

韧性断裂裂纹尖端的物理特征和力学行为*

叶裕恭 洪友士

中国科学院力学研究所，北京（邮政编码100080）

提要 本文综述了金属材料发生韧性断裂的裂尖钝化，孔洞成核和长大，孔洞-孔洞或孔洞-裂尖汇合导致裂纹扩展的物理特征，和描述这些特征的本构理论及物理模型。

关键词 韧性断裂；断裂机制；本构理论；裂尖行为；断裂模型；第二相粒子

1 引言

韧性断裂是材料破坏的主要方式之一。含裂纹体的材料发生韧性断裂包括裂纹钝化，新裂纹形成和裂纹扩展；其中，裂纹形成和扩展往往具有孔洞萌生、长大和汇合三个阶段。近几年来，关于韧性断裂的研究更强调对物理现象的观察和描述；强调物理模型和力学理论建立在实验结果的基础上。这在一些方面对以往的理论和模型带来了冲击，形成了韧性断裂研究发展的一个特点。

本文试图就含裂纹体的金属材料发生韧性断裂的裂尖钝化，孔洞成核和长大，孔洞-孔洞或孔洞-裂尖汇合导致裂纹扩展的物理特征和描述这些特征的力学理论和物理模型，从3个方面进行归纳和综述：①韧性断裂的物理特征。通过图片资料说明裂尖钝化，孔洞形成、长大、汇合，裂纹扩展等各阶段的一般物理现象和某些特点。②裂尖本构理论及应用。基于韧性断裂过程中裂纹形成和扩展的微观机制——孔洞成核、长大和汇合，在连续介质力学分析中采用能反映这种机制的本构理论来描述材料的力学行为。着重介绍分别由Gurson(1977)提出，Tvergaard(1981)进一步推广的G-T本构并讨论它在韧性断裂分析中的应用。③裂尖特征的描述及其模型。介绍有影响的Rice-Johnson模型(1970)以及Bates(1984)对该模型的发展。介绍近期Needleman-Tvergaard(1987)提出的裂纹尖端数值分析模型。N-T模型计及裂尖材料具有两种不同尺度的第二相粒子的成核、长大和汇合的机制；探讨了具有4种大粒子布局下裂尖的应力和应变分布，以及微孔洞成核、长大，裂纹扩展的规律。

* 中国科学院支持的重大科研项目课题。

2 韧性断裂的物理特征

材料韧性断裂行为可以用阻力曲线表示。阻力曲线记录了 J_R - Δa 或 δ_R - Δa 之间的函数关系(图 1)，从宏观上它描述了含裂纹体的材料韧性断裂的全过程。这里 J_R 和 δ_R 分别是裂纹扩展到某个 Δa 时的 J 积分值和裂尖张开位移(COD)。图 1 说明，韧性断裂包括裂纹钝化，新裂纹形成和裂纹扩展三个阶段。其中，裂纹形成和扩展往往与孔洞萌生、长大和汇合相联系。

2.1 裂尖钝化和孔洞形成 图 2 是一种

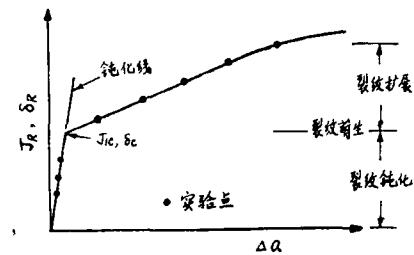


图 1 J_R - Δa , δ_R - Δa 阻力曲线示意图

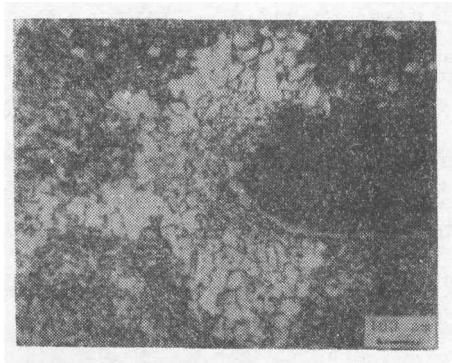


图 2 钝化的裂纹尖端^[1]

韧性材料 A508 钢裂纹受载其尖端钝化的剖面^[1]。可见，钝化裂尖的轮廓近于半圆形。与此同时，裂纹尖端存在塑性区。图 2 表示用再结晶方法显示的裂尖塑性区形状及裂尖应变

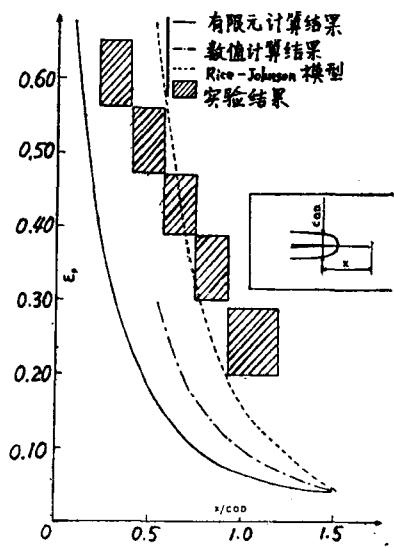


图 3 裂纹尖端的应变分布^[1]

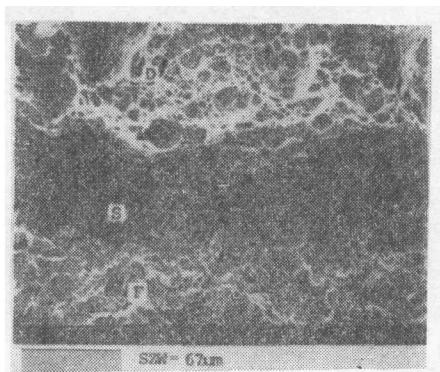


图 4 一种 2.25Cr-1Mo 钢的裂纹起裂区^[3]

分布。图 3 是裂尖应变分布的实验结果和计算结果^[1]。在裂尖钝化过程中，塑性变形方式由“蛇形滑动”过渡到“波纹状滑动”，最后呈现较平坦的裂纹表面^[2]。这即是断口上的延伸区。图 4 是韧性态的 2.25Cr-1Mo 钢起裂区的扫描电镜(SEM)照片^[3]，照片中部是较平坦的延伸区。如钝化裂尖是半圆形，则临界 COD 值 δ_c 与延伸区宽度 SZW 之比为 2。有些实验结果表明此比值在 2 附近，但有些与 2 差别较大，这显然与裂尖实际形状及 δ_c 和 SZW 的测量方法有关。

与裂尖钝化过程同时发生的，是裂尖前方应力应变场强度的不断增加。当裂尖前方某一

位置的应力应变达到临界条件时，处于该处的第二相粒子就将与基体分离，即发生孔洞萌生。随载荷水平进一步增加，裂尖钝化程度不断发展，同时裂尖前方已经萌生的孔洞逐渐长大。图 5 示出裂尖前方已经形成并长大到一定程度的孔洞^[4]。

孔洞除了以粒子-基体分离的方式形成外，还可以粒子断裂的方式形成。一般而言，粒子与基体的结合强度、粒子尺度和形状是影响孔洞成核方式的因素。对于与基体结合较弱的粒子，等轴状的粒子，主要以粒子-基体分离的方式萌生孔洞；反之，与基体结合较强的粒子、条状粒子倾向于以粒子断裂的方式萌生孔洞。有些观察结果^[5-7]表明钢中大碳化物以断裂的方式萌生孔洞，而小碳化物以粒子-基体分离萌生孔洞。

2.2 孔洞长大、汇合和裂纹扩展 当裂尖钝化程度达到饱和时，其前方已经长大到一定程度的孔洞将与其汇合，使裂纹向前推进一步。如此周而复始，构成裂纹扩展。

对于强度较低，韧性很好的材料，裂纹扩展的特点是：在裂尖前方的第二相粒子上萌生孔洞；孔洞在三向拉应力作用下长大；在裂尖与孔洞之间发生内颈缩而导致最后韧带分离。图 6 是一种低碳钢裂纹扩展的剖面照片^[4]。对于这类情况，其断口表明的微观形貌为基本等轴状的韧窝（图 7^[8]）。

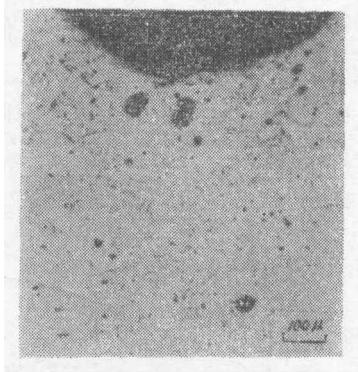


图 5 钝化裂尖前方的孔洞^[4]

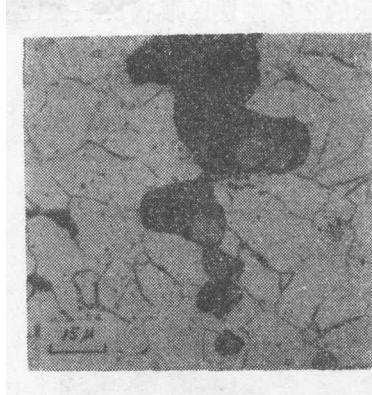


图 6 一种低碳钢的裂纹剖面^[4]

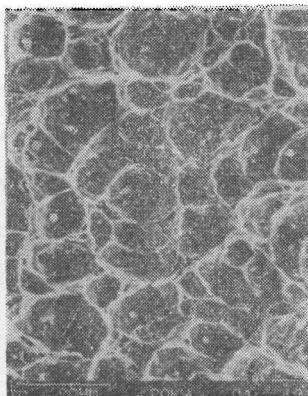


图 7 断口上的等轴韧窝^[3]

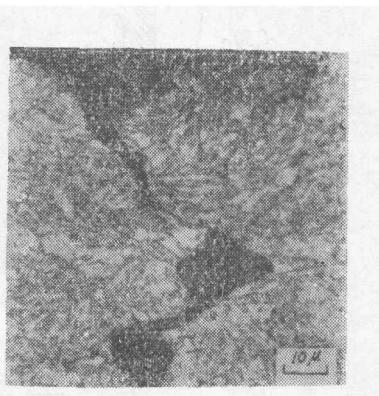


图 8 由剪切带分离的裂尖-韧窝或韧窝-韧窝汇合^[4]

对于强度较高、应变硬化率 n 较低且表现为韧性的材料，其裂纹扩展的特点与前者略有不同：在孔洞形成并长大到一定程度后，裂尖与孔洞的汇合以它们之间剪切带分离的形式发生。图 8 是这种以剪切带分离实现裂尖与孔洞汇合的一个例子^[4]。

在多数合金材料里，一般存在两族甚至多族粒子。其中起强化作用的弥散粒子尺度较小且与基体结合较紧。另外往往存在某些类型的非金属夹杂物。它们的颗粒较大且与基体结合较弱，孔洞可以首先在这类粒子上形成，成为“领先孔洞”。随后，由塑性变形局部化使得“领先孔洞”之间的粒子获得与基体分离的条件从而形成“次生孔洞”。这些“次生孔洞”的长大、连接并与“领先孔洞”汇合构成裂纹扩展。图 9^[8]是一种 Cr-Mo 钢断口上的大

韧窝和小韧窝；大韧窝形成于 MnS, Al₂O₃ 等非金属夹杂物，而小韧窝形成于碳化物。对于只有一族粒子在韧性断裂中起主要作用的材料，断口上则为尺度比较均匀的韧窝(图 7)。

一般地，由第二相粒子萌生孔洞引起韧性断裂以穿晶的模式为主。但对于个别材料，在室温下可以发生晶界上的粒子萌生孔洞，导致沿晶型的韧窝断口。图 10^[4] 即是一例。发生沿晶韧窝往往是第二相粒子偏聚于晶界所致。

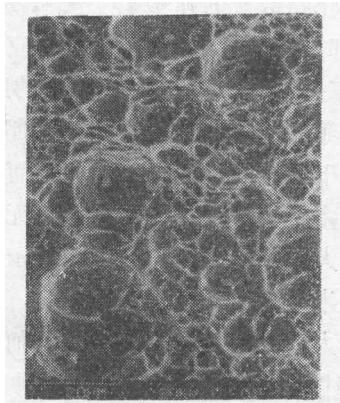


图 9 断口上的大韧窝和小韧窝^[3]

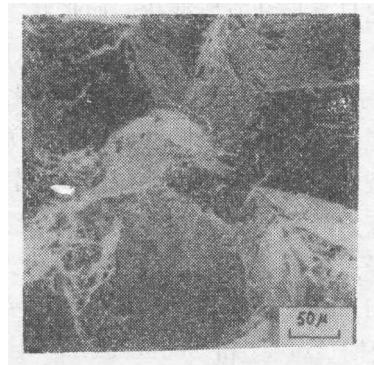


图 10 沿晶韧窝断口^[4]

对于多数材料，韧性断裂过程的孔洞成核总是与第二相粒子有关，然而对于某些材料，孔洞可以不在粒子上形成。这种与粒子无关的孔洞萌生往往与位错的行为相联系。关于非粒子孔洞成核问题文[8]有较详细的介绍。

3 裂尖本构理论及其应用

如前所述，裂纹起裂和扩展总伴随着孔洞成核、长大、孔洞-孔洞或孔洞-裂尖汇合的过程。此外，图 3 表明裂尖附近具有较急剧的应变梯度及较大的应变量。Lautridou 和 Pineau 用再结晶方法从 A508 钢钝化裂尖上测出的应变值达到 1 的量级^[9]。上述两点都是本构关系选取中需予以考虑的。

3.1 有限变形框架下的本构关系 McMeeking^[10] 首先把 Hill^[11] 导出的有限变形框架下的 Prandtl-Reuss 增量本构方程用到裂尖场的分析中。本构律计及了主变形轴的转动。为了得到对称刚度矩阵，采用 Kirchhoff 应力张量 τ 的 Jaumann 率 τ^* ，而不是采用 Cauchy 应力张量 Σ 的 Jaumann 率 Σ^* ^[12]：

$$\tau_{i,j}^* = L_{i,j,k,l} D_{k,l} \quad (1)$$

$$\left[\frac{E}{(1+\nu)} \right] \left[D_{i,j} + \frac{\nu}{1-2\nu} D_{k,k} \delta_{i,j} \right] \quad \text{弹性加载或卸载}$$

$$\text{式中 } L_{i,j,k,l} = \begin{cases} \frac{E}{1+\nu} \left[D_{i,j} + \frac{\nu}{1-2\nu} D_{k,k} \delta_{i,j} - \frac{3\Sigma'_{i,j} \Sigma'_{i,i} D_{k,l} \left(\frac{E}{1+\nu} \right)}{2(\Sigma_e)^2 \left(\frac{2}{3}h + \frac{E}{1+\nu} \right)} \right] & \text{塑性加载} \end{cases}$$

$D_{i,j}$ 是变形率张量， E 是弹性模量， ν 为泊松比， $\delta_{i,j}$ 是 Kronecker 符号。 $\tau = |F| \Sigma$ ， $|F|$ 是现时状态体积与基准状态体积之比。 Σ_e 是有效应力， h 是单轴拉伸应力应变曲线的斜率。且

$$\Sigma'_{ij} = \Sigma_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\Sigma_{kk}, \quad (\Sigma_e)^2 = \frac{3}{2}\Sigma'_{ij}\Sigma'_{ij}$$

以上公式均采用笛卡儿直角坐标系。

由于计及了有限几何变化，裂尖钝化可以通过计算分析得到。对于具有不同硬化指数($n=0, 0.1, 0.2$)的弹塑性材料的计算结果表明，当裂尖钝化宽度 b 达到原始宽度 b_0 的5倍时，裂尖形状似不受 n 值影响；此外对于同一种硬化指数 n 的弹塑性材料，自 $b/b_0 \geq 3$ 之后，裂尖钝化只是尺寸有所变化，而形状不变，这时在 $R/b \geq 1$ 的区域上，应力和应变落到一条曲线上，它们与 b/b_0 值增加无关，从而有稳态解(R 为距原始裂尖点的距离)。正如McMeeking指出，对于幂硬化材料，钝化裂尖表面上的流动应力引起一个难题：该流动应力将与瞬时裂纹张开和初始张开的比值有关，鉴于下面三个物理方面的原因而未予以严格考虑：①在尖裂纹情况，奇异性控制的区域较 δ_{ij} 小得多。②幂硬化律必然导致无限塑性应变对应无限流动应力，而物理上更为真实的是塑性应变大到一定时流动应力将处于饱和。③几乎不可能有原子尺度的尖锐裂纹，裂纹尖端实为有限半径。

继 McClintock 裂尖场的数值分析研究之后，人们开始认识到裂尖大几何变化的重要性^[10,13]。近期 Aravas 和 McMeeking^[14]又把上述本构用到裂尖前沿有两种孔洞分布形式的裂尖场的计算分析中，并得到了一些与实验数值相当吻合的结果。

3.2 多孔韧性材料本构理论及其应用 在大量实验和理论研究的基础上，特别是由于 McMeeking^[15]，Rice 和 Tracey^[16]，Berg^[17]，Goods 和 Brown^[18]的重要贡献，可膨胀塑性材料的本构理论才得到了发展。下面着重介绍具有代表性的，与率无关的多孔韧性材料的Gurson本构理论^[19,20]及其在含裂纹的韧性断裂中的应用。需要指出：韧性断裂中损伤材料的弹塑性本构关系与损伤力学中的损伤演变关系有一定区别。这主要因为研究对象侧重点不同所致。前者一般不考虑损伤引起材料弹性模量的变化，着重考虑损伤产生的塑性膨胀效应，而后者则相反。

3.2.1 Gurson本构理论及其应用 Gurson 把 Bishop 和 Hill^[21]考虑多晶体的宏观物理量之间关系式延拓到含有孔洞或第二相粒子的弹塑性材料中，利用最小耗散功原理和虚功原理，通过对具体的两种典型含孔洞几何芯体模型的分析和推演，最后得到宏观近似屈服面，其形式为

$$\phi(\Sigma_{ij}, \bar{\sigma}_M, \bar{f}) = 0 \quad (2)$$

式中 Σ_{ij} 为宏观应力， $\bar{\sigma}_M$ 为基体有效应力， \bar{f} 为孔洞体积百分数。近似屈服面有两个特性：①近似屈服面总处于真实屈服面之外，因此近似屈服应力 Σ_{ij}^n 是真实应力 Σ_{ij}^r 的上限，故称之为上限解。②近似屈服面具有外凸和正交特性，因此塑性变形率 D_{ij}^p 有

$$D_{ij}^p = A(\partial\phi/\partial\Sigma_{ij}) \quad (3)$$

对于球形孔洞模型，Gurson 给出的近似屈服面 ϕ 为

$$\phi = \frac{3\Sigma'_{ij}\Sigma'_{ij}}{2\bar{\sigma}_M^2} + 2f\cosh\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\Sigma'_{ij}}{\bar{\sigma}_M}}\right) - (1+f^2) = 0 \quad (4)$$

式中， $\Sigma'_{ij} = \Sigma_{ij} - \delta_{ij}\Sigma_{kk}/3$ ，当 $f=0$ 时，式(4)将简化成 von Mises 屈服条件。利用式(3)和(4)以及塑性加载要求 $\dot{\phi}=0$ 的一致性条件，可以确定 A 值(A 是一个与应力、

应变率、变形历史以及孔洞体积百分数有关的量)。最后可以导出本构关系。

把宏观变形率分解成弹性和塑性部分:

$$D_{i,i} = D_{i,i}^e + D_{i,i}^p \quad (5)$$

弹性部分

$$D_{i,i}^e = \frac{1}{2G} \Sigma_{i,i}^* + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3K} - \frac{1}{3G} \right) \delta_{i,i} \Sigma_{k,k}^* \quad (6)$$

式中 K 、 G 分别是弹性体积模量和剪切模量。Cauchy 应力的 Jaumann 导数 $\Sigma_{i,i}^*$ 为

$$\Sigma_{i,i}^* = \Sigma_{i,i} - \Omega_{i,k} \Sigma_{k,i} - \Sigma_{i,k} \Omega_{j,k}$$

$D_{i,i}$ 和 $\Omega_{i,j}$ 分别表示变形率张量的对称部分和反对称部分。并有

$$D_{i,i} = (\nu_{i,i} + \nu_{j,j})/2; \quad \Omega_{i,j} = (\nu_{i,j} - \nu_{j,i})/2$$

基于基体材料的有效应变 $\dot{\epsilon}_M^p$ 和有效应力 $\bar{\sigma}_M$ 与宏观材料的等效塑性功之间有关系:

$$\Sigma_{i,i} D_{i,i}^p = (1-f) \bar{\sigma}_M \dot{\epsilon}_M^p \quad (7)$$

式中 $\dot{\epsilon}_M^p = \dot{\sigma}_M / h_m(\bar{\sigma}_M)$ 。从而可以导出

$$\dot{\sigma}_M = h_m \Sigma_{i,i} D_{i,i}^p / (1-f) \bar{\sigma}_M \quad (8)$$

Gurson 考虑 f 由两部分组成:

$$\dot{f} = \dot{f}_g + \dot{f}_N \quad (9)$$

\dot{f}_g 由孔洞长大引起, 考虑它仅与宏观塑性膨胀有关:

$$\dot{f}_g = (1-f) D_{k,k}^p \quad (10)$$

\dot{f}_N 是孔洞成核引起, Gurson 利用 Argon 提出的孔洞成核关系, 即它仅与基体有效应力 $\bar{\sigma}_M$ 和宏观应力第一不变量 $\Sigma_{k,k}$ 有关, 从而有

$$\dot{f}_N = F_1 \dot{\sigma}_M + F_2 \Sigma_{k,k} / 3 \quad (11)$$

最后可以导出 $D_{i,i}^p$:

$$D_{i,i}^p = \mu \frac{1}{H} \left(\frac{3}{2} - \frac{\Sigma'_{i,i}}{\bar{\sigma}_M} + \alpha \delta_{i,i} \right) \left(\frac{3}{2} - \frac{\Sigma'_{k,k}}{\bar{\sigma}_M} + \beta \delta_{k,k} \right) \Sigma_{k,k}^* \quad (12)$$

式中

$$\mu = \begin{cases} 1 & \phi = 0 \text{ 和 } \frac{1}{H} \left(\frac{3}{2} - \frac{\Sigma'_{k,k}}{\bar{\sigma}_M} + \beta \delta_{k,k} \right) \Sigma_{k,k}^* \geq 0 \\ 0 & \phi < 0 \text{ 和 } \frac{1}{H} \left(\frac{3}{2} - \frac{\Sigma'_{k,k}}{\bar{\sigma}_M} + \beta \delta_{k,k} \right) \Sigma_{k,k}^* < 0 \end{cases}$$

$$H = \frac{h_m}{1-f} \left(\bar{\omega} + \frac{\Sigma_{k,k}}{\bar{\sigma}_M} \right)^2 - \bar{\sigma}_M \left\{ \cosh \left(\frac{\Sigma_{k,k}}{2\bar{\sigma}_M} \right) - f \right\} \left\{ \frac{F_1 h_m}{1-f} \left(\bar{\omega} + \frac{\Sigma_{k,k}}{\bar{\sigma}_M} + \alpha \right) + 3(1-f)\alpha \right\}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} f \sinh \left(\frac{\Sigma_{k,k}}{2\bar{\sigma}_M} \right), \quad \beta = \alpha + \frac{F_2}{3} \left[\cosh \left(\frac{\Sigma_{k,k}}{2\bar{\sigma}_M} \right) - f \right] \bar{\sigma}_M$$

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{3}{2} \frac{\sum'_{i,j} \sum'_{k,l}}{\sigma_M^2} = 1 + f^2 - 2f \cosh\left(\frac{\sum_{k,l}}{2\sigma_M}\right)$$

由式(5)，其逆形式可表示为

$$\Sigma_{i,j}^* = 2GD_{i,j} + \left(k - \frac{2}{3}G\right)\delta_{i,j}D_{k,k} - \mu \frac{\left[G \frac{\sum'_{i,j}}{\sigma_M} + K\alpha\delta_{i,j}\right]\left[G \frac{\sum'_{k,l}}{\sigma_M} + K\beta\delta_{k,l}\right]}{\frac{H}{9} + \frac{1}{3}\omega G + \alpha\beta K} - D_{k,l} \quad (13)$$

假如我们代入 $f=0$ 和 $F_1=F_2=0$ ，则式(12)和(13)就简化成 Prandtl-Reuss 本构方程。

Hutchinson^[22]认为 Gurson 本构理论有 3 个主要特点：①是从韧性断裂的微观机制出发，物理背景清楚。②当材料内部不存在孔洞型损伤时，即 $f=0$ ，Gurson 屈服面简化为 von Mises 屈服面，流动律简化成应力张量第二不变量 J_2 型。③总体损伤计及了孔洞成核部分的贡献。

Gurson 理论受到了力学界的重视。Yamamoto^[23]首先把它用于韧性断裂的剪切带分叉中。Tvergaard^[24,25]探讨了含有大孔洞的 Gurson 材料的韧性断裂。最近几年，Aoki 等人^[26]，Aravas 和 McMeeking^[27]，Jagota 等人^[28]以及 Needleman 和 Tvergaard^[29]先后把 Gurson 本构以及修正后的本构（介绍于后）用于裂尖具有小范围屈服平面应变断裂的分析中。Aoki 等人通过数值计算讨论了 Mises 本构和 Gurson 本构的具体应用和裂尖前沿存在大孔洞下对裂尖场的影响。他们的结果表明：

①Gurson 本构材料中，在裂尖前沿一个较小区域内（其距离小于裂尖到钝化尖端的直径），微孔迅速成核并长大，此处的应力场因此受到很大影响。但裂尖钝化及张开位移与是否使用 Gurson 本构，关系不大。从图 11 可见，在大应变框架下 Gurson 本构和 Mises 本构

得到的钝化宽度比 b/b_0 与 J 积分值的关系是相似的。

②图 12 示出 3 种不同方法得到的裂尖附近 R/b 与 σ_{yy}/σ_y 之间的关系 (σ_y 是屈服应力)。

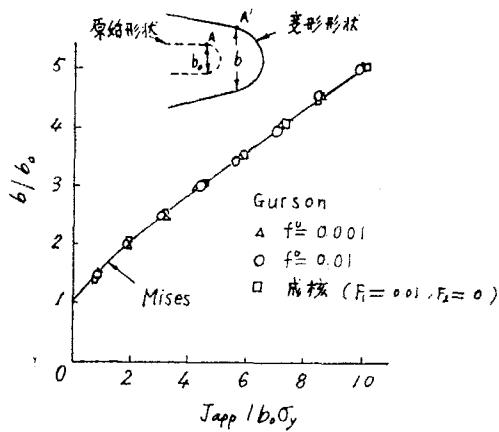


图 11 裂尖钝化宽度比 b/b_0 与 J 积分值的关系^[26]

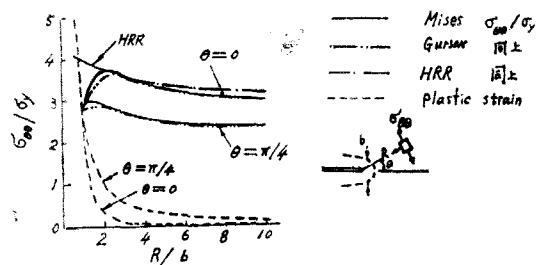


图 12 钝化裂尖附近应力和应变^[26]

可见在 $R/b \geq 2$ 后，HRR^[30,31] 应力场，Mises 本构应力场和 Gurson 本构应力场三者基本一致。在 $1 \leq R/b \leq 2$ 区域，HRR 应力场偏高，而其它二者基本无差别。这说明在这个区域应力应变场不受微孔的影响。在 $0 \leq R/b \leq 1$ 区域，正如前面提到的，应力应变场受到孔洞成核和长大很大影响。

③裂纹尖端附近的大孔洞存在与否，对裂尖应力场有极大影响，同时裂纹与大孔洞之间的相互作用以及微孔存在对大孔洞长大也有很大影响。这将在 3.2.2 中进一步讨论。

3.2.2 Gurson本构理论不足之处及当前的修正 由于 Gurson 本构理论是从孤立而又简单的芯体模型建立起来的，它没有考虑孔洞之间的相互作用。Needleman^[32], Tvergaard^[33]以及叶裕恭^[34]通过双周期分布的圆柱形孔洞模型的计算发现，孔洞之间的相互作用是不可忽视的。Guennouni 和 Francois^[35]近期做了类似的数值分析，同样发现即使在原始孔洞含量不大的情况下，与 Gurson 的结果相比也有较大的差别。

Gurson 理论中的孔洞成核是采用 Argon 提出的局部应力成核准则^[18]。Tanaka 等人^[36]的研究已表明，当粒子尺度 $< 250 \text{ \AA}$ 时，孔洞成核应首先考虑能量准则是否满足。然而 Gurson 模型对此却未予以考虑。此外孔洞成核是一个过程，一旦粒子与基体结合的界面上某点达到成核条件，并非标志粒子与基体完全脱开。Fisher 和 Gurland^[37]以及我们的工作^[38]都说明了这一点。

Gurson 理论未计及孔洞汇合对损伤量 f 的影响。还需强调指出，Gurson 本构理论以及当今出现的其它类似的本构，如 Rousselier^[39]本构，Nemat-Nasser 本构^[39]等都是一种平均化理论。它们都不能真实反映出材料特征尺度范围内的非均匀效应^[40]。前面提到的 Aoki 等人的计算结果就表明，采用 Gurson 本构或 Mises 本构对裂尖场的影响不大。然而裂尖前沿大孔洞的存在对裂尖场的影响却非常大。因此大孔洞与裂尖之间的距离或大孔洞与大孔洞之间的距离就是一个很重要的材料特征参数。所以近期的韧性断裂模型研究中，Gurson 本构关系仅仅作为含有均匀的小粒子或孔洞材料的宏观本构关系；更加符合真实微观断裂机制的断裂模型还要引入一个与长度有关的尺度^[40]。

Tvergaard 通过对多组不同孔洞含量的双周期圆柱孔洞模型与 Gurson 连续模型的剪切分叉的计算结果对比，Chu 和 Needleman^[41]对孔洞成核分析研究以及 Tvergaard 和 Needleman^[42]对孔洞汇合引起损伤的考虑，对 Gurson 本构理论作如下修正。修正后的屈服面形式为

$$\phi = \frac{3\sum_{i,j} \Sigma'_{i,j}}{2\sigma_M} + 2f^* q_1 \cosh\left(\frac{\Sigma_{kk}}{2\sigma_M}\right) - (1 + q_1^2 f^2) = 0 \quad (14)$$

式中的 $q_1 = 1$, $f^* = f$ 时，则简化成修正前的情况。修正参数 q_1 是适应于一般材料并不符合 Gurson 本构理论建立时对材料及加载方式提出的苛刻要求而引入的（要求材料是理想刚塑性；芯体是空心球；加载是球对称等）。 f^* 是基于孔洞汇合导致材料承受应力的能力迅速削弱的考虑而提出的，并有下列关系：

$$f^* = \begin{cases} f, & \text{当 } f \leq f_c \text{ 时} \\ f_c + \frac{f^* - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c), & \text{当 } f > f_c \text{ 时} \end{cases} \quad (15)$$

这里 f_c 表示材料中孔洞开始汇合的临界值。 f^* 表示材料已丧失承受应力能力时的孔洞含量；把 $\Sigma_{i,j} = 0$ 代入式 (14) 可以得到 $f^* = 1/q_1$ 。 f_F 表示材料最后失效时的孔洞含量，它由断裂实验和计算得到。

此外，考虑到塑性应变控制成核的现实，式 (9) 中 \dot{f}_N 也作如下修正：

$$\dot{f}_N = B(\dot{\sigma}_M + \Sigma_{kk}/3) + D\dot{\epsilon}_N \quad (16)$$

式中的 B 和 D 取正态分布^[41]。塑性应变控制成核规定有

$$D = \frac{f_N}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\dot{\epsilon}_N^p - \dot{\epsilon}_N}{S_N}\right)^2\right], \quad B = 0 \quad (17)$$

这里 f_N 是孔洞成核粒子的体积百分数, $\dot{\epsilon}_N$ 是成核平均应变, S_N 是相应的标准离差。另一方面, 应力控制成核规定有

$$B = \frac{f_N}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(\dot{\sigma}_M + \Sigma_{kk}/3) - \sigma_N}{S_N}\right]^2\right\}, \quad D = 0 \quad (18)$$

这里 σ_N 是成核平均应力。式(17)和(18)中非零 D 和 B 显然是在增量计算中 $\dot{\epsilon}_N^p$ 或 $(\dot{\sigma}_M + \Sigma_{kk}/3)$ 超过现时最大值时使用。

Aravas 和 McMeeking^[27] 采用修正后的本构理论并选用下列一组材料参数和有关的值, 作了计算尝试: $\sigma_0/E = 1/300$, $\nu = 0.3$, $n = 0.1$, $q_1 = 1.5$, $f_N = 0.04$, $\dot{\epsilon}_N = 0.3$, $S_N = 0.1$, 初始孔洞体积百分数为零, $f_c = 0.15$, $f_F = 0.25$ 。并考虑裂纹前沿方向上存在一个大孔洞的情况。基于小范围屈服的 I 型平面应变裂纹, 采用 I 型弹性奇异场在 (R, θ) 处的位移作为所考虑有限元的半圆边界上的边界条件。

孔洞与裂纹尖端距离取 $10a_0$, a_0 表示孔洞原

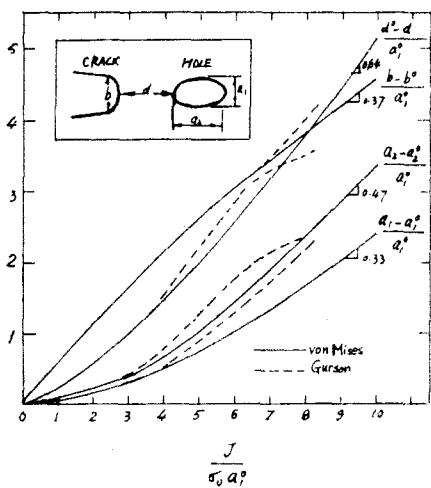


图 13 裂纹尖端 COD 等几何参数与载荷水平的关系

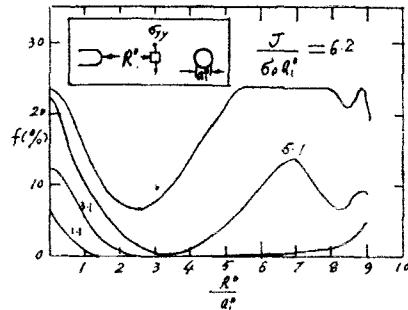


图 14 不同载荷水平韧带区上孔洞体积百分数 f 的分布

始直径。基体材料满足 Gurson 本构。图 13—16 示出了两种不同材料本构计算出的裂尖场。从给出的曲线可以进一步理解韧性断裂的微观机制。在加载初期, 基于裂尖极高的局部塑性应变促使裂尖附近首先出现微孔洞成核 (图 14 中 $J/\sigma_0 a_0^0 = 1.1$ 的曲线)。随载荷增加, 孔洞与裂尖之间的韧带区中的三轴应力也不断增加。极高的三轴应力反过来加速韧带区微孔洞成核和长大, 孔洞长大又导致应力松弛 (图 16 中 $J/\sigma_0 a_0^0 = 5.1$ 的曲线)。当载荷增加到 $J/\sigma_0 a_0^0 = 6.2$ 时, 从图 14 可见一平台区, 其上的 f 已达 $0.95f_F$, 该区域的应力趋于零值。一旦计算单元达到 $f = f_F$, 计算中就把它置于空单元。计算中裂纹起裂条件这样规定: 当裂尖与孔洞之间的韧带区的任何点都达到失效条件时, 起裂发生。起裂后孔洞长大中止, 孔洞与裂尖合并在一起。假设起裂的 COD 以 b_f 表示, 未变形时孔洞与裂尖距离为 D , Aravas 计算结果为 $b_f/D = 0.52$ 。这与已有的结果^[13, 43, 44]相当吻合。

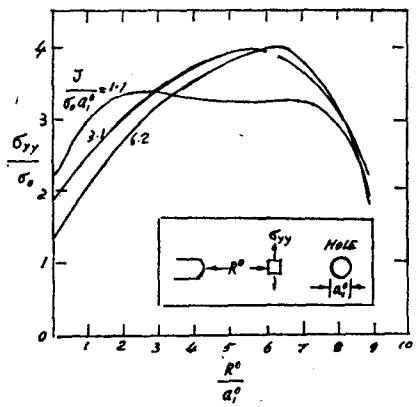


图 15 不同载荷水平下Mises本构材料韧带区上的应力分布

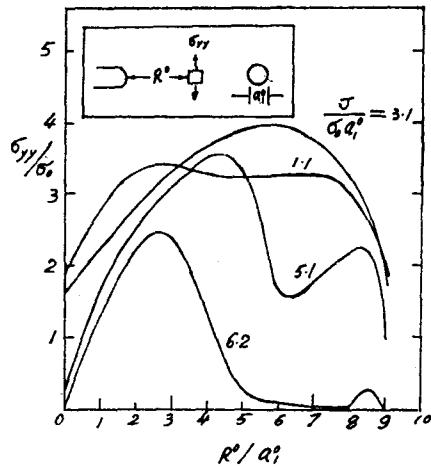


图 16 不同载荷水平下Gurson本构材料韧带区上的应力分布

4 裂尖特征的描述及其模型

前已述及，韧性断裂过程是裂纹尖端前方一定距离处孔洞成核、长大和汇合，裂纹扩展是这一过程的不断进行。20多年来，研究工作者不断寻求断裂韧性与材料微观参数及某些基本力学性能之间的关系，并陆续提出了一些模型^[13,40,45-50]。这些模型在描述裂尖特征的基础上，在一定范围里建立了材料宏-微观参数之间的联系。

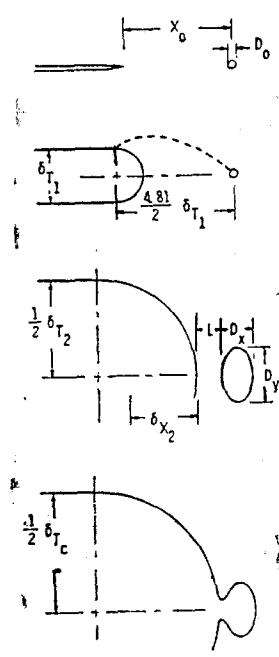


图 17 孔洞萌生、长大并与钝化裂尖汇合 式中， $R_z = D_z/2$ ， $R_s = D_s/2$ ， D_x 和 D_y 已在图 17 标明； R_z 为孔洞第三方向的尺度，并设定 R_z 为平均孔洞直径 R ； σ 是平均正应力：

$$\sigma = (1 + 2\phi)\tau_0 \quad (20)$$

τ_0 是剪切屈服应力， ϕ 是经 x 轴上一点的 β 滑移线与裂尖交截处的切线角。这样， x 轴上一点距裂尖的距离 x 可用裂尖张开位移 $\delta_{t,c}$ 和一个无量纲的 ϕ 的函数表示：

$$x = \delta_{t,c} F(\phi) \quad (21)$$

另一方面，

$$\epsilon_y = - \int_{\phi}^{\pi/2} \frac{V'(\phi) d\phi}{F(\phi) - V(\phi)} \quad (22)$$

这里 $V(\phi) = \partial x / \partial \delta_{t,c}$ 。因此，由式 (21)，临界状态为

$$\frac{\delta_{t,c}}{x_0} [F(\phi) - F(0)] \frac{R_0}{R_x + R_y} = \frac{R_0}{X_0} \quad (23)$$

式中 $R_0 = D_0/2$ 即粒子半径， x_0 是裂尖至第一个粒子的距离，相当于粒子间距。由式 (22) 和 (19) 积分可得 R_x/R_0 和 R_y/R_0 ，且它们都是 ϕ 的函数。即式 (23) 左边是 ϕ 的函数。通过数值计算，R-J 得到图 18 的结果。即表明，当 $x_0/R_0 = 3-35$ 时， $\delta_{t,c}/x_0 = 0.7-2.5$ 。一般认为，R-J 模型对材料 COD 的临界值 $\delta_{t,c}$ 与材料夹杂物间距 x_0 给出了合理的估计。图 18 也标出若干实测结果。

最近，Bates^[53]的工作进一步为 R-J 图示的结果提出了表达式。首先，Bates 由 McMeeking^[10] 数值计算结果得到

$$\begin{aligned} D_x/D_0 &= 2.11(\delta_{t,c}/x_0) + 0.12 \\ D_y/D_0 &= 4.01(\delta_{t,c}/x_0) - 0.67 \end{aligned} \quad (24)$$

这里， D_0 ， D_x ， D_y 已在图 17 标明。另外，Bates 得到

$$\delta_x = 0.337\delta_{t,c} \quad (25)$$

这里 δ_x 是裂纹沿 x 轴扩展的长度。当钝化裂尖与正在长大的孔洞之间的韧带为 R_y 时的 $\delta_{t,c}$ 定义为 $\delta_{t,2}$ ，利用式 (24) 和 (25) 并整理可得

$$\delta_{t,2}/x_0 = [x_0/D_0 + 0.275]/[0.337x_0/D_0 + 3.06] \quad (26)$$

然后，从 $\delta_{t,2}$ 状态到裂纹与孔洞汇合还需叠加裂尖钝化 R_y 即 $D_y/2$ ，利用式 (24) 经整理得到下式：

$$\frac{\delta_{t,c}}{x_0} = \frac{\delta_{t,2}}{x_0} + \frac{1}{2} \left[\frac{4.01 \delta_{t,2}/x_0 - 0.67}{x_0/D_0} \right] \quad (27)$$

式 (27) 即 Bates 给出的 R-J 模型的数学表示式。图 18 中的虚线是式 (27) 得到的。显然式 (27) 很好地拟合了 R-J 模型，即式 (27) 是 R-J 模型的公式化。虽然 R-J 模型与某些实测数值吻合较好，然而，近年来不断有研究结果表明实测的 $\delta_{t,c}/x_0$ 值大大高于 R-J 模型的估计值^[3, 53, 54]。

McClintock^[55]曾指出，裂纹扩展需要孔洞不断成核和孔洞-裂尖不断汇合；裂纹能够也仅能扩展到满足临界条件的位置。Bates^[53]据此指出，当裂尖与其相邻的第一个孔洞汇合时可以不是裂纹扩展的临界状态。如图 19 所示，随 $\delta_{t,c}$ 增加，第 1 个粒子将萌生孔洞并长

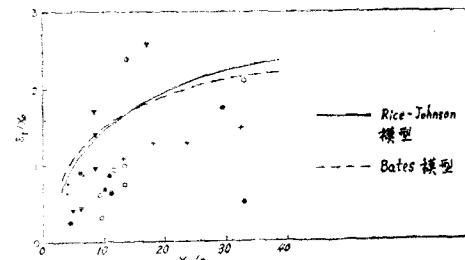


图 18 R-J 模型与 Bates 模型及若干实测数值比较^[4, 51]

大；随 δ_{t1} 继续增加，第2，第3个粒子也陆续萌生孔洞并长大。当裂尖与第1个正在长大的孔洞之间的韧带达到临界值并汇合时，其前方的第2个韧带并未达到临界值。Bates认为，只

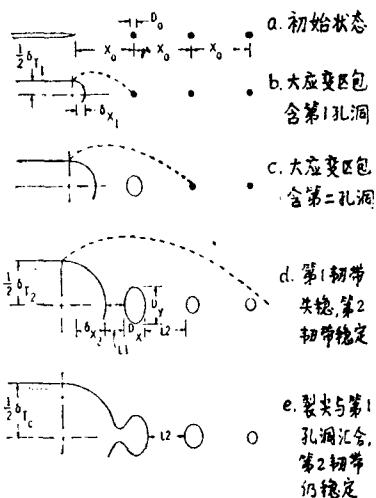


图 19 裂尖与第1孔洞汇合时第2韧带未达到失稳条件

有当发展着的裂尖与其前方的第1个孔洞汇合时第2个韧带也已达到失稳尺度才是裂纹扩展

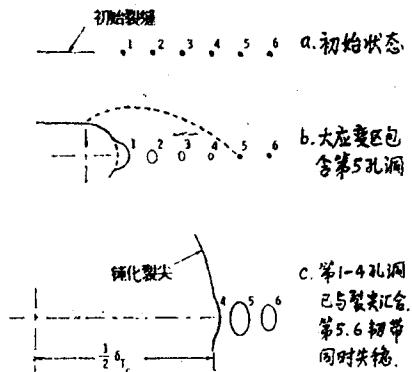


图 20 裂尖钝化至裂纹开始连续扩展

的临界状态（图20）。至此裂纹可以连续扩展，与此相应的裂尖张开位移是 $\delta_{t,c}$ 。

由于粒子是随机分布的，它们可以处于裂尖前方的任一方位。Bates依据McMeeking的结果^[56]即处于裂尖前方不同方位的粒子上孔洞萌生和长大的平均总体效果基本一样，因此

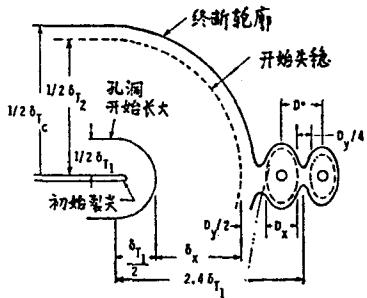


图 21 钝化裂尖同时与两个孔洞汇合导致韧性断裂

而两孔洞间的韧带为 $D_y/4$ ，即达到了临界状态。应用式(24)并整理得

$$\delta_{t1} = [1.924(\delta_{t2}/\delta_{t1}) - 0.299]D_0/[2.237 - 0.337(\delta_{t2}/\delta_{t1})] \quad (30)$$

由图21看出，汇合后的孔洞直径 D^* 有如下关系：

$$D^* = D_x + D_y/4 \quad (31)$$

用式(24)代入上式可整理得

$$\delta_{t2}/\delta_{t1} = [(D^*/D_0) + 0.048]/1.298 \quad (32)$$

则临界张开位移为

$$\delta_{t,c} = \delta_{t2} + D_y/2 = \delta_{t2} + [1.67(\delta_{t2}/\delta_{t1}) - 0.67]D_0/2 \quad (33)$$

至此，可以由粒子初始直径 D_0 和在断口上测得的韧窝直径 D^* ，通过式(30)，(32)和(33)估算临界裂尖张开位移 $\delta_{t,c}$ 。式(30)，(32)和(33)即Bates在R-J工作基础上发展的新模型，Bates比较了4种材料的实测值和估算值，结果吻合得很好。

Bates 模型考虑裂尖发生连续的裂纹扩展的临界状态是裂尖延长线上两个孔洞同时与裂尖汇合；而R-J模型只考虑一个孔洞与裂尖汇合。因此二者所设定的临界距离也不同，前者是 $2.4\delta_{cr}$ ，这比后者的 x_0 大若干倍。这即是这两个模型的主要差异。

4.2 Needleman-Tvergaard 数值模

型^[29] N-T 韧性断裂模型进一步揭示了韧性断裂过程中裂尖的力学行为以及它们与材料中第二相粒子分布之间的关系。鉴于金属材料中一般存在两类性质不同的粒子，该模型对此予以不同的考虑：大粒子采用应力控制孔洞成核机制；小粒子采用塑性应变控制机制。粒子的体积百分数以式(17)和(18)中的幅度 f_N 表示。大粒子幅度 f_N 以“岛形组态”按式(34)的指数形式分布，并考虑 4 种布局(图22)

$$f_N = \bar{f}_N \exp \left\{ -[(x^1 - x_0^1)^2 + (x^2 - x_0^2)^2] / r_0^2 \right\} \quad (34)$$

式中 (x_0^1, x_0^2) 表示“岛”形中心， r_0 表示“岛”形尺寸参数， \bar{f}_N 是 (x_0^1, x_0^2) 点的幅值。大粒子中心的原始间距为 D_0 (D_0 作为材料特征长度)。“岛形组态”实质上是以幅度 f_N 模拟了夹杂物孔洞成核的特征。小粒子幅度 f_N 在空间是均匀分布的，它们弥散在基体中构成满足 Gurson 本构关系的连续宏观“基体”(不是真实的基体)，基于上述两类粒子的分布假设，Needleman 和 Tvergaard 探讨了粘塑性材料中具有小范围屈服 I 型裂纹的裂尖场以及裂纹起裂和扩展的机制。粘塑性材料不存在屈服条件，因此他们把修正后的 Gurson 近似屈服条件[式(14)]作为塑性势函数来使用。宏观应变速率仍然满足式(3)。基体材料有效应变速率采用

$$\dot{\epsilon}_M^p = \dot{\epsilon}_0 [\bar{\sigma}_M / g(\dot{\epsilon}_M^p)]^{1/m} \quad (35)$$

式中 m 是应变速率硬化指数， $\dot{\epsilon}_0$ 为基准应变速率， $\dot{\epsilon}_M^p$ 为瞬时有效塑性应变速率值。函数 $g(\dot{\epsilon}_M^p)$ 是基体材料在进行具有应变速率拉伸试验中得到(如试验时应变速率为 $\dot{\epsilon}_M^p = \dot{\epsilon}_0$)。计算中选用

$$g(\dot{\epsilon}_M^p) = \sigma_0 (\dot{\epsilon}_M^p / \dot{\epsilon}_0 + 1)^n \quad (36)$$

式中 $\dot{\epsilon}_0 = \sigma_0 / E$ ， σ_0 为基准应力。有限元计算的位移边界条件是选取：强加在远离裂尖 R_0 半径的圆周上的位移场与 I 型弹性奇异性的位移场一致。选取圆周半径 $R_0 = 500D_0 = 5000b_0$ (D_0 为大粒子中心间距， b_0 为裂尖原始曲率半径)。成核条件分别选取如下：大粒子遵守式(18)，选取 $\sigma_N = 2.2\sigma_0$ ， $S_N = 0.10\sigma_0$ ， $\bar{f}_N = 0.04$ ；小粒子遵守式(17)，选取 $f_N = 0.02$ ， $S_N = 0.10$ ， $\epsilon_N = 0.8$ 或 0.3 ；基体性能 $E = 500\sigma_0$ ， $\nu = 1/3$ ， $n = 0.1$ ， $m = 0.01$ ， $q_1 = 1.5$ ， $f_c = 0.15$ ， $f_F = 0.25$ 。

在上述前提下，计算得到了一些非常有意义的结果。图 23 和 24 中 a, b, c, d 分别示出图 22 中 4 种不同的大粒子布局下裂尖的力学状态。从图中看出，大粒子的布局对孔洞扩展和塑性应变发展的趋势有极大影响。

在图 22a 的粒子布局下，孔洞体积百分数 f 沿裂纹线方向发展最快。当 $J/\sigma_0 D_0 = 0.501$ ($b/D_0 = 0.442$) 时，裂纹线方向距裂尖 D_0 处的 f 已达到 f_c ($= 0.15$)，当 $J/\sigma_0 D_0 = 1.38$

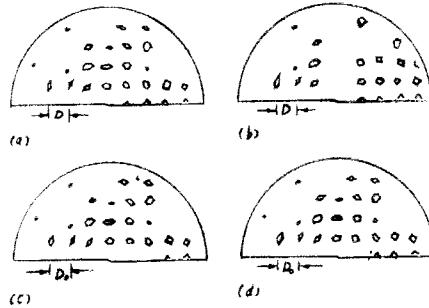


图 22 a, b, c, d 分别表示四种不同的大粒子布局，它们皆有 $f_N = 0.0004$

($b/D_0 = 0.893$) 时, 裂尖前方 $3D_0$ 处已达到 f_c 值, 而裂纹线上方一层的孔洞变化不大。如

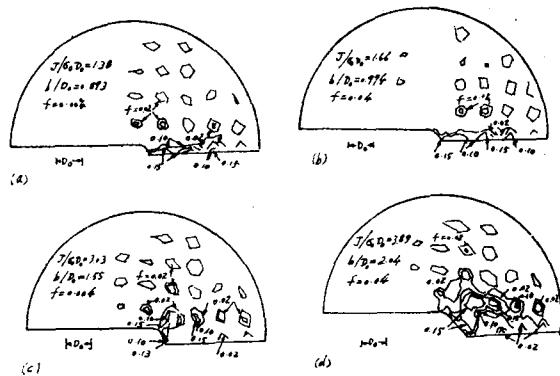


图 23 a, b, c, d 分别表示图 22a, b, c, d 四种不同布局以及图中示出的载荷水平 $J/60D_0$ 下裂尖附近的孔洞体积百分数的分布

切的关系。

N-T 模型的数值分析还给出了裂尖钝化, 裂尖附近的平均应力分布以及稳态裂纹扩展方

果大粒子分布是图 22c, d 情况, 孔洞发展则是沿着裂纹线上方与裂尖相距最近的大粒子的方向不断延伸。当 $J/\sigma_0 D_0 = 1.89$ ($b/D_0 = 1.08$) 时, 最靠近裂尖上方的粒子处已达到 $f = f_c$ 。同样裂尖应变场的分布也是如此。从图 24a, b 上应变等高线的分布可以看到裂尖与孔洞之间的相互作用。剪切局部化是韧性金属材料裂尖状态的主要特征之一, 图 24d 中的蛇形裂纹就是在不同的剪切带相互作用下形成的。

从应变场的分布和发展说明裂尖失效发展路径与夹杂物的分布和成核的特点有更密

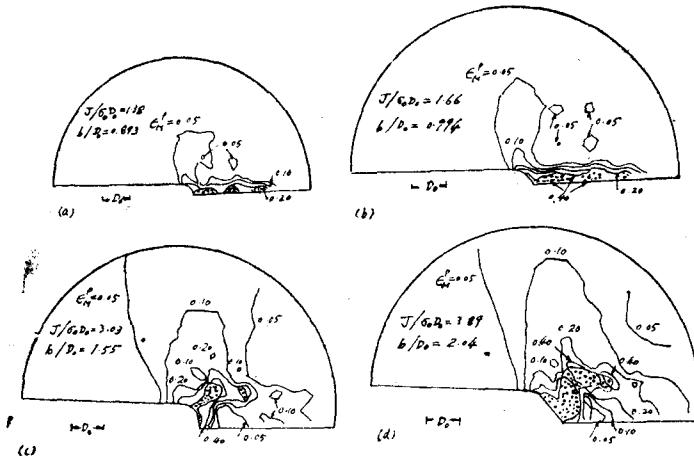


图 24 a, b, c, d 分别表示图 22a, b, c, d 四种不同布局以及本图中示出的载荷水平 $J/60D_0$ 下裂尖附近塑性应变的分布式的结果, 特别值得指出的是: 计算得到的诸断裂力学参数之间的关系与早期已有的结果完全一致^[57]。图 25 示出的裂尖张开位移 ($b - b_0$) / D_0 与 J 积分的线性关系说明了这点。此外该模型还建立了韧性断裂宏观量 (b_f/D) 与材料内部微观量 ($D/2r_0$) 之间的关系。从而加深了对韧性断裂过程的理解。

5 结束语

韧性断裂过程中裂尖的物理特征揭示了断裂的微观机制。裂尖前沿附近的第二相粒子处的孔洞成核、长大以及裂尖与孔洞或孔洞与孔洞汇合是一种典型的韧性断裂模式。在这种模式中, 裂尖的起裂和扩展直接受到裂尖与临近大孔洞或大孔洞与大孔洞之间的距离的影

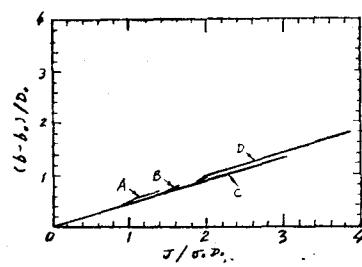


图 25 裂尖张开位移 $(b - b_0)/D_0$ 与 J 积分的关系

响。这个距离是一个非常重要的几何量。在裂纹体受载过程中，裂尖前沿局部处于急剧的应变、应力梯度下；该处极易达到剪切变形局部化的临界条件（即局部剪切失效）。但这并不标志裂纹扩展的产生。只有当整个韧带区都达到剪切失效，或整个韧带区孔洞含量达到失效值 f_F 时，宏观扩展才能产生。

目前人们已经认识到这个材料特征尺度的重要意义，并正在进一步探讨它与材料宏观断裂参数之间的关系。

参 考 文 献

- 1 Pineau A. Advances in Fracture Research (Proc. ICFS), eds., Francois D. et al. V.2, Pergamon Press (1981) : 553
- 2 Beachem C D. Fracture, An Advanced Treatise, ed., Liebowitz H., V. 1 Ch. 4, Academic Press (1968) : 244
- 3 Hong Youshi (洪友士), Tyson W R, Faucher B, Shehata M. Mechanical Behaviour of Materials-V (Proc. ICM5), eds., Yan Minggao et al. V. 1, Pergamon Press (1987) : 357
- 4 Knott J F. Advances in Research on the Strength and Fracture of Materials (Proc. ICF4), ed., Taplin D. M. R., V. 1, Pergamon Press (1977) : 61
- 5 McMahon C J, Cohen M. *Acta Metall.*, **13** (1965) : 591
- 6 Cox T B, Low J R Jr. *Metall. Trans.*, **5A** (1974) : 1457
- 7 Gurland J. *Acta Metall.*, **20** (1972) : 735
- 8 Goods S H, Brown L M. *Acta Metall.*, **27** (1979) : 1
- 9 Rousselier G. Three-Dimensional Constitutive Relations and Ductile Fracture, Ed., Nemat-Nasser S., North-Holland Publishing Company (1981) : 331
- 10 McMeeking R M. *J. Mech. Phys. Solids*, **25** (1977) : 357
- 11 Hill R. *J. Mech. Phys. Solids*, **7** (1959) : 209
- 12 McMeeking R M, Rice J R. *Int. J. Solid Struct.*, **11** (1975) : 601
- 13 Rice J R, Johnson M A. Inelastic Behaviour of Solids, Eds., Kanninen M. F., et al. McGraw-Hill (1970) : 641
- 14 Aravas N, McMeeking R M. *J. Mech. Phys. Solids*, **33** (1985) : 25
- 15 McClintock F A. *J. Appl. Mech.*, **35** (1968) : 363
- 16 Rice J R, Tracey D M. *J. Mech. Phys. Solids*, **17** (1969) : 201
- 17 Berg G A. Inelastic Behaviour of Solid, Eds., Kanninen M. F., et al. McGraw-Hill (1970) : 171
- 18 Argon A S, Im J, Saloglu R. *Met. Trans.*, **6A** (1975) : 825
- 19 Gurson A L. *J. Engng. Materials and Technology*, **99** (1977) : 2
- 20 Gurson A L. Advances in Research on the Strength and Fracture of Materials (Proc. ICF4), ed., Taplin D. M. R., V. 2A, Pergamon Press (1977) : 357
- 21 Bishop J F W, Hill R. *Phil. Mag.*, **42** (1951) : 414
- 22 Hutchinson J W. The Mechanics and Micro-Mechanics of Fracture, Lecture in Institute of Mechanics, Beijing, China, (April 1985)
- 23 Yamamoto H. *Int. J. Fracture*, **14** (1978) : 347
- 24 Tvergaard V. *J. Mech. Phys. Solids*, **30** (1982) : 265
- 25 Tvergaard V. *Int. J. Solids Struct.*, **18** (1982) : 659
- 26 Aoki S, Kishimoto K, Takeya A, Sakata M. *Int. J. Fracture*, **24** (1984) : 267
- 27 Aravas N, McMeeking R M. *Int. J. Fracture*, **29** (1985) : 21
- 28 Jagota A, Hui C-Y, Dawson P R. *Int. J. Fracture*, **33** (1987) : 111
- 29 Needleman A, Tvergaard V. *J. Mech. Phys. Solids*, **35** (1987) : 151
- 30 Rice J R, Rosengren G F. *J. Mech. Phys. Solids*, **16** (1968) : 1
- 31 Hutchinson J W. *J. Mech. Phys. Solids*, **16** (1968) : 13
- 32 Needleman A. *J. Appl. Mech.*, **39** (1972) : 964
- 33 Tvergaard V. *Int. J. Fracture*, **17** (1981) : 389
- 34 Yeh Yuh-Gong (叶裕恭). Computer Modelling of Fabrication Processes and Constitutive Behaviour of Metals, Ed., J. J. M. Too, AMCA International Ltd. (1986) : 277
- 35 Guenouni T, Francois D. Mechanical Behaviour of Materials-V (Proc. ICM5), eds., Yan M. G.

- et al, V. 1, Pergamon Press (1987) : 155
- 36 Tanaka K, Mori T, Nahamura T. *Phil. Mag.*, **21** (1970) : 267
- 37 Fisher J R, Gurland J. *Metal Science*, **15** (1981) : 185
- 38 Yeh Yuh-Gong (叶裕恭). Int. Conf. on Computational Engineering Science (Proc. ICES88-ATLANTA), Ed., S. N. Atluri, V. 1, Ch. 18-4 (1988)
- 39 Nemat-Nasser S, Mehrabadi M M, Iwakuma T. Three-Dimensional Constitutive Relation and Ductile Fracture, ed., Nemat-Nasser S., North-Holland Publishing Company (1981) : 157
- 40 郑哲敏. 力学进展, **12** (1982) : 133
- 41 Chu C C, Needleman A. *J. Engng. Mat. Tech.*, **102** (1980) : 249
- 42 Tvergaard V, Needleman A. *J. Mech. Phys. Solids*, **34** (1986) : 213
- 43 Le Roy G, Embury J D, Edward G, Ashby M F. *Acta Metall.*, **29** (1981) : 1509
- 44 Brown L M, Embury J D. Strength of Metals and Alloys (Proc. ICSMA3), Cambridge, England (1973) : 164
- 45 Krafft J M. *Appl. Mat. Res.*, **3** (1964) : 88
- 46 Schwalbe K-H. *Engng. Frac. Mech.*, **6** (1975) : 415
- 47 Schwalbe K-H, Backfisch W. 同[4], V. 2A (1977) : 73
- 48 Hahn G T, Rosenfield A R. *Metall. Trans.*, **6A** (1975) : 653
- 49 Hahn G T, Rosenfield A R. ASTM STP432 (1968) : 5
- 50 陈篪. 金属断裂研究文集. 冶金工业出版社 (1978) : 135
- 51 McClintock F A. Ductility, ASM Seminar, ASM (1968) : 255
- 52 Lee E H, Wang A J. Proc. 2nd U. S. Nat. Cong. Appl. Mech. ASME, New York (1954) : 489
- 53 Bates R C. Fracture: Interactions of Microstructure, Mechanisms, Mechanics (Conf. Proc.), eds., Wells J. M., Landes J. D., TMS-AIME (1984) : 117
- 54 Garrison W M, Thompson A W. *Metall. Trans.*, **19A** (1986) : 2249
- 55 McClintock F A. *Int. J. Frac. Mech.*, **4** (1968) : 101
- 56 McMeeking R M. *J. Engng. Mat. Tech.*, *Trans. ASME*, Series H, **99** (1977) : 290
- 57 Shih C F. *J. Mech. Phys. Solids*, **29** (1981) : 305

PHYSICAL CHARACTERISTICS AND MECHANICAL BEHAVIOUR AT CRACK TIP IN DUCTILE FRACTURE

Ye Yu-gong (Yeh Yuh-Gong) Hong You-shi

Institute of Mechanics, Academia Sinica

Abstract The ductile fracture characteristics which include crack-tip blunting, and void initiation, growth and its coalescence with voids or blunted crack-tip and the constitutive theories and fracture models for the corresponding physical behaviour are reviewed in this paper.

Keywords ductile fracture; fracture mechanism; constitutive theory; crack-tip behaviour; fracture models; second phase particle