

关于圆筒壳稳定性中的初始缺陷

王俊奎 仝立勇

(北京航空学院固体力学研究所)

提要 本文综述了圆筒壳稳定性中初始几何缺陷的几个重要问题。讨论了初始几何缺陷对圆筒壳临界载荷的基本效应，它的随机性、测量以及相应的数据库的建立。最后介绍了失稳破坏占主要地位的壳体结构的交互设计的基本思想和方法，并对进一步的研究工作提出了看法。

关键词 初始缺陷；圆筒壳；稳定性

1. 引言

早在30—40年代，薄壁结构的皱损问题就为广大研究人员所关心，并且进行了开创性和探索性的研究工作^[1,80-87]。有关壳体结构的皱损方面的文章大量出现^[2-10]，正如Budiansky和Hutchinson^[11]所说的：“每个人都喜欢做皱损问题的研究”。最近，Babcock^[12]统计了1930年以来发表的文章，并得到了下面的公式：

$$N = 22 \times 10^{0.033(y-1930)}$$

其中 N 表示每年发表的文章数目， y 表示年份。由此可见，几十年来人们对壳体结构的稳定性问题做了大量研究，要想对所有这些工作做比较全面的综述是很困难的。好在有许多人对以前的工作做过一些回顾。例如，Fung和Sechler^[13]回顾了1960年以前的研究；Hutchinson和Koiter^[14]综述了1970年前后的皱损理论工作；Sechler^[15]对壳体设计的历史发展做了回顾；Singer^[17]较全面地综述了1980年以前壳体实验方面的研究；另外，还有Tvergaard^[16]和Arbocz^[18]的综述文章等等。前人的大量研究表明，有如下四个主要因素对实验临界失稳载荷有较大的影响：①初始几何缺陷；②边界条件；③塑性效应；④实验机和夹具的影响^[70]。

这四个因素使得临界载荷的实验值与理论值相差甚大。限于篇幅，本文仅讨论初始几何缺陷的影响。对于塑性影响，可以参阅[11]和[19]。对于边界条件等影响有兴趣的读者，请参阅[20, 25—35, 17]。这些文献给出的研究表明，对于密加筋壳的总体型失稳，初始几何缺陷的影响甚小，用线性理论就可以得到比较令人满意的结果^[30,31]，此时，边界条件的影响比初始几何缺陷的影响显得更加重要^[33,34]。

本文首先介绍初始几何缺陷对圆筒壳失稳的基本效应；然后讨论它的测量及随机性，最后进一步讨论初始几何缺陷对壳体设计的影响，并指出有待进一步研究的方向。

2. 初始几何缺陷的基本效应

早在1934年，Donell^[1]提出了包含初始几何缺陷的一个近似大挠度理论。1945年，Koiter^[2]在他的学位论文中提出了初始后屈曲理论。1950年，Donell和Wan^[2]认为与失稳挠度形状相同的初始几何缺陷影响最严重，并采用了下面的公式：

$$W = t\xi \left[\cos\left(\mu n \frac{x}{R}\right) \cos\left(\frac{ny}{R}\right) + B \cos\left(2\mu \frac{nx}{R}\right) + C \cos\left(2n \frac{y}{R}\right) + D \right]$$

$$\bar{W} = t\bar{\xi} \left[\cos\left(\mu n \frac{x}{R}\right) \cos\left(\frac{ny}{R}\right) + B \cos\left(2\mu \frac{nx}{R}\right) + C \cos\left(2n \frac{y}{R}\right) + D \right]$$

式中 μ 为波形数比， n 为环向波数。研究表明，存在某个载荷极值点，使得筒壳从前一个皱损平衡位形跳跃到另一个皱损后平衡位形。Koiter^[3]采用了下面的轴对称初始几何缺陷：

$$\bar{W}(x) = t\bar{W}_{i0} \cos(i\pi x/L) \quad (1)$$

并做了非完善壳皱损的分析。Hutchinson和Amazigo^[4]分析了具有轴对称初始缺陷的环向和纵向加筋筒壳的皱损分析。Babcock和Sechler^[5]考虑了正弦函数的轴对称初始缺陷的影响。然而，大量的测量表明初始几何缺陷并不是轴对称的，而是非对称的^[6,7]。

[4]还采用了下式描述的非对称初始缺陷：

$$\bar{W}(x, y) = t\bar{\xi}_2 \sin(k\pi x/L) \cos(l y/R) \quad (2)$$

并计算了Koiter公式

$$(1 - \lambda_s/\lambda_{c1})^{3/2} = \frac{3}{2} \sqrt{3} \sqrt{-b \frac{\lambda_s}{\lambda_{c1}}} |\bar{\xi}_2|, \quad b < 0 \quad (3)$$

中的 b 因子。[8]曾推导了后屈曲系数 b 的一般表达式。Arbocz^[10]采用下面的初始缺陷：

$$\bar{W}(x, y) = t\bar{\xi}_1 \cos\left(\frac{i\pi x}{L}\right) + t\bar{\xi}_2 \cos\left(\frac{k\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{l y}{R}\right) \quad (4)$$

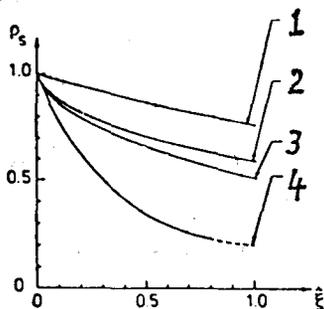


图1 不同模型的缺陷敏感度^[2,9]

- 1 单项轴对称正弦(半波)项 2 单项非对称
3 2项(一项轴对称, 一项非对称)
4 7项初缺

得到了两个模式的解。Arbocz等^[3,6]将测得的初始几何缺陷用下列双重Fourier级数表示

$$\begin{aligned} \bar{W}(x, y) = & t \sum \bar{W}_{i0} \cos\left(\frac{i\pi x}{L}\right) \\ & + t \sum \sum \sin\left(\frac{k\pi x}{L}\right) \left[\bar{W}_{ki} \cos\left(\frac{l y}{R}\right) \right. \\ & \left. + \bar{W}_{ki} \sin\left(\frac{l y}{R}\right) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

并据此做了筒壳的皱损分析，结果表明理论值与实验值相差不到10%。图1给出了几种缺陷模型的载荷分布。显然，要想得到较为可靠的临界载荷，就需知道初始缺陷函数的准确表达式，下面讨论初始缺陷的测

量与随机性，并介绍获得初始缺陷函数的方法。

3. 初始缺陷数据库

在壳体稳定实验研究中, 测量壳体的初始几何缺陷已被认为是不可缺少的一个组成部分。70年代人们就开始了这方面的工作^[10,18,30]。通过测量初始缺陷的分布, 可以建立某种工艺过程与初始缺陷的分布之间的关系, 这种关系不仅可以为求得准确的临界载荷分析值提供一个重要概念, 而且为设计壳体结构提供如何考虑初始缺陷影响的途径。Odland^[30]和Green等^[40]分别用上述思想作了加筋与无筋壳体的失稳分析。Arbocz等^[41], Singer等^[42]分别在Delft技术大学和Haifa首先建立了国际初始缺陷数据库。正如Arbocz^[38]所指出的, 建立这样的数据库有以下两个目的: 首先, 可以用统一的方式描述在不同的试验室测得的初始缺陷, 便于相互之间进行比较; 其次, 由于在许多大型分析程序中, 都考虑了初步缺陷的影响, 故需要增加初始几何缺陷的存储信息。

若用下面的公式表示初始缺陷:

$$\bar{W} = t \Sigma \Sigma \sin\left(\frac{k\pi x}{L}\right) \left[\bar{W}'_{kl} \cos\left(\frac{ly}{R}\right) + \bar{W}''_{kl} \sin\left(\frac{ly}{R}\right) \right] \quad (6)$$

并用最小二乘法将上式与测量值做最佳曲面拟合, 就可以确定 \bar{W}'_{kl} , \bar{W}''_{kl} , 从而得到初始缺陷的主要分布特点^[41-47]。大量的研究表明: 随着轴向和环向半波数 k 和 l 不断增大, 式

(6)中的系数很快衰减为零, 见图2。这一结论告诉人们只要选择有限项, 便可以表征初始几何的主要特点, 亦即能够较为准确地表示初始缺陷。我们把这有限项称为初始缺陷的特征分布。Horton^[43], Arbocz^[41], Sebek^[45]以及Arbocz^[46]等人的研究表明, 初始缺陷的特征分布与制造工艺有密切的联系。下面给出两种工艺的研究结果:

①对于由 N_p 块曲板铆接的大型航天航空的壳体, 若采用正弦Fourier级数表示, 则初始缺陷的特征分布为

$$\bar{W} = \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \left[\bar{W}'_{12} \sin\left(\frac{2y}{R}\right) + W''_{1N_p} \sin\left(\frac{N_p y}{R}\right) \right] \quad (7)$$

②若将 N_p 块曲板焊在一起, 则不仅曲板数目 N_p , 而且焊接技术均对初始缺陷的特征分布有影响。一般来说, 特征分布的半波数与 N_p 的整倍数有关, 且其幅值随 k, l 的增加而减小。

经过这些初步研究, 人们对初始缺陷的测量的重要性有了进一步的认识。近年来这方面的工作正在加速开展, 而且将会有更多的制造工艺的特征分布应用于壳体皱损的分析中。

4. 圆筒壳的皱损设计

在近代工程中, 皱损往往是壳体结构设计中不可忽略的重要因素。圆筒壳则是最常见的结构形式, 在壳体设计中, 通常采用以下公式:

$$P_a \leq (\gamma_k / F_S) P_{c1}$$

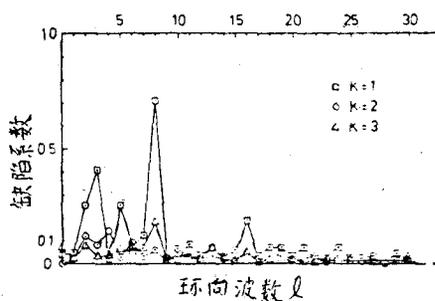


图2 缺陷系数随 k, l 的变化^[45]

式中 P_0 是许用载荷, P_{c1} 是完善结构的临界失稳载荷, γ_k 叫作破坏因子 (knockdown factor), F_S 为安全系数. γ_k 的数值是根据有效实验数据确定的. $\gamma_k P_{c1}$ 取所有实验数据的下限, 见图 3. 这就是工程中常用的下限设计准则. 众所周知, 下限设计准则一般是可靠的, 偏于安全. 但是, 对于重量要求严格的壳体结构设计, 仍采用下限准则, 似乎太保守. 因此, 设计的结构能够既经济又安全可靠是一个新的研究方向.

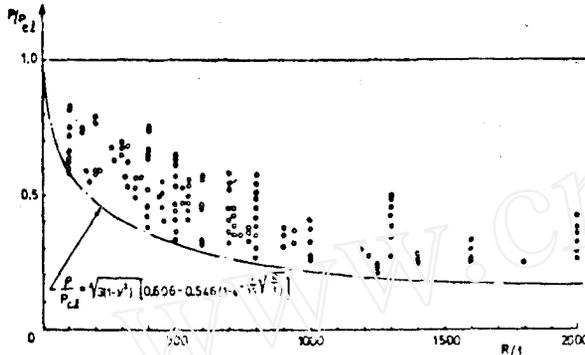


图3 轴压作用下各向同性圆筒壳的实验数据和 γ_k 曲线^[4, 8]

的, 偏于安全. 但是, 对于重量要求严格的壳体结构设计, 仍采用下限准则, 似乎太保守. 因此, 设计的结构能够既经济又安全可靠是一个新的研究方向. 上节已指出, 如果知道了初始几何缺陷就可以获得较为准确的理论分析值. 在设计过程中, 无法预先知道初始缺陷的形状, 因此, 根据与制造加工工艺有关的特征初始缺陷分布, 并采用随机分析是有效的方法. 这样对初始几何缺陷和临界载荷可以做统计分析. 1957年, 苏联 Bolotin^[50] 首先提出了弹性壳体非线性理论中的统计分析方法. Amazigo^[51] 把轴对称初始几何缺陷作为随机变量, 分析了长圆筒壳在轴压作用下的皱损问题. 1972年, Roorda等^[52] 也研究了具有轴对称初始几何缺陷的圆筒壳在轴压作用下的随机屈曲特性. Amazigo^[53] 对随机非完善结构的皱损问题的研究进展曾做过回顾和总结. 从文中可以明显地看出, 由于对实际结构中出现的初始缺陷缺乏详细的了解和研究, 人们用许多假设来简化分析过程. 1979年, Elishakoff^[54] 研究了在 3 次非线性基础上的有限长梁模型的屈曲统计特性. 他把梁的初始缺陷做为随机变量, 并采用 Monte Carlo 方法, 研究了屈曲的可靠性问题. 随后, 又将此方法用于具有轴对称初始缺陷^[55] 和非对称初始缺陷^[56] 的圆筒壳在轴压作用下的失稳可靠性分析. Elishakoff 的想法为研究和设计具有随机初始缺陷的结构的皱损问题提供了一个可行的方案. 下面, 对此做简单介绍.

①将初始缺陷展开为用完善壳体的失稳波形表示的级数, 并将相应的 Fourier 系数作为随机变量. 然后计算该系数的概率特性, 例如平均向量、方差-协方差矩阵.

②根据上述的概率特性, 用 Monte Carlo 方法随机生产大量的初始缺陷中的 Fourier 系数, 亦即, 随机产生大批非完善壳体. 然后, 针对每一个壳体做非线性失稳分析, 并确定相应的失稳临界载荷 $\lambda = P/P_{c1}$.

③根据大量的失稳载荷 λ , 计算以下的可靠性曲线:

$$R(\lambda) = \{\lambda \leq \bar{\lambda}\} \text{ 的概率} = \text{Prob}(\lambda \leq \bar{\lambda})$$

$\bar{\lambda}$ 为给定的失稳临界载荷, λ 为随机失稳载荷. 图 4 给出了一条典型的曲线. 根据所要求的可靠性 R_a , 可以确定相应的许用载荷 λ_a . 并由此得

$$P_a \leq (\lambda_a / F_S) P_{c1}$$

λ_a 相当于某一工艺过程的破坏因子,

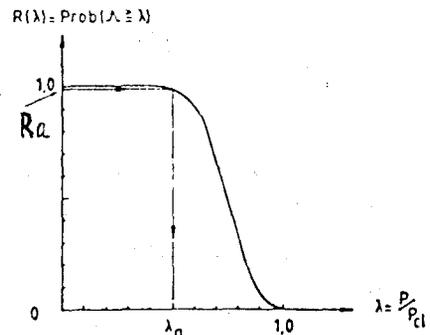


图4 可靠性函数

可以看出,若用上述方法改进或逐步代替下限设计准则,还需进一步做以下的工作:

- ①测量和汇编与制造工艺有关的大量的初始缺陷,建立完善的初始缺陷数据库;
- ②寻求分析非完善壳体失稳载荷的简单、快速的方法,这是因为要得到可靠性曲线需做上千甚至上万个壳体的非线性分析。

Arbocz^[29]根据上述的步骤,提出了壳体交互设计的概念,并研制了壳体交互设计的程序 DISDECO。对于重量要求严格的壳体,采用上述的设计思想会收到良好的效果。

5. 结束语

近几十年来,虽然壳体稳定的理论和应用都取得了很大的进展,但是,理论的发展与工程实际应用仍存在一定的差距。稳定设计比强度设计落后,相应的稳定分析程序还不象强度分析程序那样普及和实用^[40]。在壳体皱损方面,仍有许多问题需进一步研究。例如:

①寻求考虑初始缺陷影响的简单、合理的方法。初始几何缺陷有很大的随机性,而且,在壳体结构的使用过程中还会产生新的初始几何缺陷。用统计分析的方法研究这个问题,虽然有了一定的进展,但是,由于耗资巨大,与实际应用仍有一定的差距。针对各种具体工艺过程,建立相应的下限设计准则,将会使偏于保守的下限设计准则得到修正。这可能是考虑初始几何缺陷的一种合理方法。

②发展能够考虑初始缺陷的影响而又简单有效的壳体稳定理论^[69]。

③寻找非完善壳体稳定分析的简单高效率的算法,并发展相应的实用程序^[49]。

参 考 文 献

- 1 Donell L M. *Trans Am. Soc. Mech. Eng.*, **56** (1934): 795—806
- 2 Donell L M, Wan C C. *J. Appl. Mech.*, **17** (1950): 73—83
- 3 Koiter W T. Koninkl. Ned. Akad. Wetenschap. Proc., B66 (1963): 265—279
- 4 Hutchinson J W, Amazigo J C. *AIAA J.*, **5** (1967): 392—401
- 5 Babcock C D, Sechler E E. NASA TN-D2005 (1963)
- 6 Coppa A P. *AIAA J.*, **4** (1966): 172—175
- 7 Singer J, et al. *AIAA J.*, **9** (1968): 68—75
- 8 Budiansky B, Hutchinson J W. in H. Gortler (ed): Proc. 11st Int. Cong. Appl. Mech.. Springer, Berlin, 636—651
- 9 Cohen A G. *AIAA J.*, **6** (1968): 1616—1618
- 10 Arbocz J. *Thin-Shell Structures, Theory and Experiments and Design*, Fung Y C, Sechler E E (eds). Printice-Hall, Engle-Wood-Cliffs, N. H. (1974): 205—245
- 11 Budiansky B, Hutchinson J W. *Trends in Solid Mechanics, Proc. of the Symp. Dedicated to the 65th Birthday of Koiter W T, Delft Univ. of Tech., June 13—15 (1979): 93—116*
- 12 Babcock C D. *J. Appl. Mech.*, **50**, 4 (1982): 935—940
- 13 Fung Y C, Sechler E E. in *Structural Mechanics, Proc. of the 1st Symp. on Naval Structural Mechanics*, Goodier J N, Hoff N J, eds-. Pergamen, Elmsford, N. Y. (1960): 115—168
- 14 Hutchinson J W, Koiter W T. *Appl. Mech. Rev.*, **24**, 1 (1971): 154—160
- 15 Sechler E E. *Thin-Shell Structures, Theory and Experiments and Design*, Fung Y C, Sechler E E (eds). Printice-Hall, Engle-wood-Cliffs, N. H. (1974): 3—25
- 16 Tvergaard V. *Theoretical and Applied Mechanics, Proc. of 14th IUTAM Cong., Delft (1976): 233—247*
- 17 Singer J. *SM Archives*, **7** (1982): 213—313
- 18 Arbocz J. Proc. of Annual Meeting of Deutsche Gesellschaft fur Luft-und Raumfahrt (DGLR), Aachen (1981): 335—348
- 19 周承侗. 薄壳弹塑性稳定理论. 国防工业出版社 (1979)

- 20 Stein M. NASA TR-190 (1965)
- 21 Koiter W T. NASA TT F-10 (1967)
- 22 Karman T V, Tsien H S (钱学森). *J. Aero. Sci.*, 8 (1941) 303
- 23 Budiansky B. *Adv. in Appl. Mech.*, 14 (1974) : 1-65
- 24 Yamaki N. Elastic Stability of Circular Cylindrical Shells. Amsterdam, N. Y., Oxford (1984)
- 25 Hoff N J, Soong T C. *Int. J. Mech. Sci.*, 7: 489-520
- 26 Almroth B O. NASA CR-161 (1965)
- 27 Weller T, et al. In: Thin Shell Structures (1974) : 305-324
- 28 Hoff N J. *Israel J. of Tech.*, 4, 1 (1966) : 1-28
- 29 Arbocz J. Proc. of a Conf. : Spacecraft Structures, CNES, Toulouse, 3-6 Dec. 1985 (ESA SP-238, April 1986)
- 30 Singer J, et al. ICAS Proc. (1974)
- 31 Tennyson R C. Buckling of Structures, Proc. IUTAM Symp., Springer-Verlag, Berlin (1976) : 251-273
- 32 Rosen A, et al. *J. of Sound and Vib.*, 34, 3 (1974) : 357-378
- 33 Cohen G A. *AIAA J.*, 4 (1966) : 1859-1862
- 34 Singer J. In: Collapse, the Buckling of Structures in Theory and Practice (1982) : 443-479
- 35 Rosen A, et al. *Int. J. of Solid and Struc.*, 12 (1976) : 587-588
- 36 Arbocz J, et al. Buckling of Structures (1976) : 291-311
- 37 Arbocz J, et al. NASA CR-3310 (1980)
- 38 Arbocz J. In: Collapse (1982) : 43-74
- 39 Odland J. *J. of Ship Res.*, 25 (1981) : 201-218
- 40 Green D R, et al. Proc. Int. Conf. Buckling of Shells in Offshore Structures (1982)
- 41 Arbocz J, et al. Rep. LR-2901, Delft Univ. of Techn., The Netherlands (1979)
- 42 Singer J, et al. *Israel J. of Techn.*, 17 (1979) : 324-338
- 43 Horton W H. NASA CR-145088 (1977)
- 44 Singer J, et al. *AIAA J.*, 9 (1971) : 68-75
- 45 Sebek R W. Ir Thesis, Delft Univ. of Tech., the Netherlands (1981)
- 46 Arbocz J. Proc. of Buckling of Shells-A State-of-the-Art Colloquium (1982) : 1-33
- 47 Arbocz J, et al. *AIAA J.*, 15 (1977) : 949-956
- 48 Weingarten I, et al. *AIAA J.*, 3 (1975) : 500-505
- 49 Bushnell D. Computerized Buckling Analysis of Shells. Martinus Nijhoff Publishers, The Netherlands (1985)
- 50 Bolotin V V. NASA TT F-85 (1962)
- 51 Amazigo J C. *Quart. Appl. Math.*, 26 (1969) : 537-566
- 52 Roorda J, et al. *J. Spacecraft*, 9 (1972) 88-91
- 53 Amazigo J C. Proc. IUTAM Symp. Buckling of Structures (1976) : 172-182
- 54 Elishakoff I. *J. Appl. Mech.*, 46 (1979) : 411-416
- 55 Elishakoff I, et al. *J. of Solids and Structures*, 18 (1982)
- 56 Elishakoff I, et al. Paper Presented at the 15th IUTAM Cong. in Toronto (1980)
- 57 周承侗. 弹性稳定理论. 四川人民出版社 (1980)
- 58 黄玉盈等. 固体力学学报, 3 (1981) : 397
- 59 黄宝宗等. 力学进展, 17 (1987) : 30
- 60 Tsun Kuei Wang (王俊奎). Thesis, CIT, California (1938)
- 61 Tsun Kuei Wang. Doctorate Dissertation, Stanford Univ. (1940)
- 62 Tsun Kuei Wang. *J. Appl. Mech.*, 64 (1942)
- 63 Tsun Kuei Wang, et al. Rep. of Guggenheim Aeronautical Lab., Stanford Univ. (1943)
- 64 Tsun Kuei Wang. *J. Aero. Sci.*, 13 (1944)
- 65 Tsun Kuei Wang. *J. Appl. Mech.*, 14, 3 (1947)
- 66 Tsun Kuei Wang. *J. Appl. Mech.*, 14, 4 (1947)
- 67 Wang's Formula, NACA-RB (1943)
- 68 Timoshenko S, et al. Theory of Elastic Stability. 2nd ed. (1961) : 457-512
- 69 全立勇, 王俊奎. 北京航空学院科研报告BH-B2742, (1987)
- 70 Babcock C D. *Int. J. Solids Struc.*, 3 (1967) : 809-817

ON INITIAL IMPERFECTIONS IN STABILITY OF CIRCULAR CYLINDRICAL SHELLS

Wang Jun-kui (Tsun Kuei Wang) Tong Li-yong

(Research Institute of Solid Mechanics, Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics)

Abstract The present paper summarizes several important developments related to initial imperfections in stability of circular cylindrical shells. The fundamental effects of initial imperfection of shell geometry on critical buckling loads are discussed and its stochasticity, measurement and the establishment of the corresponding data bank are reviewed in the second part. Finally, the essential ideas and methods of interactive design of shell-type structures dominated with failure of instability are briefly discussed together with some comments of authors on research directions in the future.

Keywords *initial imperfections; stability; cylindrical shells*