

《拜克伦特变换及其应用》

BACKLUND TRANSFORMATIONS AND THEIR APPLICATIONS

C. Rogers and W. F. Shadwick, Academia Press (1982)

本书是美国微分方程权威 R. Bellman 主编的专著与教科书丛书“自然科学和工程学中的教学”的第 161 卷。拜克伦特变换是处理非线性偏微分方程的有力工具，但有关资料大多是零散的期刊文献。本书满足了读者系统地了解拜克伦特变换理论的要求。特别在我国，非线性问题研究非常活跃，但对拜克伦特变换理论的研究还是空白。因此，本书的出版可谓雪中送炭。

本书从大量的资料中提取精华，结构清晰，文笔流利；简明扼要地勾勒出拜克伦特变换理论的框架，并用近一半的篇幅介绍了拜克伦特变换的应用。

目前物理学及其他一些学科的一个最大难题是非线性问题。主要表现在非线性微分方程难于求解。本书给出了通过拜克伦特变换精确求解非线性偏微分方程的两类方法：①经过拜克伦特变换，方程具有不变性。这种情况下可通过非线性叠加原理（Bianchi 图）构造出一个解的序列。②通过拜克伦特变换将一个非线性偏微分方程与一个特性已知的正则形式方程联系起来，从而可求解原来的非线性偏微分方程。方法①在孤立子理论中具有广泛应用，通过它可以构造出多重孤立子解。在爱因斯坦广义相对论中可通过它求出定常轴对称真空爱因斯坦场方程的精确解。当然，这种方法还有更广泛的应用，例如通过方法②可将 Burgers 方程化为热传导方程，从而可求出 Burgers 方程解。其他方面的应用见原书。

上述两类拜克伦特变换本来是独立发展的，但本书将两类方法放在一起讨论，并给出了它们的统一表达形式：拜克伦特变换的局部射线丛表示。通过这种表达，散射反演法的诞生是自然的，而且可以引出处理高维问题最有希望的 Wahlquist-Estabrook 过程。

本书的缺点之一是有些变换只给结果；有些变换虽有推导过程，但只是纯粹的数学推演；对基于什么思想求得这些变换方面陈述不够。

拜克伦特变换的应用非常广泛。本书介绍了它在气体动力学、非线性热传导、磁气体动力学、非线性弹性介质和非线性电介质中的波传播理论、弹性静力学中的应力分布理论中的应用。在这些方面，本书占有资料丰富，介绍较详细，着重于物理背景说明。

书末有很多附录，可供对现代微分几何不熟悉的读者参考。

北京大学力学系 李沿光