

结构的主动控制

吴淇泰

(浙江大学力学系)

摘要 本文概述了结构的主动控制技术在土木工程中的应用,重点总结和评述了近10多年来关于结构控制设计的若干方法。

关键词 主动控制; 结构控制; 反馈; 响应

I. 引言

结构的主动控制是70年代提出的一个新的概念^[1],其基本思想是应用反馈控制,使结构在各种动力载荷作用下的响应达到人们的要求。

土木工程中,由于高强度材料的应用和技术的发展,结构朝着更加柔性的方向发展^[2,3]。然而过度的柔性,在随机动力载荷的作用下(如风载和地震对于高层建筑,运动载荷对于桥梁,海浪冲击对于海洋钻探平台等)将引起过大的响应。这就导致一个结构的安全和人的舒适的问题。对此问题,就可以应用主动控制技术^[4,5]。它的主要目标是保持结构性能的安全和耐用,且耗费最小的控制能量,又满足人的舒适要求^[6]。

本文主要总结了近10多年来关于结构控制设计的若干方法。

II. 控制模型

以桥梁在运动载荷作用下响应的主动控制为例,它的力学模型,取为单跨简支梁,控制机械如图1。目标是控制桥面的振动。

系统运动方程

$$EI \frac{\partial^4 z(x, t)}{\partial x^4} + \rho \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = p\delta(x - vt) + M\delta'(x - a) - M\delta'[x - (L - a)] \quad (1)$$

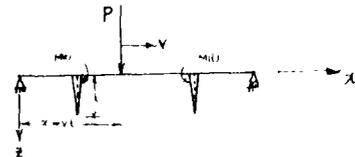


图 1

$$M(t) = sl[u(t) + lz'(a, t) - lz'(L - a, t)] \quad (2)$$

式中 s 为弹簧刚度, l 为柱长, $u(t)$ 为弹簧主动伸长与缩短,

$$z(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j(x) q_j(t) \quad (3)$$

进行模态变换,考虑前三阶振型的控制,鉴于本系统偶阶振型不可控,系统状态方程写成

$$\frac{d}{dt} \{x(t)\} = [A_c] \{x(t)\} + \{B_c\} u(t) + \{d(t)\} \quad (4)$$

其中

$$[A_c] = [A] - [B] \{B_1, B_3\} \{C_1, C_3\}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_3^2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ -0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_3 \end{Bmatrix} [C_1, 0, C_3, 0]$$

$$\{B_c\} = -[B] \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_3 \end{Bmatrix}$$

$$\{d(t)\} = [B] \{y(t)\} = \frac{2p}{\rho L} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sin \Omega_1 t \\ \sin \Omega_3 t \end{Bmatrix}$$

以柱的转动的改变率信号作为输出:

$$Y(t) = \{C\}^T \{x(t)\} = \left[0, -\frac{C_1}{l}, 0, -\frac{C_3}{l} \right] \{x(t)\} \quad (5)$$

从适当的输出来估计状态变量。这是一个调节器的问题。现在的目的是求出满足二次性能指标的最优闭环控制规律

$$u^* = -[R]^{-1} [B_c] [p] \{x(t)\} \quad (6)$$

其中 $[p]$ 是 Riccati 矩阵微分方程的解。

这个模型借助于电液伺服机械也可用于机座的主动控制等等^[32]。对于柔性细长的结构物也可类似地进行处理。

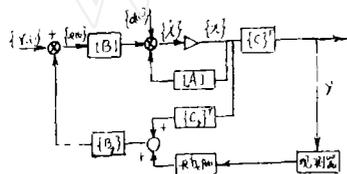


图 2

III. 结构控制设计的方法

1. 试凑和误差方法 控制的设计一般采用试凑和误差的方法。为了实行主动控制,需用传感器将响应量转换为对应的电压 $v(t)$, 它们是正比关系, α 是比例系数, 并借以激励执行元件:

$$v(t) = \alpha y(x_c, t) \quad (7)$$

产生要求的控制 $u(t)$:

$$\dot{u}(t) + k_c u(t) = k_c v(t) \quad (8)$$

要确定适当的 α 和 k_c 的值。鉴于第一个模态是最主要的, 为简单计, 只考虑控制第一个模态。借助于经典的传递函数进行设计, 满足一定的准则, 它们是关于系统稳定性, 适当的阻尼比, 最小的稳态误差, 对参数的最小灵敏度等^[3,4,12]。

变量 α 的最佳值用试凑法求, 为保证阻尼比为一定值并进行系统性能的比较, 对于每个系统, 设计参数 k_c 可由根轨迹法得到。

稳态误差是输入和反馈环之间的误差, 可由 Laplace 变换的终值定理得到。对于扰动型问题, 稳态误差要求是零, 从而改善结构的响应。

2. 极点配置方法 闭环系统的极点分布决定了系统的稳定性和动态品质。我们可以根据系统动态品质的要求, 规定闭环系统极点应有的分布情况。这是通过调节状态反馈增益矩阵 $[k_c]$ 来使系统的闭环极点调整到规定的位置。

设闭环系统

$$\dot{\{x\}} = [A]\{x\} + [B]\{u\}, \quad \{Y\} = [C]\{x\} \quad (9)$$

是完全能控和能观, 矩阵 $[A]$ 的特征值总是系统的极点, 且任一所期望的闭环特征值 (极点) 可以用常数状态反馈增益矩阵 $[k_c]$ 来实现:

$$\{u\} = \{\gamma\} - [k_c]\{x\} \quad (10)$$

系统方程成为

$$\dot{\{x\}} = ([A] - [B][k_c])\{x\} + [B]\{\gamma(t)\} \quad (11)$$

由特征行列式

$$\bar{\Delta}(\lambda) = |\lambda I_n - A + Bk_c| = |\lambda I_n - A| \cdot |I_n + (\lambda I_n - A)^{-1} Bk_c| \quad (12)$$

决定的特征值 λ_i ($i=1, 2, \dots, n$) 表示闭环系统的极点, 现在要确定 $[k_c]$, 使特征值位于系统性能要求所指定的位置。开环系统特征多项式 $\Delta(\lambda) = |\lambda I_n - A|$ 对于指定的极点 λ_i , $\Delta(\lambda_i)$ 未必为零。要使 $\bar{\Delta}(\lambda)$ 为零, 必需 $[I_n + (\lambda I_n - A)^{-1} Bk_c]$ 的一行或一列是零集合, 由此可确定 $[k_c]$ [5, 22]。这儿求出的矩阵 $[k_c]$ 不是唯一的, 因为它依赖于 $\bar{\Delta}(\lambda)$ 中列 (行) 的选择。因此必需进行优化处理, 从而求出最优的 $[k_c]$ [6, 22]。

3. 模态控制方法 模态控制是以线性反馈控制的形式, 来直接改变系统的动力学模态和刚度。它可用来进行结构的主动控制系统的设计。与最优控制相比, 结构模态控制易于对结构稳定性进行改进, 设计和执行的计算也较简单, 如在最优控制中需解 Riccati 方程, 其阶数随系统方程阶数的平方增加 [6, 14]。

Meirovitch 提出的模态控制的方法, 在结构具有正定实对称的刚度和质量矩阵的情况, 运动方程可用模态变换进行去耦, 而成为 n 个二阶系统的独立控制。这样, 本质上把控制问题化成正定实对称矩阵的特征值问题 [8, 31]。

考虑系统 (9), 模态控制的基本问题是确定 $\{u\}$, 以保证系统矩阵 $[A]$, 使具有所指定的特征值。为说明问题起见, 考虑 (9) 的无控系统有实的和复的共轭特征值, 且考虑只具一个反馈控制环, 要求改变原共轭特征值到新的共轭特征值。系统成为

$$\dot{\{x\}} = [A]\{x\} + \{B\}u \quad (13)$$

若 $\{x\}$ 的分量可由适当的传感器所测得, 其作用可用测试量 $\{L\}$ 表示, 则由传感器产生了一个由信号 $s = \{L\}^T \{x\}$ 所表示的状态的线性函数

$$u = ks = k\{L\}^T \{x\} \quad (14)$$

从而

$$\dot{\{x\}} = ([A] + k\{B\}\{L\}^T)\{x\} = [D]\{x\} \quad (15)$$

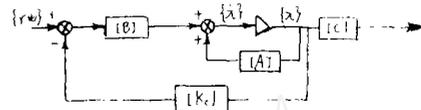


图 3

新的系统矩阵 $[D]$ ，其特征值依赖于闭环增益 k 。控制环作用在于使固有频率改变，从而避免了谐振^[8,9,14]。

由以上可知，反馈控制、极点配置、模态控制三种方法有其共同的地方，都是在反馈回路上调整反馈增益矩阵，从而达到减少动力响应的目标。

4. 最优随机控制方法 土木工程结构的大多数动力载荷本质上都是随机的，所以用随机控制理论的办法来最优控制土木工程结构^[10,11,15]。考虑离散系统，运动方程为

$$\dot{\{x\}} = [A]\{x\} + [B]\{u(t)\} + \{w(t)\} \quad (16)$$

$\{w(t)\}$ 是外激矢量，是平稳的或非平稳的具零均值的 Gauss 白噪声。

$$E[w(t)] = 0, \quad E[w(t)w^T(s)] = [N(t)]\delta(t-s) \quad (17)$$

其中 $[N(t)]$ 是激振力的协方差矩阵。

控制结构振动的主要目的是保证结构完整和安全。设结构破坏的概率为 P_f ，它可近似为 $P_f = \sum_{j=1}^n p_j$ ， p_j 为第 j 个组成部分的破坏概率。当激振是 Gauss 随机过程时，对 p_j 可以用 Poisson 公式近似。现在的目的在于最小化破坏概率 P_f ，而 P_f 的最小化，又等价于状态变量协方差的积分取最小值：

$$E \int_0^{T_0} \{x(t)\}^T [Q] \{x(t)\} dt = \min$$

由于协方差的某些与结构安全分析无关，可适当地置 $[Q]$ 的某些元素为零，另外从可靠性准则的最优结构设计的研究，可求出不同的组成部分以配置不同的破坏概率。 $[Q]$ 中的每个元素的大小，可适当调整以满足此要求。

结构主动控制的另一个指标是经济性，其准则要最小化控制矢量 $\{u(t)\}$ 的加权协方差：

$$E \int_0^{T_0} \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\} dt = \min$$

其中 $[R]_{m \times m}$ 矩阵，其元素表示了减少 $\{u(t)\}$ 每个分量的相对重要性，它将选作使控制系统减少花费。以上两个指标不能同时达到最小，因此二者之间存在一个协调。适当的指标被给为

$$J = E \int_0^{T_0} [\{x(t)\}^T [Q] \{x(t)\} + \{u(t)\}^T [R] \{u(t)\}] dt \quad (18)$$

$[Q]$ 和 $[R]$ 看作加权矩阵或罚矩阵，表示安全和经济的相对重要性。在运动方程的约束下，选取最优控制的问题 $\{u^*(t)\}$ ，使性能指标 $J = \min$ 。由此

$$\{u^*(t)\} = [C(t)]\{x(t)\}, \quad [C(t)] = -[R]^{-1}[B]^T [p(t)] \quad (19)$$

其中 $[p(t)]$ 矩阵满足 Riccati 方程。

方程 $\{u^*(t)\}$ 表示最优控制是线性反馈控制，且它不依赖于随机载荷的统计。

5. 频率响应和时间响应分析方法 对于细长和柔性的结构，应用主动控制技术是很有效的。对其离散的模态方程，施行 Laplace 变换，并对它的传递函数进行讨论^[12]。用 Routh-Hurwitz 判据判别系统的稳定性，然后分别在位移、速度、加速度反馈下，写出它们在随机激励下的频率响应。对于这类连续结构，还可把传递矩阵用于其主动反馈控制，这样可得到频响函数的闭合形式，对其考虑内外阻尼的运动方程，两边施行 Fourier 变换。在频

率域中响应的状态矢量定义作位移、转角、弯矩、剪力的 Fourier 变换, 表示成状态方程, 对状态方程积分求解^[3,6]。其中的传递矩阵意味着, 沿着梁从一点到另一点传递了状态矢量。激振力矢量是空间和时间变量分离的, 其中时间函数是一个随机过程。控制力和矩分别与结构上某一点的位移和转角有关。具有反馈控制型的频响函数借助于传递矩阵技术的讨论得到。

时域分析方法^[4,7,9]就是直接从结构控制系统的状态方程出发, 算出传递矩阵, 然后得到时间的响应解。

6. 系统识别方法 前述系统的物理参数总是被认为已知的。实际上并非所有的系统, 这些信息都是能得到的。系统的这些物理参数乃至系统的模型, 需用输入输出试验数据来估计和构造, 这种方法称为系统识别。把这种方法应用于控制土木结构的响应还是近几年的事。为了求控制规律的增益矩阵, 可用不同的方法应用系统识别的概念, 所求得的增益矩阵可控制系统的响应, 使之接近于所期望的响应^[2,13,16,26]。

考虑一个 n 自由度的柔性结构, 运动方程可写作

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [k]\{q\} = \{N\} + \{f\} \quad (20)$$

$\{N\}$ 是基座加速度引起的矢量, $\{f\}$ 是控制矢量。写成状态方程为

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + [B]\{u\} + [F]\{v\} \quad (21)$$

其中 $[A]$ 是系统矩阵, $[B]$ 为控制矩阵, $[F]$ 为扰动矩阵, $\{x\}$, $\{u\}$, $\{v\}$ 分别是状态、控制、扰动矢量。假设控制规律是线性反馈

$$\{u\} = -[k]\{x\} \quad (22)$$

$[k]$ 是控制规律的增益矩阵, 它能用极点配置法来求, 但在多数土木工程结构中无法预示系统极点的适当位置。用系统识别法可无需精确知道极点位置。由于增益矩阵和位移或速度响应间存在一个直接的关系, 因此闭环运动方程可写作

$$\{\dot{x}\} = [\bar{A}]\{x\} + [F]\{v\}, \quad [\bar{A}] = [A] - [B][k] \quad (23)$$

此方法的最终目标是求增益矩阵, 以使系统位移限制在一定限度。

闭环系统矩阵 $[\bar{A}]$ 的元素现在是未知的, 为求 $[\bar{A}]$ 的元素, 对上述方程转置并写成

$$\{a\}^T [z] = \{y\}^T \quad (24)$$

其中 $\{y\}^T = (\{\dot{x}\} - [F]\{v\})^T$, $\{a\} = \{x\}^T$, $[z] = [\bar{A}]^T$, $\{v\}$ 是作为系统的输入。(24) 是一个简单的代数方程, 其方程数大于未知数数。因为没有 $[\bar{A}]$ 可以满足所有联立方程, 再写 (24) 不合适, 引进一个误差矢量 $\{e\}^T = \{y\}^T - \{a\}^T [z]$, 由最小二乘法可产生一个 $[\bar{A}]$ 。由此闭环系统矩阵可求得

$$[z] = [\{a\}\{a\}^T]^{-1}\{a\}\{y\}^T$$

对于控制规律的增益矩阵可求得

$$[B][k] = [A] - [\bar{A}] = [\Delta A], \quad [k] = ([B]^T [B])^{-1} [B]^T [\Delta A]$$

IV. 结语

结构的主动控制技术在土木工程和其他工程领域中的应用是广泛的^[29,32-34], 尤其对于柔性和细长的结构更为有效。微型计算机、传感器、模数及数模转换器等硬件的发展, 为结构的主动控制技术的实现提供了可靠的保证, 然而土木工程结构一般比较庞大且难于控制,

因此如何装置一个适当的控制执行机以产生一定的控制力, 控制力的个数和它们的位置的最优设计, 各类问题控制规律的最优设计, 以及其他各种类型主动控制模型和设计方法等, 有待进一步的研究。

参 考 文 献

- 1 Yao JPT. Concept of structural control. *ASCE J. Struct. Div.*, **98**, ST7 (1972)
- 2 Basharkhah MA, Yao JPT. Some recent developments in struct. control. *J. Struct. Mech.*, **11**, 2 (1983)
- 3 Yang JN, Giannopoulos F. Active tendon control of structure. *ASCE J. Eng. Mech. Div.*, **104**, EM3 (1978)
- 4 Mohamed AR, Leipholz HHE. Active control of flexible struct. *ASCE J. Struct. Div.*, **104**, ST8 (1978)
- 5 ———. Automatic active control of structures. *ibid*, **106**, ST3 (1980)
- 6 Yang JN. Control of tall buildings under earthquake excitation. *ASCE J. Eng. Mech. Div.*, **108**, EM5 (1982)
- 7 Mohamed AR, Leipholz HHE. Structural control by pole assignment method. *ibid*, **104**, EM5 (1978)
- 8 Meirovitch L, Oz H. Active control of structures by modal synthesis. *Structural Control*, Leipholz HHE (ed.), IUTAM (1980)
- 9 Martin CR, Soong TT. Modal control of multistory structures. *ASCE J. Eng. Mech. Div.*, **102**, EM4 (1976)
- 10 Mohamed AR, Quintana VH, Leipholz HHE. Optimal control of civil engineering structures. *ibid*, **106**, EM1 (1980)
- 11 Yang JN. Application of optimal control theory to civil eng. struct. *ibid*, **101**, ME6 (1975)
- 12 Roorda J. Tendon control in tall structures. *ASCE J. Struct. Div.*, **101**, ST3 (1975)
- 13 Liu SC, Yao JTP. Structural identification concept. *ibid*, **104**, ST12 (1978)
- 14 Vilzay O. Design of modal control of structures. *ASCE J. Eng. Mech. Div.*, **107**, EM5 (1981)
- 15 Mohamed AR, Leipholz HHE. Stochastic control of structures. *ASCE J. Struct. Div.*, **107**, ST7 (1981)
- 16 ———. General approach to active structural control. *ASCE J. Eng. Mech. Div.*, **105**, EM6 (1979)
- 17 Meirovitch L, Silverberg LM. Control of structures subjected to seismic excitation. *ibid*, **109**, EM2 (1983)
- 18 Yang JN, Giannopoulos F. Active control and stability of cable-stayed bridge. *ibid*, **105**, EM4 (1979)
- 19 ———. Active control of two-cable-stayed bridge. *ibid*, **105**, EM5 (1979)
- 20 ———, et al. Control of tall buildings in along-wind motion. *ASCE J. Struct. Eng. Div.*, **109**, ST1 (1983)
- 21 Jung JN, et al. Active control of large building structural control. *Structural Control*, IUTAM (1980)
- 22 Mohamed AR. Active control of large structures. *ASCE J. Eng. Mech.*, **108**, EM5 (1982)
- 23 Hart CC, Yao JTP. System identification in structural dynamic. *ibid*, **103**, EM6 (1977)
- 24 Udawadia FE, Tabaei S. Pulse control of structural and mechanical systems. *ibid*, **107**, EM6 (1981)
- 25 ———. Pulse control of single degree-of-freedom systems. *ibid*, **107**, EM6 (1981)
- 26 Yao JTP. Identification and control of structural damage. *Structural Control*, IUTAM (1980)
- 27 Zuk W. The past and future of active structural control systems. *Structural Control*, IUTAM (1980)
- 28 Soong TT, Skinner GT. Experimental study of active structural control. *ASCE J. Eng. Mech. Div.*, **107**, EM6 (1981)
- 29 Mohamed AR, Leipholz HHE. Active control of tall buildings. *ASCE J. Struct. Eng.*, **109**, ST3 (1983)
- 30 ———. Optimal control of tall building by appendages. *ibid*, **110**, ST5 (1984)

- 31 Oz H, Meirovitch L. Optimal modal-space control of flexible gyroscopic systems. *J. Guid. & Cont.*, **3**, 3 (1980)
- 32 Vilnay O. Active control of machinery foundation. *ASCE J. Eng. Mech. Div.*, **110**, EM2 (1984)
- 33 Burdes JS, Metcalfe AV. Active control of forced harmonic vibration. *J. Sound & Vib.*, **91**, 3 (1983)
- 34 Luzzato E. Active structural vibration protection. *ibid*, **91**, 2 (1983)

ACTIVE CONTROL OF STRUCTURE

Wu Qi-tai

(Department of Mechanics, Zhejiang University)

Abstract This paper reviews the application of active control technique on the civil engineering. Several methods of active control of structures developed over recent ten years are outlined.

Keywords *active control; structural control; feedback; response*

一 些 更 正

卷	期	页	行	误	正
16	4	522	例18	相连接的岩块	有节理的岩块
16	4	524	例13	释效率	释放率
16	4	526	例11	反馈问题	反馈控制问题
17	1	92	8	时间间隔	时间范围
17	1	92	例5	温度 T_g	温度 T_g 时的性能
17	1	93	1	改性技术	平移变换法
17	1	93	8	宏观性能	宏观性能之间关系
17	1	93	例12	龟裂	很纹
17	1	94	3	热固	热固性聚合物
17	1	96	14	整块	单一
17	1	96	15	极大	额外
17	1	96	例1	特定性能	比性能
17	1	97	1	的发展速度较快	已有较高程度的发展
17	1	98	17	理想的	理想无缺陷的
17	1	98	20	聚酯胶片	预浸片
17	1	98	例2	有几十年	分散于几十年
17	1	99	7	成熟的	先进的
17	2	封2	例9	张双寅	蔡良武 张双寅