

# 海冰场同大陆架建筑物支柱的相互作用

С. А. Вершинин

**1. 引言** 开发冻结海的新石油天然气水域的现实前景,同设计和建造各种抗冰建筑物的完整综合体的必要性有关。此外,在利用冰场作为承载结构(从冰面钻孔时)方面,以及在研制设备来机械破坏冰盖时,都必须解决许多工程问题。

抗冰建筑物的最重要类型是供开发钻探用的固定平台的支柱。由于海冰场在所有方向上的等几率运动,在平面上圆形对称是海中抗冰支柱的特征结构的特点。所以海中的固定支柱按其碎冰构造部分的外形可以分为圆柱形和圆锥形两种类型。

对于海洋情况在风、海流和涨潮-落潮现象的作用下,可能有冰场的水平和铅直移动即冰场运动。这种运动是产生冰载的第一位原因,冰载的最大值对应于在与建筑物相接触区中冰断裂的时刻。与河中情况不同,在海中,冰场的运动不仅在春天是可能的,而且在冬天尽管冰场未变弱,但在太阳辐射作用下也有冰场的运动。

在水平运动时,冰场的断裂特性除了取决于冰场的物理-力学性质之外,还取决于冰场厚度和冰场运动速度,并且主要取决于支柱外形。

在同圆柱形支柱相互作用时(图1),厚度大于0.5米的冰场(厚度小于此值时冰场可能象板一样失稳)以压缩方式断裂(破碎)。这时的力可以达到几千吨以上。

在作用于圆锥形支柱时(图2),冰场爬上圆锥体的侧面并由于弯曲而断裂,这使冰载值下降一个量级。

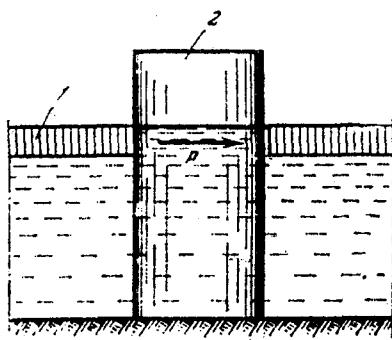


图1 冰场运动时冰场同圆柱形支柱(单根)的相互作用  
1 冰场 2 支柱

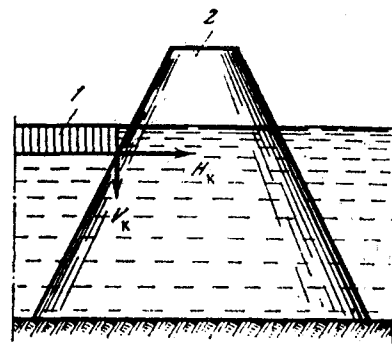


图2 冰场运动时冰场同圆锥形支柱(单根)的相互作用  
1 冰场 2 支柱

建筑物与冰场相冻结时,在水位改变情况下,支柱周围的冰场的弯曲(图3)可以对建筑物产生相当大的铅直载荷。

在冰表面上钻孔时(图4),冰场受到铅直载荷作用,超过铅直载荷的极限值,或者载

荷作用时间超过允许值, 可以导致冰场的弯曲断裂。在这种情况下必须有最大载荷值或最大载荷作用时间值, 在这些值下可以在冰上安全地工作。

苏联大陆架区的所有冰场实际上是一年生冰场, 因为在北方海中(在那里有可以形成北极区浮冰群的潜在可能性), 在春天, 大多数

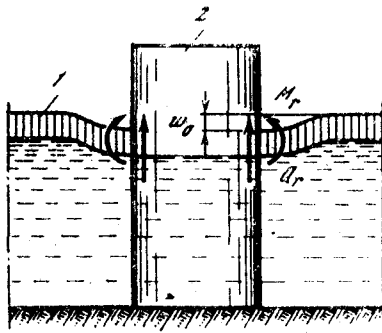


图3 水位改变时冰场同冻结在冰场中的支柱的相互作用  
1 冰场 2 支柱

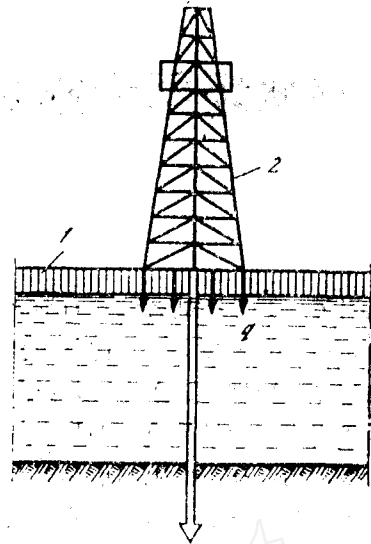


图4 冰场同树立在冰上的支柱的相互作用  
1 冰场 2 支柱

情况是海冰流向北极区的中心区, 而近海岸区是没有冰的。海冰场的特点是存在一个沿岸厚冰区和漂浮区, 在这些区中冰同建筑物相互作用的条件将是各不相同的。海中漂浮的冰块速度可以达到1米/秒甚至更大, 并且象在河流条件中一样, 对固定的支柱造成一种动态冲击作用。但是, 根据现有的实验资料[1,2], 因冰场作用而产生的极值载荷并不产生于冰块冲击时, 而是产生于冰场以 $10^{-1}$ — $10^{-2}$ 米/秒的速度相当慢地运动时。

冰对支柱的作用带有周期特性。此特性可用随机过程表达。冰对圆柱形支柱作用时, 频率变化的基本范围在 $(2-4) v_{\pi}/h$ 之间<sup>[3,4]</sup>, 这里 $v_{\pi}$ 是冰场运动的速度,  $h$ 是冰场厚度。

对于圆锥形的支柱, 加载循环周期取决于碎冰块的大小, 这种尺寸一般等于 $8-10h$ , 而加载频率等于 $(1/8-1/10) v_{\pi}/h$ , 也就是与圆柱形支柱相比小1个量级。

海中冰场运动速度一般不超过0.2米/秒。这意味着当冰厚大于0.5米时, 作用于圆柱形支柱的冰载频率在1—2赫范围内。所以在计算具有小于1—2赫的固有振动基频的圆柱形柔性支柱时必须考虑冰作用的动力学。对于沿岸厚冰区, 其特征是存在极大厚度的均匀冰场。在沿岸厚冰区中, 这种冰场与海洋建筑物的支柱之间, 直到它们冻结在一起时, 都有相当紧密的接触。这种情况自然应该反映在冰载值上。目前能设计深度在30米以内的海洋抗冰支柱, 并且具有大的抗弯刚度, 所以与极值载荷值相应的冰的作用可以认为是准静态的。冰场同与冰场冻结在一起的支柱的相互作用, 在水位改变的情况下同样具有准静态特性。

不久以前, 主要在近10年间, 苏, 美, 加拿大, 日本, 西德, 芬兰等国才研究了确定海洋支柱上的冰压的方法。在这个领域内的工作, 绝大多数是有关冰和平坦冰场在同建筑物刚性支柱短时静态相互作用时, 冰和平坦冰场断裂的计算和分析方法。

用来确定冰载的关系式通常写成以下形式:

$$P = \phi(F_i, R) F_i R \quad (1)$$

这里  $L_0$  是几何参数 (冰厚, 支柱直径  $d$ ),  $R$  是冰的强度参数,  $\phi$  是相关函数, 用以考虑给定外形支柱前面冰断裂的物理过程的特点。

根据冰同建筑物相互作用的数学模型, 以及根据实验资料, 可确定相关函数的形式。

在建立数学模型时, 采用把冰场当作漂浮平板的各种模型。计算结果可以相差几倍, 并且它们的可靠程度仍然不清楚。

冰强度计算参数的选择取决于支柱前面冰场的断裂类型: 由于压缩而断裂时 (破碎), 在计算中一般采用试件抗压强度  $R_c$ ; 由于弯曲而断裂时, 一般采用抗弯强度  $R_m$ 。这种方法是苏联和其他国家在实践中普遍采用的, 并且目前在确定这些参数方面已完成了相当大量的研究。

但是, 对进行实验操作缺乏统一的方法和要求 (因此根据不同作者的数据, 对于形态相同的冰, 实验结果有很大的分散性), 造成了在选择冰的抗压强度和抗弯强度计算值时出现根本性的困难。

本文综述并完成了海冰同支柱结构物相互作用方面已有研究结果同莫斯科古比雪夫建筑工程学院 (МИСИ им. Куйбышева) 得到的研究结果的比较分析, 以便在计算冰载方面提出有根据的建议。所研究的课题可以分为两组: 确定冰强度和变形的原始参数; 根据物理和数学模拟的结果建立相关函数。

## 2. 确定冰在压缩和弯曲时强度和变形的原始参数

单轴压缩时冰试件断裂的模型 为了提出进行海冰强度性质测量实验的最优方法的建议, 为了外推和比较不同作者的试验结果, 研究了冰试件断裂的理论模型。

试件抗压强度的理论模型可以分为形态-组织模型<sup>[5]</sup>和物理-力学模型<sup>[6,7]</sup>两种类型。

在建立形态-组织模型时仅考虑了由于存在气孔和含盐水泡而使冰试件截面减小对强度的影响, 强度则表示成同  $\sqrt{v_p}$  成线性关系的函数,  $v_p$  是试件中盐水的相对体积。

文献[6,7]打算进一步完善冰试件的断裂模型。它们试图根据 Griffith 或 Dugdale 的单个非平衡裂缝模型来解释和描述裂缝扩展过程。显然, 这些模型用来描述冰试件压缩时的强度是有条件的, 因为裂缝扩展的实际过程同加载速度、试件几何参数和试件的组织之间的依赖关系, 在这些模型中同样未予考虑。

从热脉动理论观点出发来估计试件的“存在时间”和它的强度的方法是已知的<sup>[8]</sup>。将这种理论应用于冰却由于下面的原因而变得复杂: 在  $-1$ — $-10^\circ\text{C}$  区间所确定的关系式的基本参数 (例如激活能) 同温度的关系很大, 这使实验数据的外推困难。文献[9]得到了压缩时冰断裂模型的进一步发展。

冰场是横向各向同性介质, 各向同性的主轴是沿冰场高度的方向。单轴压缩试验时海冰试件或者具有纤维组织 (冰层的中、下层), 或者具有颗粒组织 (上层)。所以用具有纤维组织的试件试验时, 应该区分加力方向或为垂直于纤维 (压缩应力  $\sigma_z$  的方向平行于冰面), 或为沿着纤维 ( $\sigma_z$  的方向)。为了计算建筑物, 应该采用平行于冰场表面方向压缩时的冰试件的强度值。在这种情况下, 可能有两种不同的试件断裂过程, 即脆性和半脆性断裂过程。脆性断裂出现于快速加载和试件含少量盐水的试验中。在压缩过程中, 裂缝把试件分为许多铅直的断片, 即弹性变形的长方冰条, 这些长方冰条的失稳就形成试件的完全断裂。从长方冰条压缩的势能同形成裂缝的能量 (按照 Griffith 可确定能量密度) 之和守恒的条件, 求得

压力机的理想光滑垫板上试件抗压强度的分析表达式<sup>[9]</sup>

$$R_c = K_f^* \omega_0^{0.8} h_{06}^{-0.4} \omega_0^{0.4} E_c^{0.2} \quad (2)$$

这里  $K_f^*$  是形成裂缝的应力强度因子,  $h_{06}$  是试件高度,  $\omega_0 = 1 - (v_p/v_0)^{0.5}$ ,  $v_0$  是冰在零强度时的相对含盐液量,  $E_c$  是冰压缩时的变形模量。

在沿试件和压力机垫板接触处的摩擦系数比较大时产生附加的应力场, 这导致冰试件抗压强度的提高。如果认为压力机垫板是理想光滑的, 就可以把这种效应看成同冰材料裂缝稳定性的提高等价。在这些条件下, 因子  $K_f^*$  成为试件高度和冰抗压强度对断裂强度之比的函数, 而公式 (2) 中的  $K_f^*$  应该采用它沿试件高度的平均值。

在加载速度增加时产生的脆性断裂中, 试验表明, 强度随加载速度的增大和晶体尺寸的增大而减小。这可以用冰材料的“脆化” ( $K_f^*$  减小) 和铅直裂缝的扩展随着晶体横向尺寸的增大而受到阻止来解释。

加载速度减小和冰中盐水体积增大改变了冰试件的断裂特性, 并由于出现粘性性质和冰晶体滑移的非弯曲位错机理 (冰晶体中 Burgers 矢量位于底平面上<sup>[3]</sup>) 而引起试件产生斜缺口。在这种情况下, 强度随着加载速度的增大而增大。至于晶体尺寸的增大, 则根据 Holl-Petch 理论, 将给出相反的效果, 也就是将使强度减小。

为了进行断裂过程的分析描述, 引入考虑试件未破坏区应力随时间增加的连续标量函数  $\omega$  (在 Ю. Н. Работнов, Л. М. Качанов 等人的著作中采用了断裂力学中类似的方法)。冰材料连续函数变化的动力学方程以下面的形式表示<sup>[9]</sup>:

$$\dot{\omega}/dt = -A\sigma_i^2(1-\nu)/\omega^{n-1}\eta \quad (3)$$

这里  $A > 0$ ,  $n \geq 1$  是经验常数,  $\nu$  是泊松系数,  $\sigma_i$  是切向应力强度,  $\eta$  是冰的粘性系数。

在从脆性断裂向半脆性断裂过渡的过渡区中, 在应变率为  $10^{-3}$  (1/秒) 量级时冰的抗压强度值最大, 采用此值作为计算值是合理的。

根据已建立的模型把莫斯科古比雪夫建筑工程学院科学-研究专用实验室得到的实验资料结合其他作者的已知资料作了分析。这就有可能表述进行冰试件试验方法的基本原理:

① 试验用的试件尺寸应取决于晶体尺寸。选择足够大的尺寸 (冰试件的最小线性尺寸为晶体平均横向尺寸的10倍) 就能扩大从脆性断裂向半脆性断裂过渡的过渡区, 这使我们可能得到冰的稳定的 (对进行试验的操作来说) 抗压强度数据;

② 在进行冰试件试验时, 可以取试件高度等于宽度 (直径), 而压力机垫板应该具有平整光滑的金属表面;

③ 冰试件试验时应变率应在  $(0.5-5.0) \times 10^{-3}$  (1/秒) 范围内。

为了在缺乏实验资料时确定冰载值, 海冰抗压强度可以按照以下公式确定<sup>[10]</sup>:

$$R_c = 17(1 - \sqrt{v_p}/0.55) \text{ 公斤力/厘米}^2 \quad (4)$$

**漂浮冰梁弯曲断裂模型** 在实际中最常遇到冰场因弯曲力而断裂的情况, 所以为了计算冰载必须具有作为漂浮板的冰场的静态抗弯强度和变形特性。在这领域内不同作者的大量试验表明, 选择不厚的冰场试件以及分层作弯曲和拉伸试验, 由于比尺效应造成了估算全部冰厚作为一个整体时的强度和变形的最终结果失真。在全厚度冰场上锯下长为5—6倍厚度的漂浮悬臂梁, 用此悬臂梁进行试验就可以克服这些困难。有了这种梁的试验结果, 便可计算横向

各向同性冰场沿截面高度平均的强度和变形特性，并且在计算中可研究均匀的平板。这就允许精确地确定作用在冰场中的总作用力特性，即横向力和力矩的值。这些值一般在确定冰载时是感兴趣的。

伴随弯曲应力作用下冰梁的断裂机理，发生拉伸区在某种可能的裂缝扩展之后的雪崩式破坏。在冰场中实际上总是具有若干长度为 $a_0$ 的最危险的表面裂缝。抗弯强度与冰场裂缝稳定性特性的关系可以写成如下形式：

$$2R_{II}^2 c^2 R_{II}^2 t^* (1-\nu) / \eta \omega_0 = K_I^{*2} / a_0 \quad (5)$$

这里 $t^*$ 是梁断裂时间， $\omega_0$ 是能量耗散率与裂缝扩展率之比的比例常数<sup>[11]</sup>。

在推导公式(5)时假定，长 $a_0$ 的初始裂缝在应力作用下扩展到Griffith临界裂缝，之后便发生雪崩式的断裂。从公式(5)可见，随着加载速度 $\nu$ 的增大( $t^*$ 减小)， $R_{II}$ 值取决于 $K_I^*$ 因子的变化。在低温时可以出现冰的“脆化”效应( $dK_I^*/d\nu < 0$ )，这将导致不变的 $R_{II}$ 值，在加载速度很大时甚至导致抗弯强度减小。

在被拉伸的冰纤维的温度接近融化温度情况下( $dK_I^*/d\nu \approx 0$ )，当加载速度增大时抗弯强度可以增大。

悬臂梁试验指出，在以秒测量的断裂时间下冰场的最大抗弯强度对应于大的加载速度 $\sigma \gg 1$ 公斤力/(厘米<sup>2</sup>·秒)<sup>[12,13]</sup>。

对于短时加载情况，各个作者的试验中没有显示出梁向下和向上弯曲时海冰强度的重大差异，这可以用与厚冰的下层“热”冰层相比，厚冰的上层“冷”冰层的断裂程度更大和它们的不同组织来解释。

总结已知的和悬臂梁在短时和持久加载(加载时间为小时，昼夜)试验所得到的结果，可将海冰场弯曲时的模型表示成具有以下参数的弹性非线性-粘性材料组成的各向同性平板的形式：

$$\left. \begin{aligned} R_{II} &= \sigma_0 / f(\sqrt{\nu_p}), \quad \sigma_0 = 70 \text{ 吨/米}^2, \quad \nu = 0.33, \quad \bar{\nu} = 0.50 \\ f(\sqrt{\nu_p}) &= (1 - \sqrt{\nu_p} / 0.202), \quad E_{II} = 7 \times 10^8 R_{II}, \quad \varepsilon^* = 10^{-2} \\ \varepsilon &= \check{K}_1 \kappa_0 \sigma^3 + \check{K}_3 \kappa_0^3 \sigma^3, \quad \kappa_0 = 0.5(1 - \sqrt{\nu_p} / 0.202)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

这里 $R_{II}$ 是短时加载时的抗弯强度， $\nu_p$ 是冰场拉伸区的平均含盐液量， $E_{II}$ 是变形模量， $\check{K}_1, \check{K}_3$ 是具有以下形式的差分核的蠕变算子：

$$\left. \begin{aligned} \check{K}_1(t)^{(1)} &= (1/E)[\delta(t) + c \Theta_a^\beta(c, t)] \\ \Theta_a^\beta(c, t) &= e^{-\beta t} t^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c^n t^{n(1+\alpha)}}{\Gamma[(n+1)(1+\alpha)]} \\ \check{K}_3(t)^{(1)} &= A_3 c \Theta_a^\beta(c, t), \quad A_3 = 10^{-7} \text{ 米}^6/\text{吨}^3 \\ \beta &= 0.05(1/\text{小时}), \quad \alpha = -0.85, \quad c = 0.105 \Gamma(0.15)(1/\text{小时})^{1+\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

这里 $\Gamma$ 是Gamma函数， $\nu, \bar{\nu}$ 分别是短时和持久加载时的泊松系数， $\varepsilon^*$ 是在持久加载时作为断裂判据的相对变形。

梁端部受固定作用力 $V$ 时，按梁蠕变时梁端部的位移 $w_0(t)$ 确定差分核：

1) 原文为 $K_1(t), K_3(t)$ 。——译者

$$w_0(t) = (B_1/I) \check{K}_1 \cdot l + (B_3/I) \check{K}_3 \cdot l \quad (8)$$

这里  $I$  是梁的惯性矩,  $B_1 = Vl^3/3$ ,  $B_3 = aV^3l^5/5b^2h^4$ ,  $a = 12^3/(2^4 \times 5)$ ,  $b$  是梁宽,  $l$  是梁长,  $h$  是梁厚。

在小的加载值时, 存在一个线性的蠕变核, 在大的加载值时则有非线性的蠕变核。

选出的蠕变算子  $\check{K}_i$  和它们的豫解式  $\check{R}_i$  具有象 Abel 算子一样的算子代数<sup>[16]</sup>, 这使我们能有效地解决许多有关冰场蠕变的问题。

在弯曲情况下在断裂之前的时刻, 冰场的连续性被破坏, 因为在载荷作用区内冰场被径向裂缝分成楔形梁-带系统。考虑这个现象是研究冰场弯曲断裂时的载荷计算方法的主要问题之一。因此在最接近真实情况的实物条件下, 用平面形状为梯形和矩形的长梁-带 ( $l > 30h$ ) 进行短时加载作了一些试验。在试验基础上揭示出二阶段的断裂特点, 即形成第一条裂缝, 然后碎裂冰块爬上建筑物的倾斜表面上。研究指出, 为了描述冰场的弯曲变形, 可以采用 Kirchhoff 假设, 并可以认为变形很小。在小尖角<sup>1)</sup>梯形梁 (接近矩形) 情况下, 在爬行阶段中的载荷可以是形成第一条横向裂缝时的载荷的 2—3 倍。碎裂冰块长度  $x^*$  随着加载时间的增长 (由于出现粘性性质) 和梁尖角的增大而减小, 并可以按下列近似公式估算<sup>[16]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} x^* &\approx (1/\alpha_0(t)) \arctg[1 - \theta(t)], \quad \theta(t) = \operatorname{tg} \phi / b_0 \alpha_0(t) \\ \alpha_0(t) &= [b_0 \gamma / 4E(t) I_0]^{0.25}, \quad \theta(t) \ll 1 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$E(t) = E_n [(\beta + 1/t)^{1+\alpha} - c] / (\beta + 1/t)^{1+\alpha} \quad (10)$$

对符合 Maxwell 模型的冰,  $\alpha = 0$ ,  $\beta = c = 1/T$ , 从 (10) 中可以得出

$$E(t) = E_n / (1 + t/T) \quad (11)$$

这里  $\phi$  是在平面中梁-带尖角的一半;  $b_0$ ,  $I_0$  是梁端的宽度和惯性矩,  $\gamma$  是水的体积重量, 其余符号与 (7) 一样。

所得的结果使我们有可能直接研究冰场同建筑物支柱相互作用的物理过程, 有可能建立这些过程的数学模型, 并且有可能确定作为对实际应用是重要的最终结果的相关函数形式。

**3. 海冰场同支柱相互作用的物理模拟和数学模拟** 在确定由于冰对海洋支柱的作用而产生的载荷方面的实物研究为数不多。已知有一些测量冰作用于灯塔和单根支柱的冰压面的试验, 以及借助于专门的可拉开的设备测量冰对闸板和圆柱体的水平压力的试验。可以指出, 对海洋条件测得的载荷值, 对灯塔达到 30—35 公斤力/厘米<sup>2</sup><sup>[17]</sup>, 而对小直径的支柱上甚至达到 60—70 公斤力/厘米<sup>2</sup><sup>[18]</sup>, 这是河流条件下已知的大量测得载荷值<sup>[9]</sup>的 2—3 倍。

实物试验为数不多, 在某种程度上可用冰池中的试验来补偿。冰池中采用组织-模拟冰和作为冰的人造替代物的材料。但进行这些试验的方法大部分还在争论之中, 并要求在评价小比尺试验时小心谨慎。

考虑到上面这些情况, 在莫斯科古比雪夫建筑工程学院科学-研究专用实验室中完成了实验室条件下 (比例尺 1:20) 和实物条件下冰同支柱相互作用物理模拟方面的整套工作, 并且完成了大比尺试验 (比例尺 1:5)。在所有试验中采用测量载荷的“主动”方法, 即冰场固定不动, 而支柱模型相对于冰场以给定的速度移动。

1) 尖角指梯形两腰延长线的交角。——译者

对于冰由于弯曲或压缩而断裂的情况，为了研究冰场水平运动时冰场同单根竖立圆锥形和圆柱形支柱的相互作用，进行了小比尺试验。

在模拟冰同小直径 ( $d/h < 3$ ) 圆柱形支柱及圆锥形支柱相互作用时，采用弱化了的组织-模拟冰。为了模拟同中等直径及大直径圆柱形支柱的相互作用，采用组织-模拟冰，它在变形和强度关系上与实物相同（“重量”相似）。这使进行试验的操作变得复杂，但排除了弱化冰的过分的各向异性对试验结果的影响。

小比尺的系列试验用大比尺和实物试验资料来补充，这些大比尺和实物试验都在鄂霍次克海的冰场上完成。

在已经进行试验的基础上，查明了冰场断裂的多阶段特性，查明了支柱周围的径向裂缝扩展的平衡特性。

在采用圆柱形支柱的情况下，当冰场同支柱整个圆周上都有紧密的接触一直到冻结为止时，象模拟实验表明的那样，支柱上的最大载荷产生在沿岸厚冰层冰场初始运动时。

采用圆锥形支柱时，支柱同冰场的冻结没有实际意义，所以这种情况不予研究。

试验结果在建立以下面的计算方法表示的数学模型时得到了实际应用。

在中心加载时冰场短时和持久承载能力的计算 树立在冰表面上的支柱和重物的极限载荷和停留时间的计算属于本问题。短时轴对称加载时，在完全断裂的瞬时之前（形成环形裂缝阶段即“切开”阶段）把冰场看作由 6 个沿圆周同连续平板相接的有限长度为  $R$  的楔形物组成的弹性-脆性系统<sup>[20]</sup>。在这种情况下冰场弯曲的方程具有以下形式：

$$\Delta u + u = 0 \quad (12)$$

$$\Delta \Delta z + z = 0 \quad (13)$$

$$d^2 u / dv^2 = d^3 u / dv^3 = 0 \quad (\text{在 } x = 0 \text{ 时})$$

这里

$$L = \frac{d^4}{dv^4} + \frac{2}{v} \frac{d^3}{dv^3}, \quad v = \frac{\xi}{\beta}, \quad \beta = \frac{\sqrt{2}}{2\alpha_0}, \quad \xi < R$$

$$\alpha_0 = (3\gamma / E_{\pi} h^3)^{0.25}$$

$$u = [y - (q\gamma) \mathbf{1}(r_0 - \xi)] \pi R^2 \gamma + 6 M_{\varphi}^{-0}(R/l) / \pi R^2 \gamma \beta$$

这里  $q$  是作用在冰场上沿半径为  $r_0$  的圆分布的载荷， $M_{\varphi}^{-0}(R/l)$  是按二次抛物线规律沿裂缝长度分布的切向力矩值，在径向裂缝的端部在平板和梁相接的位置上：

$$l = (D/\gamma)^{0.25}, \quad z = w/l, \quad \mathbf{1}(r_0 - \xi) = \begin{cases} 0, & \xi > r_0 \\ 1, & \xi \leq r_0 \end{cases}$$

$w$  是板的挠度， $y, \xi$  是楔形梁的挠度和纵坐标， $D$  是平板的柱面刚度， $\Delta$  是 Laplace 算子。

方程 (12) 得到了幂级数形式的解<sup>[20]</sup>，而方程 (13) 的解表达成 Bessel 函数<sup>[21]</sup>。

在冰场破碎的瞬时，切向和径向弯曲应力的最大值被拉平。所以载荷极限值和径向裂缝的长度由以下条件确定：

$$|M_{\varphi}^{+0}(R/l)| = \max_{R_{\pi} = \max \sigma_r} |M_r| \quad (14)$$

这里  $M_{\varphi}^{+0}$  是  $r = R$  时平板中的切向力矩， $M_r, \sigma_r$  是系统中的径向力矩和弯曲应力。

$M_{\varphi}^{-0}(R/l) = 0$  时得到对应于沿裂缝长度完全没有力矩的冰场的承载能力的低估计值。

在实际条件中可能有未充分暴露的裂缝。此外，可能有碎冰块的楔紧和形成第二列环形裂缝。为了考虑由于裂缝没有充分暴露而可能提高的载荷，作为一种方案采用切向力矩沿裂缝长度按二次抛物线变化的规律。

根据数值计算的结果建立了相关函数（图5），把这个函数与其他作者的数据作了比较。比较指出了考虑裂缝在平板中实际扩展的必要性，因为按照把冰场作为连续弹性板或者理想塑性板的极端理想模式进行的计算，在第一种情况下造成短时破碎力实际值的过分的降低，在第二种情况下造成它的过分的提高。

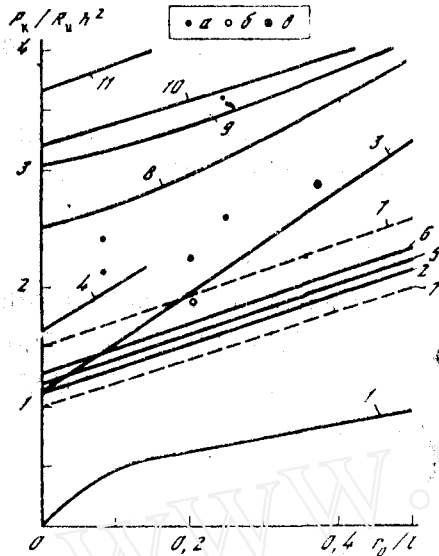


图5 根据不同作者的数据计算冰场承载力结果的比较

- 1 Герца-Берштейн<sup>[25]</sup>解
- 2 根据本文方法不考虑径向裂缝中力矩时的计算结果
- 3 同样，考虑径向裂缝中力矩
- 4 同样，考虑拱形效应
- 5 根据 Невел<sup>[26]</sup>的推荐
- 6 根据 Панфилов<sup>[27]</sup>的实验数据
- 7 Панфилов<sup>[27]</sup>实验数据的分散范围线

根据极限平衡法计算的结果:

- 8 Person<sup>[28]</sup>
- 9 Meyerhof<sup>[29]</sup>
- 10 Assur<sup>[30]</sup>
- 11 Coon<sup>[31]</sup>

实物实验: a МИСИ b Кобеко<sup>[32]</sup> в Марчук<sup>[33]</sup>

持久加载时冰场承载能力的确定由两个基本问题组成：把冰场看作连续的粘弹性平板时其变形的描述（在持久工作时不允许形成裂缝和水流到冰上）；估算放置载荷的冰场丧失承载能力的时间。为了求解第一个问题得到了漂浮平板轴对称弯曲的非线性积分微分方程

$$\check{D}_1 \Delta^2 w + \gamma w = \check{H}(w) \quad (15)$$

这里

$$\check{H}(w) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ 2\pi \check{D}_3 [(\lambda_r^3 - \lambda_z^3) + r \frac{\partial}{\partial r} \lambda_r^3] \right\}$$

$$\check{D}_1 = \frac{h^3}{12(1-\nu^2)} \check{R}_1, \quad \check{D}_3 = \frac{\check{R}_3 h^5}{2^4 \times 5 (1-\nu^2)^3}, \quad \check{R}_3 = \check{R}_1 \check{K}_3 \check{R}_1^3$$

$$\lambda_r = \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r}, \quad \lambda_z = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2}, \quad \check{R}_1 \check{K}_1 = 1$$

在推导中采用了文献 [22] 的结果。用 А.А.Ильющин 的“弹性”解方法在  $n$  次近似下，方程（5）的解具有以下形式：

$$w^{(n)}(r, t) = \int_0^\infty \check{B}(u) Q^{(n)}(t, u) I_c(ur) u du \quad (16)$$

这里



$$\check{B}(u) = \frac{1 + \lambda \check{\Theta}_\alpha^\beta(\lambda)}{\gamma + Du^4}, \quad \lambda = \frac{Dcu^4}{\gamma + Du^4}$$

$$Q^{(n)}(t, u) = \int_0^\infty \check{H}(w^{(n-1)}) I_0(u\rho) \rho d\rho + qr_0 I_0(ur_0)$$

这里  $I_0(ur_0)$  是 Bessel 函数。

为了估计丧失承载能力的时间，采用强度准则  $\varepsilon = \varepsilon^* = 10^{-2}$ 。这个时间  $t^*$  由以下方程确定：

$$\varepsilon^* = \frac{h}{4} \int_0^\infty \check{B}(u) Q^{(n)}(t^*, u) u^3 du = 0.01 \quad (17)$$

得到的解 (16) 不同于现有的解<sup>[23,24]</sup>，它考虑了冰蠕变变形的物理非线性，并且主要的是解与  $t^*$  值的估计有关。

在水位改变时与冰场冻结的支柱上的载荷计算 文献[25—47]介绍了有关作用在建筑物上的冰载计算问题的现况。在水位迅速变化下当冰场的粘性性质来不及以应有的程度显示出来时产生最大的载荷。

计算考虑了下面由实验确定的沿着与支柱接触处的冰场变形和破坏的二阶段特性：①作为沿着与支柱接触处被夹住的连续平板的冰场，直到沿着支柱接触处形成环形裂缝的变形阶段；②环形裂缝扩展，直到完全破坏时的变形阶段。

为了计算第一阶段中的变形，采用方程 (13)，它有以下边界条件：

$$\left. \frac{\partial w}{\partial r} \right|_{r=r_0} = 0, \quad w \Big|_{r=r_0} = w_0(t)$$

这里  $w_0(t)$  是水位升高。

环形裂缝的扩展在载荷超过  $P_I$  值时开始：

$$\frac{P_I}{R_n h^2} = \frac{\pi r_0}{3l} \frac{k_2(r_0/l)}{k_3(r_0/l)} \quad (18)$$

这里  $r_0$  是支柱半径， $k_2 = \ker'^2 + kei'^2$ ， $k_3 = \ker' \ker + kei' kei$ ， $kei$ ， $\ker$  是 Kelvin 函数。

在水位升高时，受压缩的上层“冷”冰层弯曲时的强度可以超过受拉伸的冰场下层的强度 1 个量级。所以象试验表明的那样，载荷可能超过  $P_I$  而显著提高，直到在压缩区中的冰发生破坏（楔住效应和支柱的紧压效应）。

接触处裂缝的扩展，可在计算中引入与支柱接触处的冰场弹性夹住来计算：

$$\left. \frac{dw}{dr} \right|_{r=r_0} = A \left( \frac{w_0 - w_0^I}{w_0^I} \right)^m, \quad w_0 \geq w_0^I \quad (19)$$

这里  $w_0^I$  是裂缝开始张开时的水位变化， $A = 2.5 \times 10^{-2}$ ， $m = 0.3$  是经验参数。

冰场完全破坏时的最大载荷值  $P_{II}$  符合以下条件：

$$M^* = P_{II} h / 5\pi r_0 (\text{tg}\phi + \tau/R_c), \quad P_{II} = 2\pi r_0 Q^*$$

这里  $M^*$ ， $Q^*$  是在条件 (19) 下沿支柱接触处平板中的力矩和横向力。 $\text{tg}\phi$  是 Coulomb 型系数（考虑了冻结力）， $\tau$  是冰和支柱吸附连接剪切强度。

图 6 给出了本文所得结果同其他作者的数据以及同建筑标准与规则 (CHнП II -57-75) 推荐的数据比较。可以看出 CHнП 推荐的数据给出过低的结果，此结果接近于把冰场看成连

续的理想弹性-脆性平板而不考虑楔紧效应的计算结果。对于确定支柱上的载荷的实际计算，可以按公式 (18) 完成，这时采用  $R_{\pi} = R$ 。（ $R$  是水位上升时冰场上层部分的抗压强度，或者是在水位降落时下层部分的抗压强度）。

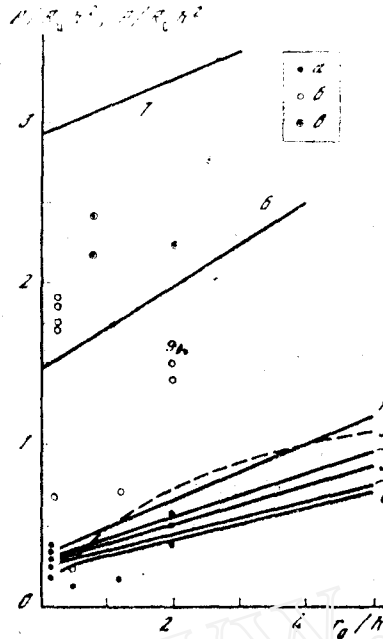


图 6 作用于圆柱形支柱上的铅直力的实验数据同根据不同作者和 СНиП 的推荐计算结果的比较

- 1, 2 根据公式 (18), 相应于  $E=10^4$  公斤力/厘米<sup>2</sup> 和  $E=3 \times 10^4$  公斤力/厘米<sup>2</sup>
  - 3, 4 根据 Гаманюв<sup>[34]</sup>, 相应于  $E=3 \times 10^4$  公斤力/厘米<sup>2</sup> 和  $E=10^4$  公斤力/厘米<sup>2</sup>
  - 5 根据 Мишель<sup>[35]</sup> (Hertz) 解
  - 6 同样 (Nevel 解)
  - 7 同样 (Meyerhof 解)
  - 8 根据 СНиП II-57-75 的推荐
- 根据 МИСИ 的实验:
- a  $P/P_0 h^2$
  - б  $P/R_c h^2$ , 即圆柱形支柱模型上的作用力
  - в 冲压试验时的作用力 (冰场破裂)

冰场水平运动时圆锥形和圆柱形支柱上的载荷计算 冰场在对圆锥形支柱作用时因弯曲而断裂。在模拟时确定了冰场变形和断裂的三阶段特性:

冰场作为具有圆形切口的连续弹性平板的变形阶段, 沿切口半周长施加弯曲载荷, 即支柱反作用的铅直分量;

形成环形裂缝之前径向裂缝的扩展阶段 (“切开”阶段)。在这种情况下冰场的计算模型可看成是由沿弯曲载荷作用阵面布置、同平板耦合的梯形梁构成的组合系统。在这种情况下必须用式 (12) 类型的方程单独描述每根梁的变形, 而在方程 (13) 中应该在不考虑轴对称情况下采用 Laplace 算子;

碎冰块即长  $x^*$  (式 (9)) 的梯形梁爬上支柱半周长的锥体侧表面上的阶段。在  $d/h > 15$  时, 爬行阶段中支柱上的载荷可以比切开阶段中的大。

径向裂缝的数量  $n$  和它们的长度  $R$  应该符合组合平板-梁系统的弯曲势能  $\Pi$  同形成裂缝的能量  $\Theta$  之和的最小值。能量  $\Theta$  的密度可以根据 Griffith 理论给定。为了简化问题的解, 根据模型试验资料取裂缝数等于 7, 而裂缝长度对所有的梁取为相同的。

计算圆柱形支柱上的冰载主要根据试验资料完成。建立在冲模压入理论基础上的分析方法, 由于作为各向异性的弹粘塑性介质的冰场计算模型的复杂性, 暂时还不能给出可靠的解。试验指出, 支柱上的载荷首先取决于冰和支柱接触的条件 (存在冻结), 以及取决于支柱直径  $d$  和冰场厚度  $h$  的比值。在  $d/h$  值小 (平面变形) 时, 在冰场的应力区内流体静力压缩增大, 其后果是增大极限接触应力。

所得到的研究结果（成相关函数形式）同其他作者的数据以及同 СНиП II -57-75 推荐的数据的对照示于图 7 和 8。正如从图 7, 8 中所见到的那样，现有主要以河流条件下冰对支柱作用的研究为根据而编制的标准化文件 СНиП II -57-75，没有考虑沿岸厚冰层区内冰

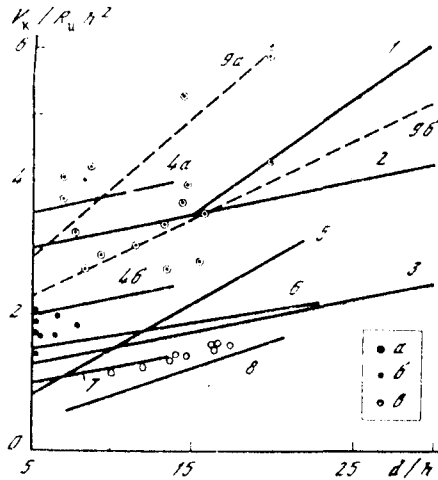


图 7 冰场对圆锥形支柱作用时，相关函数的计算值与测量值（根据不同作者的数据和 СНиП 推荐的数据）的比较

$V_k$  载荷偏心分量

1 冰场爬上典型支柱的阶段（冰层向上破碎情况）（МИСИ）

2 冰场切开阶段（МИСИ） 3 根据 СНиП II -57-75 的推荐 4a, 4b 根据 МИСИ 实验室数据

5 根据 Коржавин<sup>[15]</sup>

6 Assur<sup>[16]</sup>

7 Danys & Bercha<sup>[17]</sup>

8 Danys<sup>[17]</sup>

9a, 9b:

a 根据 Edwards & Croasdale<sup>[18]</sup> 的试验数据（爬行阶段） б 根据 Афанасьев и Долгополов<sup>[19]</sup> 的实验室试验数据 в 各梯形梁破碎所必需的力的算术和的结果（根据 МИСИ 实物试验数据）

和海洋支柱相互作用的特点，也没有考虑在这些情况下可能有的载荷的提高。

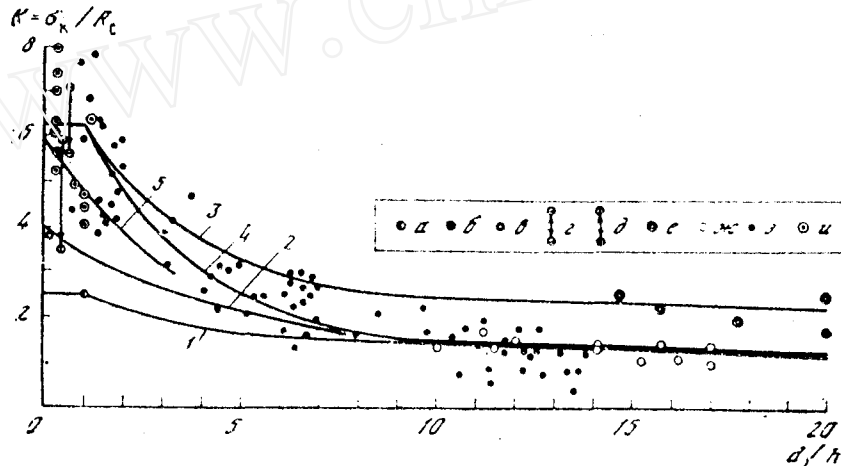


图 8 在确定相关函数（“压缩”系数 K）方面，不同作者得到的实物试验结果，实验室试验结果，分析关系式，以及 СНиП 推荐数据的比较

1 根据 СНиП II -57-75 的推荐 2 Assur<sup>[16]</sup> 的分析关系式； Афанасьев<sup>[19]</sup> 的经验关系式 3 冰场和支柱冻结时的关系式（МИСИ） 4 同样，不考虑冻结 5 Schwarz, Hirayama & Wu<sup>[12]</sup> 的试验关系式 a 根据 Коржавин<sup>[15]</sup> 的推荐 б 根据亚速夫海中现有抗冰基底上的测量数据<sup>[12]</sup> в 根据 Hirayama, Schwarz & Wu<sup>[12]</sup> 的资料计算值 г 根据 Zabilansky, Nevel & Haynes<sup>[16]</sup> 实物试验的结果 д 根据 Croasdale, Morgenstern & Nuttall<sup>[18]</sup> 实物试验的结果

根据 МИСИ 的试验: e 考虑冻结时采用“重力”相似 ж 同样，不考虑冻结 з 没有采用“重力”相似 и 根据实物试验资料

在总结研究成果的基础上，编制了一些在平坦冰场同石油天然气工业建筑物支柱的相互

作用下载荷计算方面的实际推荐书。推荐书的主要条款如下：

- ① 载荷同支柱几何形状及冰强度的关系以  $P = \phi(F, R)FR$  的形式表示。
- ② 在冰场运动情况下确定圆柱形支柱上的水平载荷时，相关函数（压缩系数）的形式根据表 1 确定。参数  $F$  和  $R$  采用  $F = dh$ ,  $R = R_0$  的形式，这里  $R_0$  是沿冰场厚度平均的冰的抗压强度。

表 1

d/h		1	2	3	5	10	20	30	更大
相关函数值 或 压缩系数值	冰场与支柱 冻结	6.0	5.0	4.5	3.5	2.5	2.2	2.2	
	冰场与支柱 不冻结	6.0	5.0	4.0	2.5	1.5	1.2	1.0	

- ③ 在确定圆锥形支柱的铅直载荷  $V_K$  时，相关函数  $\phi(F, R)$ ，参数  $F$  和  $R$  采用以下形式：

$$\phi(F, R) = \begin{cases} 3.00, & \text{当 } d/h < 5 \text{ 时} \\ 2.75 + 0.05d/h, & \text{当 } 5 \leq d/h \leq 15 \text{ 时} \\ 2.00 + 0.10d/h, & \text{当 } d/h > 15 \text{ 时} \end{cases}$$

$$F = h^2, R = R_{\text{н}}$$

在确定倾斜壁单位宽度上的铅直载荷  $V_0$  时，函数  $\phi(F, R)$ ，参数  $F$  和  $R$  采用  $\phi(F, R) = 0.5(\gamma h/R_{\text{н}})^{0.5}$ ,  $F = h$ ,  $R = R_{\text{н}}$  的形式。

圆锥形支柱和壁上的水平载荷值可用  $V_K$ ,  $V_0$  乘上系数  $k = \text{tg}(\beta + \text{arc tg} f)$  来确定，这里  $\beta$  是锥体（壁）的母线与铅直线的倾斜角， $f$  是沿锥体（壁）侧表面上冰的摩擦系数。

- ④ 在水位改变的情况下确定与冰场冻结的圆柱形支柱的铅直载荷时，相关函数  $\phi(F, R)$  和参数  $F, R$  采用  $\phi(F, R) = 0.3 + 0.075d/h$ ,  $F = h^2$ ,  $R = R_0$  的形式，这里  $R_0$  是水位向上（向下）变化时冰场上层（下层）部分的冰的抗压强度。

- ⑤ 在中心加载情况下确定冰场短时承载能力时，相关函数  $\phi(F, R)$  和参数  $F, R$  采用  $\phi(F, R) = 1.125 + 0.1d/h$ ,  $F = h^2$ ,  $R = R_{\text{н}}$  的形式。

#### 参考文献（47篇略）

程屏芬译自：Механика и физика льда, Изд. «Наука», М.  
(1983) : 38—57.