

## Janbu 土力学体系述评

张学言

(天津大学水利系)

**主题词** 土力学; 广义正切模量; 抗剪强度发挥程度; 孔隙水压力系数

挪威工学院土力学教授 N. Janbu 是国际著名学者, 是挪威土工研究所和挪威工学院土工专业的创始人之一。他在土力学研究中提出了广义正切模量、抗剪强度发挥程度及 Janbu 孔隙水压力系数等一系列基本定义与概念, 并将其应用于土中应力与变形、强度与稳定性的计算中。他的理论和方法与目前广泛应用的土力学计算理论和方法有明显的不同与特点, 不仅丰富和发展了 Terzaghi 土力学的内容, 而且逐步形成了 Janbu 土力学体系。本文主要介绍该体系的基本概念与内容, 并作简要评述。

Janbu 土力学体系的基本思想是: 从广义正切模量和抗剪强度发挥程度的基本概念出发, 通过不同主应力比的固结三轴剪切的试验方法, 将土的应力及变形特性与土的抗剪强度发挥程度有机地联系起来, 将土的天然固结状态、设计状态与破坏状态有机地联系起来, 从而解决土体的应力与变形、强度与稳定性以及基础设计中的各种土力学问题。

### 1. 正切(变形)模量 $M$ 及其应用

1.  $M$  的物理意义及一般表达式。土的应力-应变关系是非线性的, 而在 Terzaghi 土力学中却将土体近似地当作线性弹性体来处理。Janbu 研究了从岩石(其孔隙率  $n \approx 0$ ) 到粘土( $n$  达 90%) 的应力-应变特性。为了能反映包括岩石在内的广义土体应力-应变的线性弹性与非线性特性, 他定义了在一定的主应力比 ( $K' = \sigma_3/\sigma_1$ ) 条件下的广义正切(变形)模量

$$M = d\sigma_1 / d\varepsilon_1 \quad (1.1)$$

在无侧胀的固结仪变形条件下 ( $K = K_0$ ), 正切(变形)模量为

$$M_0 = d\sigma' / d\varepsilon \quad (1.1a)$$

上两式中  $d\sigma_1$  及  $d\sigma'$  分别为三轴仪和固结中的轴向有效应力增量;  $d\varepsilon_1$  及  $d\varepsilon$  分别为三轴仪和固结仪中的轴向应变增量;  $M$  和  $M_0$  的量纲与弹性模量  $E$  相同。

广义正切模量  $M$  的几何意义为  $\sigma_1 - \varepsilon_1$  曲线在某一点的正切, 见图 1.1a; 物理意义为在一定的主应力比条件下, 产生单位应变所需施加的应力; 其数值为  $d\varepsilon_1 = 1.0$  时所施加的  $d\sigma_1$ 。  $M$  与  $\sigma_1$  的关系见图 1.1b。图 1.1b 只是在一定的变形条件(如  $K_0$  条件)或主应力比

条件下的  $M-\sigma'_1$  关系图。而且初压试验与卸载及再加载试验的  $M-\sigma'_1$  关系各不相同。从此可以得出结论：正切模量  $M$  为主应力比 ( $K'$ )、有效应力 ( $\sigma'_1$ ) 和应力历史的函数。

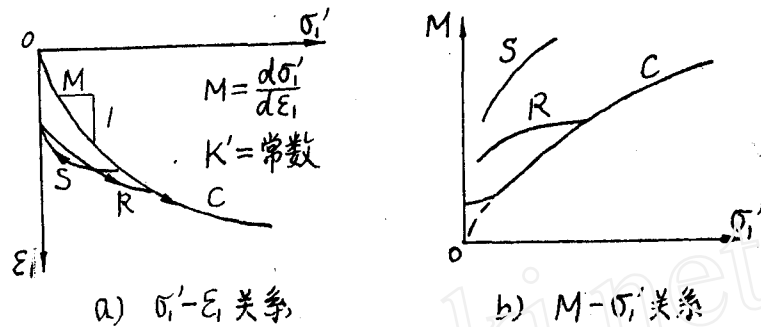


图 1.1 正切变形模量示意图  
C 原始压缩 S 回弹 R 再压缩

Janbu 整理分析了各种土在固结仪中的压缩试验和三轴仪中控制主应力比  $K'$  为常数的试验资料，提出计算广义正切模量  $M$  的经验公式如下：

$$M = m\sigma_a(\sigma'_1/\sigma_a)^{1-a} = m_0[(1-f)/(1-f_0)] \cdot \sigma_a(\sigma'_1/\sigma_a)^{1-a} \quad (1.2)$$

$$m = m_0(1-f)/(1-f_0) \quad (1.3)$$

式中  $m$  为无量纲模量系数； $m_0$  为固结仪条件下的模量系数； $a$  为无量纲试验常数，随土类不同而变，一般  $a$  变化于 0—1.0 之间； $\sigma_a$  为大气压力； $f$  及  $f_0$  分别为  $K'$  及  $K'_0$  条件下的抗剪强度发挥程度系数， $f$  及  $f_0$  的物理意义见后。在固结仪变形条件下  $f=f_0$ ，故 (1.2) 简化为

$$M_0 = m_0\sigma_a(\sigma'_1/\sigma_a)^{1-a} \quad (1.2a)$$

这就是有名的 Janbu 正切模量表达式，它已广泛用于土的弹塑性本构关系模型（例如 Duncan-Chang 模型）中计算初始切线模量  $E_i$  和卸载再加载弹性模量  $E_{ur}$ 。(1.2) 及 (1.2a) 可以很好地反映从岩石到粘土，从线性弹性到非线性应力-应变特性。由于各种土的  $a$  值不同，故其相应的  $M$  及  $M_0$  值表达形式亦不相同。各种土的  $a$ 、 $M$  及  $M_0$  值见图 1.2 及表 1.1。

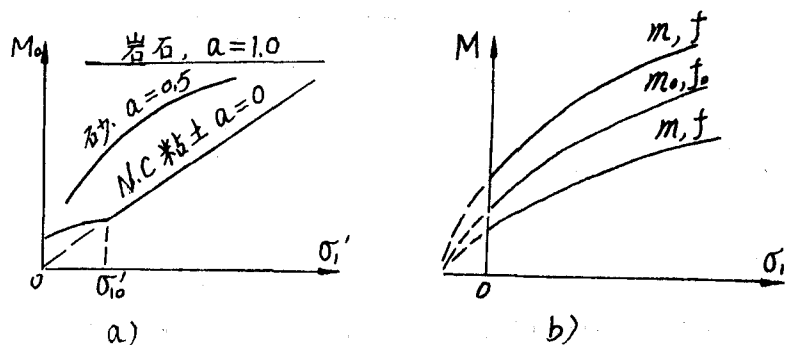


图 1.2 各类土的  $M_0$  和  $M$

表 1.1 各类土的  $a$ ,  $M_0$  及  $M$  值

土 类	$a$	$M_0$	$M$	说 明
岩石, 超固结粘土	1.0	$m_c \sigma_a = \text{常数}$	$m_0 \sigma_a (1-f)/(1-f_0)$	弹 性
正常固结粘土	0	$m_0 \sigma'$	$m_0 \sigma'_1 (1-f)/(1-f_c)$	塑 性
砂, 粉 土	0.5	$m_0 \sqrt{\sigma'_a \sigma'}$	$m_0 \sqrt{\sigma'_a \sigma'_1} (1-f)/(1-f_0)$	弹 塑 性

最近, Janbu 及其同事根据试验资料又将模量系数  $m$  的表达式 (1.3) 修改为

$$m = m_0 [(1-f)/(1-f_c)]^\mu \quad (1.3a)$$

式中  $\mu$  为试验常数, 这样 (1.2) 也将相应改变, 但还在研究之中。

2. 普遍的应力-应变关系 将  $M$  的表达式 (1.2) 代入 (1.1), 可得应力-应变的增量的表达式为

$$d\varepsilon_1 = [d\sigma'_1 / (m_0 c_a)] \cdot [(1-f_0)/(1-f)] \cdot [\sigma'_1 / \sigma_a]^{a-1} \quad (1.4)$$

若  $\sigma'_1 = \sigma'_{1_0}$  时对应的  $\varepsilon_{1_0} = 0$ , 则积分 (1.4) 可得 Janbu 普遍应力-应变关系的全量表达式

$$\varepsilon = [1/(m_0 a)] [(1-f_0)/(1-f)] [(\sigma'_1 / \sigma_a)^a - (\sigma'_{1_0} / \sigma_a)^a] \quad (1.5)$$

$\sigma'_{1_0}$  为原有应力;  $\sigma'_1$  为加载后有效应力。对于固结仪变形条件,  $f = f_0$ ,  $K' = K'_0$ , (1.5) 简化为

$$\varepsilon = [1/(m_0 a)] [(\sigma' / \sigma_a)^a - (\sigma'_0 / \sigma_a)^a] \quad (1.5a)$$

利用 (1.5a) 可进行单向固结沉降计算。只要知道受力土层的厚度  $h$  及该层土平均的原有应力  $\sigma'_0$  和加载后总的有效应力  $\sigma'$ , 就不难利用 (1.5a) 计算该土层的平均沉降量。

不同土类, 由于  $a$  值的不同, (1.5) 及 (1.5a) 有不同的表现形式, 见表 1.2。

表 1.2 各种土的应变计算公式

土 类	$a$	应 变 $\varepsilon_1$	固结仪变形条件下的 $\varepsilon$
岩石, 超固结粘土	1.0	$[(1-f_0)/(m_0(1-f)\sigma_a)] \Delta\sigma'_1$	$\Delta\sigma'_1 / (m_0 \sigma_a)$
正常固结粘土	0	$\{(1-f_0)/[m_0(1-f)]\} \ln(\sigma'_1 / \sigma'_{1_0})$	$(1/m_0) \ln(\sigma'_1 / \sigma'_{1_0})$
砂, 粉 土	0.5	$\{2(1-f_0)/[m_0(1-f)]\} (\sqrt{\sigma'_1 / \sigma_a} - \sqrt{\sigma'_{1_0} / \sigma_a})$	$(2/m_0) (\sqrt{\sigma'_1 / \sigma_a} - \sqrt{\sigma'_{1_0} / \sigma_a})$

对于正常固结粘土, 可以证明  $m_0$  与压缩指数  $C_c$  的关系如下:

$$m_0 = 2.3(1+c_0)/C_c \quad (1.6)$$

式中  $c_0$  为初始孔隙比。由于正常固结粘土的压缩指数  $C_c$  一般为常数, 故 (1.6) 证明了正常固结粘土  $m_0$  应为常数。

3. 参数  $m_0$  及  $a$  的确定 按照 (1.2) 及 (1.2a), 为了确定  $M$  及  $M_0$ , 需要确定  $f_0$ ,  $f$ ,  $m_0$  及  $a$  等参数。其中  $f_0$  及  $f$  为试验或设计参数, 由试验条件和设计需要确定;  $m_0$  和  $a$  为材料参数, 由固结仪的压缩试验确定。具体方法: 绘出压缩试验  $\sigma'-\varepsilon$  曲线如图 1.3a。选取曲线上任意两点  $r, s$ , 可得  $\varepsilon_r, \sigma'_r$  及  $\varepsilon_s, \sigma'_s$ 。若应力从零加起, 即  $\sigma'_{1_0} = 0$ , 则 (1.5a)

简化为

$$\varepsilon = (1/m_0 a) (\sigma'_1 / \sigma'_a)^n \quad (1.5b)$$

将  $r$  及  $s$  点的  $\varepsilon$  及  $\sigma'$  代入上式, 解联立方程, 就可求出  $m_0$  及  $a$  值。图 1.3b 为 Janbu 对一种砂的  $m_0$  及  $a$  的计算结果。根据 Janbu 的试验, 各种土类的  $m_0$  及  $a$  值见表 1.3。

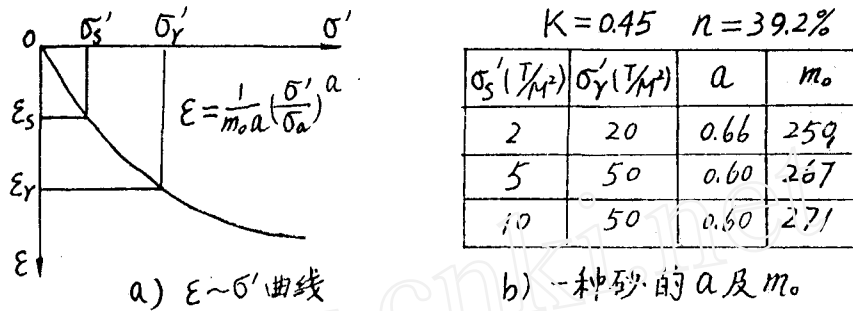


图 1.3 参数  $m_0$ ,  $a$  的计算

表 1.3 各种土的  $m_0$ ,  $a$  值

土 类	孔 隙 率 (n)	$m_0$	a
岩 块	$\approx 0$	$10^5 - 10^8$	1.0
碎 石	20—35%	$5 \times 10^2 - 1 \times 10^4$	0.5—0.7
砂 类 土	35—50%	50—500	0.5—0.7
粘 土	50—90%	5—50	0

4. 广义剪切模量  $G$  与正切模量  $M_0$  的关系 Janbu 及其同事 L. Grande 等人还提出了广义剪切模量  $G$  与  $M_0$  及抗剪强度发挥程度  $f$  之间的经验关系如下:

$$G = G_0 (1 - |r|f) / (1 - f_0) \quad (1.7)$$

$$G_0 = (1/2)(1 - K'_0) M_0 \quad (1.8)$$

式中  $G$  为广义剪切模量;  $G_0$  为固结仪变形条件下的正切模量;  $r$  为强度相对发挥程度系数, 其物理意义见后, 其他符号同前。

从上面介绍可以看出, Janbu 提出的  $M-G$  模型属于非线性弹性模型, 它可以较好地模拟从岩石到粘土, 从线性到非线性弹性的应力-应变关系。

## II. 土的抗剪强度及发挥程度

1. Coulomb 强度条件的表达式 Janbu 为了分析的方便, 对 Coulomb 抗剪强度采用了以下三种形式的表达式:

$$\tau_f = (\sigma'_1 + a) \operatorname{tg} \phi \quad (2.1a)$$

$$(\sigma'_1 + a) = N_f (\sigma'_3 + a) \quad (2.1b)$$

$$(1/2)(\sigma'_1 - \sigma'_3) = (1/2)(\sigma_1 - \sigma_3) = S_f (\sigma'_3 + a) \quad (2.1c)$$

以上三式中

$$a = C \cot \phi \quad (2.2)$$

$$N_f = \tan^2 [45^\circ + (\phi/2)] = (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi) \quad (2.3)$$

$$S_f = (1/2)(N_f - 1) = \sin \phi / (1 - \sin \phi) \quad (2.4)$$

式中  $a$  为粘聚力  $C$  所产生的等效内应力, 具有拉力的性质, 写成 (2.1a) 的形式便于将粘性土和砂类土统一考虑;  $N_f$  为破坏时的主应力比系数, 几何上代表主应力坐标系中抗剪强度线的斜率, 见图 2.1a;  $S_f$  为以偏应力表示的坐标系中抗剪强度线的斜率, 见图 2.1b. 应力符号中带撇的为有效应力.

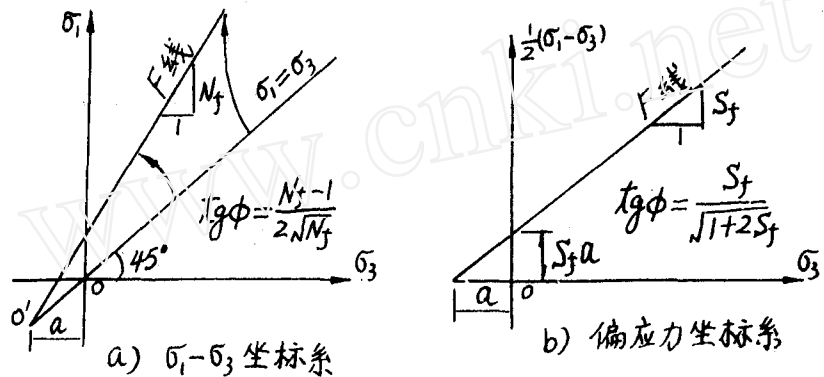


图 2.1 不同坐标系中的 Coulomb 强度线

将实验结果绘在主应力坐标系和偏应力坐标系上, 就可由图上求得  $a$ ,  $N_f$  及  $S_f$ , 根据 (2.2)~(2.4), 就可求出试验土的摩擦角  $\phi$  和粘聚力  $C$  分别为

$$C = a \operatorname{tg} \phi \quad (2.2a)$$

$$\operatorname{tg} \phi = (N_f - 1) / (2\sqrt{N_f}) \quad (2.3a)$$

或

$$\operatorname{tg} \phi = S_f / \sqrt{1 + 2S_f} \quad (2.4a)$$

2. 抗剪强度发挥程度曲线 在传统的土力学中, 研究强度问题时不考虑变形, 研究变形问题时不考虑强度. Janbu 在研究了三轴固结不排水剪的有效应力路径以后, 首次明确提出了抗剪强度发挥程度概念, 并将其与土体的静止、设计及破坏状态有机地联系起来. 图 2.2a 为一种粘土的三轴固结不排水剪试验的有效应力路径. 曲线上所标的应变为不包括固结变形的轴应变  $\varepsilon_1$ . 由图可以看出, 土样的抗剪强度随应变的增加而增加. 如果认为土样破坏时 (此时对应的应变为  $\varepsilon_{1f}$ ) 的抗剪强度全部发挥了作用, 那么, 当应变小于  $\varepsilon_{1f}$  时, 土样的抗剪强度就未能完全发挥作用而只发挥了一部分. 因此 Janbu 定义抗剪强度发挥程度系数  $f$  为发挥的抗剪强度  $\tau(\varepsilon)$  与破坏时抗剪强度  $\tau_f(\varepsilon_f)$  之比:

$$f = \tau(\varepsilon) / \tau_f(\varepsilon_f) \quad (2.5)$$

按此定义, 如果将图 2.2a 中应力路径上与  $\varepsilon_1$  对应的  $f$  算出, 绘出  $f-\varepsilon_1$  曲线, 那就可以得到抗剪强度发挥程度曲线如图 2.2b 所示. 从图 2.2b 可以看出, 抗剪强度发挥程度随轴应变而增加, 其值变化于 0—1.0 之间.

通常在土体稳定性计算中使用安全系数  $F$  的概念:

$$F = \tau_f(\varepsilon_f) / \tau(\varepsilon) \quad (2.6)$$

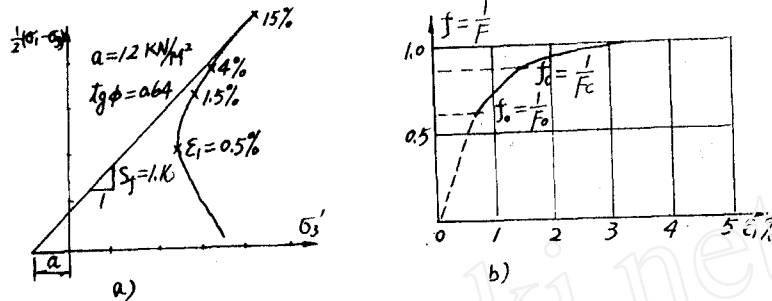


图 2.2 抗剪强度发挥程度曲线

从 (2.5) 与 (2.6) 可以看出

$$f = 1/F \quad (2.7)$$

Janbu 使用了三种不同的抗剪强度发挥程度线 (图 2.3):

①破坏条件线  $F$  即一点应力达到极限平衡条件  $\tau = \tau_f$  时的抗剪强度线, 其方程即 (2.1a)。此时抗剪强度发挥程度  $f = 1.0$ , 安全系数  $F = 1.0$ 。

②设计条件线  $S$  即对应于设计安全系数为  $F$  的发挥的抗剪强度线, 其方程为

$$\tau = (\sigma' + a) \operatorname{tg} \rho \quad (2.8)$$

式中

$$\operatorname{tg} \rho = \operatorname{tg} \phi / F = f \operatorname{tg} \phi \quad (2.9)$$

$\rho$  为发挥的摩擦角。一般  $F > F_{\min}$ , 当  $F = F_{\min}$  时,  $\operatorname{tg} \rho = \operatorname{tg} \rho_c$ , 相应的抗剪强度发挥程度称为临界抗剪强度发挥程度  $f_c (= 1/F_{\min})$ ; 故  $\rho_c$  为临界发挥程度的摩擦角。

③静止条件线  $R$  即土层处于  $K'_0$  条件 ( $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$ ) 时的强度发挥程度线, 其方程为

$$\tau_0 = (\sigma' + a) \operatorname{tg} \rho_0 \quad (2.10)$$

式中

$$\operatorname{tg} \rho_0 = (1/F_0) \operatorname{tg} \phi = f_0 \operatorname{tg} \phi \quad (2.11)$$

$\rho_0$  为静止条件发挥的摩擦角。此时的抗剪强度发挥程度为  $f_0 = 1/F_0$ 。

这里理论上假设  $F$ ,  $S$  和  $R$  线与  $\sigma'$  轴相交于一点, 这一点到坐标原点的距离就表示粘聚力  $a$ 。对不扰动粘性土所做的固结三轴试验证明这样的假设是可行的。

3. 固结三轴试验分析 图 2.4 为一个土样的  $K'_0$  固结三轴不排水剪与排水剪的试验结果。图中  $OAB$  为  $K'_0$  固结试验的应力路径;  $BDEG$  (或  $H$ ) 为不排水剪试验应力路径;  $BI$  为排水剪试验应力路径。图中同时绘出了  $F$ ,  $S$  和  $R$  三条强度发挥程度曲线。将固结三轴试验应力路径与三条强度发挥程度线联系起来分析, 可以得到一系列工程实用的设计参数。

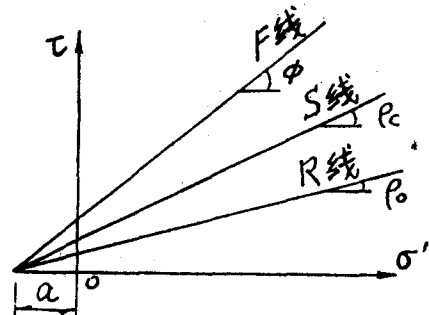


图 2.3 三种抗剪强度发挥程度线

①  $K'_0$  固结段 (OAB) 由  $K'_0$  固结试验资料可以求得正切模量  $M_0$  和超固结压力  $p_0$ , 同时可以求得静止侧压力系数, 定义有效静止侧压力系数  $K'_0$  为

$$K'_0 = (\sigma'_{v_0} + a) / (\sigma'_{h_0} + a) \quad (2.12)$$

若  $R$  线的坡度  $S_0$  已知, 则按照 (2.1b) 和 (2.4) 可得

$$K'_0 = 1/N_0 = 1/(1 + 2S_0) \quad (2.13)$$

② 破坏线  $F$  由破坏线  $F$  的坡度  $S_f$  按 (2.4a) 可求得  $\operatorname{tg} \phi$ , 进而由 (2.2a) 可求出粘聚力  $C$ . 同时由不排水剪应力路径的发展趋向可看出土体在剪切过程中发生剪胀或剪缩, 如果破坏段路径沿  $EG$  而动则说明产生剪胀性 (这时产生负的孔隙水压力使强度增加); 如果破坏段路径沿  $EH$  而动则说明产生剪缩, 这是由于产生正的孔隙水压力使有效应力下降所致。

③ 设计线  $S$  若已知设计安全系数为  $F$ , 设计线的坡度为  $S$ , 则考虑 (2.4a) 可以求出相应发挥程度的摩擦角的正切为

$$\operatorname{tg} \rho = S \sqrt{1 + 2S} \quad (2.14)$$

这时的抗剪强度发挥程度为

$$f = 1/F = \operatorname{tg} \rho / \operatorname{tg} \phi \quad (2.15)$$

同时由应力路径  $BD$  的坡度  $S_d$  可以求出与强度发挥程度  $f$  相应的孔隙水压力系数  $\bar{B}$  为

$$\bar{B} = \Delta u / \Delta \sigma_1 = -1/(2S_d) \quad (2.16)$$

### III. Janbu 孔隙水压力系数 $D$

若假设土体为弹性材料, 则在三轴不排水剪试验中所产生的孔隙水压力为

$$\Delta u = \Delta \sigma_m = (1/3)(\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3) \quad (3.1)$$

式中  $\Delta \sigma_m$  为平均应力增量。由于土体并非弹性体, 在排水剪中剪应力将引起体积变化; 在不排水剪中剪应力将产生孔隙水压力变化。考虑这种剪胀性, Janbu 将 (3.1) 修改为

$$\Delta u = \Delta \sigma_m - D \Delta \sigma_d \quad (3.2)$$

式中  $\Delta \sigma_d = \Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3$  为最大偏应力;  $D$  为反映土的剪胀性的 Janbu 孔隙水压力系数。当  $\Delta \sigma_d > 0$  时, 可以按  $D$  的大小进行土的剪胀性分类:  $D > 0$ , 土具有 (正的) 剪胀性;  $D = 0$ , 土为弹性材料, 无剪胀性;  $D < 0$ , 土具有负的剪胀性 (即剪缩)。可以看出, Janbu 孔隙水压力计算公式考虑了中主应力  $\sigma_2$  的影响, 比 Skempton 孔隙水压力公式更具有普遍性。同时, 可以证明 Janbu 的孔隙水压力系数  $D$  与 Skempton 孔隙水压力系数  $A$  之间的关系为

$$A = (1 + b)/3 - D \quad (3.3)$$

式中  $b$  为反映中主应力增量相对于最小主应力增量大小的系数, 相当于塑性力学中的应力 Lode 参数  $\mu_0$ , 其值为

$$b = (\Delta \sigma_2 - \Delta \sigma_3) / (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \quad (3.4)$$

$b$  与应力 Lode 参数  $\mu_0$  的关系为

$$b = (1 - \mu_0)/2 \quad \text{或} \quad \mu_0 = 1 - 2b \quad (3.5)$$

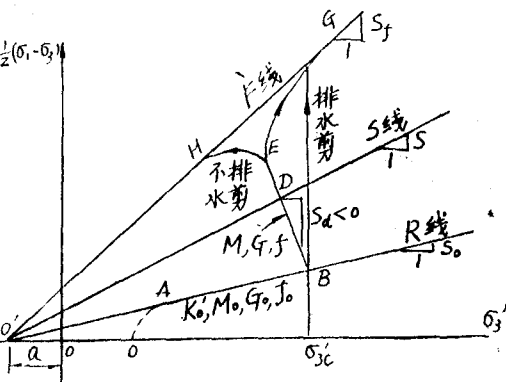


图 2.4 固结三轴试验应力路径





$\mu_\omega$  称为任意面  $\omega$  发挥的摩擦系数。定义任意面相对于设计临界面的相对位置系数  $f_\omega$  为

$$f_\omega = \operatorname{tg}\omega / \operatorname{tg}\omega_c \quad (4.7)$$

可以看出  $f_\omega$  与  $r$  之间是有关系的。由图 4.1 的几何关系不难证明

$$r = 2f_\omega / (1 + f_\omega^2) \quad (4.8)$$

或 
$$f_\omega = (1/r)(1 - \sqrt{1 - r^2}) \quad (4.8a)$$

3. 任意面应力的普遍表达式 定义了任意面的相对强度发挥程度系数  $r$  和相对位置系数  $f_\omega$  之后, 根据图 4.1 中任意面和设计临界面强度发挥程度和位置的相对关系, 不难写出任意面的剪应力和正应力分别为

$$\tau_\omega = (\sigma'_\omega + a) r \operatorname{tg} \rho_c \quad (4.9)$$

$$(\sigma'_\omega + a) = [(1 + f_\omega^2) / (1 + N_c f_\omega^2)] (\sigma'_1 + a) = N_c (\sigma'_3 + a) (1 + f_\omega^2) / (1 + N_c f_\omega^2) \quad (4.10)$$

(4.9) 和 (4.10) 就是以  $r$ ,  $\operatorname{tg}\rho_c$ ,  $N_c$  以及  $\sigma'_1$  (或  $\sigma'_3$ ) 和  $a$  表示的与  $\sigma_1$  作用面成任意夹角  $\omega$  的面上的剪应力和正应力的普遍表达式。当  $\rho_c = \phi$ ,  $r = 1$  时,  $f_\omega = f_c = 1$ , 任意面就是临界面或破坏面; 这时 (4.9) 及 (4.10) 还原为 (2.1a) 及 (2.1b) 的 Coulomb 抗剪强度公式。若  $\rho = \rho_c$ ,  $r = 1$ , 则  $f_\omega = 1$ , 任意面就是设计临界面, 这时 (4.9) 及 (4.10) 简化为

$$\tau_c = (\sigma'_c + a) \operatorname{tg} \rho_c \quad (4.11)$$

$$(\sigma'_c + a) = 2(\sigma'_1 + a) / (1 + N_c) = 2N_c (\sigma'_3 + a) / (1 + N_c) \quad (4.12)$$

当  $r = 0$  时,  $f_\omega = 0$ ,  $\rho = 0$ , 代入 (4.9) 及 (4.10) 可得

$$\tau_\omega = 0 \quad (4.13)$$

$$(\sigma'_\omega + a) = (\sigma'_1 + a) = N_c (\sigma'_3 + a) \quad (4.14)$$

说明此时  $\omega$  面就是大主应力  $\sigma'_1$  作用面, 这也可以从图 4.1 的应力圆上看出。

4. 任意面的安全系数 由 (4.5) 可以求得任意面的安全系数  $F_\omega$  为

$$F_\omega = 1/f_b = \operatorname{tg}\phi / r \operatorname{tg}\rho_c = F_c / r \quad (4.15)$$

而设计临界面 (最危险面) 的安全系数  $F_c$  为

$$F_c = r F_\omega \quad (4.16)$$

从这里可以看出, 设计临界面的安全系数可以由任意面的安全系数和强度相对发挥程度系数来确定。在实际的土工稳定性问题计算中, 设计临界面就是最危险的滑动面或破坏面, 任意面  $\omega$  就相当于基础底面或挡土墙背面等等。由于这些面上的强度相对发挥程度系数  $r$  及安全系数  $F_\omega$  都是未知的, 因此危险面的安全系数  $F_c$  也就无法求出。因此, 在实际计算中, 需要假设  $r$  (或  $F_\omega$ ) 进行试算; 最后使计算的  $r$  (或  $F_\omega$ ) 等于假设的  $r$  (或  $F_\omega$ ), 这时所得的应力就是所求的解答。

从以上的介绍可以看出, 用  $r$ ,  $f_\omega$ ,  $\operatorname{tg}\rho_c$ ,  $N_c$  以及临界面主应力  $\sigma'_1$ ,  $\sigma'_3$  表示任意面上的应力; 任意面安全系数  $F_\omega$  不同于临界面安全系数  $F_c$  的概念分析实际工程中的强度与稳定性问题, 比过去传统的对任何面都用一个安全系数的方法概念更为明确, 设计更为合理。

#### V. 在地基承载力计算中的应用

Janbu 关于土的抗剪强度发挥程度与任意面应力状态的概念和理论, 已经成功地用于土压力、土坡稳定、地基承载力以及桩基础计算等各种强度与稳定性问题。特别是 Janbu 的土坡稳定性计算的普遍条分法, 已受到各国学者的重视并为工程设计所应用。我国交通部港口工程“地基”规范已将其列入规范条文。由于篇幅所限, 以下仅以地基承载力计算为例, 说

明其理论的具体应用。

1. 承载力计算公式 设基础为条形基础（平面问题），基础底面有效宽度为  $B_0$ ，基础

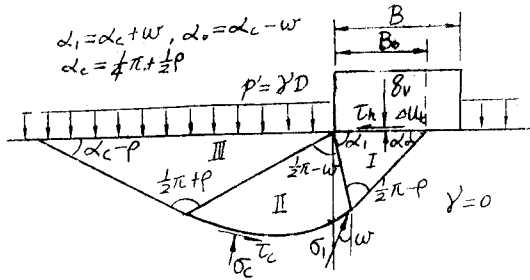


图 5.1 地基承载力计算图式

上作用有垂直荷载  $q_v$  及水平荷载  $\tau_h$ ，试求基础的垂直承载力  $q_u$  或基础的安全系数。基础破坏图式见图 5.1。比较图 5.1 与图 4.1 可知，对于基础底面下的主动破坏区 I，滑动面 AB 就是图 4.1 中的临界面  $\omega_c$ ，该面的安全系数为  $F_c$ ；基础底面就是图 4.1 中的任意面  $\omega$ ，安全系数为  $F_0$ 。按照 (4.9)，基础底面发挥的抗剪强度为

$$\tau_b = r \operatorname{tg} \rho_c (\sigma_v - r_w D + a - \Delta u_b) \quad (5.1)$$

式中  $\sigma_v$  为基础底面的垂直应力，即允许承载力； $D$  为基础埋深； $\Delta u_b$  为基础底面因加载而引起的孔隙水压力，当按总应力法计算时， $\Delta u_b = 0$ 。

按照塑性极限平衡条件或塑性力学的滑移线场解法，基础底面的允许极限承载力为

$$\sigma_v - \gamma_w D + a = (1/2) N_\gamma \gamma B_0 + N_q (\gamma_d D + a) - N_u \Delta u_b \quad (5.2)$$

式中  $\sigma_v$  就是要求的允许极限承载力。 $\gamma$  为地基土的容重，当在水下时用浮容重； $\gamma_d$  为基础埋深范围内土的容重； $N_\gamma$ 、 $N_q$  及  $N_u$  称为承载力系数，它们都是  $r$  及  $\operatorname{tg} \rho_c$ （或  $F_c$ ）的函

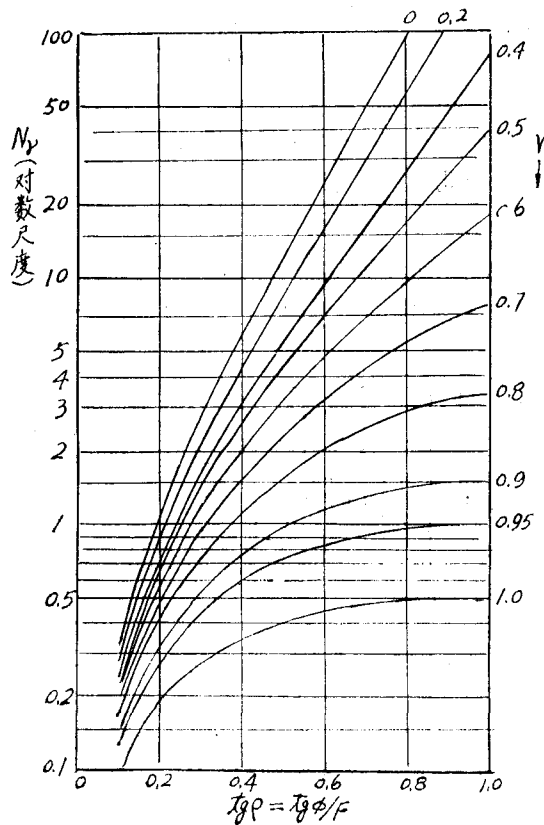


图 5.2 承载力系数  $N_\gamma$

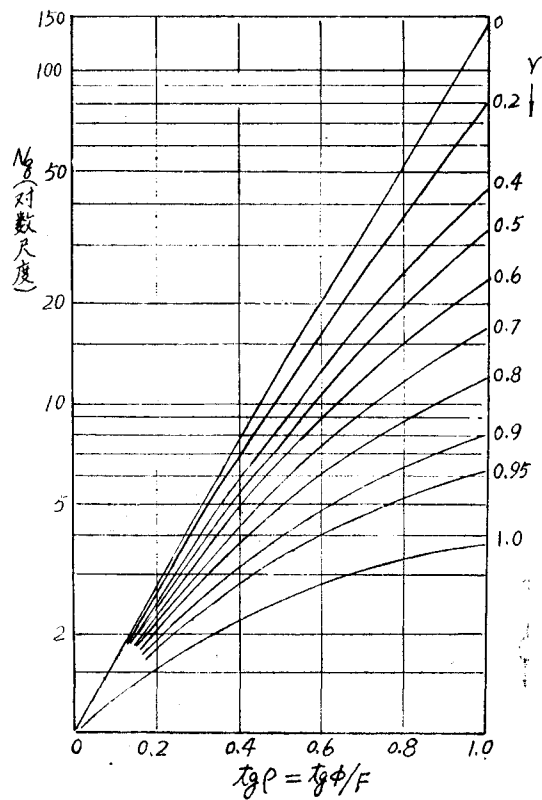


图 5.3 承载力系数  $N_q$

数。分别反映基础下土重，基础边载荷以及基础底面孔隙水压力对承载力的影响。 $N_v, N_q$ 及 $N_u$ 值见图 5.2—5.4。

将 Janbu 的地基承载力公式 (5.1) 及 (5.2) 与 Terzaghi 和 Hansen 的相应公式比较，可看出基本形式相同，只不过 Janbu 将粘聚力  $C$  合并到正应力项中去，所以在 (5.1) 及 (5.2) 中不再出现与粘聚力  $C$  相应的  $N_c$  项；又由于 Janbu 将基础底面作用的水平力反映在 (5.1) 中，也就是以  $r \tan \phi_c$  代替了 Hansen 公式中的载荷倾斜系数，故 (5.2) 中不再出现载荷倾斜系数。但 Janbu 考虑的是以有效应力为基础的承载力计算，故公式中出现了一项反映孔隙压力对承载力影响的  $N_u$  项。这一项在 Terzaghi 和 Hansen 公式中都没有考虑。

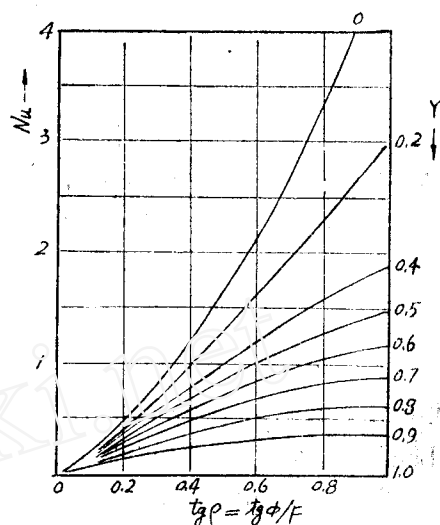


图 5.4 承载力系数  $N_u$

按 (5.1) 及 (5.2) 计算承载力时，在选定了基础破坏图式和安全系数  $F_c$  之后，就可由 (4.3) 计算出  $\tan \phi_c$ ，由 (4.7) 和 (4.8) 计算出  $f_0$  及  $r$ ；根据  $\tan \phi_c$  及  $r$  查图 5.2—5.4 就可得到相应的  $N_v, N_q$  及  $N_u$ ；进而按 (5.2) 及 (5.1) 就可求得相应的地基允许承载力  $\sigma_v$  及水平承载力  $\tau_h$ 。若已知基础底面作用着垂直荷载  $q_v$  及水平荷载  $\tau_h$ ，则计算地基的安全系数  $F_c$  时，需要假设一个安全系数  $F_c$  和孔隙水压力大小，然后按前一种情况计算出  $r, \tan \phi_c$  以至  $\sigma_v$  及  $\tau_h$ 。这时求出的  $\sigma_v$  及  $\tau_h$  不一定等于已知的  $q_v$  及  $\tau_h$ ，这就需要重新假设  $F_c$  进行反复试算，直至使计算的  $\sigma_v$  等于已给的  $q_v$  为止。最后假设的  $F_c$  就是所求的已知载荷作用下的安全系数。与此  $F_c$  相对应的基础水平承载力可按 (5.1) 计算。一般这样的试算只需进行 2—3 次就可达到要求。

2. 计算步骤 现以海洋重力式平台地基允许承载力为例进行说明。已知基础底面为边长  $B \times B$  的方形基础；其上作用着荷载  $Q_v, Q_h$  及  $M$ ；基础剖面见图 5.5a 及 5.5b。

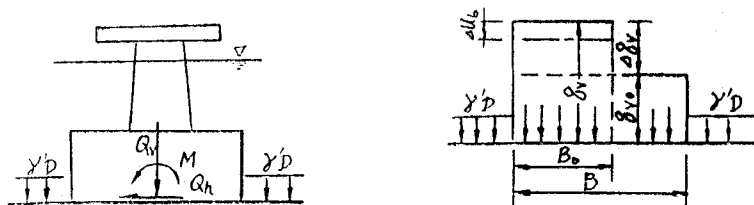


图 5.5 重力式平台基础力系图

①按下式计算基础底面的有效宽度  $B_0$  和有效面积  $A_0$ ：

$$B_0 = B - (2M/Q_v), \quad A_0 = B_0 \times B \quad (5.3)$$

②按下式计算基础底面的平均垂直荷载  $q_v$  和水平荷载  $\tau_h$  及基础边载荷  $p'$ ：

$$q_v = Q_v/A_0, \quad \tau_h = Q_h/A_0, \quad p' = \gamma D \quad (5.4)$$

以下简化为平面应变问题计算。

③假设一个  $\Delta u_b$ ，例如假设  $\Delta u_b = 0.7 \Delta q_v$ ，其中  $\Delta q_v$  为基础有效面积上的平均垂直载荷  $q_v$  与基础原来面积上平均垂直载荷  $q_{v0} (= Q_v / (B \times B))$  之差，即  $\Delta q_v = q_v - q_{v0}$ 。见图 5.5b。计算基础底面发挥的摩擦系数  $\mu_b$ ：

$$\mu_b = \tau_b / (q_v - \gamma_w D + a - \Delta u_b) = r \operatorname{tg} \rho_c \quad (5.5)$$

由 5.5 可以看出，在设定  $\Delta u_b$  之后， $\mu_b$  就是一个常数。

④再假设一个基础底面强度相对发挥程度系数  $r$ ，例如  $r = 0.8$ ；就可按 (5.5) 计算出基础破坏面（即设计临界面）上发挥的摩擦系数  $\operatorname{tg} \rho_c$ 。有了  $r$  及  $\operatorname{tg} \rho_c$  就可查图 5.2—5.4 得出相应的承载力系数  $N_\gamma$ 、 $N_q$  及  $N_c$ 。

⑤按公式 (5.2) 计算  $\sigma_v$ 。

⑥另设几个不同的  $r$ ，按上述步骤求出相应的  $\sigma_v$ ，绘出  $\sigma_v-r$  曲线如图 5.6。

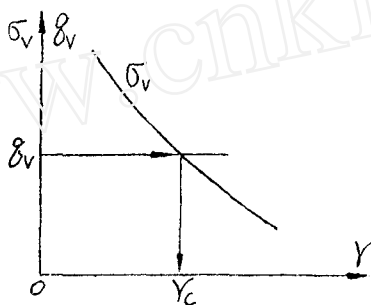


图 5.6  $r_c$  的确定

⑦在图 5.6 上， $\sigma_v = q_v$  点所对应的  $r$  就是所要求的临界面上的  $r_c$ 。将  $r_c$  代入 (5.5)，就可求得相应的  $\operatorname{tg} \rho_c$ 。 $\operatorname{tg} \rho_c$  就是维持平衡所需要发挥的平均摩擦系数。

⑧临界面抗剪强度发挥程度为

$$f_c = \operatorname{tg} \rho_c / \operatorname{tg} \phi = \mu_b / r_c \operatorname{tg} \phi \quad (5.6)$$

相应的安全系数为

$$F_c = 1/f_c = \operatorname{tg} \phi / \operatorname{tg} \rho_c = r_c \operatorname{tg} \phi / \mu_b \quad (5.7)$$

若地基土成层，则上两式中的  $\phi$  应当用滑动范围内各土层的平均或加权平均摩擦角  $\bar{\phi}$ 。

⑨上述结果是在设定  $\Delta u_b$  情况下求得的。如果需要，再假设不同的  $\Delta u_b$ ，重复上述 ③—⑧的步骤，又可求出相应的  $F_c$ 。绘出  $F_c - \Delta u_b$  关系曲线后，就可知道与不同的孔隙水压力对应的安全系数  $F_c$ ，或者说是加载后不同固结度时的安全系数。

关于静力和动载荷作用下孔隙水压力计算的较完善的公式，可参见 Janbu 1976 年的“重力式建筑物的有效应力分析”一文。

#### VI. Janbu 土力学体系评述

从 Janbu 的土力学著作和论文可以看出，Janbu 对土力学理论做出了重大贡献。Janbu 土力学体系以有效应力原理为基础，将正切变形模量，抗剪强度发挥程度，孔隙水压力系数  $D$  以及一点应力状态等一系列新的概念和理论应用于土体的应力与变形，强度与稳定性问题，成功地解决了土体沉降与固结，土压力，土坡稳定，地基承载力，桩基垂直与水平承载力以及动力作用下土的力学性质等各种土力学与基础设计问题。Janbu 土力学体系虽然仍属于

Terzaghi 土力学范畴, 但却在考虑土的非线性性质和实际应用方面, 使 Terzaghi 土力学理论更加丰富、完善, 并有所发展。Janbu 土力学体系概念清楚, 重视实践, 经过近 30 年来他和他的同事们的不断充实、改进、完善, 已经达到可以实际应用的程度。其中正切变形模量、土压力计算、土坡稳定分析计算等已为国际土力学界所公认并为许多国家所采用。

具体分析 Janbu 土力学体系, 笔者认为具有以下一些特点:

1. Janbu 非常重视实际应用。这可以从他定义的正切变形模量、抗剪强度发挥程度、任意面上应力状态的研究、孔隙水压力系数  $D$  的提出等方面看出。过去一些土力学理论, 都比较重视土体破坏状态时性状的研究, 这无疑是正确的; 但是还不够。研究破坏状态是为应用 (即设计状态) 服务的。因此, 不仅要研究破坏状态, 更要重视设计状态和静止状态 (即天然状态) 的研究, 不能只是将破坏状态简单地除以安全系数做为设计状态而了事。Janbu 正是在前人和他自己对破坏状态研究的基础上, 重点研究设计状态与静止状态, 从而使我们对设计状态下的应力和变形有了更深刻的了解, 使设计建筑在更科学的基础上。

2. Janbu 定义的广义正切模量 ( $M$ ) 适用于从岩石、砂类土直至粘土的线性弹性, 弹性以至塑性的各种土类。从此可以推导出考虑土的非线性性质的普遍的应力-应变关系, 适用于有限元计算。避免了传统土力学中采用压缩系数 ( $a$ ), 总变形模量 ( $E$ ), 线变形模量 ( $E_s$ ), 体积压缩模量 ( $K_v$ ) 以及体积压缩系数 ( $m_v$ ) 等众多意义相近而又容易混淆的土体变形性质指标。但是广义正切变形模量是在一定的变形条件或主应力比的条件下定义的, 也就是对应力路径有一定的限制。同时只适用于应变硬化材料, 对于应变软化材料则不能应用, 这些还需要进一步研究和改进。

3. Janbu 通过抗剪强度发挥程度概念, 将应力状态同变形过程联系起来; 将静止状态、设计状态与破坏状态联系起来; 将任意面的应力状态同设计临界面的抗剪强度发挥程度 (或安全系数)、应力状态及其位置联系起来, 从而导出了以有效应力为基础的地基承载力, 土坡稳定性分析, 土压力计算及桩基承载力等一系列公式。与传统土力学相应的计算公式比较, 这些公式物理概念更为明确, 更具有普遍性。据此进行设计将使设计更为合理, 可靠。但是, 在 Janbu 的这些公式中, 由于计算面的抗剪强度发挥程度与设计破坏面的抗剪强度发挥程度不同, 且孔隙水压力在设计阶段还难以准确确定, 致使问题的可列平衡方程数少于未知数的个数, 因此属于超静定问题。一般需要经过试算, 这个计算工作量就较传统方法为大。这在过去比较困难, 而在电子计算机高度发展的今天, 是很容易实现的。

4. Janbu 孔隙水压力系数  $D$  较 Skempton 等其他孔隙水压力系数具有更普遍的意义。它不仅明确反映了土体的剪胀性, 而且也反映了平均应力或中主应力对孔隙水压力的影响。

本文是 Janbu 教授 1982 年 11 月在天津大学讲学期间, 笔者介绍 Janbu 教授的学术思想和著作的讲稿的基础上整理而成的。所引用的 Janbu 教授的论文和著作, 除 Janbu 教授赠送者外, 其余都是天津大学海洋与船舶工程系徐继祖副教授所提供, 在此谨致谢意。

## 参 考 文 献

- 1 Janbu N., Shear strength and stability of soils, NGF-lecture, Oslo (1973).
- 2 ———, Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests, 3rd PECSMF, Vol. I, Viesbaden (1963).

- 3 —, Consolidation of clay layers based on non-linear stress-strain, 6th PICSMFE, Vol. I, Montreal (1965).
- 4 —, Computation of stress and time dependent settlement for structures on clay, Int. Symp. on CESR on Soil and Rock, Sarajevo (1969).
- 5 —, Earth pressures and bearing capacity calculation by generalized procedure of sliced, 4th. PICSMFE, Vol. II, London (1957).
- 6 —, Design analysis for gravity platform foundation, BOSS' 79, London (1979).
- 7 Nordal S., Grande L., Janbu N., Prediction of off-shore pile behaviour, BOSS' 82 MTT, USA (1982).
- 8 Janbu N., Settlement calculations based on the tangent modulus concept (Moscow-lectures), Bulletin No. 2, SM. NIT, Trondheim (1967).
- 9 —, The resistance concept applied to deformations of soils, 7th PICSMFE, Vol. I, Mexico (1969).
- 10 —, Slope stability computations, in "The Embankment Dam Engineering", Gasagrande volume, John Wiley & Sons (1973).
- 11 —, Grande L., Eggereide K., Effective stress stability analysis for gravity structures, Boss' 76, Vol. I, Trondheim (1976).
- 12 —, Hjeltnes E. J., Principal stress ratios and their influence on the compressibility of soils, 6th. PICSMFE, Vol. I, Montreal (1965).
- 13 —, Grande L., Skotheim, K., Marine Soil Mechanics, NTH, Trondheim (1980).
- 14 —, Earth pressure computations in theory and practice, 5th PECSMFE, Vol. I, Madrid (1972).
- 15 —, Senneset K., Interpretation procedures for obtaining soil deformation parameters, Design Parameters in Geotechnical Engineering, Vol. I, London (1979).
- 16 —, Static bearing capacity of friction piles, 6th PECSMFE, Vol. I.2, Wien (1976).
- 17 —, Soils under cyclic loading, BOSS' 76, Trondheim (1976).
- 18 张学言, N. Janbu 模型简介, 天津大学水利系 (1982).
- 19 徐继祖, 挪威工学院土力学学科概况介绍, 天津大学水利系 (1982).

## JANBU'S SOIL MECHANICS SYSTEM OVERVIEW

Zhang Xue-yan

(Department of Hydraulic Engineering, Tianjin University)

### Abstract

Professor N. Janbu suggested many definitions and concepts in his research of soil mechanics, including generalized tangent modulus, degree of shear strength mobilization and Janbu's pore pressure coefficient etc., which he used in the analysis and calculation of soil mechanics. This article gives an overview of Janbu's soil mechanics system.

**Keywords** *soil mechanics; generalized tangent modulus; degree of shear strength mobilization; pore pressure coefficient*