

近海水域海洋流体动力学方程的数值模拟*

张涤明 陈良圭 乔林

(中山大学力学系)

(河海大学水工所)

提要 近海水域海洋流体动力学方程数值模拟的研究,最早可追溯到1919年Defant的工作,50年代末开始得到蓬勃发展。60年代和70年代主要发展二维全流模式。现在对于二维全流模式数值模拟的研究应该说是相当完善的,不仅有系统的理论,提出了许多有效的方法,而且广泛地应用于诸如潮汐环流、风暴潮等的工程和预报的实际计算。三维模式是70年代开始发展的,近10年来发展很快。三维模式比起二维模式来,其数值模拟自然要困难许多。这引起了研究者广泛的兴趣。现在三维模式的数值模拟,虽然提出的方法很多,也已有了不少成果,但研究工作仍是方兴未艾。

关键词 海洋流体动力学方程;数值模拟

1. 引言

海洋的流态计算、波浪计算、风暴潮数值预报等,都必须求解海洋流体动力学方程。海洋流体动力学方程的数值模拟,最早可追溯到1919年Defant^[21]的工作,他采用一维模式计算了红海和英吉利海峡的潮波。此后,首先是一维模式得到了发展和应用^[56-58,22,23]。50年代,由于计算机技术的发展,人们开始采用二维模式进行模拟和计算,但早期的模拟是以有限差分法或规则节点法进行的。60年代末,有限元法及不规则节点法被应用。现在可以说,近海水域海洋流动方程二维模式的数值模拟已发展得相当完善,并广泛用于工程和预报的实际计算^[2,8,9,18,52,80,81]。70年代初,一些简化的三维模式开始出现。然而,由于问题本身的复杂性和计算机条件的限制,直到70年代末,三维数值模式才真正得以发展。今天,线性三维问题的数值模拟已成功地应用于实际计算,非线性三维问题的数值模拟也已得到很大的发展。当然,也有简单情况的解析解^[39,40]。

2. 模式

近海水域为浅海,在流体不可压, Boussinesq 近似, 静水垂直压力分布等假设下,流动基本方程为:

* 国家自然科学基金资助课题。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + fv + \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \nabla \cdot (\varepsilon \nabla u) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu + \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \nabla \cdot (\varepsilon \nabla v) \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (4)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = w|_{z=\zeta} \quad (5)$$

其中 x, y, z 是笛卡尔坐标, z 为水深方向; u, v, w 是速度分量; p 为压力; f 是科氏力系数; N, ε 分别是垂直方向和水平方向的涡动粘性系数; ζ 表示自由水面; $\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y}$.

上述基本方程是三维的方程组, 如果直接数值求解, 自然会遇到困难或者极不经济, 因此人们总是根据不同问题的不同物理特征, 对方程组进行简化, 或者应用某些数学技巧, 对数值计算进行简化. 由于这些简化主要表现在对流动的垂直分布的处理上, 因此我们就从这一点出发来介绍各种计算的模式.

2.1 二维全流模式 Hansen^[90] 第一个提出二维模式. 是在常密度假设下, 将方程(1)~(4)沿垂向积分, 取速度为按垂向平均而得到的, 因此又称为积分模式或全流模式. 这种模式对水位的计算很成功, 因而广泛应用于潮汐和风暴潮的增水预报. 缺点是不能得到速度的垂向分布. 另一方面, 方程中出现的底摩擦项要引用半经验关系.

2.2 多层模式 Leendertse^[60-64] 1974年提出多层模式. 他将水域沿水深方向分成若干层, 然后将各层分别处理为二维全流模式. 这种模式又称分层模式, 已得到较广泛的应用^[46, 47, 53, 54, 72, 73, 83, 85, 86, 88]. 它作为一种三维模式具有两个优点: ①简单实用, 并可使二维全流模式的数值方法和计算程序能在这里得到推广应用; ②对实际分层流的计算很有利.

但多层模式毕竟比较粗糙, 其不足之处是: ①层数的增加受限制, 难以适用于精度较高的计算; ②层与层之间必须引进摩擦系数, 这常是困难的事^[84]; ③假设层与层之间是不可渗透的, 当流动有着明显的上升流时, 下层流体会冲击上层流体, 导致计算的失稳.

2.3 垂向定网格差分模式 在垂直方向取固定差分点进行差分离散, 这就是定网格差分模式. 由于在流动中各点的水位是随时间变化的, 所以这种模式在垂直方向的网格数目也随时间变化: 水位升高, 网格数目增加; 水位降低, 网格数目减少. 然而, 从精度上要求, 水浅时垂向粘性力的作用特别明显, 是应该增加网格数目才合适的. 因此, 由于这方面的矛盾及技术处理上的困难, 这种模式较少被采用^[32].

2.4 垂向有限元模式 Leonurd 和 Melft^[53] 曾试图在水平与垂直方向都用有限元法求解定常环流, 但最后没有得出计算结果. 后来 Koutitas 和 O' Connor^[36] 提出在垂直方向用有限元, 而在水平方向用差分离散方法. 这种模式称为垂向有限元模式, 避免了象多层模式那样的处理层与层之间关系的麻烦, 且方程的处理也不复杂. 但水位的变化使有限元方程每一时刻的系数矩阵都不同, 从而造成计算的复杂和困难.

2.5 解析模式 上述几种模式在垂向都采用离散方法处理。下面介绍垂向分布处理为连续函数的模式。首先介绍直接求解线性化流动方程的解析模式。

动量方程 (2) 和 (3) 不计对流项和水平粘性项, 成为线性方程:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f v + N \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -f u + N \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad (7)$$

若水面坡度 $\partial \zeta / \partial x$, $\partial \zeta / \partial y$ 及流速随时间的变化为已知, 则方程可视为 u, v 关于自变量 t, z 的方程, 就可由水面和水底的速度条件通过方程解出速度的垂向分布。Welende^[53] 求得了它们的解析解。Jelesnianski^[53] 又用 Laplace 变换得到了同样的结果。Gendey^[82], Forristall^[44] 将这种解析模式用于实际的计算: 先用二维模式算出水位和过程曲线, 然后由解析模式算出指定位置的垂向速度分布。显然, 这种方法仅对求得个别指定位置的垂向速度分布方便, 计算整个流场则很不方便。这种方法现已很少采用。

2.6 Heaps 模式 Heaps^[75] 采用特征函数展开的方法来描述流动的垂向分布。他取特征方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dz} \left(N \frac{dg}{dz} \right) &= \lambda y \\ g'(0) &= 0, \quad N(-h)g'(-h) + kg(-h) = 0 \\ g(0) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中 λ 为不依赖于 z 的参数。Heaps 也是考虑线性问题, 将方程 (6) 和 (7) 分别乘以特征函数 $g_r(z)$, 然后在垂向方向从底面 $z = -h$ 到水面 $z = 0$ 积分, 得到

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + \lambda_r u_r - f v_r = -g a_r \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\phi_r \tau_{ax}}{\rho h} \quad (9)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + \lambda_r v_r - f u_r = -g a_r \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\phi_r \tau_{ay}}{\rho h} \quad (10)$$

这里

$$\phi_r = 1 / \int_{-h}^0 g_r^2 dz, \quad a_r = \frac{\phi_r}{h} \int_{-h}^0 g_r(z) dz$$

$$u_r = \frac{\phi_r}{h} \int_{-h}^0 u g_r dz, \quad v_r = \frac{\phi_r}{h} \int_{-h}^0 v g_r(z) dz$$

对于每一个特征值 $\lambda = \lambda_r$, 都可由特征方程 (8) 求得一个相应的特征函数 $g_r(z)$, 于是速度可表示为特征函数的展式

$$u = \sum u_r(x, y, t) g_r(z), \quad v = \sum v_r(x, y, t) g_r(z) \quad (11)$$

三维问题简化为求解方程 (9) 和 (10) 的二维问题。Heaps^[78, 77] 曾用这种三维模式计算矩形域风生环流和北海风暴潮。

Heaps 模式的优点是能得到流速在垂向的连续分布。不足的是: ①模式只适用于线性问题; ②模式要求底面边条件是滑移条件, 而不是粘附条件; ③模式只适用于粘性系数在垂向不变的情形。为了克服线性假设的限制, Heaps^[78] 又推导了一种新的模式, 但不见算例, 不知是否可行。1983年陈良圭^[10] 推导了一种二维模式与 Heaps 模式相结合的模式, 可以

先用二维模式求得主流流速,然后再用特征函数展开确定流速的校正,从而求得流动的垂向分布。这个模式虽然不受线性假设的限制,但目前计算结果还不甚理想。

2.7 B样条展开模式 Davies^[24,25]考虑线性方程,采用四阶B样条展开垂向速度分布的模式。B样条展开能满足底面无滑移的条件,垂向粘性系数也可随水深变化。但当采用Galerkin方法确定展开式系数时,由于垂向粘性项的影响,各组系数将耦合出现,而不是象Heaps模式那样相互独立。另外,计算量增加很大,同样算例,要达到Heaps模式10项所能达到的精度,B样条展开需取35项^[68]。所以,在实际计算中,B样条展开模式并不比Heaps模式更有效。

2.8 正弦函数展开模式 由于B样条展开模式的不足,Davies^[26-30]后来又提出了以正交函数展开代替B样条函数展开的模式。从理论上说,用于展开垂向分布的基函数,只要正交,是可任意选取的。但在实际计算中,却要考虑到计算的收敛速度。Davies曾选取余弦函数,切比雪夫多项式,Legendre多项式作基函数。余弦函数实际是垂向粘性系数为常数时线性方程的特征函数,它要求在水面上的剪应力为零,这显然不能用于风暴潮的计算。而切比雪夫多项式与Legendre多项式却很适合于风暴潮的计算。算例表明,这种多项式的6至10项就能达到25项余弦函数或35项B样条展开所能达到的计算精度。

2.9 Galerkin特征函数展开模式 正交基函数展开看来比B样条展开要优越,但其系数方程仍然是耦合出现的。1983年Davies^[31]又回到特征函数展开的想法上来。不过他与Heaps不同,不是去精确求解特征方程,而是采用B样条展开的数值方法求解。这可以避免对方程作诸多的限制,可以得到一组相互独立的系数的方程组。可称这种模式为Galerkin特征函数展开模式。算例计算,此模式取10项就能达到B样条展开取35项所达到的精度。

Galerkin特征函数展开实际上是正交函数展开的一种。对于线性问题,正交函数展开方法已成熟。Davies^[27]将这类方法推广到非线性问题。计算表明,对于非线性问题,切比雪夫多项式展开仍可行,但Galerkin特征函数展开方法的优越性却不复存在。这是由于对流项的影响使得这种方法的计算收敛性大为下降的原故。

2.10 三次样条展开模式 为了建立一个有效的非线性模式,张涤明和乔林^[6,7]采用三次样条函数展开垂向分布。这可以满足非线性条件,以及粘性随水深变化、底面粘附等条件,甚至对变密度流或分层流,方法也是可取的。虽然垂向粘性项仍引起各组方程出现耦合,但由于很少分段的三次样条就能达到较高的计算精度,因此总的计算量并不太大。

3. 空间离散与时间离散

诸多的海洋流体动力学基本方程的简化模式,都是处理了流动的垂向分布后,方程中的函数变为只是两个水平方向变量 x, y 和时间变量 t 的函数,三维问题化为二维问题。对于二维问题的数值求解,如何在两个水平方向上空间离散和时间离散,方法也很多。

3.1 空间离散 水平方向的空间离散有差分法和有限元法。

差分法是早期的主要方法,优点是计算程序容易编写,占用计算机内存少,很适于在小型计算机上计算。应用差分离散时,可选用各种不同的差分格式。从理论上说高阶差分格式可减小截断误差,但Praagman^[74]研究指出,对于二维海洋流体动力学方程,低阶格式精度已足够,况且高阶格式还会造成处理边界条件的困难。差分法的最大缺点是网格布置不灵活,网格无法与不规则的边界充分吻合。为了克服传统差分法的这一缺点,Thompson^[93]等

人提出了一种边界拟合坐标系的差分法。其基本思想是,首先经数值求解一对椭圆型方程

$$\nabla^2 \xi = P(\xi, \eta), \quad \nabla^2 \eta = Q(\xi, \eta)$$

的边值问题(其中 P, Q 为网格密度控制函数),将物理平面 $x-y$ 变换到变换平面 $\xi-\eta$,使得在物理平面上任意形状的求解区域变为变换平面上的矩形区域,然后就在变换坐标系 ξ, η 中进行差分求解。Johnson^[94] 应用边界拟合坐标差分法求解了二维河口动力学问题。张涤明和汤奔阳^[5] 改进了边界拟合坐标系的生成方法,成功地将边界拟合坐标差分法应用于风暴潮的数值模拟。

有限元法模拟是70年代开始发展起来的,现已得到广泛的应用。其优点是:①网格划分灵活,处理不规则的边界特别便利;②计算程序通用性强,可选用各种各样的单元形式,目前已采用三角形元,9结点四边形等参元及其他形式的单元。Praagman^[74] 的研究指出,对于二维海洋流体动力学方程的模拟,采用低阶形状函数插值的单元更为有利。

Praagman^[74] 和 Weare^[87] 对差分法和有限元法作了详细比较。Praagman 通过北海模型的计算得出结论:①两种方法计算结果基本一致,仅在边界附近差别较大,这差异正是选择不同方法的原因之一;②两种方法所需机时大致相同,但这是对于相同结点数比较而言的。通常有限元法的结点数比差分法的少,因此可能有限元法要省机时。不过 Connor^[54] 等人曾指出,差分法的数值稳定性已有广泛深入的研究,而有限元法这方面的工作却较少。

传统的有限元法强调整体存储,因而占用的内存大。为了克服这一不足,文献[4]提出了直接单元系数矩阵存储,拓扑阵调用的方法,可大大节省内存。

现在有限元法已非常广泛地应用于二维全流模式,但应用于三维模式的还较少,且限于多层模式,Heaps 模式和三次样条展开模式,大部分三维模式采用差分法。

3.2 时间离散 基本上采用差分法。使用的格式很多,有全隐式,全显式,以及其他用于一般演化方程的各种经典格式。全隐式是无条件稳定的,但计算复杂,占用内存多,Abbott^[68,70] 曾用于计算 Key Biscayne 的风暴潮,现很少有人使用。全显式一般稳定性差,但计算简便,Hansen^[90] 首先用于风暴潮的计算,其后不断有人使用^[83]。其他格式^[50] 从数值过程来看,许多实际上也是显式的。对于时间离散差分格式的选择,Praagman^[74] 指出,对于海洋流动方程,通常的时间步长对于精度已足够,限制时间步长的主要因素可认为是稳定性的考虑。

除了采用一般演化方程的经典的的时间离散差分格式外,结合海洋流动方程本身的特点,还构造了一些更为简单有效的格式,常用的如下。

Euler $f-b$ 格式。这是 Fischer^[35] 首先提出的,所以又称 Fischer 格式。他对动量方程采用显式,而在连续性方程中对速度采用隐式。张涤明和陈良圭^[3] 试验将动量方程中的底摩擦项也改为隐式,并配合采用9结点等参元的有限元空间离散,获得良好效果,稳定性大为提高。[45]讨论过这种格式的稳定性,张涤明和汤奔阳^[5] 又系统详细地分析了其稳定性。

ADI 方法 (alternating direction implicit method)。这是隐式与显式交替使用的格式,即将时间差分的每一步长分为两半,前半步长对 x 向取隐式,对 y 向取显式;后半步长对 y 向取隐式,对 x 向取显式。这可提高稳定性,可将时间差商提高到二阶精度^[15]。[55, 83] 对此方法作了详细介绍和评述。窦振兴等^[15] 用于计算渤海潮流及潮余流,赵士清

等^[16]用于计算连云港的余流, Leendertse^[59]用于充分混合的河口和沿海水质的模拟。

时间分裂法和三步蛙跳法。常用于空间离散为有限元离散的情形。时间分裂法是将速度和水位的计算错开半步,即对 t 至 $t + \Delta t$ 时间计算速度,而对 $t - (\Delta t/2)$ 至 $t + (\Delta t/2)$ 时间计算水位。

破开算子法。这是苏联 Yanenk 等^[42,43]首先提出的。基本思想是通过引进一个或几个中间变量,将偏微分方程中的时间微商破开成两个或更多个部分,从而得到多个形式简单的偏微分方程,再分别选用合适的格式求解。[13]对此方法作了详细介绍。林秉南^[14]等已将它用于二维潮流的计算。

此外还发展了对于时间变量的 Galerkin 有限元法^[41,48,71]。近几年来,围绕着如何提高三维模式的时间步长,还在探求新的时间离散差分格式^[33,19]。

3.3 特征线法 这是时间离散与空间离散一起处理的方法,网格线就是方程的特征线。此方法计算精度高,对于波传播问题较有利。特别对于周期短、变化急剧或有河口和涌潮地带的问题,更为有效。缺点是计算繁,结点扰动大。该方法已广泛应用于一维非定常问题的计算^[5], Townson^[65]和 Lai^[37]将它推广应用于二维问题。方法的详细论述可参阅[37]和[83]。苏纪兰^[1]对此方法有过评述。

4. 短波噪声控制

1959年 Phillips 在作有关大气海洋运动的数值计算中就曾发现,非线性问题的数值解中存在着随时间增长的虚假短波,称为短波噪声。它们甚至可淹没原问题的解。在近海浅水流动问题中,正如 Wang 和 Connor^[54], Partridge 和 Brebbia^[79,34], Gray^[89]等的计算结果所反映的,也都不可避免地存在着短波噪声的问题。消除和控制短波噪声的常用方法如下。

最常用的方法是人工光滑法,其基本思想是通过加权平均,将流场中局部的误差平摊到其周围的点上去。[12,89]都是采用这种方法控制短波噪声的。[20]对此方法作了详细的讨论。这种方法的效果是好的,使用方便,但多次地光滑对实际的物理量也产生一定的衰减作用,如处理不当,甚至可使求得的结果面目全非。

另一种方法是在动量方程中加入水平粘性项。这是 Norton^[91]提出的。Adey^[92], Connor^[54]和 King^[49]等都使用过,效果良好。缺点是方程中加入水平粘性项后阶数提高,给空间离散的处理造成麻烦。

最近有人用罚函数方法控制短波噪声,其实质似乎与加入水平粘性项的方法一样。吕玉麟^[11]的方法是:设压力 $p = \alpha \nabla \cdot \mathbf{v}$, 其中 α 是罚函数,将它沿垂向积分后再代入二维动量方程。

此外还有其他的一些方法,如 Brebbia^[34]的超底摩擦方法, Wang^[54]提出的方法,以及 Gray^[38]提出的方法等。Gray 的方法是通过连续性方程对时间求偏导,使该方程中的时间微分达到二阶,以此来控制噪声。但这样一来却增加了离散处理的困难。

参 考 文 献

- 1 苏纪兰. 浅海潮汐动力学计算. 力学与实践, 7, 5 (1985): 11-16
- 2 苏纪兰, 袁耀初. 有限元在海洋湖泊流动中的应用. 第2届全国计算流体力学会议报告(1984年5月)
- 3 张涤明, 陈良圭. 近海浅水环流计算及绕岛环流模拟问题. 水动力学研究与进展, 2 (1984)

- 4 张涤明, 陈良圭. 浅水环流数值模拟的底摩擦问题. 中山大学60周年校庆论文集 (1984年11月)
- 5 张涤明, 汤奔阳. 风暴潮边界拟合坐标差分法计算. 第1届全国水动力学学术会议论文集 (1985年1月); 力学学报, **19**, 1 (1987)
- 6 张涤明, 乔林. 近海环流三维样层带有限元模式. 待发表
- 7 张涤明, 乔林. 近海环流一个非线性三维数值模式. 待发表
- 8 张涤明, 章克本, 汤奔阳, 陈良圭等. 水东湾海区流态分析及数值模拟计算. 中山大学研究报告 (1985年6月)
- 9 中山大学力学系. 沙角电厂温排水平面温度场数值模拟研究报告 (1986年1月)
- 10 陈良圭. 近海浅水环流的多维数值模拟. 中山大学力学系硕士论文 (1984)
- 11 吕玉麟. 浅水波动问题的罚函数有限元法. 第3届全国流体力学学术会议论文 (1985)
- 12 吕玉麟, 赖国璋. 近海浅水环流问题的数值方法. 大连工学院学报, **20**, 1 (1981)
- 13 林秉南. 二维隐格式的破开算子法. 水利水电科学研究院报告 (1983)
- 14 林秉南. 破开算子在二维潮流计算中的应用. 水利水电科学研究院报告 (1982)
- 15 突振兴等. 渤海潮流及余流的数值计算. 海洋学报, **3**, 3 (1981)
- 16 赵士清, 张镜潮. 连云港潮流的数值模拟. 海洋学报, **3**, 3 (1981)
- 17 李燕初, 蔡文理. 风暴潮的有限元素分析. 海洋学报, **4**, 4 (1982)
- 18 雷光耀等. 渤海潮混合数值模拟. 海洋与湖泊, **5**, 1 (1984)
- 19 孙文心, 陈宗镛, 冯士筘. 一种三维空间非线性潮波的数值模拟. 山东海洋学院学报, **11**, 1 (1981)
- 20 Feng Shi-zuo (冯士筘). A three dimensional nonlinear model of tidal. *Scientia Sinica*, **20** (1977): 436-446
- 21 Defant A. Untersuchungen über die Gezeitenerscheinungen in mittel- und Randmeeren, Denkschrift Wiener Akademie der Wissenschaften (1919)
- 22 Blumberg A F. A numerical investigation into the dynamics of estuaries circulation, Technical Report 91 Chesapeake Bay Institute Baltimore, Md, Oct. (1975)
- 23 Blumberg A F. Numerical model of estuarine circulation. *J. Hydraul. Div. ASCE*, **103**, HY3 (1977): 295-310
- 24 Davies A M. The numerical solution of the three dimensional hydrodynamic equations, using a B-spline representation of the vertical current profile. Bottom Turbulence, Elsevier Publ. Co., Amsterdam (1977): 1-26
- 25 Davies A M. Three dimensional model with depth-varying eddy viscosity. Bottom Turbulence, Elsevier Publ. Co., Amsterdam (1977): 27-48
- 26 Davies A M. On the formulating a three dimensional hydrodynamic sea model with an arbitrary variation of vertical eddy viscosity. *Computer Meth. in Appl. Mech. and Eng.*, **22** (1980): 187-211
- 27 Davies A M, Owen A. Three dimensional numerical sea model using the Galerkin method with a polynomial basis set. *Appl. Math. Modeling*, **3** (1979): 421-428
- 28 Davies A M. Application of the Galerkin method to the formulation of a three dimensional nonlinear hydrodynamic numerical sea model. *Appl. Math. Modeling*, **4** (1980): 245-256
- 29 Davies A M. On computing the three dimensional flow in a stratified sea using the Galerkin method. *Appl. Math. Modeling*, **6** (1982): 347-361
- 30 Davies A M. Application of a three dimensional shelf model to the calculation of North Sea currents. *North Sea Dynamics* (1983): 44-66
- 31 Davies A M. Formulation of a linear three dimensional hydrodynamic sea model using a Galerkin-Eigenfunction method. *Int. J. Numer. Meth. Fluid*, **3** (1983): 33-60
- 32 Davies A M, Stephen C V. Comparison of the finite difference and Galerkin methods as applied to solution of the hydrodynamic equations. *Appl. Math. Modeling*, **7** (1983): 226-240
- 33 Davies A M. Application of the Dufort-Frankel and Saul'ev methods with time splitting to the formulation of a three dimensional hydrodynamic sea model. *Int. J. Numer. Meth. Fluid*, **5** (1985): 405-425
- 34 Brebbia C A, Partridge P W. Finite element simulation of water circulation in the North Sea. *Appl. Math. Modeling*, **1**, 2 (1976): 101-107
- 35 Fischer C. Ein Numerical Verfahren Zur Berechnung Von Windstau und Gezeiten in Randmeeren. *Tellus*, **11**, 1 (1959)
- 36 Koutitas C, O'Connor B. Modelling three dimensional wind-induced flows. *J. Hydraul. Div. ASCE*, **106**, HY11 (1980): 1834-1865
- 37 Lai C. Some computational aspects of one-and two-dimensional unsteady flow simulation by the method of characteristics. Proc. Int. Symp. Unsteady Flow Open Channels Int. Assoc.

- Hydraul. Res. Newcastle-upon-Tyne Eng. (1976) : 1—12
- 38 Lynch D R, Gray W G. A wave equation model for finite element tidal computations. *Computers and Fluids*, 7 (1979) : 207—228
 - 39 Lynch D R, Gray W G. Analytic solutions for computer flow model testing. *J. Hydraul. Div. ASCE C.*, 104, HY10 (1979) : 1406—1428
 - 40 Lynch D R, Officer C B. Analytic test cases for three dimensional hydrodynamic models. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 5 (1985) : 529—543
 - 41 Grotkop G. Finite element analysis of long-period water waves. *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 2, 2 (1973) : 147—157
 - 42 Marchuk G I, etc. A numerical method to calculating tidal motion in the adjacent sea. *Izv. AN SSSR Phys. Atmosph. Ocean*, 5 (1969)
 - 43 Marchuk G I. *Methods of Numerical Mathematics*. Translated by Jiri Ruzicka, Springer (1975) : 146—174
 - 44 Forristall G Z. Three dimensional structure of storm generated current. *J. Geophys. Res.*, 7 (1974) : 1050—1060
 - 45 Rammig H G, Kowalik Z. *Numerical Modelling of Marine Hydordynamics*. Ekserier Oceanograph Series 26 (1980)
 - 46 Miller H P. Numerical three dimensional free surface circulation model for the South Biscayne Bay, Florida. *Appl. Math. Modeling*, 8 (1984) : 313—318
 - 47 Wang H P. Multi-leveled finite element hydrodynamic model of block island sound. *Finite Element in Water Resouces* (1976)
 - 48 Fried I. Finite element analysis of time dependent phenomena. *AIAA J.*, 7, 6 (1969) 1170—1173
 - 49 King I P, Norton W R, Iceman K R. A finite element for two dimensional stratified flow problems. *Finite Elements in Fluids, Vol. 7*, Wiley London (1975)
 - 50 Liggett J A, Hadjithodorou C. Circulation in shallow homogeneous lakes. *J. Hydraul. Div. ASCE*, 95, HY2 (1969) : 609—620
 - 51 Nihoul J C J. *Modelling of marine system*. Elsevier Oceanography Series 11, Amsterdam (1975): 272
 - 52 Nihoul J C J, Ronday F C. The influence of the tidal stress on the residual circulation. *Tellus*, 27 (1975) : 484—489
 - 53 Nihoul J C J, Munfola Y, Roisin B. Non-linear three dimensional modelling mesoscale circulation in seas and lakes. *Marine Forecasting*. Elsevier Oceanograph Series 25 (1979) : 235—258
 - 54 Wang J D, Connor J J. *Finite element of hydrodynamic circulation*. Numerical Method in Fluid Dynamics, Pentech Press, London (1974)
 - 55 Wang J D, Connor J J. *Mathematical Modelling of Near Coastal Circulation*. Report No. 200, Washington D. C. (1975)
 - 56 Dronkers J J. Tidal computations for rivers, coastal areas and seas. *J. Hydraul. Div. ASCE*, 95, HY1 (1969) : 29—77
 - 57 Dronkers J J. Tidal theory and computations. *Adv. Hydrosci.*, 10 (1975) : 145—230
 - 58 Leendertse J J. Aspects of a computation model for long-period water-wave propagation. RM-5294-PR Rand Corp., Santa Monica, California (1967)
 - 59 Leendertse J J. A water-quality simulation model for well-mix estuaries and coastal seas; Vol. I, Principle of computation. RC-6230-PR Rand Corp., Santa Monica, California (1970)
 - 60 Leendertse J J, Alexander R C, Liu S K. A three dimensional model for estuaries and coastal seas; Vol. I, Principles of computation. R-1417-OWRR Rand Corp., Santa Monica, California (1973)
 - 61 Leendertse J J, Liu S K. A three dimensional model for estuaries and coastal seas; Vol. II, Aspects of computation. R-1746-OERR Rand Corp., Santa Monica, California (1975)
 - 62 Leendertse J J, Liu S K. Modelling of three dimensional flow in estuaries. *Model Technique*. ASCE: 625—642
 - 63 Leendertse J J, Liu S K. Three dimensional flow simulation in estuaries. *Proc. Int. Symp. Unsteady Flow Open Channels*, Int. Assoc. Hydraul. Res. Newcastle-Upon-Tyne Eng. (1976): 11—23
 - 64 Leendertse J J, Liu S K. A three dimensional model for estuaries and coastal seas; Vol. IV, Turbulent energy computation. R-2178-OWRT Rand Corp., Santa Monica, California (1977)
 - 65 Townson J M. An application of the method of characteristics to tidal calculations in (x - y - t) space. *J. Hydraul. Res.*, 12, 4 (1974) : 499—523

- 66 King J P. Strategies for finite element modelling of three dimensional hydrodynamic system. *Adv. Water Resource*, **8** (1985) : 69—76
- 67 Laible J P. A finite element/finite difference wave model for depth varying nearly horizontal flow. *Adv. Water Resource*, **7** (1984) : 2—14
- 68 Bowden K F, Hamilton D. Some experiments with a numerical model of circulation and mixing in a tidal estuary. *Estuarine and Coastal Marine Science* **3** (1975) : 281—301
- 69 Abbott M B, Ionescu F. On the numerical computation of nearly horizontal flows. *J. Hydraul. Res.*, **5** (1966) : 97—117
- 70 Abbott M B, etc. Three design system for applications in coastal engineering. Proc. Conf. Coastal Eng. ASCE, 14th (1974) : 2322—2337
- 71 Kawahara M, Takeuchi N, Yoshida T. Two step explicit finite element method for Tsunami wave propagation analysis. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **12**, 2 (1978) : 331—351
- 72 Kawahara M, Kobayashi M, Nakata K. Multiple level finite element analysis and its applications to tidal current in Tokyo Bay. *Appl. Math. Modeling*, **7** (1983) : 197—211
- 73 Kobayashi M, Nakata K, Kawahara M. A three dimensional multi-leveled finite element model for density-current analysis. *Finite Element Method in Flow Programs*, **2** (1980) : 80—92
- 74 Praagman N. A comparison of discretization methods for the shallow water equation. *Int. J. Num. Methods Eng.*, **18** (1982) : 981—995
- 75 Heaps N S. On the numerical solution of the three dimensional hydrodynamic equations for tidal and surges. *Men. Soc. R. Sci. Liege*, **2** (1972) : 143—180
- 76 Heaps N S. Three dimensional numerical model of the Irish sea. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **35** (1973) : 99—120
- 77 Heaps N S. Development of a three dimensional numerical model of the Irish sea. *Rapp. P.-v Reun. Cons. in Explor. Meer* **167** (1974) : 147—162
- 78 Heaps N S. On formulating a nonlinear numerical model in three dimensional for tidal and storm surges. *Lecture Notes in Physics*, **58** (1976) : 368—387
- 79 Partridge P W, Brebbia C A. Quadratic finite element in shallow water problems. *J. Hydraul. Div. ASCE*, **102** (1976) : 1299
- 80 Gallagher R H, Liggett J A, Chan S T K. Finite element shallow lake circulation analysis. *J. Hydraul. Div. ASCE*, **99**, HY7 (1973) : 1083—1098
- 81 Cheng R T, Powell T M, Dillon T M. Numerical models of wind-driven circulation in lakes. *Appl. Math. Modeling*, **1** (1976) : 142—159
- 82 Gendey R T, Lick W. Wind-driven currents in lake Erie. *J. Geophys. Res.*, **17** (1972) : 2714—2723
- 83 Liu S K, Leendertse J J. Multi-dimensional numerical modeling of estuaries coastal seas. *Adv. in Hydrosci.*, **11** (1978) : 95—164
- 84 Jordan T F, Baker J R. Vertical structure of time-dependent flow dominated by friction in well-mixed fluid. *J. Phys. Oceanogra.*, **10** (1980) : 1091—1103
- 85 Simmon T J. Verification of numerical models of lake Ontario: Part I. Circulation in spring and early summer. *J. Phys. Oceanogra.*, **4** (1974) : 507—523
- 86 Simmon T J. Verification of numerical models of lake Ontario: Part II. Stratified circulation and temperature changes. *J. Phys. Oceanogra.*, **5** (1975) : 98—110
- 87 Weare T J. Finite element or finite difference methods for the two dimensional shallow water equations? *Comp. Meth. in. App. Mech. and Eng.*, **7** (1976) : 351—357
- 88 Laevastu T. Multilayer hydrodynamic numerical models. Proc. Symp. Modelling Technique ASCE (1974) : 1040
- 89 Gray W G, Lynch D R. On the control of noise in finite element tidal computations a semi-implicit approach. *Computers and Fluids*, **7** (1979) : 47—67
- 90 Hansen W. Theorie zur Errechnung des Wasserstandes und der stromungen in Randmeeren und Anwendungen. *Tellus*, **8** (1956) : 287—300
- 91 Norton W R, King I P, Orlob T. A finite element model for lower granite reservoir. Tech. Rep. No. Dacw 68-71-C-0047, Water Resour. Eng. Walnut Creek, California (1973)
- 92 Adey R A. Numerical prediction of transient water quality and tidal motion in estuaries and coastal waters. Ph. D. thesis University of Southampton (1974)
- 93 Thompson J F. Numerical solution of flow problem using body-fitted coordinate systems, Computation Fluid Dynamic, Hemisphere Publishing Corporation (1980)

NUMERICAL SIMULATIONS FOR EQUATIONS OF THE OCEANIC FLUID DYNAMICS IN NEARSHORE WATER

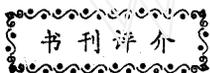
Zhang Di-ming Chen Liang-gui Qiao Lin
(Zhongshan University) (Hehai University)

Abstract The studies of numerical simulations for equations of oceanic fluid dynamics can be traced to the Defant's work in 1919, and have been developing vigorously since the late of 1970's.

Two dimensional mode was developed in the sixties and the seventies. Today the study of numerical simulation of 2-dimensional mode is quite complete. Not only is the theory systematic, but efficient methods are available, and are widely applied to actual calculations for engineering and hydrologic prediction such as tidal currents and storm surges etc.

The studies of three dimensional mode began in the seventies, and have undergone rapid development in the last ten years. The numerical simulation for three dimensional mode is much more difficult than for two dimensional mode, so it interests many research workers. Up till the present moment, the 3-d numerical simulation, although with many achievements, has still been attracting studies.

Keywords *equations of oceanic fluid dynamics, numerical simulation*



《变形体非协调理论》

“应用数学和力学”讲座丛书第6部《变形体非协调理论》即将由重庆出版社出版。

本书由北京大学郭仲衡和中山大学梁浩云编著。书中系统全面地介绍了线性缺陷连续统理论、缺陷理论与非黎曼几何的对应、变形体协调理论的理性理论和位错与向错的规范场理论，以期读者对变形体非协调理论的全貌有所了解，并为深入研究非协调问题打下初步的基础。全书共分11章。前5章引进了3种不同程度的非协调性使线性缺陷连续统理论从经典弹性理论脱胎出来，叙述采用绝对符号法。为能用缺陷连续统理论去处理孤立位错和缺陷，又引进了线、面、体的 δ 函数。第6章介绍了位错和向错的运动。第7、8章着重介绍了非黎曼几何的有关内容和用非黎曼空间描述缺陷的方法。在第9章介绍了流形论初步知识的基础上，第10章介绍了变形体非协调论的理性理论。最后一章简介了位错的规范场理论。本书在介绍各种方法之前，对所需的数学工具作了简单介绍。书末还附有较详细的参考文献。本书是我国在这方面出版的第一部较系统的专著，体系严谨，叙述简明清晰，可读性强，自成系统，可供力学工作者和理工科大学师生学习参考。

吴承平供稿