3种方法那样的限制而且可以考虑流动的有旋性,是两种很有发展前途的方法.拟流函数法简单,是值得进一步研究的.欧拉法计算复杂,其正问题计算也不完全成熟.另外,这两种方法均存在如何建立给定设计参数与叶片修正量之间关系的问题,它将影响收敛的速度.

(4) 由于种种原因,通流部件的优化理论尚不完善,优化方法在流体机械通流部件的设计中应用还不多,目前主要的工作是针对叶栅的优化,笔者基于三维的反问题计算,在一定的约束条件下,建立了以损失系数和空化系数的加权和为目标函数,以  $\bar{v}_r$  分布为优化参量的全三维优化设计模型.较为完整的优化模型还应将轴面流道,叶片轴面流道的位置与  $\bar{v}_r$  分布一起优化.因此,在转轮优化中旋转叶轮的优化理论研究,基于各种实验和理论研

究建立较为通用的性能预估模型,是当前急需解决的问题。

(5) 在反问题计算中考虑粘性的影响研究较少,也很不完善。如何考虑粘性的作用是今后研究的一个重要课题。

## 参 考 文 献

- 1 Lakshminarayana B. *ASME J. Fluids Engineering*, 1991, 113: 315 ~ 352
- 2 Vu T C, Heon K, Shyy W. Beijing: Proceeding of 17th IAHR symposium, 1994. 329 ~ 340
- 3 林斌良. 水利学报, 1989, 8: 22 ~ 32
- 4 Wu C H. NACA, TN2604. 1952
- 5 刘高联. 空气动力学报, 1985, 3: 24 ~ 33
- 6 Borges J E. Ph. D. Dissertation, Department of Engineering, Cambridge University, 1986
- 7 Wang Q H, Zhu G X, Wu C H. *ASME J. Engng. for Gas Turbines and Power*, 1985, 107: 277 ~ 285
- 8 忻孝康, 朱士灿, 蒋锦良. 叶轮机械三元流动与准正交面法. 复旦大学出版社, 1988. 29 ~ 183
- 9 Wright L C, Novak R A. ASME Paper 60-WA-270. 1960
- 10 Jansen W, Kirschner A M. NASA SP304. 1975. 537 ~ 563
- 11 苗永森, 王尚锦. 工程热物理学报, 1981, 2 (2): 157 ~ 159
- 12 王尚锦. 离心压缩机三维流动理论及应用. 西安交通大学出版社, 1991. 191 ~ 296
- 13 Hirsch C, Warzee G. *ASME J. Fluids Engng.*, 1976, 98: 403 ~ 421
- 14 高忠信. 水利学报, 1992, 4: 63 ~ 69
- 15 Wu J C. Beijing: Proceeding of International Conference on Pumps and Systems, 1992. 456 ~ 461
- 16 Marsh H. ARC R & M 3509. 1966
- 17 朱荣国. 工程热物理学报, 1980, 1 (1): 28 ~ 35
- 18 汪庆恒, 朱根兴, 张英华, 王斌. 工程热物理学报, 1985, 6 (1): 27 ~ 32
- 19 汪庆恒, 朱根兴, 吴仲华. 工程热物理学报, 1985, 6 (3): 125 ~ 129
- 20 陈乃祥, 林汝长, 曹树良, 瞿伦富. 机械工程学报, 1990, 29 (5): 77 ~ 82
- 21 钱涵欣, 林汝长. 水力发电学报, 1995, 2: 34 ~ 41
- 22 Kashiwabara Y. *Bulletin of JSME*, 1973, 16 (92): 765 ~ 772
- 23 Cedar R D, Stow P. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 1985, 5: 331 ~ 307
- 24 Jennious I K, Stow P. *ASME J. Eng. for Gas Turbines and Power*, 1985, 107 (2): 301 ~ 307
- 25 Jennious I K, Stow P. *ASME J. Eng. for Gas Turbines and Power*, 1985, 107 (2): 308 ~ 316
- 26 Liu G L, Yan S. ASME Paper 91-GT-169. 1991
- 27 郭齐胜, 钱涵欣, 林汝长. 工程热物理学报, 1995, 16 (2): 161 ~ 164
- 28 郭齐胜. 北戴河: 水轮机第十次学术讨论会论文集, 1991. 15 ~ 20
- 29 Yan S, Liu G L. Beijing: Proceeding of First International Symposium on Experimental and Computational Aerothermodynamics of Internal Flow, 1990. 449 ~ 463
- 30 Bonataki E, Chaviarpoulos P, Papailiou K D. *ASME J. Fluids Engng.*, 1993, 115: 121 ~ 127
- 31 Chaviarpoulos P, Dedoussis V, Papailiou K D. *J. Fluid Mech.*, 1995, 282: 131 ~ 146
- 32 Dedoussis V, Chaviarpoulos P, Papailiou K D. *J. Fluid Mech.*, 1995, 282: 147 ~ 162
- 33 葛满初. 工程热物理学报, 1985, 6 (4): 336 ~ 341
- 34 葛满初, 楼一平, 于政扬. 工程热物理学报, 1986, 7 (1): 31 ~ 38
- 35 葛满初, 楼一平, 于政扬. 工程热物理学报, 1987, 8 (3): 242 ~ 245
- 36 王正明. 工程热物理学报, 1989, 10 (4): 390 ~ 392
- 37 罗兴. 混流式水轮机转轮的全三维反问题计算与优化. 清华大学博士论文, 1995
- 38 Okourounm O, McCune J E. *AIAA J.* 1974, 12 (10): 1023 ~ 1030
- 39 Falcao A F. *Int. J. Mechanical Science*, 1976, 18: 313 ~ 320
- 40 Tan C S, Hawthorne W R. *ASME J. Engng. for Gas Turbines and Power*, 1984, 106: 346 ~ 365
- 41 Ghaly W S. *Int. J. Numer. Methods in Fluids*, 1990, 10: 179 ~ 197
- 42 Zangeneh, M. *Int. J. Numer. Methods in Fluids*, 1991, 13: 599 ~ 624
- 43 Dang T Q. *ASME J. Turbomachinery*, 1993, 115: 354 ~ 361.
- 44 Zangeneh M. *ASME J. Turbomachinery*, 1994, 116: 281 ~ 290.
- 45 Dawes W N. ASME Paper No. 88-GT-70



- 46 Bando K, Miyake Y, Tsujimoto K. Osaka: Proc. the 3rd Japan-China Joint Conference on Fluid Machinery, 1990. 275 ~ 282
- 47 叶生海. 混流式水轮机转轮全三维设计. 清华大学硕士论文, 1992
- 48 罗兴, 陈乃祥, 林汝长. 力学学报, 1995, 增刊: 30 ~ 36
- 49 Zhao X L, Sun C L, Wu C H. *ASME J. Engng. for Gas Turbines and Power*, 1985, 107: 293 ~ 300
- 50 Sherif A M. *Int. J. Numer. Methods in Fluids*, 1988, 8: 17 ~ 29
- 51 顾春伟, 徐建中. 工程热物理学报, 1992, 13 (2): 150 ~ 155
- 52 Xu J Z, Gu C W, *Trans. ASME J. Turbomachinery*, 1992, 114: 548 ~ 552
- 53 顾春伟, 徐建中. 航空学报, 1993, 14 (10): 785 ~ 791
- 54 Thompkins W T, Tong S S. *ASME J. Engng. for Power*, 1982, 104: 281 ~ 285
- 55 Meauze G M. *Trans. ASME J. Engng. for Power*, 1982, 104: 650 ~ 656
- 56 Singh U K. ASME Paper 86-GT-167
- 57 Leonard O, et al. *Trans ASME J. Turbomachinery*, 1992, 114: 553 ~ 560
- 58 Zannetti L, Pandolfi M, NASA CR3836. 1984
- 59 Zannetti I, Larocca F, Marsilio R. ASME, FED-66. 1988. 71 ~ 79
- 60 Papailiou K D, *ASME J. Engng. for Power*, 1971, 93: 79 ~ 84
- 61 陈学纯. 轴流式水轮机转轮叶栅的优化研究. 清华大学硕士论文, 1987
- 62 Massardo A, Hafez A, Satta A. *ASME J. Turbomachinery*, 1990, 112: 399 ~ 404
- 63 Massardo A, Satta A, Marine M. *ASME J. Turbomachinery*, 1990, 112: 405 ~ 410
- 64 汪庆恒等. 北京昌平: 工程热物理学会流体机械学术会议论文集, 1993. 65 ~ 73
- 65 吴宝仁, 刘高联. 力学进展, 1984, 14 (2): 161 ~ 174
- 66 陈林根, 张俊迈. 动力工程, 1989, 9 (4): 10 ~ 13
- 67 刘高联. 力学学报, 1980, 4: 337 ~ 346
- 68 刘高联. 力学学报, 1982, 2: 122 ~ 128
- 69 华耀南, 陈乃兴. 工程热物理学报, 1983, 3: 248 ~ 254
- 70 邹滋祥. 工程热物理学报, 1980, 4: 341 ~ 347
- 71 吕文灿. 工程热物理学报, 1989, 4: 393 ~ 395
- 72 金树德. 陈次昌. 现代水泵设计方法. 兵器工业出版社, 1993. 263 ~ 316
- 73 赖喜德. 混流式转轮片优化设计的理论探讨. 东方电机, 1994, 2: 1 ~ 6
- 74 沈天耀. 离心叶轮的內流理论基础. 浙江大学出版社, 1986. 151 ~ 170
- 75 何伟, 沈天耀. 成都: 92' 全国水动力学学会文集, 1992. 284 ~ 290

## THE RESEARCH AND DEVELOPMENT OF DESIGN METHODS FOR TURBOMACHINERY

Luo Xingqi      Liao Weili  
Xian University of Technology, Xian 710048  
Chen Naixiang      Lin Ruchang  
Tsinghua University, Beijing 100084

**Abstract** The research and development of design methods for turbomachinery is reviewed and assessed in detail in this paper. Some recommendations for future researches are suggested.

**Key words** turbomachinery, impeller, inverse problem, optimization design