

薄壁结构局部-整体相关屈曲研究现状*

任伟新 曾庆元

长沙铁道学院土木工程系 (邮政编码410075)

提要 薄壁结构因屈曲而丧失承载能力的现象日益突出, 局部屈曲与总体屈曲的相互作用成为必须考虑的问题。本文综述了薄壁结构局部-整体相关屈曲研究若干重要方面的理论发展和现状, 并试图对进一步研究提出建议。

关键词 局部屈曲; 总体屈曲; 相关屈曲; 初始后屈曲; 薄壁结构; 极限载荷

1 引言

现代工程结构愈来愈趋向于使用由高强度材料组成的薄壁轻型构件, 以充分发挥材料的承载能力。结构因屈曲而丧失承载能力的现象日益突出, 屈曲成为必须考虑的问题。屈曲以后结构的承载能力大大下降, 变形急剧增大, 往往造成灾难性的后果。大型昂贵结构由于屈曲导致破坏和造成严重损失的例子时有发生, [1] 中介绍了许多这样的实例。因此, 对于结构屈曲问题的研究, 吸引了许多力学工作者和设计人员的注意力, 稳定理论成为近代力学的一个重要分支, 也是力学理论在工程实践中的一个典型应用。

常见的薄壁工程结构大多是由若干薄板组合而成的。因此, 在外载荷作用下的稳定问题一般有3种屈曲模式: ①结构板件的局部屈曲; ②结构的整体屈曲; ③结构局部-整体相关屈曲。

自1744年欧拉提出压杆临界力的计算式, 至上世纪后期的中心压杆弹塑性屈曲的双模量理论, 切线模量理论和本世纪40年代的 Shanley 理论, Koiter 初始后屈曲理论以及 Timoshenko 关于弹性薄板稳定性的研究, 特别是50年代电子计算机和各种数值方法的出现, 结构屈曲理论达到了高度发展阶段, 解决了许多工程结构问题。迄今为止, 可以说对于板的局部屈曲问题和弹性整体屈曲问题的研究已经相当成熟, 对于薄壁构件的弹塑性整体屈曲问题, 已有很多有效的数值方法^[2]。但普遍存在这样的问题: 将结构整体屈曲与局部屈曲分开考虑; 分析整体屈曲时, 不考虑局部构件 (如实腹梁、薄壁柱中的板件, 桁架结构中的杆件等) 屈曲; 分析局部屈曲时, 不考虑结构的整体工作, 并假定局部构件的边界条件。一言以蔽之, 即忽略结构整体工作与局部工作的相互影响。这样就产生了以下突出问题:

* 国家自然科学基金资助项目。

①对某些结构, 过高地估计了其局部构件的承载能力, 导致结构破坏。例如1969—1971年世界上4座钢箱梁桥在施工过程中由于翼缘板局部屈曲, 引起全桥倒塌, 这使当时桥梁工程界深为震惊。为探讨失事原因, 当时曾召开了一次国际桥梁结构学术讨论会, 认为事故产生的原因, 主要是对局部构件(板件)在结构整体中的实际工作情况认识不足^[3,4]。

②当计算载荷远小于结构按总体屈曲确定的容许载荷以及结构截面由其刚度要求确定时, 其板件宽厚比仍按板件屈曲要求确定, 导致实际结构材料的浪费。

③在薄壁杆件结构设计中, 按局部屈曲临界载荷与整体屈曲临界载荷相等的原则(等稳定性)设计的结构通常被认为是最优的, 其稳定承载能力一般也是由不考虑相关性的局部稳定分析或整体稳定分析决定的。但现代分析^[20,29,37]以及早些的Koiter和Van der Neut^[12,18]等对均匀受压的薄壁柱和加劲板壳的相关屈曲研究表明, 按“等稳定性”设计的这类结构对初始缺陷较为敏感, 初始缺陷会显著降低结构的承载能力, 而实际结构的初始缺陷又是不可避免的。

④对某些受力情况, 如双向偏心受压构件的弯扭稳定问题, 现有的不考虑局部-整体相关屈曲的数值方法所得的结果与试验结果之间仍有一定差距^[2,40]。

这些问题促使人们舍去传统的刚周边假定, 考虑结构整体屈曲与局部屈曲的相关作用, 考虑结构的初始缺陷, 按大挠度弹塑性模型去模拟结构的实际工作状态, 以期得到更切合实际的计算结果。这也正是结构稳定理论的主要发展方向。本文将介绍薄壁结构局部-整体相关屈曲研究若干重要方面的理论发展和现状, 并试图对进一步研究提出建议。

2 局部-整体弹性相关屈曲

薄壁结构局部与整体相关屈曲的弹性理论分析已有不少进展。目前的研究方法主要有近似法和数值法两大类。近似法的基础是有效宽度法, 即借助短柱截面的有效宽度概念和公式, 结合柱子稳定公式, 迭代求解薄壁压杆的 $\sigma-\lambda$ 曲线^[6]。现行各国规范的基础就是有效宽度法。数值法有半离散的有限条法和离散的有限元法。由于数值方法适用性广, 可以计及残余应力等初始缺陷, 因而是十分有效的分析方法。

2.1 近似方法 我国现行规范关于偏压薄壁杆件的设计规定也是以有效宽度概念为基础的。由于所采用的有效宽度概念是建立在均匀受压板件的屈曲后效应基础上的, 对于实际结构中不均匀受压板件套用有效宽度概念必然会产生有效宽度如何分布和取值等一系列难以解决的问题, 对这些问题处理不当就会给设计结果带来一定的误差。在考察结构的整体稳定时, 由于局部板件会先屈曲, 采用有效宽度的计算方法时计入板件局部屈曲对整体稳定的影响, 这里体现了局部屈曲和整体屈曲之间的一种相关关系, 但并不是全部的关系。因为结构作为一个整体对它的组成部分也会有影响, 实际结构不可能是完善而无缺陷的, 初弯曲的存在使处于凹侧的板件先于其他板屈曲, 随着载荷的继续增大, 它的有效宽度减小, 又使偏心再度加大。因此, 整体和局部的相关屈曲关系可以概括为整体缺陷促使局部提前屈曲, 局部屈曲反过来又使结构整体较早地丧失承载能力。

[43]给出了某一弹性理想轴心压杆和有缺陷杆件的临界力随长细比变化的情况。图1中AB曲线为Euler临界力曲线,

$$P_E = \pi^2 EA / \lambda^2 \quad (1)$$

CD段为组成构件的板件屈曲后按有效截面 A 计算的临界力

$$P_{cr} = \pi^2 E A e / \lambda^2 \quad (2)$$

水平段BC为板件局部屈曲时构件所承受的压力，

$$P_0 = \frac{\pi^2 E}{3(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 A \quad (3)$$

以上临界力都是按整体和局部板件完全没有缺陷的理想压杆算得的。考虑缺陷影响后曲线将降至EF，降低幅度最大处是B点，也就是理想杆在整体和局部等稳的长细比下；说明此时对缺陷最敏感，这是一个颇为值得注意的问题。

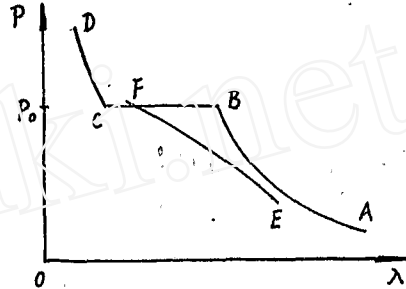


图1 理想压杆和有缺陷压杆

2.2 理想结构弹性相关屈曲的数值方法 Rajasekaran 和 Murray^[6]用有限元方法研究了宽翼缘梁柱弹性相关屈曲问题，分析中采用每节点11个自由度的薄壁线元，考虑了横截面的畸变。数值结果表明这一方法可以较好地描述翼缘的局部屈曲，但不适用于腹板屈曲；对弹性范围内的宽翼缘截面，局部-整体相关作用不大。Johnson 和 Will^[7]用有限元方法研究了工字梁在考虑横截面畸变效应时的侧扭屈曲问题。他们将梁离散成大的矩形单元，对于一个简单的梁需要划分96个单元才能获得比较满意的结果，计算工作量大，但可以处理任意载荷和边界条件。

Hancock^[8]用有限条方法研究了简支工字梁绕主轴均匀弯曲时的局部和整体的相关屈曲，分析中允许横截面发生畸变。有限条法虽不如有限元法一般，却大大降低了计算工作量。有限条分析最终归结于特征值问题

$$[K]\{\delta\} - \lambda[G]\{\delta\} = \{0\} \quad (4)$$

式中 $[K]$ 和 $[G]$ 分别是折板的刚度和几何刚度矩阵， λ 是载荷参数， $\{\delta\}$ 是节点位移矢量。用不同算例分析了梁的长度、侧向与扭转约束和横截面形状对临界载荷的影响。数值结果表明，工字梁的弹性弯扭屈曲载荷受截面畸变的影响不大，除非梁的腹板很薄或梁的长度很短。对于翼缘宽厚比为68的梁，考虑截面畸变的弯扭弹性屈曲载荷大约比 Timoshenko 和 Gere^[40]假设截面周边不变形时得到的同一载荷大约低10%。

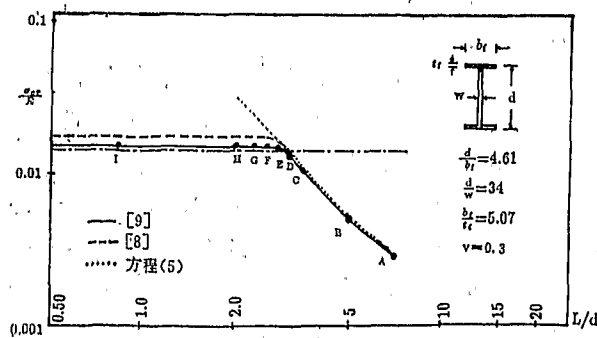


图2 均匀弯曲工字梁的弹性屈曲

EI-Ghazaly^[9]用有限元方法分析了 Hancock^[8]文中同一纯弯工字梁的弹性相关屈曲问题，分析中腹板采用常厚度的三角形板单元，翼缘采用梁单元。不同屈曲模式时梁的临界应力与梁长度的关系如图2所示。图中虚线是按无侧撑纯弯工字梁发生侧倾（整体屈曲）时的临界弯矩

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_y GI_k \left[1 + \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \frac{EI_w}{GI_k} \right]} \quad (5)$$

计算的临界应力。9种屈曲模式如图3所示。

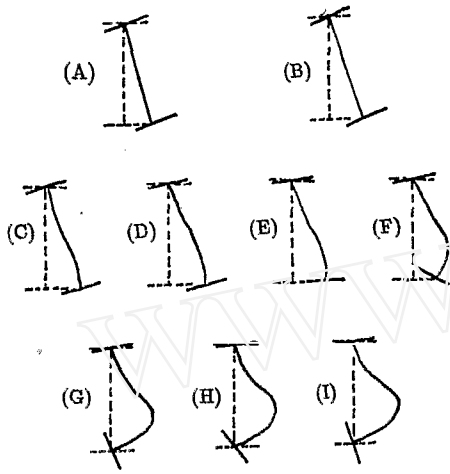


图3 各种屈曲模式
第1排为侧倾(整体)模式,第2排为相关
屈曲模式,第3排为局部屈曲模式

点A和B表示图3中所示的典型侧倾(梁整体屈曲)情况,有限元和有限条与理论结果(5)一致,此时无翼缘的局部屈曲,传统的截面周边假定成立。点C和D表示截面发生轻度畸变,此时梁主要还是发生侧倾。理论结果(5)的偏差主要是忽略了屈曲时翼缘板的变形,因而导致过高地估计了屈曲应力,这种非保守估计对结构设计是十分有害的。点E表示典型的截面畸变时的屈曲,此时局部屈曲和梁的整体侧向屈曲模式明显相互作用,受压翼缘有少许扭曲,腹板的挠曲加速了梁的侧向屈曲。过了点E理论公式(5)已不再适用,因为那时屈曲主要是局部屈曲而不再是梁的整体屈曲了。点F也表现为相关屈曲,失效主要是受压翼缘和腹板发生局部屈曲。点G,H和I表示典型的受压翼缘局部屈曲,3种情况的屈曲应力基本相等。

总之,一般情况下梁的整体屈曲(侧倾)总是伴随着截面畸变,腹板的变形程度随着翼缘刚度而变化,当翼缘宽厚比 b_f/t_f 一定时,翼缘刚度与腹板高度和翼缘宽度之比 h/b_f 成正比。腹板畸变的机理可以用相关屈曲概念更好地理解。

陈其石等^[10]采用薄板稳定理论与1维薄壁杆件理论相结合的计算模型,用简化的位移函数和能量法研究了纯弯曲弹性工字梁腹板局部屈曲与梁整体屈曲的相关性。数值计算结果表明,对于腹板局部屈曲临界应力与梁整体屈曲临界应力接近的弹性梁,两类稳定性的相关性较小。

纵观结构局部-整体弹性相关屈曲的研究,在考虑分支点屈曲和不计初始缺陷时,局部-整体相关作用影响较小,与常规的计算方法相比相差不超过10%。但研究本身对构件中板件的实际工作状态却有了更深的了解,这无疑是一大进步。

3 基于 Koiter 初始后屈曲理论的模式相关屈曲

为了研究初始缺陷对屈曲的影响,Koiter^[11]早在1945年就提出了非完善结构的稳定性一般准则。这一理论从60年代起受到重视,并得到进一步发展和广泛应用。Koiter把分支点附近足够小的邻域作为研究对象,根据能量原理和稳定性的能量准则,利用摄动法讨论了下列问题:①对于完善结构的已知前屈曲状态(基本状态),决定分支点和屈曲模式;②确定分支点附近平衡状态的渐近解;③用能量准则讨论基本状态、分支点本身以及邻近后屈曲平衡状态的稳定性;④研究小的初始缺陷对结构后屈曲行为的影响。在Koiter理论中,一个结构的缺陷敏感度是在对应于初始后屈曲性质的渐近解意义上求得的,所以又称初始后屈曲理论。作为渐近理论,它的局限性在于只在分支点附近适用,不能分析大范围的后屈曲和较大的初始缺陷,而且限于保守系统的研究。

3.1 屈曲模式的相互作用 薄壁结构在同一临界载荷下有时会出现多个屈曲形态,在

实际设计中,常常人为地使局部屈曲与整体屈曲载荷相等或接近,因此,多模式屈曲是常见的。多模式屈曲时,模式相关作用(mode interaction)使结构缺陷敏感度增加,实际承载能力下降。因而近10多年来,对屈曲模式相互作用进行了许多研究,一般都是基于Koiter初始后屈曲的渐近理论^[12-10]。也就是说考虑同一临界载荷下多屈曲模式的相互作用,其实质就是Koiter一般理论在多模式屈曲问题中的具体应用。

Van der Neut^[12]第一次分析了受轴压简化薄壁柱的局部和整体屈曲模式的相互作用,指出尽管单独的局部屈曲和整体屈曲都是稳定的,但当两者同时发生或接近时则会变为不稳定平衡,结构变得对缺陷敏感。Thompson^[14]则指出,优化条件要求局部屈曲载荷高于整体屈曲载荷。

此后,对加劲板壳的屈曲模式相关作用问题的研究一直受到重视^[13,15-10]。重点仍然是放在用Koiter初始后屈曲理论得到问题的渐近解,反映微小初始缺陷的影响上。如[17]研究了纵向加劲圆柱壳轴压局部屈曲和整体屈曲的相关作用,由Koiter的能量判据得方程

$$\left. \begin{aligned} (1 - \lambda/\lambda(1))a_1 + b_{11}a_1^3 + b_{12}a_1a_2^2 &= \bar{a}_1(\lambda/\lambda(1)) \\ (1 - \lambda/\lambda(2))a_2 + b_{21}a_1^2a_2 + b_{22}a_2^3 &= \bar{a}_2(\lambda/\lambda(2)) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 $a_1, a_2, \lambda(1), \lambda(2)$ 是整体和局部屈曲的幅度和临界载荷, \bar{a}_1, \bar{a}_2 是形状同整体和局部屈曲模式相同的缺陷幅度。 b_{ij} 是已知系数, b_{11} 和 b_{22} 分别是同整体和局部屈曲有关, b_{12} 和 b_{21} 同时与两者有关,反映了两种屈曲模式的相互作用。分析结果表明,当按等稳定性优化设计时,考虑局部-整体屈曲相互作用使缺陷的影响明显增大。

3.2 屈曲模式相互作用的有限条法 Sridharan完成博士论文^[20]之后,在板局部过屈曲分析的有限条法基础上^[21-24],结合Koiter渐近分析中的模式相关理论,对薄壁结构的局部-整体屈曲相关作用进行了卓有成效的分析^[20-20],扩大了Koiter理论的应用范围。

根据模式相关理论, Sridharan将位移、应变和应力写成下列展开式的形式:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{u}_0 + u_i \xi_i + u_{ij} \xi_i \xi_j \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \lambda \boldsymbol{\varepsilon}_0 + \varepsilon_i \xi_i + \varepsilon_{ij} \xi_i \xi_j \\ \boldsymbol{\sigma} &= \lambda \boldsymbol{\sigma}_0 + \sigma_i \xi_i + \sigma_{ij} \xi_i \xi_j \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 λ 是载荷参数, $\mathbf{u}_0, \boldsymbol{\varepsilon}_0$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_0$ 表示屈曲(分支)前的线性平衡状态(即通常的轴向应力状态); ξ_i 是屈曲模式的比例系数(通常是最大幅值除以板的特征厚度); u_i, u_{ij} 是1阶、2阶位移场。

Sridharan选择的有限条位移函数考虑了1阶与2阶局部屈曲、整体屈曲以及整体屈曲的2阶位移和混合的2阶位移。由Koiter的初始后屈曲理论考虑缺陷的影响,最后求解Koiter能量准则的平衡方程可得相关屈曲的临界应力。Sridharan的研究结果表明:①采用半解析的有限条法位移函数不仅减小了结果的离散程度,既经济又有效,而且还保留了大部分相关屈曲现象的物理特性,而模式相关性理论的应用,则显著地降低了问题的非线性程度。②按等稳定性最优设计并非最优。最优设计应该基于局部-整体相关的同步屈曲(simultaneous buckling)的概念。③像无加劲板的工字形截面的缺陷敏感程度要比有加劲的严重得多,宽加劲板的缺陷敏感程度与加劲的长细比成正比。④局部屈曲和包含扭转的整体屈曲的相关作用并非总是导致不稳定的过屈曲或缺陷敏感性,如果在整体屈曲中以弯曲为主,则会出现不稳定的过屈曲,

3.3 渐近理论的有限元法 为了用 Koiter 的初始后屈曲渐近理论分析比较复杂的结构,有限单元法是有用的数值方法。Carnoy^[30]在近似势能表达式中保留了更多的小项,考虑了高阶屈曲模式的影响,用迭代的方法合理地选择所考虑的屈曲模式,用势能的主要余项作为误差来控制结果的可靠性,可以得到比较满意的结果,尤其便于讨论缺陷影响。算例表明,屈曲模式的相互作用,对结构后屈曲行为的影响极大,临界点以后路径的可靠性受所选择模式的影响。因此,把渐近理论和有限元结合起来分析复杂结构的后屈曲行为是合适的,但目前这方面的工作还很不充分。

3.4 弹塑性后屈曲的渐近理论 上面讨论的 Koiter 渐近理论只适用弹性系统。Hutchinson^[31,32], Tvergaard 和 Needleman^[18]把渐近理论推广到弹塑性后屈曲中。Hutchinson 认为,由于后屈曲路径的极值点与分支点比较接近,在分支点处的摄动分析有可能讨论塑性后屈曲分支上极值点处的行为和缺陷影响。关于考虑模式相关作用的弹塑性后屈曲分析还可以参见[33]。由于塑性屈曲和弹性屈曲有很多本质区别,目前弹塑性后屈曲的渐近理论的研究和应用尚有许多问题有待进一步解决。

4 局部-整体相关屈曲的稳定极限承载力理论

在静力作用下,结构屈曲有分支点屈曲和极值点屈曲两种截然不同的形态。只有理想结构(载荷理想作用于形心,结构无初始缺陷)才会产生分支点屈曲,实际结构都有不同程度的初始缺陷,一般是极值点屈曲。极值点屈曲在屈曲前就有强烈的非线性(几何非线性和物理非线性)行为,几乎无法求出解析解。极值点所对应的结构稳定的极限承载力只有对结构从开始受力到破坏的全过程响应(即结构载荷-位移曲线)分析中得到。结构的极限承载力与分支点屈曲的临界载荷相比,对工程结构更具有实际意义。考虑局部-整体相关屈曲的极限承载力分析能够得到与试验结果更符合的数值结果^[37-41]。

郭彦林^[37-39]用大挠度弹塑性有限条法,对冷弯薄壁单对称开口截面柱局部-整体相关屈曲进行了研究和试验。在实验中采用了先进的光栅技术,获得了加载过程中冷弯薄壁柱腹板和翼缘局部屈曲波长沿柱长均匀分布且保持不变的结果。这样,局部屈曲的柱子就可以看作由一系列屈曲波长的短柱段所组成,并且在短柱段相连的节平面处(该处局部挠度为零),刚周边假定仍然成立。根据考虑局部屈曲影响的大挠度弹塑性有限条分析的 $M-P-\Phi$ 曲线求解柱子的极限承载力,得到了一些对工程实际有意义的结果,与试验结果吻合较好,对于解决结构局部-整体相关屈曲问题有较好的精度。分析表明,当柱子的局部屈曲载荷与欧拉载荷接近或相等时,两种屈曲模式的相关作用非常显著,打破了传统的等稳定设计原则。

沈祖炎和张其林^[40,41]将薄壁钢构件作为柱形薄壳组合结构,发展出分析薄壁钢构件各类非线性稳定问题的曲壳有限单元法,对薄壁构件的局部-整体相关屈曲的稳定极限承载力进行了分析。这种方法可以计入残余应力等任意初始缺陷的影响,可以考虑任意形式的加载方式以及弹塑性区域内的加卸载现象。双向偏心受压薄壁工字形截面柱局部-整体相关屈曲的试验结果和曲壳有限元分析结果吻合,有较高的精度,得到了一些有实际意义的结果。数值分析表明,这种曲壳有限单元法,对于整体屈曲问题只需要极少的单元数即可得到满意的分析结果;对局部-整体相关屈曲问题,有限单元数应该足以描述构件中板件的初始形状和变形情况,否则会引起较大的误差。

5 结束语

①在薄壁结构稳定性分析中,去掉传统的截面周边不变形(刚周边)假设,考虑局部屈曲对构件整体屈曲的影响,进行结构空间稳定分析,对局部板件(如腹板或翼缘)的实际工作进行更恰当的描述,是符合实际情况的。

②将模式相关理论与有限条或有限元方法结合起来可得比较理想的结果,但屈曲前非线性,特别是物理非线性方面尚有大量工作要做,方法尚不成熟,所得结果也不便实际应用。

③对实际结构而言,局部屈曲的发生并没有结束结构的承载能力,而是降低了结构的受压和抗弯刚度。载荷的增大使得局部屈曲的模式和幅值不断发生改变,并且沿着长度方向,其改变的程度并不相同,当考虑材料的弹塑性时,相关作用不仅在屈曲模式之间发生,而且还存在屈曲模式与塑性区发展之间的相关作用,这些对局部-整体相关屈曲分析都是很重要的,目前的分析尚未很好地考虑这些影响。最近,黄宝宗等^[42]根据复杂薄壁结构屈曲多数情况下只限于结构的某一局部区域,因而只对局部进行离散,用结构局部代替整体计算,以强调局部的作用,是值得注意的。但局部区域对整体结构的影响,即相关作用尚缺乏足够分析。

④应该大力发展有关局部-整体相关屈曲的极限承载能力理论以及数值方法和通用的与专用的计算机程序的研究,加强结构极限承载力的试验研究,得到对工程实际更有参考价值的结果,为大型结构的设计和施工提供保障,是今后结构稳定理论的主要发展方向。

总之,薄壁结构局部-整体相关屈曲分析方法和应用近10—20年来取得了很大进展。尽管数值方法在大挠度弹塑性相关屈曲方面提供了一些结果,对解决工程实际问题是有益的,但是现有结果之间尚缺乏统一的概括和总结,大部分结果尚不便于实际应用。目前这一领域无论在理论分析、数值方法和试验研究方面还有许多问题需要进一步研究,需要力学方面和工程结构方面的人们共同努力。

参 考 文 献

- 1 Bushnell D. *AIAA J.*, 19, 9 (1981): 1183-1226
- 2 吕烈武,沈世钊,沈祖炎,胡学仁. 钢结构构件稳定理论. 中国建筑工业出版社,北京(1983)
- 3 殷万寿,汪秀鹤. 桥梁建设, 1 (1981)
- 4 曾庆元. 长沙铁道学院学报, 5, 3 (1987): 1-14
- 5 Kalyanaranan V, Pek z T, Winter G. *J. Struct. Div., ASCE*, 103, 9 (1977)
- 6 Rajasekaran S, Murray D M., *ibid*, 99, 6 (1973): 1003-1023
- 7 Johnson C P, Will K M. *ibid*, 100, 3 (1974): 669-685
- 8 Hancock G J. *ibid*, 104, 11 (1978): 1787-1798
- 9 El-Ghazaly H A, Sherbourne A N, Dubey R N. *Computers & Structures*, 19, 3 (1984): 351-368
- 10 陈其石,夏志斌,潘有昌. 浙江大学学报, 22, 3 (1988): 1-9
- 11 Koiter W T. On the Stability of Elastic Equilibrium (Dissertation). Delft, Holland (1945); English Translation Issued as NASA TTE-10 (1967): 883
- 12 Van der Neut A. Proc. 12th Int. Cong. Appl. Mech., Springer-Verlag (1969): 389-399
- 13 Koiter W T, Van der Neut A. in Thin-Walled Structures (Ed Rhodes J, Walker A C). Granada (1980): 61-85
- 14 Thompson J M T, Lewis G M. *J. Mech. Phys. Solids*, 20 (1972): 101-109
- 15 Van der Neut A. Proc. IUTAM Symp. on Buckling of Struct., June 17-21, 1974: Buckling of Structures (ed Budiansky B) (1976): 117
- 16 Koiter W T, Pignataro M. *ibid* (1976): 133-148
- 17 Byskov E, Hutchinson J W. *AIAA J.*, 15, 7 (1977): 941-948
- 18 Tvargaard V. *Int. J. Solids Struct.*, 9 (1973): 117-192
- 19 —, Needleman A. *ibid*, 11 (1975): 647-663

- 20 Sridharan S. Elastic postbuckling behavior and crinkly collapse of plate structures. Ph. D. Thesis, Southampton University (1978)
- 21 —, Graves Smith T R. *J. Eng. Mech. Div., ASCE*, **107**, 5 (1981) : 869—888
- 22 —. *Int. J. Num. Methods Eng.*, **18** (1982) : 1685—1697
- 23 —. *Int. J. Solids Struct.*, **19** (1983) : 625—641
- 24 —. *Eng. Struct.*, **4** (1982) : 249—255
- 25 —, Benito R. *J. Eng. Mech. Div., ASCE*, **110**, 1 (1984) : 49—65
- 26 —, —. *Int. J. Num. Methods Eng.*, **21** (1985) : 145—161
- 27 —, —. *J. Struct. Div., ASCE*, **111**, 4 (1985) : 517—543
- 28 —, Ali M A. *Int. J. Solids Struct.*, **22**, 4 (1986) : 429—443
- 29 —, —. *J. Struct. Div., ASCE*, **114**, 1 (1988) : 103—120
- 30 Carnoy E. *Comput. Meth. in Appl. Mech. and Eng.*, **23** (1980) : 145—174
- 31 Hutchinson J W.. *J. Mech. Phys. Solids*, **21** (1973) : 191—204
- 32 —. *ibid*, **21** (1973) : 163—190
- 33 Hunt G W, Williams K A I. *ibid*, **32** (1984) : 101—118
- 34 黄宝宗, 任文敏. *力学进展*, **17**, 1 (1987) : 30—38
- 35 周承倜. 薄壳弹塑性稳定理论. 国防工业出版社, 北京 (1979)
- 36 王仁, 黄克智, 朱兆祥主编. 塑性力学进展. 中国铁道出版社, 北京 (1988) : 268—305
- 37 郭彦林. 西安冶金建筑学院学报, **2** (1989) : 75—81
- 38 —, 陈绍蕃. *土木工程学报*, **23**, 3 (1990) : 36—46
- 39 —. 同上, **24**, 1 (1991) : 23—31
- 40 沈祖炎, 张其林. 同上, **24**, 1 (1991) : 32—43
- 41 —, —. *同济大学学报*, **19**, 1 (1991) : 13—21
- 42 黄宝宗, 杨文成, 沈泽富. *力学学报*, **23**, 1 (1991) : 103—109
- 43 Thompson J M T, Hunt G W. *A General Theory of Elastic Stability*. Wiley (1973)
- 44 陈绍蕃. 钢结构设计原理. 科学出版社, 北京 (1987)
- 45 Bleich F. *Buckling Strength of Metal Structures*, McGraw-Hill Book Company (1952)
- 46 Timoshenko S P, Gere J M. *Theory of Elastic Stability*. McGraw-Hill Book Company (1961)
- 47 任伟新. *长沙铁道学院学报*, **9**, 2 (1991) : 23—28

ON THE RESEARCH DEVELOPMENTS ON LOCAL- OVERALL INTERACTIVE BUCKLING OF THIN- WALLED PLATE STRUCTURES

Ren Wei-xin Zeng Qing-yuan

Department of Civil Engineering, Changsha Railway Institute

Abstract It becomes an urgent problem to study the load carrying capacity of thin-walled plate structures with respect to buckling. The interaction between the local buckling and the overall buckling is considered. The paper reviews some important theoretical developments on local-overall interactive buckling of thin-walled structures. Some remarks are made on its further studies.

Keywords *local buckling; overall buckling; interactive buckling; initial post-buckling; thin-walled structure; ultimate load*