

形状记忆合金及其工程应用中的力学分析^{*}

高山 沈亚鹏

西安交通大学工程力学所, 陕西西安 710049

许德刚

郑州工学院, 河南郑州 450002

摘要 本文对一种全新功能材料——形状记忆合金进行力学分析, 综述其行为特点、本构关系以及在变形控制、振动控制和损伤监控中的应用, 并简要介绍它在应用中存在的问题及改进方法.

关键词 形状记忆合金, 力学分析, 本构关系, 控制

1 引言

形状记忆合金 (SMA) 作为一种新型功能性材料为人们所认识并成为—个独立学科分支可以追溯到 1963 年美国海军武器实验室发现 NiTi 合金 (原子比 1:1) 具有良好的形状记忆效应. 70 年代起, 世界各国学者对 SMA 的记忆效应机制以及和它密切相关的超弹性效应机制进行了研究, 并且发现有些合金不仅具有单程形状记忆效应, 还具有双程甚至全方位形状记忆效应. 并进一步改善了材料疲劳寿命和记忆的稳定性, 这就为 SMA 的应用开拓了广阔前景^[1~13].

从 70 年代末期到 80 年代中期, SMA 研究取得了重大突破, 研究人员从实验出发对 SMA 本构关系进行研究^[14~35]. 他们采用不同模型和不同方法, 建立了一系列包括温度、相变变量等状态变量在内的一维和三维本构关系. 在过去几年中, 人们又将 SMA 用于当前迅速发展智能材料系统和结构中^[36~50]. 智能结构具有高度自适应能力, 它可以自动适应机器设备的一些特殊要求, 从而可以解决一些航空航天器及其他机构设备中用传统方法难于解决的特殊问题. 如果把 SMA 技术处理后复合于材料之中, 利用它特殊的力学和物理性能, 使之成为具有损伤监控、被动或主动控制结构变形、振动、噪声等功能的复合材料. 它构思巧妙, 工艺简单, 如果开发应用到各个行业和部门, 将会产生巨大的经济效益和社会效益.

本文将着重从 SMA 的机理出发, 对 SMA 的特点、应力 - 应变本构关系以及在工程中的应用进行综述, 并对它的存在问题及改进方法作简要的介绍.

^{*}国家自然科学基金和中国工程物理研究院外基金资助项目.

2 SMA 的特点

SMA 是一种全新的材料，与普通金属材料相比，它具有独特的形状记忆效应和超弹性性质。

所谓形状记忆效应 (SME)^[1,2]，是指材料会记忆它在高温奥氏体态下的形状，即它在低温马氏体态下变形，加热后就会恢复到原来高温奥氏体状态下的形状。SME 源于热弹性马氏体相变。这种马氏体一旦形成，随着温度下降继续生长，如果温度上升它又会减少，以完全相反的过程消失，两相自由能差作为相变驱动力。两相自由能相等的温度 T_0 称为平衡温度。只有当温度低于平衡温度时才会导致马氏体相变的产生和进行，反之只有当温度高于平衡温度 T_0 时逆转变才会发生。图 1 给出马氏体量百分数同温度之间变化关系，其中有四个重要特性参数：马氏体相变结束温度 M_f ，马氏体相变初始温度 M_s ，奥氏体转变初始温度 A_s ，奥氏体转变终了温度 A_f ，在 SMA 中，马氏体相变不仅由温度引起，应力也可以诱发马氏体相变，称为应力诱发马氏体相变，且相变温度同所加应力呈线性单调关系。对于 SMA 材料，当 $T < A_f$ 时，外力作用发生马氏体转变，产生残余变形后，如果加热至 A_f 以上时就会发生逆转变，使应变消失，恢复原状 (图 2 所示)，这就表现了它的形状记忆效应。在形状回复过程中，如果受到外界约束，则在材料内部就会产生较大的回复力，回复力的大小同温度、初始残余应变及相变程度有关。利用这一性质可将 SMA 作为驱动器主动控制结构的变形和振动，并且其控制力比压电类材料高出许多，效果也明显得多。

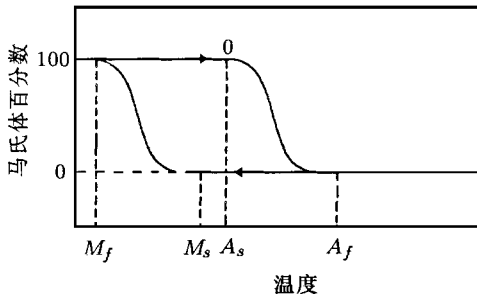


图 1 马氏体转变百分数同温度的关系

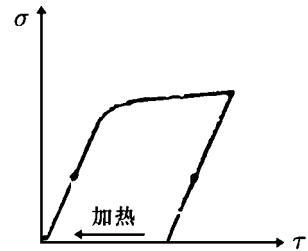


图 2 SMA 的形状记忆效应

当 $T \gg A_f$ ，加载应力超过弹性极限，产生非弹性应变后，卸载时即使不加热，应变也会随着载荷非弹性下降，且应力为零时应变也恢复到零，呈现出迟滞循环效应 (图 3 所示)。这一特性称为相变伪弹性 (也称相变超弹性)。从图上可以看出，在一个加 - 卸载循环中，SMA 可以吸收相当多的能量，能量的大小同迟滞环面积成正比。进一步研究表明，相变迟滞环的大小、形状同温度、初应变有密切关系，并且在一定加 - 卸载条件下，迟滞环中还会出

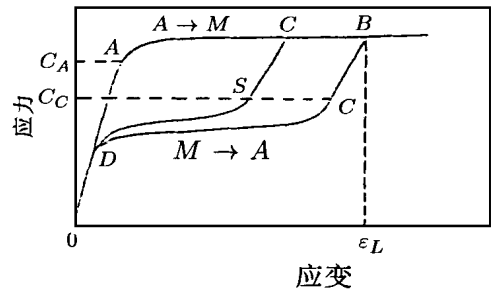


图 3 SMA 相变伪弹性

现子环的现象^[22].

SMA 这种相变伪弹性性质同普通材料加 - 卸载循环相比有许多优点: 首先 SMA 伪弹性的疲劳特性很好, 而其他材料循环中不可避免地要出现损伤, 影响寿命; 其次, SMA 可恢复应变值很大 (6% ~ 8%), 是通常金属材料难以实现的; 最后由于奥氏体弹性模量大于马氏体弹性模量, SMA 弹性模量随温度升高而增大 (同普通金属材料相反), 这使其在较高温度下仍保持高弹性模量. 所有这些优点使 SMA 在结构被动控制中得到广泛应用, 并在逐步取代传统的被动控制材料 (橡胶、聚合物等).

3 SMA 的本构方程

自从 Muller^[13]等于 70 年代末期提出 SMA 本构模型以来, 这方面研究得到进一步发展, 其本构模型有以下几类.

3.1 包含塑性方法基本特点的本构关系

Achenbach 认为^[14,15], 虽然 SMA 并非普通意义下的塑性体, 但它们之间确实存在许多相似之处, 于是提出一种具有内变量的塑性流动本构方程

$$\dot{F} = \alpha_1 (F, T, x^-, x^+) + \alpha_2 (F, T, x^-, x^+) \quad (1)$$

$$T = \alpha_3 (F, T, x^-, x^+) + \alpha_4 (F, T, x^-, x^+) \quad (2)$$

F 是变形梯度张量, T 是温度, σ 是应力张量, 引入内变量 x^- 、 x^+ , 它们分别代表相变时各相的分数, 它是度量相变的程度.

这个模型基于热动力学、形状记忆现象和统计物理基础上, 将非弹性应变率表示成应力、相分数和其他内变量的函数, 形式类似于包含背应力的蠕变和粘塑性非弹性形式. 它的函数关系非常复杂, 在实际工作中很难应用, 因此 Graesser 等^[18,28]建立一种相对简单实用的模型, 其增率形式本构方程为

$$\dot{\epsilon} = E \left[\frac{\sigma - \sigma_b}{c} \right]^{n-1} \left[\frac{\sigma - \sigma_b}{c} - p \alpha \frac{q}{p} \right] \quad (3)$$

$$\dot{\sigma} = E n \left[\frac{\sigma - \sigma_b}{c} + f_T / c \right] \operatorname{erf} \left(\frac{\sigma - \sigma_b}{c} \right) \quad a$$

$$c = Y - k f_T$$

其中 σ 、 ϵ 是一维应力、应变, σ_b 是一维背应力, Y 是给定温度下发生马氏体相变的应力阈值, f_T 、 n 、 c 、 a 是材料常数, 它们影响迟滞回线形状, erf 是误差函数, 定义为

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$$

(3) 式可写成

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \left[\frac{\sigma - \sigma_b}{c} \right]^{n-1} \left[\frac{\sigma - \sigma_b}{c} - p \alpha \frac{q}{p} \right] \quad (4)$$

上述模型很容易推广到三维状况^[28]

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^{el} + \dot{\epsilon}_{ij}^{in}$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij}^{el} &= \frac{1+\nu}{E} \dot{\epsilon}_{ij} - \frac{\nu}{E} \dot{\epsilon}_{kk} \delta_{ij} \\ J_3 \dot{\epsilon}_{ij}^{in} &= \sqrt{3} k_2 (\sqrt{3} J_2^0)^{n-1} \left[\frac{s_{ij} - b_{ij}}{c} \right] \\ b_{ij} &= \frac{2}{3} E \left[\dot{\epsilon}_{ij}^{in} + f_T e_{ij} \right] \left[\frac{2}{3} \sqrt{3} I_2 \right]^{c-1} \operatorname{erf} \left[\frac{2}{3} a \sqrt{3} I_2 \right] \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $\dot{\epsilon}_{ij}^{el}$ 、 $\dot{\epsilon}_{ij}^{in}$ 分别表示应变的弹性部分和非弹性部分, I_2 、 k_2 、 J_2^0 分别表示应变偏量张量第二不变量、应变率偏量张量第二不变量和无因子过应力张量第二不变量.

3.2 基于热力学的本构关系^[16]

热力学第一、第二定律给出:

$$\dot{U} - L + \frac{\partial q_{sur}}{\partial X} - q = 0 \quad (6)$$

$$\dot{s} - \frac{q}{T} + \frac{\partial}{\partial X} \left[\frac{q_{sur}}{T} \right] \geq 0 \quad \text{式.} \quad (7)$$

是现实构形密度, $\bar{\sigma}$ 是 Cauchy 应力, U 是内能密度, q_{sur} 是热流, T 是温度, q 、 s 分别是热源密度和熵密度. 利用 Helmholtz 自由能 $\bar{\psi} = U - Ts$, 将 (7) 式变为

$$\left[-\bar{\sigma} - \rho_0 \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{\epsilon}} \right] \cdot \left[\dot{\bar{\epsilon}} + \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial T} \dot{T} - \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial f} \dot{f} - \frac{1}{\rho_0 T} \frac{\partial T}{\partial X} \right] \geq 0 \quad (8)$$

$\bar{\sigma}$ 是 Kirchhoff 应力, $\bar{\epsilon}$ 是 Green 应变, f 是变形梯度, ρ_0 是相对参考构形的物质密度, $\bar{\psi}$ 是内变量, 代表相变过程中马氏体百分数.

由连续介质热力学理论, 为使 (8) 式对所有过程均成立, $\bar{\psi}$ 的系数应为零, 于是得出

$$-\bar{\sigma} - \rho_0 \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{\epsilon}} = (\bar{\sigma}, T, f) \quad (9)$$

微分上式就得到增率形式本构方程

$$\dot{\bar{\sigma}} = \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \bar{\epsilon}} \dot{\bar{\epsilon}} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial f} \dot{f} = D \dot{\bar{\epsilon}} + \dot{T} + \dot{f} \quad (10)$$

式中 D 是杨氏模量, \bar{E} 是热弹性模量, $\bar{\epsilon}$ 是相变张量.

Tanaka^[10,16] 提出在相变过程中, 马氏体相分数同温度间成指数关系

$$f = \exp[A_a (T - A_s) + B_a] \quad M \rightarrow A \quad (11)$$

$$f = 1 - \exp[A_m (T - M_s) + B_m] \quad A \rightarrow M \quad (12)$$

A_a 、 A_m 、 B_a 、 B_m 是同相变温度 A_s 、 A_f 、 M_s 、 M_f 相关的常数.

Liang 等^[20] 则将 (10) 式积分得

$$\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0 = D(\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}_0) + (T - T_0) + (f - f_0) \quad (13)$$

下标 0 表示初始状态量. 并提出马氏体百分数同温度成余弦关系

$$= \frac{1}{2} \{ \cos[a_A (T - A_s) + b_A] + 1 \} \quad M \rightarrow A \quad (14)$$

$$= \frac{1}{2} \{ \cos[a_M (T - M_f) + b_M] + 1 \} \quad A \rightarrow M \quad (15)$$

式中 $a_A = \frac{1}{A_f - A_s}$, $b_A = -\frac{a_A}{c_A}$, $a_M = \frac{1}{M_s - M_f}$, $b_M = -\frac{a_M}{c_M}$, c_A 、 c_M 是材料常数, 表示应力对相变温度的影响程度.

Boyd^[32] 提出三维应力 - 应变本构关系

$$\dot{\epsilon}_{ij} = C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} = C_{ijkl} (\dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\epsilon}_{kl}^t - \dot{\epsilon}_{kl}^p) \quad (16)$$

式中 ϵ_{ij} 、 ϵ_{ij}^e 、 ϵ_{ij}^t 分别表示总应变、弹性应变和相变应变, C_{ijkl} 是材料常数. 将 (16) 式微分, 利用关系 $\dot{\epsilon}_{ij}^t = \dot{\epsilon}_{ij}^t$, 而 $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{\partial}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial}{\partial t} \dot{t}$, 最终可化为

$$\dot{\epsilon}_{ij} = L_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - l_{ij} \dot{T} \quad (17)$$

上述的本构方程 (10), (13) 和 (17) 可以描述应力诱发下的正、反方向的相变行为, 解释形状记忆和超弹性效应, 由于形式简单, 物理意义明晰, 而且基于热力学的基本观点, 因而被用于实际智能结构的分析中, 如管道连接和振动主动控制等. 但需指出, 因为仅引入一个内变量, 对相变时的内部结构和状态的描述是有限的, 如对低温马氏体的重定向问题就不能很好地解释. 孙庆平和黄克智^[24,25] 基于微观力学和热力学, 对 Tanaka 模型作了改进, 除又引入一个内变量 - 相变应变或固有应变 ϵ_{ij}^p , 它与 ϵ_{ij}^t 一起共同描述相变过程中材料微观结构的改变, 并由自由余能及热力学第二定律得到相变条件和增率形式的本构方程

$$\dot{E}_{ij} = \dot{E}_{ij}^e + \dot{E}_{ij}^p = M_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} + \frac{\sqrt{3} g [S_{ij} - B_1(T) \frac{\epsilon_{ij}^p}{v_m}]}{2J (S_{mn} - B_1(T) \frac{\epsilon_{mn}^p}{v_m})} \quad (18)$$

σ_{kl} 代表宏观应力, S_{ij} 是应力偏量, $B_1(T)$ 是同材料常数有关的量, $\frac{\epsilon_{ij}^p}{v_m}$ 表示相变应变的体积平均. (18) 式中

$$g = \sqrt{3} \left[\frac{2}{3} \frac{\epsilon_{ij}^p \epsilon_{ij}^p}{v_m} \right]^{1/2}$$

$$J \left[S_{mn} - B_1(T) \frac{\epsilon_{mn}^p}{v_m} \right] = \left[\frac{3}{2} (S_{mn} - B_1(T) \frac{\epsilon_{mn}^p}{v_m}) (S_{mn} - B_1(T) \frac{\epsilon_{mn}^p}{v_m}) \right]^{1/2} \quad (19)$$

两式中对加载历史没有任何限制, 它对任意非比例加载下的正逆相变过程都是成立的. 于是, 材料的宏观性质从过去的由加载历史确定转变为由内变量 ϵ_{ij}^t 和 ϵ_{ij}^p 的当前值来确定. 由于该模型多引入了一个内变量, 因此对相变过程中的微观机制就有更多的描述, 也就能解释更多的宏观现象.

3.3 其他形式的本构方程

在工程实际应用中，常见的是将 SMA 丝埋入材料内部做成纤维增强复合材料或做成 SMA 弹簧对结构进行有效控制，这两种材料本构关系如下：

对于 SMA 纤维增强复合材料的应力 - 应变关系 Sullivan^[31]有详细描述，他用相平均关系来描述

$$\dot{\epsilon}_{ij}^* = V_f \dot{\epsilon}_{ij}^f + V_m \dot{\epsilon}_{ij}^m = V_f [\dot{\epsilon}_{ij}^{fe} + \dot{\epsilon}_{ij}^{ft} + \dot{\epsilon}_{ij}^f \dot{T} + \dot{\epsilon}_{ij}^f T] + V_m [\dot{\epsilon}_{ij}^{me} + \dot{\epsilon}_{ij}^m \dot{T}] \quad (20)$$

对于 SMA 弹簧，其应力 - 应变关系 Liang^[36]有详细推导，具体为

$$\frac{F}{F_e} = \frac{Y}{Y_e} + \frac{1}{e} \left(\frac{F}{F_e} - 0 \right) + \frac{1}{e} (T - T_0) \quad (21)$$

式中 F 是外力， Y 是弹簧的位移， e 是 SMA 弹性应力极限， $Y_e = \frac{2NR^2}{\sqrt{3}rG}$ ， $F_e = \frac{r^3}{2\sqrt{3}R}$ ， R 、 r 分别是弹簧半径和 SMA 丝半径， G 是剪切模量。

4 SMA 的工程应用

SMA 具有独特的伪弹性性质，使得它可以产生较大恢复应力和恢复应变，因此 SMA 广泛应用于工程实际中特别是对于自适应结构的控制。

4.1 SMA 用于结构变形控制

SMA 用于控制结构变形主要采取两种方式：一种是同结构复合在一起，另一种是同结构有限离散点联接，利用 SMA 产生力、弯矩以达到控制变形的目的。

4.1.1 SMA 同结构复合在一起作动

在工程结构中，许多厚壁柱体承受内压作用，当内压很大时产生过大环向应力和径向位移，导致破坏，因此需要对柱体变形进行控制。Paine^[41]采用将合金丝绕在柱体外面的方法来实施控制。

考察一个复合材料厚壁圆柱，在它外面缠绕 SMA 丝（图 4 所示），圆筒内径 R_i ，外径 R_0 ，根据它的几何对称性及载荷对称性可推得它的应力、应变都与 θ 及 x 无关，假设位移形式为

$$\left. \begin{aligned} u(x, \theta, r) &= u(x, r) \\ v(x, \theta, r) &= v(x, r) \\ w(x, \theta, r) &= w(x, r) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

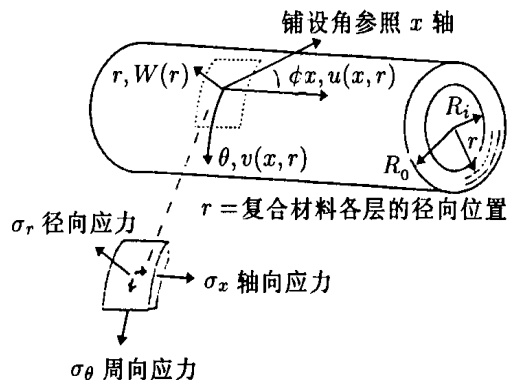


图 4 复合材料厚壁圆柱

几何关系为

$$x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad r = \frac{w}{r}, \quad r = \frac{dw}{dr}, \quad r = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r}, \quad x_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad x = \frac{\partial v}{\partial x}$$

本构关系为

$$\begin{Bmatrix} x \\ r \\ r \\ x_r \\ x \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} x - \frac{i}{x} \\ -i \\ r - \frac{i}{r} \\ r \\ x_r \\ x - \frac{i}{x} \end{Bmatrix} \quad (24)$$

这里用 SMA 驱动引起的应变 i 来代替热应变 T 。联立以上各式可解出径向位移

$$w = r^0 + r^2 + A_1 r + A_2 r^{-1} + \text{ind} r$$

$$\text{ind} = \frac{(\bar{c}_{13} - \bar{c}_{12}) i_x + (\bar{c}_{23} - \bar{c}_{22}) i_r + (\bar{c}_{36} - \bar{c}_{26}) i_x}{\bar{c}_{33} - \bar{c}_{22}} \quad (25)$$

式中 A_1, A_2 是待定常数，由边界条件确定， \bar{c}_{ij} 是材料常数， ind 反映 SMA 应变对结构的影响程度。

实际应用中，首先给 SMA 丝预应变，然后将其缠绕在圆柱上，当需要驱动时接通电流，加热 SMA 丝，发生相变产生回复应变，但圆柱体边界限制其应变恢复，于是 SMA 丝产生很大的回复应力，而回复应力同柱体内压方向相反，因此大大改善柱体受载状况，控制了柱体变形，提高其承受内压及径向膨胀能力，使之不致过早破坏。进一步分析表明，柱体刚度越大，产生的回复力就越大，控制效果越明显。

4.1.2 SMA 同结构有限离散点联接驱动

在对板、梁等结构变形控制中，如果把 SMA 丝复合在材料内部，将会使结构刚度加大，尤其是对于机翼等中空结构，附加的合金对结构刚度影响很大，不能有效地控制变形。为克服上述缺点，外驱动器就显得非常重要，它选择结构有限离散点同 SMA 丝联接以达到控制变形的目的^[40]。

考虑一个悬臂梁结构（图 5 所示），长度 l ，抗弯刚度 EI ，受剪力 V 及横向均布力 q 作用。将 SMA 丝一端偏心固定，另一端联结梁自由端，使它给梁产生附加弯矩 Pd ，整个控制微分方程为

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = q \quad (26)$$

边界条件：

$$x = 0 \quad w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$x = l \quad -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -Pd,$$

$$-EI \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - P \frac{\partial w}{\partial x} = -V - P \frac{w}{l} \quad (27)$$

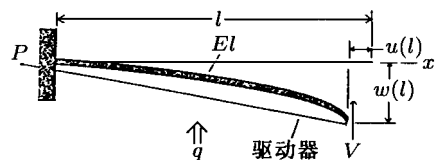


图 5 外作动器悬臂梁

联立解得临界屈曲载荷 $P_{cr} = \frac{2EI}{l^2}$ ，当 $V = 0$ 时，自由端横向位移

$$= w(l) = d \cdot \frac{kl(1 - \cos kl)}{\sin kl} \quad (28)$$

显然它比只在自由端作用弯矩 Pd 产生位移大得多，另外，如果在梁中间选择一点，使 SMA 丝通过这三点对梁变形进行控制，它的临界屈曲载荷比只在两点作用要高许多，例如当位于中点时， $P_{cr} = 4 \frac{2EI}{l^2}$ ，提高 4 倍。因此可以采用上述办法来控制结构变形，使得变形控制变得更为有效。

4.2 SMA 用于结构振动控制

4.2.1 SMA 用于振动主动控制

空间飞行器在飞行中，由于大气紊流或其他激励的影响，常常会发生严重振动现象，这就严重恶化结构疲劳强度和振动环境，从而影响飞行器的寿命，甚至酿成飞行事故。还有一些大型空间结构，通常都是柔性结构，并且其内部阻尼都很小，一旦出现振动，便很难自行消失，这些情况都需要对结构的振动进行主动控制。

梅胜敏^[46]将 SMA 驱动器埋在板内部对结构共振状态进行主动控制。当 SMA 驱动时产生均布回复力 q ，采用李兹基法得出梁横向振动固有频率

$$\omega_1 = \frac{3.53}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \sqrt{1 - \frac{ql^3}{8EI}} \quad (29)$$

从式中可以看出通过调整 SMA 回复力 q 就可以改变结构共振频率。

另外，由于 SMA 在高温奥氏体相和低温马氏体相的刚度有很大差异，而整个 SMA 的模量是两相平均，因此通过变温可改变 SMA 的刚度。Liang^[36]把 SMA 做成的弹簧支撑在悬臂梁自由端，它的横向振动本征方程是

$$\bar{K}(\sin kl \cosh kl - \cos kl \sinh kl) + (kl)^3(1 + \cosh kl \cos kl) = 0 \quad (30)$$

其中 \bar{K} 是 SMA 弹簧的刚度， $k = \sqrt[3]{EI}$ ，从式中看出，可以通过改变 \bar{K} 来改变整个系统的共振频率，从而达到避免共振的目的，使结构更加稳定。

作为一种新型驱动元件，SMA 也可用于一般振动的主动控制。Baz^[37]采用如图 6 所示系统对悬臂梁进行主动控制。它的驱动原理是当杆受横向扰动沿 Y 正向运动时， B 驱动器接通而 C 驱动器关闭，产生相变力 F_B ，对梁作用弯矩 M_B ，这一力矩连同梁产生的恢复力矩共同使它恢复到未扰动位置，当梁向反方向运动时，则 B 关闭而 C 接通驱动，如果我们将传感器接入形成反馈回路就可有效地使之回到平衡位置，反馈回路如图 7 所示。采用有限单元法对结构进行离散求解。

需要注意的是，在此情况控制时，不仅应对位移进行控制，而且为避免回复速度过大，引起过控制，还要对它的速度进行控制。

4.2.2 SMA 用于振动被动控制

SMA 相变伪弹性性质使得它在加载 - 卸载循环中产生迟滞回线，说明此过程吸收大量能量，于是依此可将 SMA 用作自适应结构被动阻尼。由于它高的弹性模量以及对拉、压、剪切载荷有相同阻尼系数，使得它比传统阻尼材料（橡胶、聚合物）更加有效。

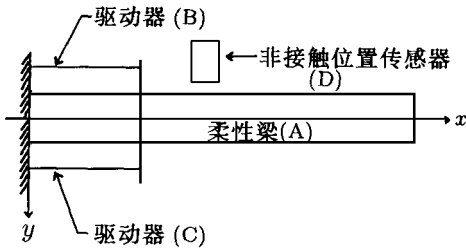


图 6 SMA 主动控制梁的振动

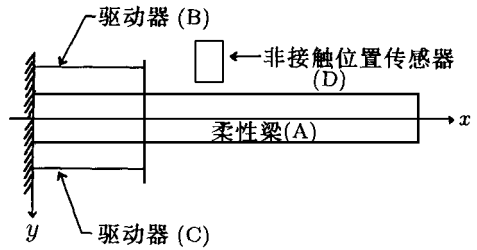


图 7 振动主动控制系统示意图

在复合材料层合板中埋入有预应变的 SMA 丝^[36]，由于 SMA 具有很大内摩擦，可以将其作为粘性阻尼来分析。考虑一种最简单的单自由度系统振动

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k_s}{\omega} \frac{dx}{dt} + (k_c + k_s) x = F_0 \cos \omega t \quad (31)$$

式中 $\frac{k_s}{\omega}$ 表示 SMA 作为一种粘性阻尼对系统的影响， ω 是损失系数， k_c 是原结构弹性常数， k_s 是 SMA 弹性常数。

我们也可将 SMA 作为地震抑制器用于土木工程结构中^[18]，将其事先预加载至弹性极限附近，随同其它建筑材料植入地基内，当地震发生时，SMA 吸收地震引起建筑物大幅度振动的能量，效果是很显著的。

Liang^[36]，将 SMA 弹簧应用于所谓“振动滤波”中。考虑一简支梁系统（图 8 所示）当梁在中点处受一集中载荷，则激起奇数阶振型而不激起偶数阶振型。通常振动系统的能量都集中在低阶振型中，如果在 1/3 处支撑一个经过预变形的 SMA 弹簧，则由于弹簧阻尼效应使大多数振型都被吸收，而对第三阶振型，由于弹簧位置恰好在其结点处而保留下来不被吸收，采用这种“滤波”方法可以通过改变（调整）弹簧的位置来保留所需振型而滤掉不需要振型。

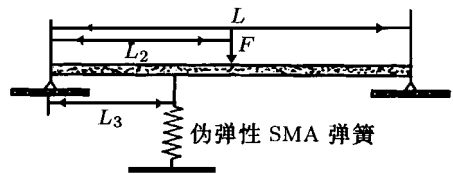


图 8 SMA 弹簧作为振动滤波器用于简支梁中

4.3 SMA 用于裂纹或损伤的监测和控制^[45]

裂纹及损伤的主动探测和控制是当前各工业部门中十分突出和迫切需要解决的问题。在航空航天器、运输机械、起重机、桥梁、管道等大型设备中的一些关键受力部件对裂纹和损伤十分敏感，一旦出现就会造成重大事故，这是损伤容限设计中需要解决的问题，而用传统技术和方法不能及时发现构件中的裂纹和应力集中较大的部位，利用其对应变敏感、电阻率大及加热后可以产生大回复力的特点，再配上微处理器，使之集传感驱动于一体，便构成自动探测裂纹或损伤和主动控制裂纹扩展的完整控制系统。

4.3.1 裂纹或损伤的监测

将 SMA 制成丝或薄膜粘贴在构件易产生裂纹或应力集中较大的地方，当构件产生裂纹或损伤以后，位于裂纹处的 SMA 将随裂纹表面张开位移增加而产生局部变形，从而使其材

料内部电阻值发生变化。随着裂纹不断扩展及外加载荷不断增加，其张开位移也不断增大，位于构件裂纹处 SMA 的变形也不断变大，相应电阻值也不断增高，通过其电阻值的变化量和变化规律，由微处理器可判断监测出裂纹的大小。

4.3.2 裂纹的控制

当构件的裂纹或损伤到达需要控制的范围时，SMA 的变化信号经微机控制系统分析判断后，自动地发出控制信号，将 SMA 通电加热，当加热温度超过 SMA 相转变点时，它的内部就产生回复效应，SMA 发生动作，试图收缩。由于裂纹表面在外载作用下张开阻止其回复，于是 SMA 产生很大回复力，其回复力大小随裂尖张开位移的增大而增大。此回复力改变了裂尖的受力状况，驱动裂纹闭合，使裂纹张开位移减小，实现裂纹的主动控制。

在实际应用中，为简化结构，也可利用 SMA 自身特性及超弹性性质来实现裂纹的被动控制。

以上介绍 SMA 在变形控制、振动控制、裂纹及损伤监测中的应用，SMA 还可应用于噪声控制^[39]。也可将 SMA 做成各式各样的产品应用于工业、医学、日常生活以及其它领域中。

需要注意的是，作为一种功能材料，SMA 在振动控制应用中其动作是依靠合金的相变来产生，需要不断加热和冷却，因此它只适用于低频、窄带扰动中（10Hz 以下），这就限制其工作范围。实践中，除采用将 SMA 与结构分离方法外，还可将 SMA 轧成箔材，粘贴在构件表面，或将其制成管状，用冷水强制冷却。通过以上措施，可以使动作频率提高 10 倍以上。另外，SMA 在同材料复合时出现残余应力问题也是一个影响它使用效果的问题之一。

5 结束语

本文从 SMA 特点出发，综述了 SMA 的力学分析，并就其工程应用作出详细讨论。虽然 SMA 理论还不完善，也仅仅在部分领域得到有限使用，但随着人们对它的逐步认识和 SMA 研究工作的进一步深入开展，它的前景将会是十分广阔的。

参 考 文 献

- 1 杨杰，吴月华. 形状记忆合金及其应用. 中国科技大学出版社，1993
- 2 Grandhi M V, Thompson B S. Smart Material and Structures, Chapman & Hall, 1992
- 3 Pops H. Stress-induced pseudoelasticity in femary Cu-Zn based prime phase alloys, *Met Trans*, 1970, **11**: 251
- 4 Dalacy L, Krishnan R V and Brown L C. Thermoelasticity, pseudoelasticity and the memory effect associated with martensitic transformations, *J Mater Sci*, 1974, **19**: 1521
- 5 高钢强. Cu 基形状记忆合金力学性能测试方法讨论
- 6 李永森，金永柏，于荣海. TiNi 和 TiNiCu 记忆合金可逆应变能与温度的经验公式. *金属学报*, 1992, **28** (7): 307 ~ 311
- 7 林光明，黄土元，张进修. 应力制约双程形状记忆合金材料的相变特征. *金属学报*, 1989, **25** (6): 400 ~ 405
- 8 张一，Hornbogen E. Cu-Zr-Al 形状记忆合金在马氏体状态的塑性变形. *金属学报*, 1989, **25** (3): 179 ~ 184
- 9 丁顺强，刘清明，杨海波. 形状记忆合金与热双金属
- 10 Tanaka K, etc., Thermomechanical behavior of an Fe-Cr-Ni-Mn-Si polycrystalline shape memory alloy, *J Intell Mater Syst and Struct*, 1993, **4**: 567 ~ 573
- 11 Carballo M. Variation of electrical resistance and the elastic modulus of Shape memory alloy under different loading and temperature conditions, *J Intell Mater Syst and Struct*, 1995, **6**: 557 ~ 565
- 12 Chernenko V A, Kokorin V V, Vitenko I N. Properties of ribbon made from shape memory alloy NiMnGa by quenching from

- the liquid state, *Smart Mater Struct*, 1994, **3** (1): 80 ~ 82
- 13 Muller I. A model for a body with shape memory, *Arch Rat Mech Anal*, 1979, **70**: 61 ~ 77
- 14 Achenbach M and Muller I. Creep and yield in martensitic transformations, *Ingenieur-Archiv*, 1983, **53**: 73 ~ 83
- 15 Achenbach M, Atanackovic T and Muller I. A model for memory alloys in plane strains, *Int J Solids Struct*, 1986, **22** (2): 171 ~ 193
- 16 Tanaka K. A thermomechanical sketch of shape memory effect: one-dimensional tensile behavior, *Res Mechanica*, 1986, **18**: 251 ~ 263
- 17 Tanaka K, Kobayashi S and Yoshiv Sato. Thermomechanics of transformation pseudoelasticity and shape memory effect in alloys, *Int J Plasticity*, 1986, **2**: 59 ~ 72
- 18 Graesser E J and Gozzarell F A. Shape-memory alloys as new materials for aseismic isolation, *J Enging Mech*, 1991, **117** (11): 2590 ~ 2608
- 19 Abeyaratne R, Knowles K. A continuum model of a thermoelastic solid capable of undergoing phase transitions, *J Mech Phys Solids*, 1993, **41** (3): 541 ~ 571
- 20 Liang C, Roger C A. One-dimensional thermomechanical constitutive relations for Shape Memory Materials, *J Intell Mater Syst and Struct*, 1990, **1**: 207 ~ 234
- 21 Liang C and Rogers C A. The multi-dimensional constitutive relations of shape memory alloys, Proc of the 32nd Structures, structural dynamics and material conference, AIAA-91-1165: 178 ~ 185
- 22 Brandon D and Rogers R C. Constitutive laws for pseudo-elastic materials, *J Intell Mater Syst and Struct*, 1992, **3**: 255 ~ 267
- 23 Barrett D J. A one-dimensional constitutive law for the hysteresis of shape memory alloys, ICIM '94 June 5 ~ 8 (1994): 167 ~ 184
- 24 Sun Q P and Hwang K C. Micromechanics modelling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys—I. derivation of general relations, *J Mech Phys Solids*, 1993, **41** (1): 1 ~ 17
- 25 Sun Q P and Hwang K C. Micromechanics modelling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys—II. study of the individual phenomena, *J Mech Phys Solids*, 1993, **41** (1): 19 ~ 33
- 26 Nagasaka Y, Brimacombe J K, Hawbolt E B, Samarasekera I V. Mathematical model of phase transformations and elasto-plastic stress in the water spray queching of steel bars, *Metallurgical Transactions, A*, 1993: 795 ~ 808
- 27 Lin P H, etc. Pseudoelastic behavior of TiNi SMA subject to strain variation, *J Intell Mater Syst and Struct*, 1994, **5**: 702 ~ 712
- 28 Grasser E J, etc. A proposed three-dimensional constitutive model for shape memory alloy, *J Intell Mater Syst and Struct*, 1994, **5**: 78 ~ 89
- 29 Ivshin Y and Pence T J. A thermomechanical model for a one variant shape memory material, *J Intell Mater Syst and Struct*, 1994, **5**: 455 ~ 473
- 30 Brinson L C. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. *J Intell Mater Syst and Struct*, 1993, **4**: 229 ~ 242
- 31 Sullivan B J. Analysis of properties of fiber composites with shape memory alloy constituents, *J Intell Mater Syst and Struct*, 1994, **5**: 825 ~ 832
- 32 Boyd J G. Thermomechanical response of shape memory composites, *J Intell Mater Syst and Struct*, 1994, **5**: 333 ~ 346
- 33 Kafka V. Shape memory—a new concept of explanation and of mathematical modelling—I. micromechanical explanation of the causality in the shape memory processes, *J Intell Mater Syst and Struct*, 1994, **5**: 809 ~ 816
- 34 Kafka V. Shape memory—a new concept of explanation and of mathematical modelling—II. mathematical modelling of the shape memory effect and pseudoelasticity, *J Intell Mater Syst and Struct*, 1994, **5**: 817 ~ 824
- 35 Ruben D S. Results of mathematical model of the thermomechanical phase transition in shape memory alloy, *Smart Mater Struct*, 1994, **3** (4): 459 ~ 469
- 36 Liang C and Rogers C A. Design of Shape memory alloy springs with applications in vibration control, *J of Vibration and Acoustics*, 1993, **115**: 139 ~ 135
- 37 Baz A, Iman K, McCoy J. Active vibration control of flexible beams using shape memory actuator, *J of Sound and Vibration*, 1990, **140** (3): 437 ~ 456

- 38 Ditman J B and Bergman L A. A comparison of the effectiveness of two shape memory alloy —based actuators , ICIM ' 94 : 450 ~ 461
- 39 Saunders W R , Robertshaw H H and Rogers C A. Structural acoustic control of a shape memory alloy composite beam , *J Intell Mater Syst and Struct* , 1991 , 2 : 508 ~ 527
- 40 Chandhay Z and Rogers C A. Bending and shape control of beams using shape memory alloy actuator , *J Intell Mater Syst and Struct* , 1991 , 2 : 581 ~ 602
- 41 Paine J S N and Rogers C A. Adaptive composite materials with shape memory alloy actuators for cylinders and pressure vessels , *J Intell mater Syst and Struct* , 1995 , 6 : 210 ~ 219
- 42 Rogers C A , Liang C and Jia J. Structural modification of simply supported laminated plates using embedded shape memory alloy fibers , *Computers and Structures* , 1991 , 38 (5/6) : 569 ~ 580
- 43 Paine J S N and Rogers C A. The response of shape memory alloy hybrid composite materials to low velocity impact , *J Intell , Mater Syst and Struct* , 1994 , 5 : 530 ~ 535
- 44 Lashlee R , etc. Robust control of flexible structures using multiple shape memory alloy actuators , *J Intell Mater Syst and Struct* , 1994 , 5 : 702 ~ 712
- 45 杜彦良 , 聂景旭. 主动探测裂纹和控制裂纹扩展的智能材料结构 , *力学进展* , 1994 , 24 (4) : 499 ~ 510
- 46 梅胜敏 , 秦太验 , 陶宝祺. 用于振动主动控制的方法初探 , *力学与实践* , 1995 , 17 (4) : 16 ~ 19
- 47 Muheim D , etc. Finite element predictions of active buckling control of stiffened panels , *J Intell Mater Syst and Struct* , 1993 , 4 : 243 ~ 247
- 48 Wirtz R A , Gordaninejad F and Wu W D. Free response of a thermally driven , composite actuator , *J Intell Mater Syst and Struct* , 1995 , 6 : 364 ~ 371
- 49 Brinson L C and Lammering R. Finite element analysis of the behavior of shape memory alloys and their applications , *Int J Solids Struct* , 1993 , 30 (23) : 3261 ~ 3280
- 50 Thomson P , Balas G J and Leo P H. The use of shape memory alloy for passive structural damping , *Smart Mater Struct* , 1995 , 4 (1) : 36 ~ 42

THE MECHANICAL ANALYSIS OF SHAPE MEMORY ALLOY AND ITS APPLICATION IN ENGINEERING

Gao Shan Shen Yapeng

The Institute of Solid Mechanics , Xian Jiaotong University , Xian , Shanxi 710049

Xu Degang

Zhengzhou Institute of Technology , Zhengzhou , Henan 450002

Abstract This paper focuses on the mechanical analysis of a new function material —Shape Memory Alloy (SMA). Reviews are made on its characteristics , constitutive relation and its application in deformation control , vibration control and damage detection. The application problems and improvement method are also briefly introduced.

Key words shape memory alloy , mechanical analysis , control