

# 充分发展自由湍流的直接数值模拟

О.М. Белоцерковский

**提要** 讨论了充分发展自由剪切湍流在极限流动状态下数值模拟的方法。根据关于有结构的湍流的概念,对有序运动和大尺度涡的模拟提出了由非定常欧拉方程按基本网格和时间间隔作平均得到的离散耗散模型。借助于合适的耗散机理的概念反映了小尺度(小网格)脉动对不同尺度分辨率的贡献。湍流的随机分量根据动理学方程用蒙特-卡洛统计方法进行了模拟。所指出的方法大大地降低了对电子计算机能力的要求。所建议的算法的有效性,在有分离流物体的绕流问题中以及二维和空间流动的湍流尾流的演化问题中得到了证明。

1. 高效电子计算机的问世及解数学物理问题的有效数值方法的研究,为实现液体和气体复杂流动其中包括湍流现象的直接数值模拟提供了先决条件。数值试验与物理实验相配合,赋予了认识自然现象、确定自然现象中各种因素的作用的新可能性,并且使更精确和更深入地确定数值格式和数学模型的范围有了可能。但是,数值试验看起来简单,却隐藏着相当大的困难,因为这涉及合适数学模型的建立和求解问题的数值算法的确定,所得的结果还必须进行论证。现有的经验表明,恰当地选择现象的模型、相应数学问题的数值解法以及在电子计算机上实现算法的方法,决定着数值试验的成功。因此,在一定意义上与所研究的现象相符,那种解法才是成功的。看来,在近期,在科学技术的各个领域运用数值试验,其有效性与其说取决于电子计算机的能力,不如说取决于合理模型的研究。

下面引用了现代空气动力学问题直接数值研究的结果。数值研究是在完全模型的基础上进行的,没有采用半经验理论。主要注意力集中在研究大雷诺数( $Re$ )极限运动状态下物体后尾流中的分离流(一般情况下为湍流)。主要目的是建立离散的非平衡耗散模型(与上述流动类型相符合),并在现代计算技术发展水平上研究易于使用的适当的数值算法。本工作实质上是实现前文[1]中所发表的思想。

2. 研究运动物体后尾流中分离流特性的问题,涉及研究充分发展自由剪切湍流的问题。在上述类型运动的研究中,研究湍流本身的平均大尺度宏观结构及统计特性在理论上是可能的,在物理上也是有根据的。在我们看来,这里出现的核心问题是:应该根据什么样的模型(理想介质,纳维-斯托克斯方程或动理学(кинетика)层次的模型)建立研究运动极限状态( $Re \rightarrow \infty$ )下分离流和湍流的数值格式。

对于大雷诺数这种很广泛的流动现象,在湍流惯性区内,分子粘性及部分扰动区域内的流动微元对充分发展流动宏观结构的一般特性的影响以及对绕流图案的影响,整体来说,实际上是无关紧要的(即允许在研究中不考虑分子效应)。属于此类问题的有:射流问题,物体后的尾流,平尾船体的运动,以及指向来流方向有针状物的钝头体的绕流或射流对钝头体

绕流中前缘分离区的形成,等等。同时,在边界层和薄混合层内,在湍流的粘性区上,以及在中等雷诺数下转捩区内,流动的特性主要由分子扩散来确定,因而这里必须研究纳维-斯托克斯模型。湍流中的脉动运动具有不稳定、不规则的特性,并且是随机过程,因此只能说,通过对结果的适当的统计处理,仅仅得到了这种流动的平均特性(各阶的矩)。在研究上述的那类问题时,主要困难在于拟定建立湍流数值结构模型的总的想法。

下面主要讨论这样两种方法:在描述大时间间隔内湍流运动时,采用真实速度和压力的完备的(和封闭的)动力学方程组;以及统计方法。同时用这两种方法(基于流体动力学方程和蒙特-卡罗统计方法的研究)有可能较深入地了解湍流的结构;并确定建立合理数学模型的正确途径。

用数值方法来实现湍流理论的总的想法,一般说来有如下一些不同的途径(如见[1,2]等):

- 对输运特性无附加假设的完备非定常纳维-斯托克斯方程进行积分(有限差分法,傅里叶谱方法等),它们可用于模拟层流状态“破坏”等情况下比较简单的对流、扩散问题;
- 通过利用半经验理论及变输运系数(有效粘性等),在较大的差分网格上计算同一模型;
- 把近似的输运方程与平均运动诸因素及雷诺应力的雷诺方程或布森涅斯克方程联立求解;
- 采用具有不同“封闭”形式的各阶矩微分方程,等等。

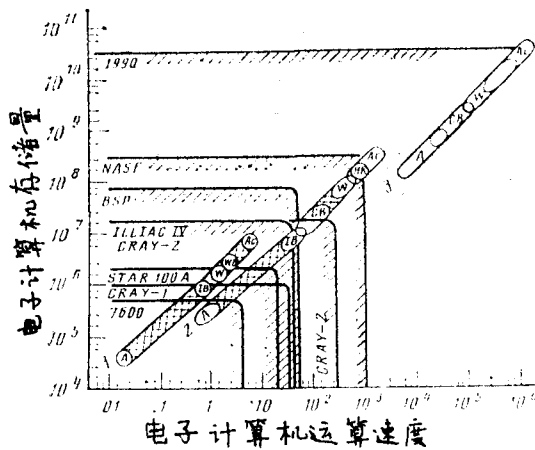


图1

AC 飞机 WB 机翼-机身组合体 W 机翼  
 HR 直升机螺旋桨 CB 透平或压缩机叶片  
 IB 有迎角机身 A 翼型

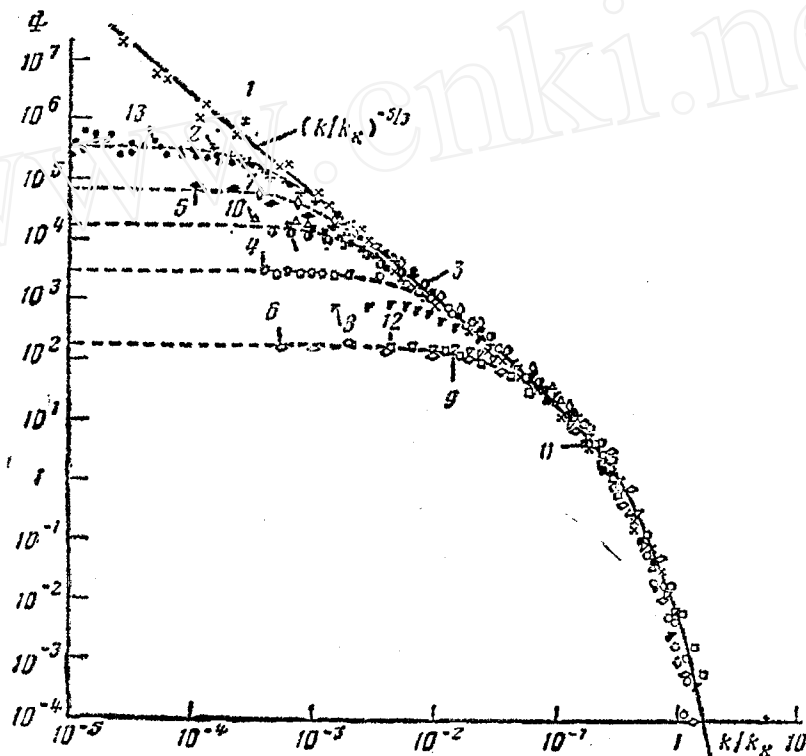
在直接研究尾流、射流中充分发展的湍流时出现的主要困难,在于这些流动的特点是受激运动<sup>1)</sup>的尺度达几个数量级的范围。在实际的湍流分离流中波数变化谱达4—5个量级,因此在近期对于大雷诺数流动建立一般的湍流模型看来是不可能的。据估计<sup>[3]</sup>,例如,与用于飞行器实际构形的大涡数值模拟和半经验湍流模型有关的一些问题的实际研究,只有在本世纪末才有可能,因为这要求电子计算机存储字数达 $10^{10}$ — $10^{11}$ 的量级,并且要求每秒几十亿次的运算速度。根据这些估计,在依次计算翼型、有迎角机身及其他飞行器时,对于三类问题(①非线性无粘性流动方程;②雷诺平均的纳维-斯托克斯方程;③借助于半经验模型考虑湍流的大涡

数值模拟)所必需的电子计算机的能力示于图1。

为了缓和这一问题的尖锐程度而提出的方法之一,是将三维非定常湍流的直接研究只限于其尺度超过某一给定的尺寸 $h$ (例如, $h$ 为计算网格的步长)。不可能直接求解的涡尺

1) 原文为 возбужденное движение。——校者

寸，则利用涡粘性或输运过程的其他近似作为小网格湍流来模拟。这种方法希望湍流的小尺度结构对于各种问题（包括对于 $k/k_x > 10^{-2}$ 的大波数 $k$ 的问题，其中 $k_x$ 为对应于柯尔莫戈罗夫尺度的波数），几乎是普遍适用的。因此这里并不要求精确解。（作为例子，由文献[3]引用了图2。图中列出了各种流动纵向脉动速度分量。 $\int_0^\infty E_1(k) dk = \langle u'^2 \rangle$ ,  $\Phi = E(\mathcal{E} \nu^3)^{-1/4}$ ,



No	$R_\lambda$	所 研 究 的 问 题
1	2000	潮汐涨落的渠道, $R_D \approx 10^8$
2	780	圆形射流
3	170	管流, $R_D \approx 5 \cdot 10^5$
4	130	均匀剪切流动
5	380	柱后尾流
6	23	同上
7	540	网格后湍流
8	72	同上
9	37	同上
10	401	边界层, $y/\delta=0.5$ , $R_\delta=3.1 \cdot 10^5$
11	282	同上, $y/\delta=0.22$ , $R_\delta=5.6 \cdot 10^5$
12	23	同上, $y_+ = 1.2$ , $R_\delta=3.0 \cdot 10^5$
13	850	同上, 水, $y/\delta=0.6$ , $R_\delta=4 \cdot 10^5$

图 2

式中的  $E_1(k)$  为能量谱密度,  $\Phi$  为无量纲谱密度,  $\mathcal{E}$  为单位质量的当地能量耗散速度,  $\nu$

为运动粘性系数,  $k_K = (\mathcal{E} \nu^{-3})^{1/4}$  为柯尔莫戈罗夫波数。)同时直接研究大涡结构, 这种大涡结构包含了在从一种流动向另一种流动转换时或从一组条件转入另一组条件时发生明显变化的那部分湍流(实际上这一概念在下面发展了)。另一种直接研究的方法是基于“湍动力学”的方法。在这种方法中, 湍流粘性区可用随时间而演变的许多离散无粘性涡总体来模拟<sup>[4]</sup>。

3. 现在出现了建立**结构模型**和适当数值算法的问题。众所周知, 建立在纳维-斯托克斯方程基础上的充分发展湍流的研究方法, 与在小粘性即  $\nu \rightarrow 0$  时这些方程(其中包括能量耗散)性质的研究密切相关。模拟湍流的主要困难, 在于对大的超临界雷诺数建立非定常的、稳定的、(对于平均特征)符合纳维-斯托克斯方程的数值解。这是因为, 在计算时为保证近似条件和解的稳定性, 网格步长应使纳维-斯托克斯方程中对流项的近似误差远小于粘性项的差分表达式。对于模型方程的估计表明<sup>[6]</sup>, 在  $Re \cdot h < \alpha \ll 1$  条件下可能获得真实解的近似。也就是说, 对于大的(“湍流的”)雷诺数  $Re$ , 若计算具有分子耗散机理的流动是可能的, 那只有在很小的差分网格(一般说与脉动尺度不相上下)上才能进行。

需要追加一句, 湍流交换时产生的“有效”湍流粘性中的分子粘性部分是微不足道的(一般  $\nu_t/\nu_m \sim 10^4 - 10^6$ )。此外, 研究湍流问题时必须研究三维(关于空间变量)非定常纳维-斯托克斯方程。这时, 在大雷诺数下这些问题的解可能不是唯一的(尽管已经证明, 对于所有  $t > 0$  的时间区间, 非定常一维及二维纳维-斯托克斯方程问题总是具有唯一的解)。根据这一概念, 湍流发生的条件同样应当与纳维-斯托克斯方程非定常解的不唯一性条件相适应。由此可见, 在正问题提法中, 在大雷诺数下基于纳维-斯托克斯模型详细研究充分发展湍流的结构问题, 即使采用最强大的电子计算机也是难以实现的。

这样, 根据**理想介质的非定常离散模型**, 在惯性区上, 对运动的极限状态(其中分子粘性影响是微不足道的)进行分离流大尺度宏观结构的模拟, 是完全有根据和十分合理的。在这种理想介质非定常离散模型中, 耗散机理(由于按单元网格体积及时间间隔平均流动参量而形成的)应该近似地反映小尺度小网格脉动的贡献并应该用这样的方法来模拟湍流输运机理<sup>[1,2,6]</sup>。

4. 在引入建立相似模型一般格式之前要作一系列说明。如果在湍流研究的早些年中, 湍流现象被解释为完全的随机过程(由脉动量随机分布所确定), 那末在目前, 在我们看来, 对上述现象的理解已发生了根本的转变。原来, 湍流包含了拟序结构, 即“近乎”有秩序的运动。现在正开始活跃地研究确定性问题与浑沌问题间的相互关系(见[7—10])。

许多实验和理论研究表明(如见[9—12]等), 存在带有小脉动的大尺度构造(大涡)的非定常有秩序运动, 即“随机结构”的有序运动<sup>1)</sup>, 乃是很广泛一类具有横向剪切的湍流(既有自由流动也有近壁区域内的流动)所固有的特性。这种随机结构具有很稳定的和(对该问题来说)很典型的空间-时间形状(见图3, 实验工作<sup>[12]</sup>)。例如对于射流问题, 上述流动的内部区域具有紊流的(随机的)特性, 并且由强度足够高的无序小尺度脉动组成, 但大致具有均匀的结构<sup>2)</sup>(见[9-11])。在图3照片(取自[12])中, a是混合层(上面是氮,

1) 说到形成有序的(有秩序的, 拟序的, 集体的, 等等)结构, 必须指出, 上述类型的运动不论对时间来说, 还是对空间来说, 都具有随机性<sup>[8,10]</sup>。

2) Кантуалл<sup>[10]</sup>不排除如下的可能性: 在许多情况中(例如, 在平面混合层中), “甚至很小尺度的运动也可能是高度有序的”。

$\dot{V} = 10^3 \text{ cm/s}$ , 下面是氮氩混合气体,  $\dot{V} = 380 \text{ cm/s}$ ,  $p = 8 \text{ atm}$ ;  $\delta$  是射流 ( $\delta'$  是亚声速射流,  $\delta''$  是超声速射流,  $M = 1.8$ );  $\text{B}$  是圆柱后的尾流 ( $\text{B}'$  为  $M_\infty = 0.45$ ,  $\text{Re} = 1.1 \times 10^5$ ;  $\text{B}''$  为  $M_\infty = 0.64$ ,  $\text{Re} = 1.35 \times 10^6$ ) .

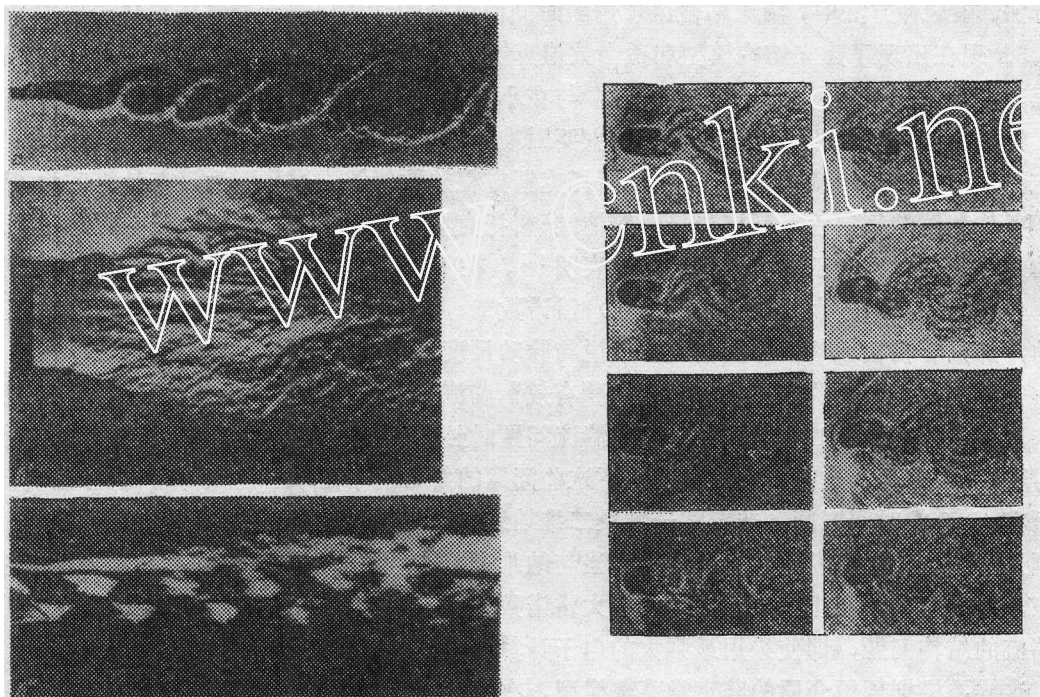


图 3

因此, 在自由剪切流 (尾流、射流) 中, 可观察到 (据 [9]) 双层“间歇”湍流结构。湍流流体的主要区域具有较小的尺度, 它是均匀的, 并且包含了能量的主要部分。在此区域上有一稳定的缓慢运动的 (非湍流的) 大涡外部系统, 正是此系统将完全湍流化的流体从流动的一个部分运输到另一部分 (见图 4, 其中 1 是非湍流流体, 2 是大涡的运动, 3 是湍流化流体的边界, 4 是均匀湍流) .

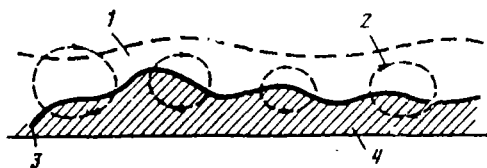


图 4

于是, 有序结构是有代表性的, 并且是剪切湍流运动的固有基础<sup>1)</sup>。根据 [8], 我们将这类湍流结构作如下分类:

**动力学结构**, 它存在于层流向湍流转换的转换点附近, 并且有分叉产生 (结构的随机性: “从有序产生混沌”);

**准平衡结构**, 它是当混沌运动大到使系统接近热力学平衡的程度时在充分发展湍流区生成 (这种随机运动的结构为“从混沌产生有序”) .

1) 文献 [8] 中包括苏联学者在有结构的湍流的理论领域中的新的研究成果.

**流动结构**，它介于上述两种结构之间。

在自由剪切湍流运动（射流、尾流、混合层）中，在任意雷诺数下都可观察到有序的大尺度构造，这种类型的结构经常具有二维（或准二维）的形式<sup>[8]</sup>。对于所说的这种流动类型，这种低频的有序运动的强度、尺度和形式是**确定性的**（即特定的），而为了描述这种类型的运动，利用流体动力学方程（而不是统计的方法）是合理的。大涡的尺度与流动的特征尺度不相上下，并且比形成湍流运动本身的携带能量的涡的尺度要大得多<sup>[9,10]</sup>。这时在尾流核中的湍流速度达到完全局部各向同性（相对于各个方向上脉动速度的强度而言，从而相对于能量特性而言的，见[11]）的程度。

在数值研究中重要的是正确地模拟输运过程。表征真实湍流运动的有三类能量的现象<sup>[12]</sup>：①依赖于所研究整体流动具体特性的大尺度涡的生成；②由于非线性的作用，这些涡分裂成一些更小尺度的涡，并且能量无明显减少，只是按能谱向下传递（柯尔莫戈罗夫的“级串”过程）；③在最小尺度上的能量粘性耗散。直到前不久，只对第②③类用统计方法进行了分析，并且建立了不考虑生成机理的理论（必要的脉动能是借助于引入随机的外力从外部携入流动中）。其实，正是大尺度湍流问题的生成（在此处确定论的原理占优势）是主导的，因为它包括湍流生成的原因及其维持的机理。

看来，湍流流体的大尺度输运主要由大涡群的有秩序的运动来实现。这些大涡使湍流流的边界扭曲并实现湍流流体的横向输运<sup>[9,10]</sup>。因此，有序大尺度湍流结构的运动基本上构成了整体流动的动力学特性、运动学特性及能量特性，这自然决定着产生能量耗散的湍流特性及向“深处”的传输。小尺度湍流（即分子扩散）对大尺度流动的基本特性的逆影响对于充分发展的自由剪切湍流来讲，看来是不重要的，因为这是一些不同量级的效应，而能量传递过程本身是单向的。

5. 以上所有的叙述实际上在充分发展自由剪切湍流的尾流中作直接数值模拟时，规定了组织计算过程的**思想方式**。总的说来，自始至终的总的研究可分解成两类互相联系的问题。

#### **问题 1 计算有序大尺度湍流结构的非定常运动。**

这种运动的大尺度和有秩序特性使人们可以用数值格式来描写它，这种数值格式建立在用于理想介质模型的非定常流体动力学方程（“欧拉差分”）的基础上，并且具有近似的（有效的）耗散机理。这种保证平均解稳定的机理应当以滤波的形式反映小尺度小网格脉动的贡献和模拟湍流中能量的损失。大尺度运动的性质基本上由**空间对流**确定，并且取决于整个解。因此，计算应当通过所得结果的适当统计处理，随后确定必需的湍流平均特性（例如各阶矩），在全流场内真实的差分网格上直接进行。

如果“缓慢”大涡的流动图案的建立看起来不应该引起原则上的困难，那末根据滤波方程确定非定常（脉动）大尺度湍流特性的可能性远不是显而易见的。并且这里产生了这类问题提法的**适定性的**问题（关于这一点下面还会提到）。

目前根据问题的解可以模拟有序结构的运动，携带能量的大尺度湍流涡的生成和运动过程等（它们都是基于大尺度输运的）。这里，在合适的耗散机理的概念下，研究能量传递的“级串”过程，即研究“逐渐变为”小尺度局部各向同性湍流的过程同样是可能的。在耗散速率为 $\varepsilon$ 的大结构正常萌生时，看来湍流的能量特性确实可以得到模拟，因为所说的过程是

充分守恒的。

这种“确定论”的方法使我们有可能分辨出有结构湍流特有的有序大尺度构造。并且，这里必须使脉动场的平均方法具体化。这时估计湍流固有的随机分量的性质是在动理学层次上用统计方法进行的。这种方法有可能在中等能力的计算机上实现所提出的算法。

## 问题 2 剪切湍流随机分量（小尺度湍流）的数值模拟。

这里可模拟局部的“分辨率”即耗散过程，沿湍流核的能量传播特性等。这类流动的计算用统计方法（或唯象地引入合适的湍流粘性系数）进行是合理的。也可以用基于研究脉动方程（如[14]）的算法，其中平均流动的参量由问题 1 的解确定。

这里必须指出，在现阶段只在有限的子区域内，并在总流动图中去掉大梯度区时进行上述流动计算才合适。这个方法基于以下的假定：在远小于平均运动尺度的湍流尺度下，湍流的局部结构对于各种流动是普适的，并且只由局部条件来确定（湍流输运在这里用梯度扩散来表征）<sup>[9]</sup>。所有这些使得在计算时能采用完全确定的模型和足够小的计算网格，而且也大大降低了对电子计算机能力的要求。

众所周知，纳维-斯托克斯方程的雷诺平均是对大的时间间隔在整个湍流尺度上进行的（分出“有规律”的平均运动），这要求同时模拟所有的结构。因此，构想一个对所有各类湍流都通用的湍流模型是不现实的。与这一方法不同，前面描述的概念是基于将总的运动“分解”为大尺度结构和小尺度结构（这里分出宏观结构的“非随机”的有序运动）。这时有序大尺度湍流涡（尺度  $\lambda \geq h$ ，其中  $h$  为求解时差分网格的步长）的运动可直接用流体动力学方程积分的方法来确定。而模拟（滤波）只用于小网格小尺度脉动，这些脉动在数值积分时不能以显式分辨出来，并且正如已经指出的那样，这些量具有足够的通用性。上述概念在湍流的直接数值模拟方法中是关键。特别要指出，Dryden<sup>[15]</sup> 在 1948 年已经指出这种分解的必要性。他根据用热线风速仪得到的资料分析作出这样的结论：“大流体团的运动多少有点象拟序结构”。

本方法完全符合所谓的小网格封闭模型（见[16, 17]等）。但是，全部问题在于如何建立上述分解（平均）过程以及在什么样的模型基础上来建立描写有序大尺度湍流结构的近似（滤波）方程。这时自然出现了一些与问题提法的适定性、小尺度涡近似法的选择以及估计它们对大尺度运动的影响等有关的问题。并且当然，与上述方法的实现有关的一些方面应该占有中心位置。

6. 为了建立计算大尺度结构的数值算法（欧拉差分），采用以积分形式表达的守恒律的近似（大质点法，流动法<sup>[2, 18-20]</sup>）作为出发方程组是合适的：

$$\frac{\partial F}{\partial t} = - \oint_{S_{\Omega}} \mathbf{Q}_F \cdot \mathbf{n} dS, \quad F = \{M, P, E\} \quad (1)$$

其中  $S_{\Omega}$  是体积  $\Omega$  的侧表面， $\mathbf{Q}_F$  是量  $F$  的通量密度矢量（ $M$  是质量， $P$  是冲量， $E$  是总能量）。

方程 (1) 是考虑边界条件后写出的（对粘性可压缩气体或理想介质都成立），并且对计算区域的每一个计算网格可以数值上求解。把通量密度矢量  $\mathbf{Q}_F$  分解为“对流”分量和“扩散”分量（并利用相应的近似），可以成功地建立正确计及影响区域和所研究量的相互作用特性的二阶精度守恒计算格式。

在数值求解问题时方程 (1) 的积分用如下求积公式算出:

$$\frac{F^{n+1} - F^n}{\tau} = -L_n \left( \oint_{S_Q} \mathbf{Q}_F \cdot \mathbf{n} dS \right) \quad (2)$$

其中算子  $L_n$  就计算网格的基本 (但是有限的) 尺寸作介质特性的平均 (滤波)。

这样建立的均匀有限差分格式是散度守恒的和耗散稳定的。这些格式使得无论在解的光滑区域内还是在间断区域都可用统一的算法一直算到底。这时, 计算的稳定性只由内耗散 (近似粘性) 来保证, 从而使得这些格式可用于存在曲线边界时, 也可用于空间非定常问题<sup>[2,18]</sup>。

这样, 欧拉差分方程 (在大质点法中借助于对分解格式作微分近似而得的) 具有如下形式<sup>[18]</sup>:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (3a)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \mathbf{V}) + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho \varepsilon_x \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho \varepsilon_y \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3b)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \mathbf{V}) + \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho \varepsilon_x \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho \varepsilon_y \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (3b)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \mathbf{V}) + \nabla \cdot (p \mathbf{V}) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho \varepsilon_x \frac{\partial E}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho \varepsilon_y \frac{\partial E}{\partial y} \right) \quad (3c)$$

其中  $\varepsilon_x = (1/2) |u| \Delta x$ ,  $\varepsilon_y = (1/2) |v| \Delta y$  是近似粘性系数。

**说明 1** 这里写出了精确到  $O(\Delta t, h^2)$  的展开式。值得注意的是在式 (3) 中近似粘性系数  $\varepsilon \sim |V|h$  的结构, 使人联想到  $\lambda$  尺度的湍流粘性系数  $\nu_{T,\lambda} \sim \nu_T \lambda$  的结构 (看来这一点可用它们出现的同一原因来解释, 即进行过程的非线性和所用的分解格式与湍流掺混机理的同一性)。若使以速度  $v_\lambda$  运动的尺度为  $\lambda$  的湍流涡与速度  $v_h$  运动的尺度为  $h$  的大质点相对应, 则  $\varepsilon$  和  $\nu_T$  的表达式就完全相同。假定  $\varepsilon_x \sim \varepsilon_y \sim \nu_T$ , 这时在  $\rho = \text{常数}$  (不可压缩流体) 时方程 (3) 具有精确的纳维-斯托克斯方程的形式, 其中分子粘性  $\nu$  将由有效湍流粘性系数  $\nu_T$  代替 (见[1,2])。

在式 (3) 左边是原始欧拉微分方程的精确表达式, 而在右边是耗散项, 它是在用有限差分方程组近似原始微分方程组时, 由于式 (2) 将小网格脉动和间断滤去而引起的, 并且它取决于所用表达式的内在特性。由导出的表达式得知, 在具体计算中实现的滤波方程 (3) 是耗散型的 (尽管理想介质模型被用来作为出发方程)。耗散机理的类型取决于所引入的近似特性。一般说来, 它的结构可以控制。

为了与欧拉差分 (3) 相比较, 引入纳维-斯托克斯差分表达式, [18] 中得到的可压缩气体的冲量方程, 对于纳维-斯托克斯模型在大质点法的分解格式中找到了如下的形式:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho u^2)}{\partial x} = \left[ \mu(A+2) + \rho |u| \frac{\Delta x}{2} \right] \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + O(\Delta t, \Delta x^2)$$

其中  $A = \lambda/\mu$ ,  $\mu = \rho \nu$ ,  $\lambda$  为第二粘性系数,  $\nu$  为分子粘性。

由此可见, 格式的效应也影响粘性项的近似性。在计算大雷诺数流动时, 为了计算过程的稳定性, 有效粘性应该是重要的, 并且压倒了真实粘性,



根据纳维-斯托克斯方程数值求解大雷诺数下的边值问题，不仅碰到了技术上的问题，而且还遇到**原则性**的困难（与加密网格有关的方法不可能完全解决这些问题）。

因而，如果在理想气体的方程中引入耗散项，则正如研究和计算指出的那样，在足够广的有关耗散特性的假设下，对于极限状态（ $\nu \rightarrow 0$ ）的一大类问题，借助于由具有近似耗散机理的方程取极限而不是由纳维-斯托克斯方程取极限的方法，可以得到具有一定精度的一般解。

在研究充分发展自由剪切湍流的各种结构时，将总的现象分解为具有不同相互作用尺度的，因而相应地具有不同数值模型的区域（区间）是合理的<sup>1)</sup>。

正如已经指出的，在湍流惯性区中（涡尺度  $l > \lambda \gg \lambda_0$ ，其中  $l$  和  $\lambda_0$  分别为基本的和内在的湍流尺度， $Re_{\lambda_0} \sim 1$ ）粘性作用是不重要的。并且在这种情况下，在精确模拟时间过程时直接通过对具有某种近似耗散机理的**理想介质的非定常模型**建立一般解（欧拉差分型（3）），来进行有序大尺度湍流构造的研究是很自然的。

**说明 2** 正如 [21] 中所指出，有关在  $\lambda > \lambda_0$  尺度下湍流运动的所有量不能取决于分子粘性  $\nu$ 。更确切地说，在  $\nu$  变化和其他产生运动的条件不变时这些量不应该发生变化。 $\lambda_0 = l/Re^{3/4}$  量级的距离是欧拉方程可用于湍流运动的界限。因此  $\lambda \gg \lambda_0$  尺度的湍流运动一般说来可以在能反映小涡贡献的近似耗散机理的欧拉方程基础上研究。

非定常性的精确模拟使有可能研究现象发展的动力学。在欧拉差分方程中快速耗散的近似机理实际上根据稳定性条件可用来确定流动的平均特性和输运系数的有效值。原则上，可以这样来调整所说的耗散机理，即它将在一定的程度上反映在适当分辨率尺度下对各种不同  $\lambda$  的小网格小尺度涡的贡献。

如果**非定常有序宏观结构**的运动取决于整个运动区域的计算，用具有以下粘性项的欧拉差分格式进行：

$$\varepsilon \sim |V| h \quad (4)$$

则在研究大梯度区域中“携带能量的”**大尺度湍流涡**的平均特性，可以在近似耗散机理中引入以下形式的湍流粘性：

$$\hat{\nu}_{T,\lambda} \sim \Delta \bar{u} l \quad (5)$$

其中  $\Delta \bar{u}$  为在  $l$  量级的距离上平均速度的变化。而对于由当地梯度确定的**局部湍流区**内，在欧拉差分中采用满足著名的柯尔莫戈罗夫-奥布霍夫定律的（见 [21, 22]）有效粘性  $\hat{\nu}_{T,\lambda}$  是合理的：

$$\nu_\lambda \sim (\mathcal{E} \lambda)^{1/3} \text{ 或 } \mathcal{E} \sim \nu_\lambda^3 / \lambda \sim \hat{\nu}_{T,\lambda}^3 (\nu_\lambda / \lambda)^2 \quad (6)$$

由此

$$\hat{\nu}_{T,\lambda} \sim \mathcal{E} \lambda^2 / \nu_\lambda^2 \quad (7)$$

其中  $\mathcal{E}$  为湍流能按涡的级串的耗散速度（这一量可由大尺度构造的计算中直接得到）， $\nu_\lambda$  为  $\lambda$  距离上速度的变化（基本上为速度的脉动分量的变化）。

1) 实际上，这里提出采用这样一些取决于所研究尺度的长度量级的系数谱，来代替在滤波方程中引入（对整个流场）统一的有效湍流粘性系数。

**说明 3** 在局部湍流区 ( $\lambda \gg \lambda_0$ ) 内, 当整个区间 (“网格”) 作为整体运动时——这是大尺度的特点, 并且从方程 (4) 得知, 研究流体质点在这一区域中的相对运动, 而不是研究绝对运动。

在计算格式 (1) — (3) 中引入关系式 (7), 就有可能正确地模拟不同尺度  $\lambda$  的湍流衰减规律。这时在运动的粘性区发生能量的完全耗散 (当  $Re_h \sim 1$  时在  $h$  的距离上), 在这个粘性区内分子粘性的作用变得很重要, 并且必须转为计算具有分子耗散机理的纳维-斯托克斯方程。

于是与运动 “本身” 尺度相适应的新的湍流粘性系数被依次不断引入。

分辨率尺度越小, 小网格涡的尺度也越小, 并且一般地说, 小网格脉动的估计也可能越粗糙 (谱的更大部分可以直接被分辨)。有效粘性系数类型的替换 (解的 “连接”) 是在按级的级串遵守能量通量守恒的条件下, 在原来的解出现不稳定并要求转为更小计算网格步长 (尺度) 的区域中进行。上述连接还有可能确定关系式 (5), (7) 中必需的常数。

这里所描述的建立计算试验的思想方式和 Ландау<sup>[21]</sup> 的湍流发展的基本思想是一致的。

同时指出下列情况很重要:

①在欧拉差分中对计算网格尺度  $h$  的选择, 在  $\lambda \geq h$  时应保证包含能谱的主要部分 (网格不应该是刚性滤波器);

②在这样的方法中, 正如我们见到的那样, 对于大雷诺数, 不要求解纳维-斯托克斯方程;

③在这里, 湍流的真实尺度 (以及相应的输运系数) 在非定常运动的计算过程中定出。

看来, 所引入的级串模型充分吻合地反映了湍流输运过程。在越来越小的分辨率下, 正是稳定性问题迫使我们在耗散越来越大的条件下转为更复杂的解法。

这里应当注意到, 当在有秩序运动中确定有序结构的空-时间场时, 式 (3) 中耗散机理的作用归结为解的规律化 (一般说来, 这种耗散机理的详细结构是不重要的, 因而解的最佳形式是通过在不同的近似网格上的计算由稳定性条件确定的)。而在研究湍流非定常 (脉动) 性质 (5) — (7) 时只能期望得到流动的平均统计特性, 因此这里对于小网格湍流模型层次的要求是完全可以接受的。

7. 关于问题提法**适定性**的简述。在大时间间隔内根据所引用耗散机理得到的滤波方程所作的计算, 一直进行到形成稳定的特有的 (一随情况下是非定常的) 有序结构, 在此以后, 为了确定脉动湍流的平均特性 (各个矩的特性), 对所得结果作适当的统计处理是必要的。上述的统计处理可以直接用计算的结果或就用概率方法进行。

正如 В. М. Иевлев (见 [23] 等) 指出的那样, 根据滤波方程的计算原则上可以保证得到取决于大尺度湍流的正确的流动统计特性。不过这种脉动运动的详细的空-时间图这时将不再重现任何真实的过程。

**说明 4** 描写概率密度  $f_n$  (对真实量) 的演变的方程同  $\tilde{f}_n$  (对由滤波方程确定的它们的近似值总体) 的演变的方程是相同的。如果这时对  $f_n$  和  $\tilde{f}_n$  给出同样的初始条件和边界条件, 则这两个函数就完全一样了。也就是说, 由  $f_n$  和  $\tilde{f}_n$  确定的所有流动统一特性都一样 (虽然在

相同的初始条件下脉动量的真实值和近似值与时间的依赖关系并不一样)。更详细的细节见 [2] 的第 3 章第 9 节。

这一重要的结果称作“Иевлев 原理”。实际上此原理肯定地回答了借助于运动的滤波方程直接数值模拟非定常(脉动)大尺度湍流运动的可能性问题。这里,自然要求对滤波方程的右边正确地给出有条件的数学期望(如见 [23] §4 中所描述的条件)。同样还要指出,滤波方程右边部分可单值地确定计算网格节点上的运动参量值(这与精确方程不同,精确方程右边还要加进补充的随机振动)。因此,通过小网格小尺度湍流效应的适当的模拟(滤波)可实现近似方程的封闭。这种概念应当以一定的精确度来近似这些方程的右边部分,并且反映小尺度涡的影响。

3. 现在介绍有称大尺度湍流结构运动的某些计算结果。

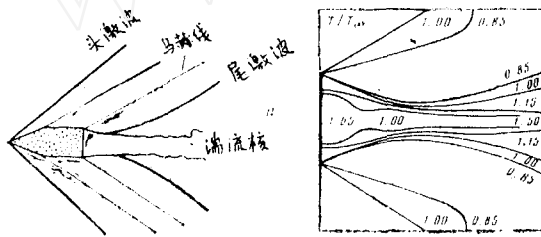


图 5

首先谈关于定常区的问题。超声速气流对尖头轴对称物体(炮弹)绕流的一般结构示于图 5a。在达到统计意义下的定常状态时,尾流中的特性可予以数值模拟。图 5b 画出的  $M = 1.89$  时的等温线,部分地描写了这种特性。进行上述计算主要是为了与 [24] 比较而说明所用的方法。

作为运动物体后真实湍流尾流的算例,我们研究超临界速度圆柱绕流问题(图 3b)。试验表明,这里至少可能出现两种绕流状态:具有对称分离区的定常(亚稳定)状态和具有充分发展涡街的非定常周期(绝对稳定)状态。

这类问题的数值模拟具有下列特点:由于物体、初始条件和边界条件的对称性,以及近似方程本身的代数对称性,可得到解是对称的和定常的<sup>1)</sup>。看来,纯格式引起的扰动(例如,取整误差)不可能破坏对称性,而在自然条件下这种对称性很容易因自然扰动而破坏。这就是为什么在实际中实现的通常就是具有充分发展的涡街的非对称(自振)绕流状态的原因(见图 3b 和文献 [12, 25, 27] 等)。

在计算中为了获得这种状态,在开始的瞬间引入瞬时扰动并且研究了流动图案随时间的演变(以在柱体上游加入流动的形式,在物体前面引入涡等来实现扰动)。不论什么扰动类型,都能观察到同一种有序运动的稳定周期图案(自振状态),它与实验观察非常吻合(见 [12, 25—27] 等)。A. В. Бабаков 和 A. П. Зюзин<sup>[28]</sup> 利用流动法的守恒格式(1)对可压缩介质的完备非定常方程进行了计算(在这些现象中粘性对宏观结构的运动的影响是不重要的,因为相互作用的特性基本上由波动过程来确定)。

让我们介绍一下这种状态的某些计算结果。对于圆柱的情况,这种状态的特征是完成由  $120^\circ$  到  $240^\circ$  的周期运动的涡面从柱面上的一些点处脱落。

图 6 表示依次在各个时刻 ( $\Delta t = 2.5$ ) 的流动图案 ( $M_\infty = 0.7$ ), 图中明显地看到充分发

1) 这里物体表面流动分离发生在包围当地超声速区的激波后面,这与实验相符<sup>[12]</sup>。通过在湍流度小于 0.5% 的低噪声风洞内进行的实验(如见 [27]),证明了这种绕流的亚稳定定常状态的存在。

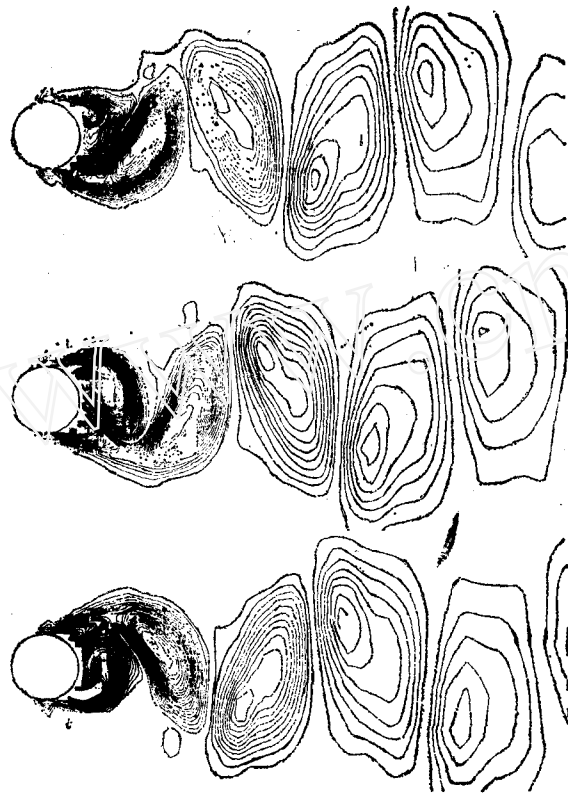


图 6

展的涡结构，看来可以把上述类型的流动描述为物体后湍流尾流中平衡的有序宏观结构的运动。特别是计算的流场（图76， $M_\infty = 0.64$ ）与实验的流场<sup>[12]</sup>（图7a， $M_\infty = 0.64$ ， $Re = 1.35 \times 10^6$ ）的流动显示比较和定量比较，空气动力系数的值、物体上分离点的位置以及沿圆柱表面压力行为特征<sup>[2]</sup>的流动显示比较和定量比较，

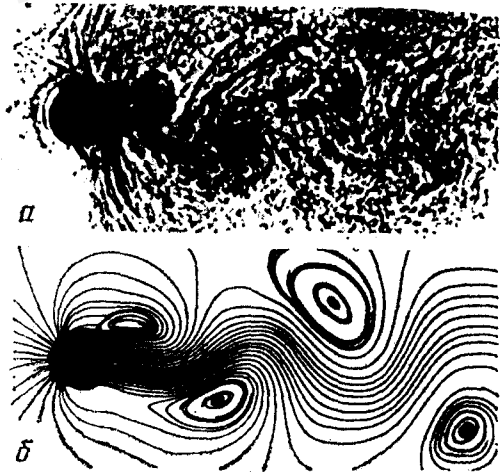


图 7

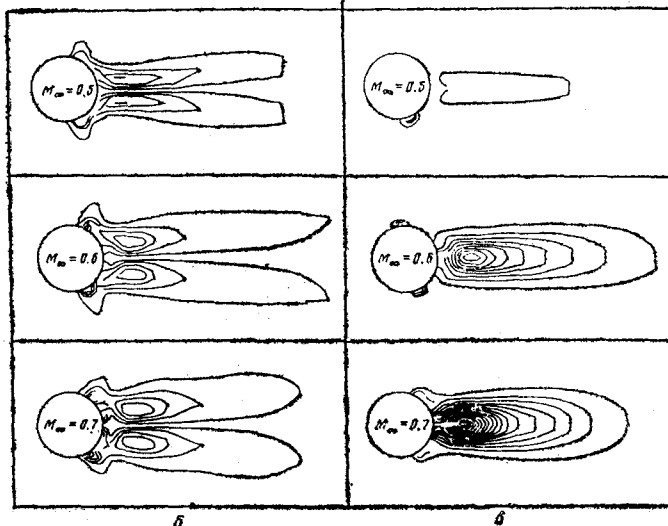
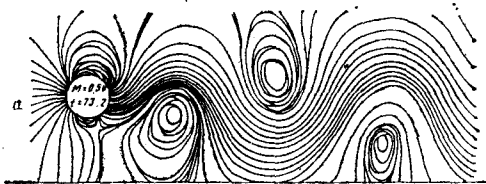


图 8

都表明了这一点。在  $M_\infty = 0.54$  时实验<sup>[26]</sup>给出  $Sh \approx 0.18$ ,  $C_x^H \approx 0.9$  ( $C_x^c \approx 0.34$ ), 而计算

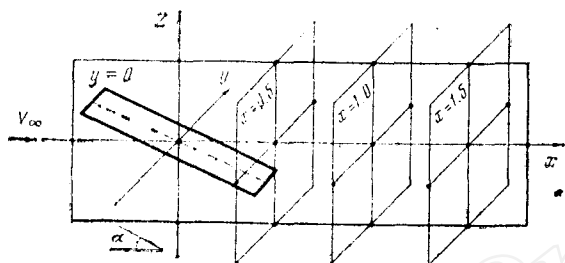


图 9

结果给出  $Sh \approx 0.178$ ,  $C_x^H \approx 0.9$  ( $C_x^c \approx 0.45$ ), 其中  $Sh = D/TV_\infty$  是斯脱罗哈数,  $C_x^H$ ,  $C_x^c$  分别为非定常和定常情况下的阻力系数。特别要指出, 在这些“有秩序的”拟序结构的邻近出现脉动(随机)过程, 它可以分解成如下形式:  $f' = f - \langle f \rangle$ , 其中  $f$  和  $\langle f \rangle$  分别为瞬时值和平均值。图 8 中介绍 A. E. Бабаров 对各种  $M_\infty$  值得到的脉动效应的平均值, 它们包括雷诺应力  $\langle u'v' \rangle$  (图 8 6) 和湍流能  $q = (1/2)[\langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle]$  (图 8 8); 图 8 a 为  $M_\infty = 0.54$  时与来流连接的坐标系中的瞬时流线图。于是, 可以把图 8a 的流动图案解释为就方程 (1), (2) 所描述的非平衡耗散结构来说的“奇怪吸引子”的雏形。

结果给出  $Sh \approx 0.178$ ,  $C_x^H \approx 0.9$  ( $C_x^c \approx 0.45$ ), 其中  $Sh = D/TV_\infty$  是斯脱罗哈数,  $C_x^H$ ,  $C_x^c$  分别为非定常和定常情况下的阻力系数。

特别要指出, 在这些“有秩序的”拟序结构的邻近出现脉动(随机)过程, 它可以分解成如下形式:  $f' = f - \langle f \rangle$ , 其中  $f$  和  $\langle f \rangle$  分别为瞬时值和平均值。

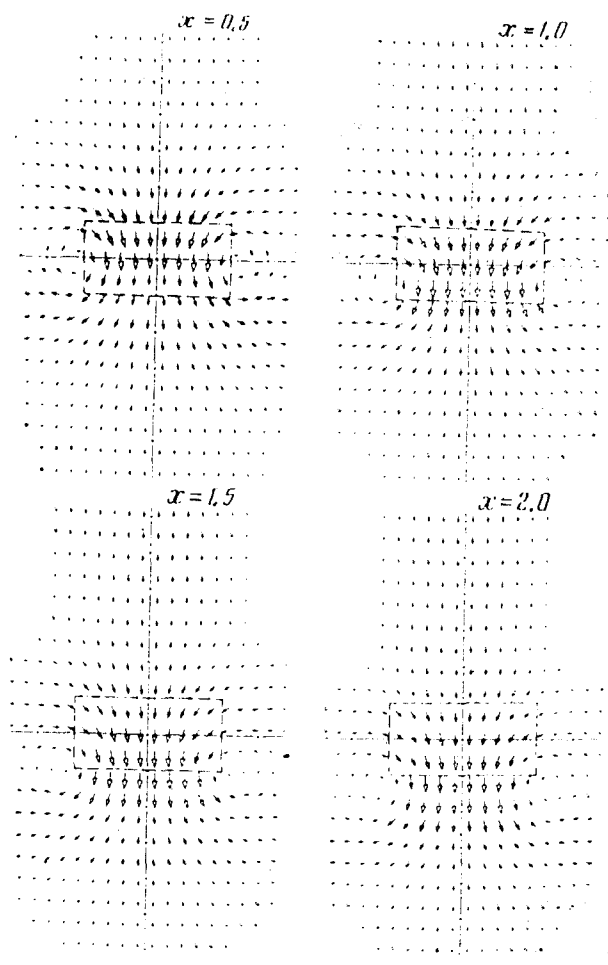


图 10

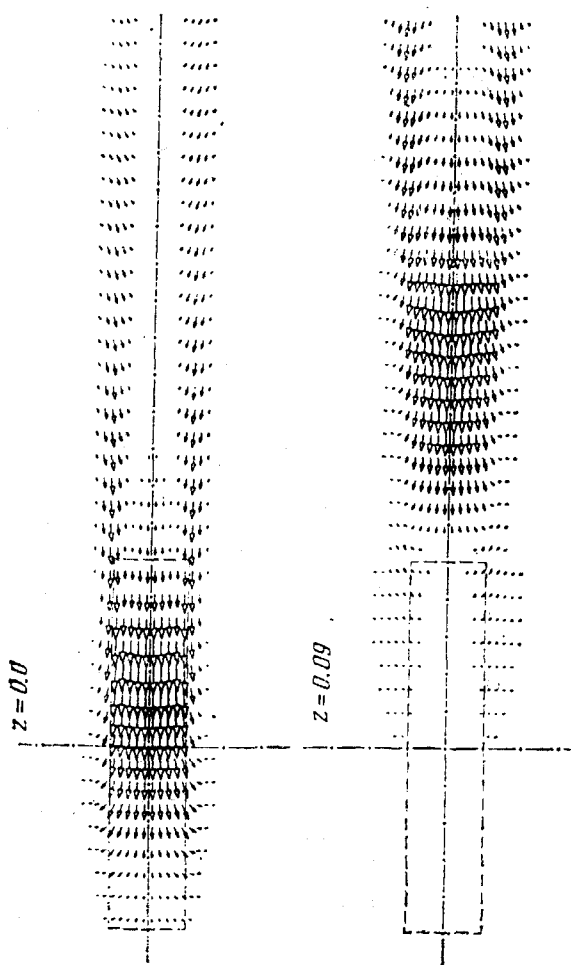


图 11

研究纯流体动力学问题是绝对有意义的。例如，预测船后的速度场是一个非常迫切的问题。作为模型问题这里研究了有迎角薄板的不可压缩流体空间非定常绕流（图9—11，B.В.Рыков的计算<sup>[29]</sup>）。可以看出物体后形成湍流尾流（具有两个卷起的涡的形式），清楚地深入研究了它的动力学过程等等（图10是速度矢量在  $x = \text{常数}$  的平面上的投影，图11是在  $z = \text{常数}$  的平面上的投影）。用各种近似网格作计算证实了所得结果的可靠性。

在[2, 6, 28]中有关于上述类型问题研究的更详细的资料。

9. 在动理学层次上以统计方法进行了尾流核中湍流的**随机分量**（局部各向同性小尺度湍流）的数值模拟。

直接统计模拟法起初用来解稀薄气体动力学的定常问题<sup>[30-33]</sup>。若  $\Omega$  表示给定体积区域， $\Gamma$  为  $\Omega$  的边界，也是被绕流物体的表面，则问题可归结为求解满足给定初始条件及边界条件的玻耳兹曼方程

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{c} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} = \int (f' f'_1 - f f_1) g d\sigma d\mathbf{c}_1 = I(f f_1) \quad (8)$$

以得到分布函数  $f(t, \mathbf{x}, \mathbf{c})$

众所周知，玻耳兹曼方程（8）是关于速度分布函数封闭的复杂积分微分方程。这里主要困难在于计算碰撞积分  $I(f f_1)$ 。一般情况下它是一个五重积分，其中有7个独立变量（ $t, \mathbf{x}, \mathbf{c}$ ）及二次非线性被积表达式。并且  $I(f f_1)$  依赖于带撇“'”的分布函数  $f'$  的值（在碰撞后确定的）。

这里离散介质以反映相当大原子群特性的“广义质点”系综的形式出现。这些质点的动力学行为应该保证对大量原子得到正确的概率估计（统计平均）。为了近似求解这个问题，建立由坐标为  $\mathbf{r}_i$  及速度为  $\mathbf{c}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 的质点组成的理想单原子气体的统计模型，于是在唯一的分子浑沌补充假定下该模型的演化方程就近似于式（8）。

在统计解释中采用分解思想的合成<sup>[34]</sup>及Кап<sup>[35]</sup>的数学模型（无对流导数的渐近等价玻耳兹曼方程），成功地建立了多维情况下玻耳兹曼动理学方程直接统计模拟的有效数值法<sup>[2, 30-33]</sup>。在这种方法中当模拟质点的碰撞时，研究了Кап模型基本方程数值解的蒙特-卡洛方法。这样便有可能计算理想单原子气体中与碰撞统计学正确吻合的质点碰撞之间的时间。与过去提出的方法不同<sup>[34]</sup>，上述方法是严格的马尔科夫过程。本方法已推广到湍流问题中的非定常流动情况<sup>[2, 32, 33]</sup>。

如果上述结果说明了流动的平均大尺度宏观结构的模拟，则对形成尾流核（图4）的湍流（随机分量的）的统计特性的研究，自然就是对相应的动理学方程建立类似模型后，用蒙特-卡洛法来进行了。这里介绍В.Е.Яницкий<sup>[32, 33]</sup>得到的某些看作尾流横截面的湍流斑破碎问题的计算结果。

也象在稀薄气体动力学中那样，这里在分布函数这一层次上解决问题。不过现在这是“流体”质点的流体动力学速度  $\mathbf{V}$  的瞬时值的分布。在湍流中，在分解法基础上建立计算过程的思想方式仍然是过去的思想方式（与稀薄气体动力学问题比较）。在这里质点也用位置和速度来表征，但现在已是流体质点的模型了。建立这种模型的困难在于现象本身的非定常性及湍流中没有类似于稀薄气体动力学中玻耳兹曼方程（8）那样的通用动理学方程。原则上说，对于各种类型的动理学方程都能进行模拟。下面介绍这些尝试中的一个。主要目的是

在解湍流的非定常问题时保持直接统计模拟法的基本原理，但用不同术语写下它(见表1)。

表 1

对 象	在稀薄气体动力学中	在 湍 流 中
质点	原子模型： 位置 $r_i$ ； 速度 $c_i$ ；	流体体积模型： 位置 $x_i$ ； 瞬时速度 $v_i$ ；
分布函数	单粒子的： $f = f(t, r, c)$ $\int f dc = \rho$ 密度	单点的： $f = f(t, x, v)$ $\int f dv = 1$ 归一化
矩和宏观参量	速度： $\rho^{-1} \int c f dc = u$ 气体速度 $c - u$ 热运动速度	速度： $\int v f dv = u$ 平均流动速度 $v - u$ 脉动速度

在现阶段工作中采取文献[36]用于单点的瞬时流体动力学速度的分布函数  $f(t, x, v)$  的弛豫动力学方程作为建立模拟模型的基础：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{1}{2\tau_1} \frac{\partial}{\partial v} (v' f) = \frac{f_M - f}{\tau_2} \quad (9)$$

其中正态分布律

$$f_M = \left(\frac{3}{4\pi E}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{3(v')^2}{4E}\right], \quad v' = v - u$$

$\tau_1 = L_1 E^{-1/2}$ ,  $\tau_2 = L_2 E^{-1/2}$  为弛豫时间； $L_1 E^{(2\gamma_1 - 1)/2} = \text{常数}_1$ ,  $L_2 E^{(2\gamma_2 - 1)/2} = \text{常数}_2$ ，它们是确定积分限  $L_1$ ,  $L_2$  变化规律的关系式； $E$  是湍流能量密度。已知动力学方程 (9) 与玻耳兹曼-克罗克方程类似。

模型的主要经验常数是依赖于湍流度  $E$  的积分限变化规律

$$L_1^{-1} \sim E^{(2\gamma_1 - 1)/2} \quad \text{和} \quad L_2^{-1} \sim E^{(2\gamma_2 - 1)/2}$$

中的幂指数  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$  以及积分限的初始值  $L_1^{(0)}$  和  $L_2^{(0)}$ 。

这里模拟的格式是根据与稀薄气体动力学中同样的原理构成的。这就是网格中的流体质点以及在  $\Delta t$  步长上把模型的演变分解为以下基本物理过程：对流输运  $vdf/dx$ ，湍流能量耗散  $\left[-\frac{1}{2\tau_1} \frac{\partial}{\partial v} (v' f)\right]$  及能量按自由度的重新分配  $(f_M - f)/\tau_2$ 。

10. 最初能量集中在特征半径为  $r_0$  的区域内的湍流扩散问题 (湍流斑问题，见图 12) 的数值求解。斑的特征半径  $r_{1/2}(t)$  和斑中心处的湍流能量密度  $E_m(t)$  二者随时间而变化。

这里初始值 ( $t=0$  时) 如下: 能量场  $E_0(r) = E_m^{(0)} \exp(-r^2/r_0^2)$ ,  $E_m^{(0)} = E_m(0)$ , 分布函数  $f(0, r, v) = f_0(r, v)$  具有如下形式:

$$f_0(r, v) = \left[ \frac{3}{4\pi E_0(r)} \right]^{3/2} \exp\left[ -\frac{3(v')^2}{4E_0(r)} \right]$$

图 12 上对于均匀斑的情况进行了计算。数据与[37]的实验数据 (图 12 上的黑圆点) 进行了比较。图 12a 给出了斑的相对特征半径  $\bar{r}_{1/2} = r_{1/2}/r_0$  随时间的变化, 这里把半径  $r_{1/2}$  理解为在这个半径上能量密度  $E(t, r_{1/2})$  是斑中心处能量密度值的一半, 也就是  $\bar{E}(t, r_{1/2}) = (1/2)E_m(t)$ 。图 12c 表示对斑中心处湍流能量密度  $E_m(t) = E_m(t)/E_m(0)$  作类似的比较。正如我们现在所看见的那样, 数值计算 (见图上的 + 号点) 与物理实验 (见图上的实线及黑圆点) 很吻合。

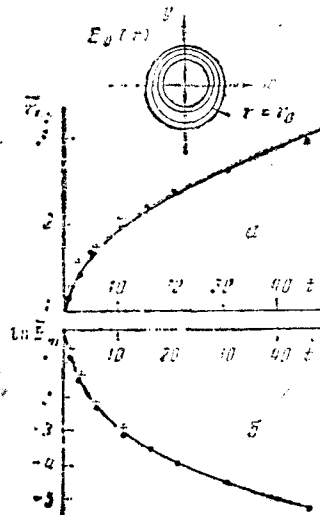


图 12

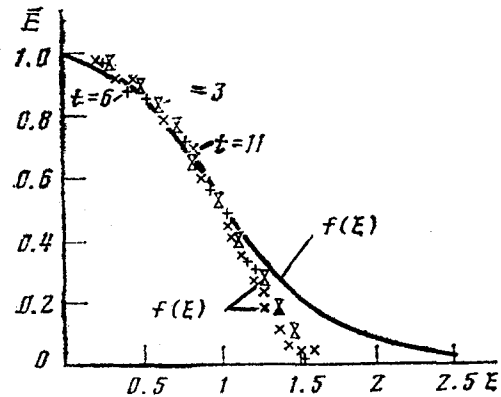


图 13

能量沿斑半径的分布是自相似的 (图 13):  $\bar{E} = f(\xi)$ , 其中  $\bar{E} = E(t, r)/E_m(t)$ ,  $\xi = r/r_{1/2}$  是相对半径。物理实验<sup>[37]</sup> 给出了自相似律  $f(\xi)$  的表达式为  $f(\xi) = \exp(-0.69\xi^2)$ 。在数值计算中, 这个关系通常作为初始数据给出。这里指出的依赖关系采用更快的衰减函数形式, 此函数用表达式  $\bar{f}(\xi) \sim J_0(a\xi^2)$  可以很好地近似, 式中  $a \approx 1.5$ ,  $J_0$  为零阶贝塞耳函数 (图 13 描绘了上述结果)。

这种数值结果与物理实验的偏差是大多数数值模型所特有的, 它反映了我们对本现象的物理概念不合适。本问题的数值模型没有考虑湍流的间歇因数与 1 的差别, 这或许就是其通常的不足, 这种不足决定了所提到的与试验的偏差。

直接统计模拟方法可以得到脉动或其矩的单点分布函数。图 14 给出了非对称性指数  $\alpha_r$  (图 14a) 和峭度指数  $\beta_r$  (图 14b) 的分布 (在不同时刻沿斑的相对半径  $\xi = r/r_{1/2}(t)$ )。非对称性指数  $\alpha_r(\xi) = \mu_3/\mu_2^{3/2}$  表征分布函数的三阶矩 (湍流能量通量), 而峭度指数  $\beta_r(\xi) = \mu_4/3\mu_2^2 - 1$  对应于分布函数的四阶矩 (根据 М.Д.Милионщиков 的假设,  $\beta_r = 0$ )。显然



斑的边界、湍流能量的分布特征等得到了仔细的研究。还进行了关于（按密度）分层的湍流斑的计算<sup>[2,32,33]</sup>。

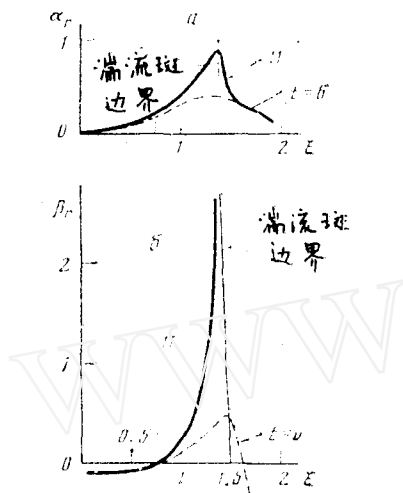


图 14

在湍流中应用直接统计模拟方法的前景与运用脉动分布函数层次上封闭的动理学模型的可能性有关。这些模型通常具有较少的经验常数（在本情况中就是  $\gamma_1, \gamma_2$ ，以及与初始条件相关的初始时刻的积分限，即常数  $L_1^{(0)}$  和  $L_2^{(0)}$ ）。同时动理学模型具有更多的信息，因为它们能得到脉动的分布函数。

本研究方向正蓬勃发展着，并且特别能期望在更复杂的湍流问题中获得成功。此时根据对有限差分输运方程的分解格式直接计算有序大尺度宏观结构的运动（如利用大质点法或流动法），而借助于统计方法模拟湍流随机分量的局部小尺度脉动（在大质点内部欧拉网格内部）<sup>[1,2,6]</sup>。

#### 11. 最后我们指出所研究的模型的基本概念：

①建立直接数值模型，这种模型有可能研究现代空气动力学广泛的一类非线性问题——湍流分离现象。

②根据在充分发展的剪切湍流中存在随机结构的有序构造的实验资料，把过程按其本质分成随机的涡运动和非随机的（有秩序的）大尺度涡运动。

③这种运动的大尺度和有秩序特性使它有可能用基于非定常流体动力学方程（而不是基于统计的方法）的数值格式来描述。

④由于湍流的非定常有序运动及大尺度宏观结构有各自不同的特点，因此在惯性区上的湍流大尺度结构的研究可在整个扰动区域中用直接数值模拟进行。这种数值模拟建立在研究理想介质的完全滤波动力学方程的基础上，而这些方程正是具有近似耗散机理的非定常欧拉方程（或与它们相应的守恒律）。这种近似耗散机理由按网格体积及时间间隔进行参量平均而产生，并且反映了小尺度小网格脉动的贡献。

⑤证明本问题这种提法的适用性：原则上有可能借助于运动的滤波方程来得到取决于大尺度湍流的正确的流动统计特性，其中小尺度涡的贡献是近似的（不要求正确计算脉动量的真实场）。

⑥研究湍流随机分量的局部效应即雷诺应力分布特性、湍流能量密度、湍流能量的耗散速度等，是在大梯度区中使用湍流动理学模型以统计方法来实现的。

⑦在研究物体后尾流中的二维或三维湍流时，在中等能力的计算机上实现上述数值模型的计算。

这里叙述的想法，是以建立分离流和湍流的非线性耗散数值模型为基础的。根据我们的观点，这些想法是很带**根本性**的。它们符合有结构湍流的一般概念，并且有可能大大缩减对电子计算机能力的要求。

由我们发展的可压缩气体分离流宏观结构数值模拟的方法论与文献[38]中所提出的完全一致。文献[38]中在理想介质模型的基础上用离散涡的方法研究了不可压缩流体中广泛的一

类分离流，这种分离流是升力面绕流具有湍流尾流时所产生的。

研究湍流中的有序结构，这是目前广泛讨论的**自调节**（即在复杂非线性系统和介质中产生有序过程）问题的一部分（如见[39—41]等）。我们不从本质上涉及这些问题，而指出，有序化过程显然与形成系统的子系统的集团（协同）行为有关。在复杂的非线性系统和介质中自调节理论的模型、形态及机理，目前研究得还很少，这就是为什么这里采用有启发性的计算试验方法似乎特别正确的原因。但是必须指出，为了构成相似结构，**非平衡性、介质的非线性及它的耗散性**是根本性的。自调节是空间非均匀不稳定性随后稳定化的结果。随后的稳定化是依靠耗散消耗能量同来自非平衡源产生的能量之间的平衡而进行的<sup>[42]</sup>。

用数值方法研究湍流时，重要的是不仅从时间方面而且还从空间尺度方面正确模拟结构的生成和演化过程。拟序结构可能以仅依靠足够大的能量流入和质量流入而保持与平衡态有较大的偏离。在宏观尺度上正确确定按各级涡的能量耗散速度时（这一点是能做到的）考虑了方程（4）—（7）的湍流多级模型（3），能相当好地描述湍流的输运过程。过程的演化在这里解释为在总是不断增长复杂程度的各级结构中一系列的转换，并且淘汰是在越来越增长的耗散条件下进行的。这实际上就是在非平衡系统中关于自调节性的**普里高津的一般原理**<sup>[39]</sup>。

本文主要目的是介绍有序结构和大尺度涡的直接数值模拟，并得到运动物体后尾流中充分发展的实际流动的小尺度湍流的统计估计。

## 参 考 文 献

1. Белоцерковский О. М. Прямое численное моделирование «переходных» течений газа и задач турбулентности.— В кн.: Механ. турбулентных потоков. М.: Наука, 1980, с. 70—109.
2. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Наука, 1984.
3. Чэпмен Д. Р. Вычислительная аэродинамика и перспективы ее развития. Драйденовская лекция.— Ракетная техн. и космонавтика, 1980, т. 18, № 2, с. 3—32.
4. Шец Дж. Турбулентное течение. Процессы вдува и перемешивания. М.: Мир, 1984.
5. Dorodnicyn A. A. Review of methods for solving the Navier-Stokes equations.— Lect. Notes Phys., 1973, v. 18, № 1, p. 23—47.
6. Белоцерковский О. М. Численные модели в гидродинамике.— В кн.: Н. Е. Кочин и развитие механики. М.: Наука, 1984, с. 27—84.
7. Structure and mechanisms of turbulence. I. II.— In: Lect. Notes Phys. Vol. 75, 76. Berlin etc.: Springer, 1978.
8. Структурная турбулентность. Сб. научн. трудов. Ред. Гольдштик М. А. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1982.
9. Таунсенд А. А. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. М.: Изд-во иностр. лит., 1959.

10. *Калгундл Б. Дж.* Организованные движения в турбулентных потоках. М.: Мир, 1984.
11. *Хинце И. О.* Турбулентность. М.: Физматгиз, 1963.
12. *Van Dyke M.* Album of fluid motion. Stanford, California (U.S.A): Parabolic Press, 1982.
13. *Гольдштик М. А., Штерн В. Н.* Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. М.: Наука, 1977.
14. *Струмминский В. В.* Об одном новом направлении исследования проблемы турбулентности. — В кн.: Турбулентные течения. М.: Наука, 1977, с. 20–24.
15. *Dryden H. L.* Recent advances in the mechanics of boundary layer flow. — *Advances Appl. Mech.*, 1948, v. 1, p. 1–40.
16. *Deardorff J. W.* The use of subgrid transport equations in a three dimensional model of atmospheric turbulence. — *J. Fluid Engng. Ser. I*, 1973, v. 95, p. 429–438.
17. *Forsyter J. H.* Large eddy numerical simulations of turbulent flows. — *AIAA Journal*, 1977, v. 15, № 9, p. 1261–1267.
18. *Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М.* Метод крупных частиц в газовой динамике. Вычислительный эксперимент. М.: Наука, 1982.
19. *Белоцерковский О. М., Северинов Л. И.* Консервативный метод «потоков» и расчет обтекания тела конечных размеров вязким теплопроводным газом. — *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 1973, т. 13, № 2, с. 385–397.
20. *Бабиков А. В., Северинов Л. И.* Стационарный вариант метода потоков для решения задач механики сплошной среды. — *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 1976, т. 16, № 1, с. 140–151.
21. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е.* Механика сплошных сред. М.: Гостехтеориздат, 1953.
22. *Колмогоров А. Н.* Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости. — *Изв. АН СССР. Сер. физ.*, 1942, т. 6, № 1–2, с. 56–58.
23. *Неслеев В. М.* Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. М.: Наука, 1975.
24. *Эмсен А., Харлоу Ф.* Численный расчет сверхзвукового течения в следе. — *Ракетная техн. и космонавтика*, 1965, № 11, с. 128–135.
25. *Кузнецов О. М., Попов С. Г.* Вихри в плоском газодинамическом следе за цилиндром. — *Изв. АН СССР. Механ. жидкости и газа*, 1967, № 2, с. 112–113.
26. *Баженов Д. В., Баженова Л. А.* Влияние звукового возмущения на характеристики Эолова тона. — В кн.: Тр. II Всес. симпозиума по физ. акустико-гидродинамич. явлений в оптоакустике. М.: Наука, 1982, с. 105–108.
27. *Баженов Д. В., Баженова Л. А., Римский-Корсаков А. В.* Экспериментальное исследование влияния внешних возмущений на процессы вихреобразования и флуктуацию подъемной силы на круговом цилиндре, обтекаемом потоком. — В кн.: V Всес. съезд по теор. и прикл. механ. (анн. докл.). Алма-Ата: Жазуши, 1981, с. 42.
28. *Бабиков А. В., Белоцерковский О. М., Зюзин А. П.* О двух режимах течения сжимаемого газа у цилиндра. Численный эксперимент. — *Докл. АН СССР*, 1984, т. 273, № 2, с. 315–318.
29. *Рыков В. В.* Численное моделирование пространственных течений несжимаемой вязкой жидкости. М.: ВЦ АН СССР, 1983.
30. *Белоцерковский О. М., Яницкий В. Е.* Статистический метод частиц в ячейках для решения задач динамики разреженного газа. I. Основы построения метода. — *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 1975, т. 15, № 5, с. 1195–1208; II. Вычислительные аспекты метода. — № 6, с. 1553–1567.
31. *Белоцерковский О. М., Ерофеев А. И., Яницкий В. Е.* О нестационарном методе прямого статистического моделирования течений разреженного газа. — *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.*, 1980, т. 20, № 5, с. 1174–1204.
32. *Белоцерковский О. М., Ерофеев А. И., Яницкий В. Е.* Прямое статистическое моделирование задач аэрогидродинамики. — *Успехи механ.* Варшава, 1982, т. 5, вып. 3/4, с. 11–40.

33. Ялицкий В. Е. Статистический метод частиц для решения некоторых задач кинетической теории газов и турбулентности: Дис. ... докт. физ.-матем. н. М.: ВН АН СССР, 1984.
34. Берд Г. Молекулярная газовая динамика. М.: Мир, 1971.
35. Кац М. Вероятность и смежные вопросы в физике. М.: Мир, 1965.
36. Онуфриев А. Т. Об уравнениях полумпирической теории турбулентности. — Прикл. механ. и техн. физ., 1970, № 2, с. 66-71.
37. Mandashev E. Flow in the wake of self-propelled body and related sources of turbulence. — J. Fluid Mech., 1965, v. 22, № 4, p. 625-656.
38. Белоцерковский С. М., Пилип Н. И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М.: Наука, 1978.
39. Николаев Г., Пригожин Н. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979.
40. Хаген Г. Синергетика. М.: Мир, 1980.
41. Синергетика. Сб. статей. М.: Мир, 1984.
42. Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.

钱福珍 苏铭德译自: *Ж. вычисл. мат. и мат. физ.*, 25, 12 (1985):  
1856—1882. (程屏芬 董务民校)

## 《力学进展》征订

本刊由中国科学院力学研究所主办,《力学进展》编辑部编辑出版。主编谈镐生,副主编钱伟长,执行主编董务民。国内外公开发行。

本刊是反映国内外力学及有关学科研究进展、评论和动向的学术刊物,主要刊登力学重大科研方向的综述评论,各有关分支学科及重要课题的研究进展,力学研究中新思想、新理论、新方法、新技术和高技术的评介等。读者对象主要为与力学有关的科学研究人员、工程技术人员和高等院校师生。

本刊主要内容为:

总论	生物力学	实验与测量技术	理性力学与数学方法
一般力学	物理力学	岩土与冰雪力学	物理化学流体力学
固体力学	摩擦学	材料力学性能	等离子体与电磁流体力学
流体力学	传热传质学	宇宙流体力学	非牛顿流体力学与流变学
爆炸力学	多相流体力学	地球构造动力学	海洋工程与能源工程力学
计算力学	农业工程力学	地球物理流体力学	环境工程与风工程力学

本刊为季刊,每期144面,定价2.30元。全年四期每份共9.20元。国内由北京报刊发行局总发行,全国各地邮局均可订阅(代号:82-331)。边远地区读者如未订到本刊,可直接邮汇款给本刊编辑部订阅。编辑部尚存少量过期本刊(有几期缺)。需补购者请来函联系。

《力学进展》编辑部

100080 北京市中关村