

离散系统计算动力学现状

洪嘉振 刘延柱

上海交通大学工程力学系 (邮政编码200030)

提要 近10多年来离散系统计算动力学(或称系统动力学的计算方法)在国外发展迅速,本文综述了这个领域国外发展的现状,介绍了计算动力学的任务和研究内容。

关键词 一般力学; 计算力学; 多刚体动力学; 数字仿真

1 引言

数字计算机对科学技术的冲击已经愈来愈明显。在结构分析和设计中有限元理论的发展与计算机的实现使这个领域得到飞速的发展。计算机软件在电路分析和设计方面也已取得极大成就。然而,对于象机械、机构、机器人、车辆以及航天器等由有限部件构成的离散力学系统的运动学和动力学的分析和综合优化问题却面临不少的困难。不妨回顾一下目前在工程技术领域中尚在采用的对离散力学系统进行分析的传统方法。在系统的运动学分析中,由于系统各部件运动幅度可能很大,空间非线性关系给运动学分析带来困难。因此工程技术人员习惯用作图法或实物模型来讨论系统运动学,例如汽车悬架系统的运动学关系目前大多还是用作图法。在动力学分析中习惯的方法是用拉格朗日方法导出位移广义坐标的系统运动微分方程。对于较为简单的,只有几个自由度的系统,通过巧妙选择广义坐标,利用手工推导可以得到较为简单的微分方程组。然而,随着讨论的力学系统愈来愈复杂,对于超过10个自由度的系统,在构造动力学方程时将面临相当繁重的代数和微分运算,并且非常容易出错,手工推导很难胜任。在实际工程中,不得不将系统作许多强制的简化,降低自由度。但这样很难得到精确的分析结果。运动方程建立以后,面临求解微分方程的问题。由于方程的严重非线性,除个别非常简单的情况外,求得封闭解是不可能的。随着模拟和数字计算机的出现,可以使用计算机和采用实用的数字积分方法解这些方程。但需要花很大的工作量作这方面的准备。若用模拟计算机处理,事先需根据模型编排电路流程及计算各种比例系数。对于数字计算机,得选择有效的数值积分方法并用高级语言编写程序。这些准备工作要求工程技术人员比较熟练掌握这方面的技能。应该指出这种传统的建模和求解方法严重依赖于系统结构形式,即系统稍作变化,自由度一有改变,建立动力学方程繁重而又易出错的工作又得重新做起,相应的数值积分的程序编制工作又得重新准备,例如在机车车辆直道运行稳定性的研究中,不同结构的车辆悬架,由自由度不同,数学模型不同,就得准备不同的计算机程序。因此这种

传统的研究方法很难应用于系统的综合优化。

过去,在结构力学的分析中同样面临上述繁重的建模和数值积分的处理过程。有限元理论的发展使得结构分析方法实现了程式化,并且开发出功能齐备的大型计算机软件系统(例如 SAP5 等)。对于工程技术人员来说,摆脱了繁重的分析准备工作,根据软件系统提出的操作方法(通常这种操作方法很简单,并且规范化)可将他们的主要精力集中在结构分析和优化的问题上。这给离散力学系统运动学和动力学的分析和综合优化一个启示:试图采用类似程式化的方法,利用计算机解决离散力学系统的分析与综合问题。这就是国外近 10 多年中在一般力学领域较为热门的研究工作,名为离散系统计算动力学或离散系统动力学的计算方法^[1]。

计算动力学的任务为:①建立系统的运动学和动力学程式化的数学模型,开发实现这个数学模型的软件系统;作为用户只需输入描述力学系统的基本数据,计算机将自动进行程式化的处理过程;②开发和实现有效的数值算法,自动解运动学和动力学方程,得到运动学规律和动力学响应;③提供仿真结果的图形输出或将分析计算结果用图表方式通知用户。这些任务的根本点是最大限度开发计算机的功能,即快速、准确的数据处理和数值计算能力。

2 系统动力学程式化数学模型的建立

近 10 多年来国外多体动力学得到很大的发展。自 1977 年国际理论和应用力学协会(IUTAM)主持召开第 1 次多刚体系统动力学讨论会后,1985 年 IUTAM 与国际机器及机构理论联合会(IFToMM)联合又举行一次国际多体系统动力学讨论会。这次会议总结了该领域的进展^[2]。就建模方法而论,有 Newton-Euler 方法^[3,4], Lagrange 方程^[6], 带乘子的 Lagrange 方程^[6-9], d'Alambert 原理^[10], Juordan 原理^[11], Gauss 最小约束原理^[16], Kane 方法^[12,13], Hamilton 正则方程^[14]等。动力学方程中采用的变量有取相对惯性坐标系的绝对广义坐标,有取相对广义坐标,也有混合使用的情况。这些变量有的允许用户自由选择,有的由计算机自动生成。在应用对象方面,数学模型有处理平面问题,空间一般问题,树状拓扑结构与带闭链的系统;对于连接各刚体的铰的种类上有的限制转动铰,有的则可处理转动和滑移铰都存在的情况。

方程结构形式基本有两大类。第 I 类是方程个数与系统自由度数相同,一般的形式为

$$A\ddot{q} = B \quad (1)$$

这种形式首先在解决属开链系统的航天器问题时推出。其优点是方程个数最少,但方程呈严重非线性,矩阵 A, B 的形式相当复杂。第 II 类方程大多采用刚体的笛卡儿坐标建立 $6N$ 个 (N 为系统中刚体的个数)且含 Lagrange 乘子的二阶微分方程,这些坐标不独立,需引入完整(或非完整)约束方程,一般形式为

$$A\ddot{q} + \varphi_q^T \lambda = B \quad (2_1)$$

$$\varphi(q, t) = 0 \quad (2_2)$$

式中 φ_q 为约束方程 (2₂) 的雅可比矩阵。这类数学模型是方程个数相当大的代数-微分混合方程组。其特点是方程的系数矩阵呈稀疏,但是这种混合方程的数值解问题没有很好解决。方程形式也有上述两大类折衷方案,主要应用于某些闭环系统。首先对派生的树状系统按第 I 类方案建立方程个数稍大于原系统自由度数的微分方程组,考虑到闭环,方程中的变量不独

立, 引入若干个约束代数方程。严格地说这种数学模型也属第Ⅱ类, 但是方程的个数要少得多, 便于在小型计算机上实现。

据估计, 目前可以见到的各种数学模型约有几十种, 应该指出具有较好实用价值的是那些程式化程度比较高的数学模型, 与传统建立数学模型追求形式简洁优美相比两者存在根本区别。为了充分做到这一点, 在建立数学模型时许多学者采取了各种不同的措施, 其中有:

①在系统的数学描述上大多是通过系统各刚体和铰编号, 采用图论、矩阵工具或自行设计数组形式^[13]。有的引入信息流图 (information flow diagram)^[16], 有的直接利用电路网络理论于力学系统, 通过向量网络图^[17]来描述系统。用户按照上述几种方法将系统的最基本的参数输入计算机。

②建立元件库和约束库。系统最基本的元件为一个刚体。几个刚体构成力学系统的部件。可用各种方法来表示刚体在平面或空间的位置。刚体间的运动约束使这些坐标不独立。对于刚体间标准铰, 如柱铰、万向节、滑移铰等都可用一些代数约束方程描述。这些约束方程构成一个标准的约束库。利用标准元件库和约束库可以拼装成系统的数学模型。

③嵌套子系统方法^[18,3]。将整个系统分成若干个嵌套子系统, 第*j*个子系统是第*j*号铰外所有刚体的组合。运动方程只出现第*j*号铰的约束反力, 作正交投影后, 约束反力消失。这样的数学模型在计算机实现时较为方便。

④为使得到的数学模型较简单, 启用上世纪 Fischer 提出的增广体及其质心的概念。

3 第Ⅰ类数学模型的数值方法

第Ⅰ类数学模型是纯微分方程组, 有大量现成的数值积分程序可用。这里推荐采用高效预估-校正算法。这种算法对于阶数比较高的常微分方程组积分, 运算次数和精度要比诸如龙格-库塔等算法要好。

另一种处理方法为符号-数值方法, 即利用计算机字符串处理功能, 展开方程(1)成显式

$$\ddot{q} = A^{-1}B \quad (3)$$

然后再对方程(3)数值积分。此方法的优点是符号推导后的方程(3)数值积分时间要比对方程(1)纯数值计算时间短。一个大型通用的数学模型为了适应各种可能的情况必然包含大量参数, 在具体应用时这些参数中有很大部分为零, 因此在纯数值积分方程(1)时将有大量时间消耗在零元素的运算上。若先进行符号推导成显式(3), 使含零元素消失, 则可避免与零运算。另外, 纯数值方法在计算过程中必须对大量带变量下标的数组元素赋值, 要消耗许多时间用于数组元素地址的计算, 而符号推导后的方程所有变量都有固定地址, 节省寻址计算时间。符号推导的缺点是要有足够大的计算机内存, 符号运算所花的时间也较长。不过对于同一类问题, 符号推导过程只需进行一次, 以后的重复数值计算与符号推导是相互独立的两个阶段。因此系统愈复杂, 自由度愈多, 数值计算重复次数多的问题, 先进行符号推导再进行数值积分将是有利的。反之对于结构较为简单而数值积分次数不多的系统, 纯数值计算可能是更好的方案。

4 第Ⅱ类数学模型的数值方法

代数-微分混合方程组数值方法的实质尚未充分认识, 10多年来曾作过如下几种方法^[19]。

4.1 直接数值方法 将代数方程(2₂)求一次和二次导数有

$$\varphi_q \ddot{q} + \varphi_t = 0 \quad (4)$$

$$\varphi_q \ddot{q} - \beta = 0 \quad (4_2)$$

式中 $\beta = -(\varphi_q \dot{q})_q \dot{q} - 2\varphi_{q_t} \dot{q} - \varphi_{t_t}$ 。式(4)实际上是广义速度与广义加速度的约束方程。将(4₂)与(2₁)联立,有

$$\begin{bmatrix} A & \varphi_q^T \\ \varphi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ \beta \end{bmatrix} \quad (5)$$

可证明系数矩阵满秩。对于 \ddot{q} 与 λ 来说式(5)是代数方程,可利用高斯消去法等算法求得 \ddot{q} 与 λ , 再利用预估-校正或其他数值积分法求得下一时刻 t 的 \dot{q}^t 与 q^t 。这种方法没有使用位置和速度约束方程(2₂)与(4₁),因此代入这两式后方方程右边不为零,随着积分时间的增加,误差会愈来愈大。

4.2 误差校正方法 为了改进上述方法,必须根据位置和速度约束误差随时进行修正,利用控制系统校正的思想,将式(5)改写成

$$\begin{bmatrix} A & \varphi_q^T \\ \varphi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ \beta - 2\gamma\phi - \delta^2\varphi \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中 $\phi = \varphi_q \dot{q} + \varphi_t$ 。当位置和速度约束误差为零时,即 $\varphi = 0$, $\phi = 0$, 方程(6)与原方程一致。这种方法的修正效率决定于修正系数 γ 与 δ 的选取。

4.3 变量分离方法 对于 $m(m < n)$ 个独立约束方程(2₂), 总存在 $k = n - m$ 个独立变量 x , 另外 m 个非独立变量 y 。由式(5)解得的 \ddot{q} 根据高斯消去法或L-U分解^[23] 总可分离为 \ddot{y} 与 \ddot{x} 。对 \ddot{x} 数值积分得到下一时刻的 \dot{x}^t 与 x^t , 然后根据位置和速度约束方程求得 \dot{y}^t 与 y^t 。通过组合得到 \dot{q}^t 与 q^t 。这样反复进行处理。分离独立与非独立变量也可借助于奇异值分解方法^[24]。

比较这三种方法,第一种最简单但是精度较低,容易发散。第二种方法由于随时对位置和速度误差进行修正,发散可能性大为减小。第三种方法由于充分利用位置、速度和加速度的约束方程,计算精度和稳定性均最佳,但占用计算机中央处理器(CPU)的时间最长,约是第一种方法的2倍。应该指出,对于代数-微分混合方程,作为整体它是刚性的,它的数值方法还有待进一步研究。

5 与其他学科的交叉

将实际的系统作多刚体系统的假设是初步的。事实上对于许多实际情况,在进行运动学与动力学分析时必须考虑物体的挠性。对于小挠性的情况可利用有限元模态方法离散化。由于计算结构力学发展迅速,目前已经具备功能较强的软件系统,只要解决接口问题便可将挠性结果引入。但对带挠性体的多体系统来说变形是小变量,刚体运动变量变化范围较大,因此动力学方程将呈刚性,数值积分将面临困难。如何选择变形坐标,实现大小变量解耦等问题,有待很好解决。

现代的力学系统离不开控制,例如机器人系统控制所占的地位愈来愈重要。就程式化要求,必须考虑怎样在软件系统中自动建立控制规律。与此密切相关,控制系统中将出现许多电、液伺服机。有时可简单地将它们的作用简化为一个力和力矩。但是在许多情况这样做并

不恰当,即必须考虑伺服机本身电、液的动力学性质,这又涉及电工,液压等领域的内容。因此必须考虑怎样建立它们的数学模型,又怎样与原系统动力学方程相结合。

6 软件系统的组织管理

计算动力学的最终目的是提供给用户一个便于使用的计算机辅助分析和优化的软件系统。这种系统应该具有一定的通用性,但这又是相对的。编制软件系统通常可分为三个层次。第一是针对某种应用的软件系统,例如人体腾空仿真软件系统^[20]就是专门用于人体腾空运动规律的研究。由于应用目的明确,数据输入量少,输入方便,也可以推导专用的数学模型和利用针对性强的数值方法。这样整个系统占内存小,运算时间快,精度也高。缺点是这种系统的应变能力差。第二个层次是以某一类系统为基础。例如 DRAM^[7]是解决平面机构动力学的系统。这类系统确定了研究对象和铰的种类的一个范围,按照范围建立元件库与约束库,给用户拼装各种系统的较大的可能。因此数据输入就比较复杂些。数学模型的通用性要增强,数值积分工作量也相应增加。当然,这种软件系统也应该允许用户有增加非标准元件和约束的可能。例如通过增加子程序等方式。无疑这只适用于对软件技术较熟练的用户。最后一个层次的软件系统采用积木式结构,以通用性较强的数学模型为核心模块,附加各种应用的功能块。例如 MEDYNA^[21]就是这种讨论车辆系统的通用软件系统。系统中各功能块间的联系是通过数据文件。这种系统设置各种接口,很容易与有限元软件系统进行通讯,使系统扩展研究带挠性体的情况。也可以与模拟程序连接,讨论控制问题。所有这些接口都由软件系统事先安排好,不要求用户具备这方面的专门知识。

7 小结

近10多年来,国外在计算动力学方面发展迅速,开发提供给机械、机构、机器人、车辆及航天器等领域运动学、动力学分析的不同层次的软件系统数十个,且都已商业化。其研究特点是将多体动力学建模工作与计算机实现紧密结合。对数学模型的推导重点放在如何在计算机实现时更方便。这都与上述五方面内容相互影响。我国多体动力学研究工作者应看到这门学科在计算动力学中的地位,尽快从纯数学模型的推导中解放出来,更好地为工程技术服务。

参 考 文 献

- 1 Haug E J. Elements and Methods of Computational Dynamics. NATO ASI Series, Vol. F9, Springer-Verlag, Heidelberg (1984): 3-38
- 2 Schwertassek R, Roberson R E. A Perspective on Computer-Oriented Multibody Dynamical Formalisms and Their Implementations. Proceeding CLSM, UDLNE ITALY (1985)
- 3 Hooker W W, Margullies G, J. Astronaut. Sci., 12 (1965): 123-128
- 4 Roberson R E, Wittenburg J. A Dynamical Formalism for an Arbitrary Number of Interconnected Rigid Bodies, with Reference to the Problem of Satellite Attitude Control, Proc. 3rd Cong. Int. Fed. Auto. Control (1966), Vol. 1, Book 3
- 5 Paul B. Dynamic Analysis of Machinery via Program DYNAMIC. SAE Paper 770049, Soc. of Automotive Engrs. (1977)
- 6 Chace M A, Smith D A. Trans. SAE, 80 (1971): 969-983
- 7 Chace M A, Angell J C. Interactive Simulation of Machinery with Friction and Impact Using DRAM, Trans. SAE, 86 (1977): 239-250
- 8 Orlandea N. Node-Analogous, Sparsity-Oriented Method for Simulation of Mechanical Systems. Ph. D. Dissertation, Univ. of Michigan (1973)
- 9 Nikravesh P E, Haug E J. J. Mechanisms, Transmissions Automation in Design, 105 (1983): 379-384

- 10 Wittenburg J. Dynamics of Systems of Rigid Bodies, B. G. Teubner, Stuttgart (1977)
- 11 Schiehlen W O. *SM Archives*, **9** (1984) : 159—195
- 12 Kane T R, Levison A D. *J. Guidance Control*, **3** (1980) : 99—112
- 13 Huston R L, Passerello C E. *Computers and Structures* (1979) : 439—446
- 14 Sheth P N, Vicker J I. *J. Engrg. Ind.*, **94** (1972) : 454—464
- 15 Lilov L, Lorer M. *ZAMM*, **62** (1982) : 539—545
- 16 Dix R C, Lehman T J. *J. Engrg. Ind.*, **94** (1972) : 433—438
- 17 Andrew G C, Keasvan H K. Simulation of Multibody Systems Using the Vector-Network Model, Dynamics of Multibody Systems, Proc. IUTAM Symp. (1977) Springer, Berlin (1987) : 1—13
- 18 Velman J R. Simulation Results for Dual-Spin Spacecraft, Proc. Sympos. Attitude Stabilization and Control of Dual-Spin Spacecraft (1967)
- 19 Nkravesh P E. Some Methods for Dynamic Analysis of Constrained Mechanical Systems: A Survey, NOTO ASI Series, Vol. F9, Springer-Verlag, Heideberg (1984) : 351—366
- 20 洪嘉振. 人体腾空运动仿真软件系统总体设计, 上海交通大学科技档案 (1986)
- 21 Wallrapp O. MEDYNA, An Interactive Analysis and Design Program for Flexible Multibody Vehicle Systems, German Aerospace Research Establishment (DFVLR), D-8031 Wessling, FRG (1986)
- 22 刘延柱, 洪嘉振等. 多刚体系统动力学, 高等教育出版社 (1989)
- 23 Wehage R A, Haug E J. *J. Mech. Design*, **102** (1982) : 247—255
- 24 Singh R P, Likins P W. *J. Appl. Mech.*, **52** (1985) : 943—948

THE STATE OF THE ARTS OF COMPUTATIONAL DYNAMICS OF DISCRETE SYSTEMS

Hong Jia-zhen Liu Yan-zhu

Department of Engineering Mechanics, Shanghai Jiao Tong University

Abstract Computational dynamics of discrete systems (or computational methods of system dynamics) has developed rapidly out of China in recent 10 years. The current development of this field is reviewed in this paper. A detailed introduction to its research, scopes and tasks is also given.

Keywords *general mechanics; computational mechanics; multi-rigid-body dynamics; digital simulation*

粘度专业委员会成立并举行第 1 届学术交流会

(1988年12月9—11日, 成都)

为促进我国有关粘度分析仪器及其应用技术的发展, 加强从事粘度分析仪器的研究、开发、生产、教学及使用等各方面科技工作者之间的学术交流和技木合作, 中国仪器仪表学会分析仪器学会经过近 1 年来的酝酿筹备, 于 1988 年 12 月 9 日至 11 日在成都成立了粘度专业委员会 (主任委员: 武宝琦, 成都仪器厂; 副主任委员: 陈惠钊, 中国计量院国家标准物质中心), 并举行了第 1 届学术交流会。会议期间代表们还讨论了“粘度分析仪器‘八五’期间的发展意见”, “粘度计 2000 年产品振兴目标的研究”, 并拟于两年后召开第 2 届粘度分析仪器学术交流会。

钱民全供稿