

动态子结构法的国内进展

复旦大学 王文亮 杜作润

I. 前言

20多年来，结构动力学经历了深刻的变化，动态子结构方法的发展即其重要标志之一。工程技术和社会工艺的不断推进，经常要求准确而迅捷地分析整体结构系统的动态性能；数字计算机的发展及有限元素法的兴起，为完善这种分析，提供了强有力手段。但是，大型复杂结构的精细有限元分析，通常导致成百上千自由度的离散化模型，直接(完全)求解势必涉及大规模矩阵的运算。而与大规模矩阵处理相关联的舍入误差、冗长的算时和庞大的存储量，给频繁的常规分析带来了很大的困难。因此，结构工程师们迫切希望获得一种既能减缩系统规模，又能保持完整结构主要动态特征的分析方法。从计算数学的角度看，可充分运用计及总质、刚矩阵 M 、 K 的稀、带性（包括分块）的有效计算程序，来克服上述困难，但毕竟潜力有限。基于力学和工程原理的动态子结构法，就是在此客观背景下提出并发展起来的。

由于动态子结构方法有许多独特的优点，目前它已被广泛地应用于宇航航空运载器、近海结构、核反应装置、地面建筑以及复杂机械设备等的设计和分析。鲜明的工程和力学特征，用以分析问题所显示的高超效率，使它在结构动力学的发展中占有一定的地位。

通过把握各个局部，进而分析概括整体或全局，这种研究问题的方法，几乎适用于一切科学领域。在结构动力学中，把一个整体结构看成各个子结构的组合体，这种想法，可追溯到 Serbin 和 Sofrin^[54,55] 等在 40 年代中期的工作，他们曾先后把阻抗-导纳的概念用于组合结构的动力分析。50 年代初，Bishop 和 MacNeal^[57,58] 又分别从不同的途径对复合系统的振动问题进行了研究。后来，Hunn^[56,59] 利用机翼的刚体模态和悬臂弹性模态分析过机翼的固有振动问题。这样就把部件模态引入到整体结构的动态李兹分析中。但限于当时的条件，这些早期工作，没有引起充分的重视。1960 年起，Hurty 和 Gladwell^[60,61,65] 等首先确立模态坐标和综合等概念，并用矩阵工具和计算机，对部件的模态综合法进行了归纳和数值考证。自此，逐步展开了模态综合技术的研究。尽管这些早期的工作，在今天看来都存在着这样或那样的局限性，但却展示了分析复杂结构振动性的一种崭新技巧，为后继者们的改进和发展，开辟了一条可资借鉴的前进通道。

今天，动态子结构方法已经远远超出当初模态综合技术的内容，它的进展如此之大，以至于任何一本近代的机械振动学或结构力学著作中，如果不述及这一论题，则将会有逊色；而一个结构工程师，如果不掌握这方面的技能，也将难以圆满完成自己的工作。

II. 策略思想和基本步骤

自 Hurty 和 Gladwell 正式引入模态综合技术的概念至今，动态子结构方法，始终处于不断的改进和发展中。当然，这是就“战术”观点而言。1982年，胡海昌^[50]提出分析复杂结构的策略思想问题。他所指明的这类方法的策略思想，不仅使静、动力两类问题能统一在同样的指导思想下，而且使各种子结构方法的分类变得十分自然。他说，分析复杂结构最基本的指导思想是“先修改后复原”。就是先对给定的结构作一些适当的修改，使它变得易于分析，然后复原到原先给定的结构。修改，可分为两类^[50]：

1. 原始结构经修改后能求得公式解。这样的希望并非总能如愿以偿。但如能做到，就比只能得到数值解的办法有用得多。这类方法已不乏算例，如小参数法和中间问题法^[72]。

2. 原结构修改为彼此独立的若干子结构。这种方法可以叫做解耦法。更通俗一些，可以叫做“化整为零”法。其力学措施基本上有三类：

a. 割断结构某些部位的联系，使它解体成若干个子结构。这种方法是先增加自由度后减少自由度。在静力分析中的这种方法叫做方法，这是因为用被割断部件中的内力来代替原有的联系。解连续梁的三弯矩方程法，是割断联系法中用得相当早并且很富有成效的一个例子。在动力分析中这类方法叫做自由子结构法。前期的代表作有[58, 55]。

b. 固定结构的某些位移，使原结构被隔离成若干个子结构。这些子结构在空间仍连成一体，但它们已被隔离，从力学上看已是彼此独立无关的了。这种做法是先减少自由度而后增加。隔离法在静力分析中常叫做位移法，因为隔离是靠固定结构的某些位移。刚架分析中的位移倾角法是典型一例。在动力分析中，隔离法常叫做约束子结构法。前期的代表作有[54]。

c. 把结构中的某些部件修改为拘束体（或刚体）。因此，这类方法可以叫做局部拘束化（或刚化）法。经局部拘束化后，结构并未解体或隔离而仍为一完整的统一体，各部件间仍有一定的联系，只不过经此修改变得易于求解罢了。从数学上看，这也是一种先减少自由度而后增加自由度的办法。局部刚化法可能起源于钱令希和胡海昌^[2]的工作。他们在分析空腹桁架时，首先假定腹杆是刚性的，从而定义了刚腹端弯矩，然后采用弯矩分配法逐步使其恢复到原有的刚度。后来这个观点发展成无剪力分配法。在结构动力分析中，Benfield 和 Hruda^[67]以及 Gladwell^[65]等的分枝模态法，便属于局部拘束化的类型。

此外，在结构静力分析中还有所谓混合法。这就是将上述策略思想在同一问题里作联合应用。在结构动力分析中当然也可以用混合法。例如见[67, 68]。

根据上述策略思想，我们不仅可以把各类拘束系统看成是广义子结构，从而把诸如 Guyan-Irons 减缩^[62-64]以及 Kuhar^[101]的动力变换等一大类降阶技术，纳入动态子结构法的范畴。甚至可以把有限元法看成是一种极端情况的子结构法；反过来，也可以把子结构看成一个具有许多结点自由度的“超单元”，子结构的对接界面就是超单元的边界。

虽然动态子结构方法在工程上的应用形式是各式各样的，但它的基本步骤却大体相同。概括地说，首先应遵循[1]或[50]中总结的原则，通过割离或拘束措施，把原始系统划分成若干个子结构或分枝系统；然后通过计算或实验，提取它们各自的模态信息，用以装配成描述完整系统位形的李兹基；最终以规模远较原始系统小得多的模态自由度，综合取得结构的主要动力特征。

以应用最为广泛的模态综合技术为例，部件的模态信息，一般可归纳成如下基矩阵形式：

$$(1) \bar{\Phi} = [\mathbf{S} | \mathbf{D}], \quad c = 1, 2, \dots, x$$

上式中， c 和 x 分别表示部件的编号和总个数， \mathbf{S} 为静力对接模态基矩阵，视各种模态综合技术可以分为：在部件的对接集 $\{\mathcal{J}\}$ 上确定的约束模态、或附着模态、或剩余模态；动力模态基矩阵 \mathbf{D} ，则相应地由截尾的固定对接、或自由对接、或对接加载主模态组成。在假设模态综合法中， $\bar{\Phi}$ 的各列模态，可凭直觉判断设定。参与综合的静力对接模态个数总等于 $\{\mathcal{J}\}$ 集的计数 J ；而投入综合的动力模态数，则应由所需求解的系统低阶主模态的个数借频率截止准则确定。

必须指出，不管哪一种模态综合技术，自由悬浮部件的刚体模态基矩阵 \mathbf{R} 必须计入 $\bar{\Phi}$ 中，此即

$$\mathbf{R} \subseteq \mathbf{S}, \quad \mathbf{R} \subseteq \mathbf{D}; \quad \text{或者} \quad \mathbf{R} \subseteq \mathbf{S}, \quad \mathbf{R} \subseteq \mathbf{D}$$

这里，记法 $\mathbf{A} \sqsubseteq \mathbf{B}$ 意指 \mathbf{A} 中的任一列模态，皆能以 \mathbf{B} 中各列模态线性叠加表出。比如在 Hou [66] 或 Dowell [71] 的自由界面模综法中，取 $\mathbf{S} = \mathbf{0}$ ，而 $\mathbf{R} \subseteq \mathbf{D}$ ；在 Craig 的约束（固定界面）模综法中，取 $\mathbf{S} = \mathbf{C}$ (\mathbf{C} 是在 $\{\mathcal{J}\}$ 集上确定的约束模态)，而 $\mathbf{R} \subseteq \mathbf{S}$ 。刚体模态之所以必须计入，是因为它们对于原始结构低频段上的模态综合，尤其是基本模态的合成，具有关键性的作用；这十分类似于有限单元法中，单元位移展开式必须包含一切可能发生的刚体移动。

有关上述各种模态的确切的力学含义及其生成方法，以及如何按对接条件进行装配，可参阅[51]。

III. 优越性和效率问题

动态子结构法之所以富有生命力，主要在于实践上它具有一系列突出的优点，这表现在：

1. 以大化小，分别处理而后合成。它能在保证不改变原问题本质的前提下，大幅度地压缩机器的存储量、节省算时，提高运算速度和减小舍入误差，并容易检查差错，减少计算失败的可能性。

2. 一个大型结构的主要部件，通常是不同的单位和不同的时期内设计生产的结构物；如按传统方式对完整系统进行计算或测试，则不仅费用昂贵、周期长，而且有时甚至难以实施；应用子结构法，可在人员、设备分散的情况下，各自独立地搜索部件的模态资料，然后经由综合就能可靠地预测到结构的主要的动力特性。

3. 可充分利用每个部件（子结构）自身的特点，采取最适宜于它的试验或数值手段进行测试或计算，以便最可靠地提取它的模态信息；此外，还可利用结构的局部对称性或局部等同性，进行特殊的处理，借以进一步压缩问题的计算规模。

4. 便于剖析各个子结构间的动力干扰，并揭示局部振动与整体振动之间的内在有机联系。当一个子结构需要修改时，仅需重新分析这一改动过的部件，并适当考虑结构的连接条件即可，其它部件的原有分析仍然有效。这特别有利于结构方案的论证、更改和优化，也特别便于多用途结构的分析计算。

根据线代数中的变换理论，以及力学中的拘束、释放与协调、平衡等原理，可以设想出形形色色的动态子结构法。但是，一种新方法的实用价值及其竞争能力，很大程度上取决于这种方法的效率。为了鉴定某种方法的效率，Hurty [70]，Rubin [83] 和 Hintz [82] 曾先后

提出一些标准，做为比较的依据。虽然他们提供的比较准则，主要是针对模态综合方法来讲的，但对其他的动态子结构法也原则适用，今把这些标准概括如下：

①综合效率（整体系统固有模态的收敛性和局部应力的收敛性）——以最少的自由度和相对减缩的机时，综合得到具有预定精度的原结构的主要动态特性；

②部件模态基的总体独立性——部件的模态基应与邻接部件的质量和刚度性质无关；这样的部件模态基可以交替地使用于具有相容接头的各种构系中；

③对接界面的可塑性——部件间连接边界的离散化应不受方法的限制，即所提供的方法应能处理最一般的赘余对接情况；

④解算动力响应的能力；

⑤试验的可行程度及测试结果的可用性——部件模态基中的静力（对接）部分以及动力部分的边界条件及其他要求，应在现有的试验水准下能精密地付诸实施，并能取得有意义的测试结果。

当然，除了上述鉴定标准之外，还应考虑为生成各种部件模态基所需付出的代价、耦合手续的规格化，以及计算程序编制的简易等等。

下面把几种有代表性的模态综合法，在上述标准下的某种定性比较，示意于表 1 中，其中符合标准的程度以降序 1, 2, 3 排列。

表 1 典型模态综合法的定性比较表

方 法	标 准	①	②	③	④	⑤
Hou 或 Dowell 法	3	1	1	2	1	1
Gladwell 法			3	3		3
Benfield-Hruda 法	1		3	1		3
Craig-Bampton 法	2		1	1	1	3
双协调法 [5]	1		1	1	1	1
Meirovitch-Hale 法			1	1		3

Gladwell 分枝模态法的精度，主要取决于以静定对接的子结构来近似模拟构造总系统的能力建立。Meirovitch-Hale 法的精度，完全由部件的假设模态基的“品质”所确定。作者所提供的双协调动态子结构法^[5]，基本上能满足上列标准，但自由悬浮部件的剩余模态基的生成，显得比较麻烦，目前朱礼文、吴兴世提供了处理此种模态基的一些有效算法^[9, 30]，手续简便，很有使用价值。

要着重指出，能够全面符合一切高效标准的方法，实际上很难找到。任何有实用价值的方法，几乎总是“利弊兼有，相对有利”。因此应根据具体情况，来决定方法的选择。

IV. 成果与进展

到目前为止，随着应用范围的日益拓广，动态子结构方法的理论问题和实用模式，仍在被广泛而深入地研究与探讨着。ASME 于 1971 年出版了一本专辑[75]，NASA 于 1972 年在马歇尔太空飞行中心主办一次讨论班并出版了文集[73]，Shock Vib. Dig. 于 1977, 1979 和

1983年分别刊登了 Craig^[7.9], Nelson^[8.0], Greif 和 Wu^[8.1]的总结性评论, 其中列有动态子结构法的许多重要文献。胡海昌^[5.0]与Craig^[10.9]的新著都把动态子结构法作为必要内容予以阐述。下面将扼要介绍国内的成果与进展。

国内将动态子结构方法付诸实用者, 似当首推倪学仁、姚一龙等人。70年代初期, 陈作斌、王先信用分枝模态法综合了大型弹性飞机的一簇低阶主振型, 然后用模态叠加法来计算突风响应。此后研究成果不断出现, 这在1981年12月于昆明举行的振动理论及应用学术交流会上得到了很好的反映。首先评述模综法的可能是刘瑞岩^[4], 他介绍了模态综合技术的基本思路、解题途径、应用和发展状况, 对几种不同类型的分析方法做了简要的述评, 着重介绍了四种基本类型的解法。他在另文[7]中给出了具有刚性构件时的坐标减缩矩阵, 并推荐了部件之间具有弹性连接件时的计算方法。

胡海昌^[1]首先指出子结构划分时所应遵循的原则要求, 着重推荐了部件动柔度对频率的幂级数展开方法, 指出随着计算机容量的增加, 幂级数展开的优点将愈来愈显著。此外, 还谈及用移频法来加快收敛的问题。

王文亮等^[5]提出并论证了一种双协调的动态子结构法。这种方法类似于静力问题中的“高精度元素”, 它在实际复杂结构振动分析上的成效, 已为[8, 12, 13, 27]等所肯定。最近, 基于吴兴世^[3.9, 4.0]在流固耦振问题中应用自由子结构法的多项研究成果, 吴兴世和王文亮^[4.1]把双协调法延用于柔腔内液体晃动和噪声分析, 所完成的数值算例表明, 在两种介质耦振问题中, 双协调动态子结构方法同样具有精度好、效率高的优点。这是继 Chang^[8.5]用这种方法考虑阻尼综合之后的又一种推广。

朱德懋^[6, 11]提出了自由子结构法的另一改进方案。他把自由子结构法转变成形式上与约束子结构法同样的计算格式。他还从理论上指出, 哈密顿原理是整个模态综合方法的基础。

从更一般的广义变分原理出发来研究模态综合法的基础, 发端于邢京堂和郑兆昌^[14]的工作。他们研究了子结构模型的建立, 模态减缩原则, 结果误差及收敛性等重要问题, 并导出了位移协调、位移杂交、应力协调和应力杂交等四种基本的子结构模型。后两种模型是他们独创的。其好处在于可求得连续的应力而有利于动强度分析。

继朱礼文^[8]用频移法来克服剩余模态计算中所存在的困难后, 吴兴世^[3.0]提出了计算悬浮部件剩余模态的一种新方法。这种算法的出现, 使双协调动态子结构法的综合效率获得了进一步的提高。

邹经湘和安为民^[17]对 Craig 约束模态综合法作了改进。他们通过引入一组假设界面模态来压缩 Craig 综合方程中所必须保留的连接自由度数。在计算方面, 它超过了 Craig 的连接坐标的李兹减缩法。但该方法的成效, 取决于假设界面模态的品质, 当界面形状十分复杂时, 它们是难以入优的。国外的有关工作见[84]。

对于舰船分析, 打破采用悬浮梁简化模型并以刘维斯近似公式计及附连水效应的传统算法, 把动态子结构方法成功地推广应用到三维弹性船舶的湿模态的综合, 是与恽伟君等人的系列工作分不开的。他们的主要成果是: 1) 继 Wittrick 和 Williams^[9.9], Voros 和 Sanstrom^[10.3]及 Leung^[10.2]的工作之后, 恽伟君等^[3.5]独立地推导了模综超单元法, 引入了变频动力变换矩阵的概念, 并运用于船舰振动的计算。这种方法的特点, 是纯粹以结构的

连接坐标作为综合自由度，因此装配方便，但却导致较麻烦的非线性特征值问题。为此他们又基于 Wittrick-Williams 的频率计数公式，自行编制了非线性特征方程的通用算法^[36]。2) 恽伟君^[28]导出了 Craig 约束模态法的另一改进方案——多重子结构方法。算例表明，该方法是有效的。3) 恽伟君等^[38]提出了流-固耦合振动的组合模态综合法。该方法建立在流-固有限元组成的杂交子结构模型的基础上，采用了先装配流体子结构后装配固体子结构的技巧，可消除流体元的全部自由度和固体结构的全部内自由度。这种方法在提取大型弹性船舶模态的计算中，效果十分显著。

陆鑫森和 R. W. 克劳夫^[37]提出了一种由结构元和流体元组成的杂交子结构模型，并将它用于求解船舶振动中水和结构的相互作用问题，在这种模型下，虽然自由度并未相对减少，但可导致稀带状装配矩阵，从而也可大大节省机器的内存与计算时间。

继孙良新^[33]对子结构缩聚阻抗匹配法的研究工作之后，朱天国^[34]吸收了日本长松昭男采用高斯消去法求子结构缩聚阻抗的想法，在更一般的角度下加以改进，并拟制了一个通用计算程序。该方法的优点是精度高、计算量小，并便于掌握和应用。

张文^[3]首先提出用模态综合法分析复合同转系统的临界转速。这是动态子结构法在另一类力学特征值问题上的推广应用。

张锦、王文亮和陈向钧^[16]曾将模态综合技术与群表示论相结合，提出一种分析 C_{NV} 群上对称结构模态特性的有效算法。对于理想盘-叶系统的计算和试验结果表明，此方法的效率和精度都是令人鼓舞的。虽然离开解决 C_N 群上对称的实际盘-叶系统振动问题尚有一段距离，但它展示了在分析对称结构时，以群论与动态子结构法相结合的可能性。这一结合将有可能极大地提高综合效率。

王文亮^[24]从工程观点论证了 Craig 法的动力学原理，并且指出模综超单元法是它的一种变体。

张德文^[19]提出了多级综合和逐步综合两种改进装配法，借以进一步降低对计算机的内存要求，并建立了多级子结构分析的频率判据。他^[31]还提供了一种处理刚性子结构的技巧。最近，他又^[32]给出两种拟固定界面模综法，使自由界面法与固定界面法合并成同一计算格式，有利于程序的简化。

田千里等^[20]提出一种复模态综合法，用来分析带人工阻尼的大型结构的动力响应。这是复特征值解与子结构法相结合的第一次尝试。Shock Vib. Dig. 对该文的评价是，“这是用于在断面间连结处带阻尼器的大型空间结构的一种很好方法。”田千里^[18]还应用这种方法考虑了多维动力吸振器对复杂悬臂结构的减震作用。

在国内，首先郑重提出用子结构法对非线性系统进行动力分析的，是郑兆昌等^[24, 26, 52]。目前，这项工作尚限于用非线性弹簧或阻尼连接各个线性部件所构成的系统，或遭受低频激励的全局弱非线性系统的响应分析。早期的有关工作有[48, 49]。

管德等^[15]研制成功的 HAUT-II，是国内第一个自行设计的具备动态子结构法功能的航空结构分析程序系统。迄今，用户众多，效益显著。

V. 展望

动态子结构法作为高效分析大型复杂结构动态特性的一种手段，得到了广泛的应用。国外对它的研究和改进，已开展了近30年；国内也已硕果累累。当前动态子结构法的开拓应

用, 值得研究的课题可能有: 1) 非正交阻尼系统和/或陀螺系统的复模态综合; 2) 用动态子结构法求解流-固耦合系统的响应; 3) 模态综合法在非线性非保守构系动力学计算中的应用; 4) 将这一方法延用于一般群上对称结构的动态分析; 5) 结合参数摄动^[42-47], 解决无序系统(disordered systems)的随机特征值问题; 6) 通过试验与分析的交替论证, 与系统识别技术配合, 进行结构的快速优化设计。

可以预期, 随着我国工业技术的不断发展, 动态子结构法必将更多地受到动力学领域中工作者的重视。作为结构动力学发展的前沿, 必将出现更多的理论和应用成果; 作为一种软件技术, 必将愈益显示其巨大的经济效益; 把这种方法迅速加以普及, 使之变成结构工程人员得心应手的有力工具, 仍是当务之急。

参 考 文 献

- 1 胡海昌, 很多自由度体系的固有振动能问题(约束模态综合法), 航空学报, 2(1980).
- 2 Tsien Lin-hsi, Hu Hai-chang, On the stress analysis of open web trusses, *Acta Scientia Sinica*, 1, 1 (1952).
- 3 张文亮, 复合回转系统临界转速分析, 复旦学报自然科学版, 1(1977).
- 4 刘瑞岩, 结构振动模态综合技术, 国防科学技术大学工学学报, 2(1979).
- 5 王文亮、杜作润、陈康元, 模态综合技术短评和一种新的改进, 航空学报, 3(1979).
- 6 朱德懋, 结构动力分析中改进的子结构分析法, 南京航空学院(1979).
- 7 刘瑞岩, 结构振动模态综合技术的若干问题, 国防科大一系(1980).
- 8 王文亮、杜作润, 用改进的模态综合法计算空间双层框架的模态特性, 上海力学, 4(1980).
- 9 朱礼文, 自由界面模态综合技术的改进, 强度与环境, 3(1980).
- 10 恽伟君、颜新扬、高志龙, 船舶耦合振动部件模态综合法, 中国造船, 2(1981).
- 11 Zhu De-mao, Improved substructure method for structural dynamic analysis, AIAA/ASME/ASCE/AHS 22nd Structures, Structural Dynamics and Materials Conf., Pt. 2 (1981): 254.
- 12 罗时伟等, 一种模态综合方法及其应用实例, 三机部611所三室(1981).
- 13 王大钧、任钧国、陈一平, 用模态综合法计算旋转壳的振动, 固体力学学报, 3(1981).
- 14 邢京堂、郑兆昌, 基于弹性动力学变分原理的模态综合法研究, 固体力学学报, (待发表).
- 15 管德等, 航空结构分析程序系统—HAJIF-II, 三机部六院(1981).
- 16 张锦、王文亮、陈向钧, 带有N条叶片的轮盘耦合系统的主模态分析—CNY群上对称结构的模态综合, 固体力学学报(待发表).
- 17 邹经湘、安为民, 一个减缩界面自由度的方法, 中国航空学会、中国力学学会振动理论及应用学术交流会(1981).
- 18 田千里, 多维动力吸振器对复杂悬臂结构减震之应用, 航空学报, 3, 3 (1982).
- 19 张德文, 模态综合的多级子结构分析—两种改进装配法, 航空学报, 3, 4 (1982).
- 20 Tian, Q. L., Liu, D. K., Li, Y. P. Wang, D. F., Dynamic analysis of a large structure with artificial damping, *Shock Vib. Bull.*, N. 52, Pt. 4 (1982).
- 21 王文亮, Hurty-Craig 约束模态综合法的动力原理和它的一种变体, 复旦学报, 21, 2 (1982).
- 22 王文亮、陈康元, 惯性耦合法述评及其一般原理, 上海力学, 1(1982).
- 23 陈向钧、王文亮、张锦, 姚善莲, 环形超参元模型下实际轮盘的模态综合, 上海力学, 4(1982).
- 24 郑兆昌, 非线性系统动力分析的模态综合技术, 模态分析及信号处理(振动)国际会议(1982).
- 25 郑兆昌, 复杂结构振动研究的模态综合技术, 振动与冲击, 1(1982).
- 26 郑兆昌、谭明一, 非线性系统动态响应的数值计算方法, 中国力学学会全国非线性力学会议(1982).
- 27 王福荣、尹柏生, 自由界面模态综合法计算汽轮机叶片组的振动特性, 杭汽厂研究所(1982).
- 28 田千里, 具有离散阻尼器的结构动力分析, 固体力学学报, 2(1983).
- 29 恽伟君、朱农时、李林, 分层多级动态子结构法及其应用, 机械强度, 1(1983).
- 30 吴以世, 动态子结构假设形态综合法的数值计算问题, 振动与冲击, 4(1983).
- 31 张德文、刘国光、李军杰, 模态综合法中处理刚性子结构的技巧, 宇航学报(待发表).
- 32 张德文, 拟固定界面法—模态综合法的一种统一格式, 北京强度环境研究所(1983).
- 33 孙良新, 用子结构的凝缩阻抗分析结构的固有特性, 南京航空学院学报, 2(1980).
- 34 朱天国, 结构自由振动的子结构减缩阻抗综合法, 中国航空学会、中国力学学会振动理论及应用学术交流会(1981).

- 35 恽伟君、段根宝、胡仲根, 模态综合超单元法及其在船舶动态计算中的应用, 上海力学, 3, 4 (1982).
- 36 胡仲根、恽伟君、段根宝, 动态子结构法中的非线性特征值计算, 船舶工程, 2 (1982).
- 37 陆鑫春、R.W.卓费尔, 流体-结构相互作用的杂交子结构法, 振动与冲击, 1 (1982).
- 38 恽伟君、段根宝, 流固耦合振动的组合模态综合法, 中国造船学会成立四十周年论文集 (1983).
- 39 吴兴世, 飞机内部噪声分析中改进的自由界面模态综合法, 上海力学 (待发表).
- 40 吴兴世, 舵液容器水动弹性分析的伽辽金有限元——自由界面模态综合法, 固体力学学报 (待发表).
- 41 吴兴世、王文亮, 流-固耦振系统分析中的双协调动态子结构法, 中国航空学会飞机结构动力学第三次学术会议 (1983).
- 42 胡海昌, 参数小变化对本征值的影响, 力学与实践, 2 (1981).
- 43 胡海昌, 参数小变化对结构固有振动的影响, 上海力学学会学术报告 (1983).
- 44 陈塑寰, 退化系统振动分析的矩阵摄动法, 吉林工业大学学报, 4 (1981).
- 45 郑兆昌, 多自由度系统复模态理论的摄动法, 中国航空学会飞机结构动力学第三次学术会议 (1983).
- 46 恽伟君等, 流-固耦合振动及其弱耦合项摄动法, 上海交通部船研所学报, 1 (1984).
- 47 陈塑寰、关玉璞、黄敦朴, 汽车结构振动模态试验分析的矩阵摄动法, 中国机械工程学会汽车学会 (1983).
- 48 王文亮、杜作润, 弹性飞机在粗糙跑道上的滑行响应, 复旦学报, 3 (1980).
- 49 王文亮、杨洵之等, 弹性飞机在粗糙跑道上的滑行响应——非线性滑行阻尼振动的一种统计线化法, 上海科技文献出版社 (待出版).
- 50 胡海昌, 结构固有振动问题选讲, 中山大学讲义 (1982).
- 51 王文亮, 模态综合法概论, 武汉海工 (1980).
- 52 郑兆昌, 复杂结构模态综合技术, 清华大学 (1982).
- 53 王文亮、杜作润, 结构振动与动态子结构法, 复旦大学出版社 (待出版).
- 54 Serbin, H., Vibration of composite structures, *J. Aeron. Sci.*, 12, 1 (1945).
- 55 Sofrin, T. C., The combination of dynamical systems, *ibid*, 13, 6 (1946).
- 56 Hunn, B. A., A method of calculating the space free resonant modes of an aircraft, *J. Roy. Aeron. Soc.*, 57 (1953): 420.
- 57 MacNeal, R. H., Vibrations of composite systems, Report OSRTN-55-120, office of scientific research, Air research of scientific research and development command (1964).
- 58 Bishop, R. E. D., The analysis and synthesis of vibrating systems, *J. Roy. Aeron. Soc.*, 58 (1954): 526.
- 59 Hunn, B. A., A method of calculating the normal modes of an aircraft, *Quart. J. Mech. & Appl. Math.*, 8, Pt. 1 (1955).
- 60 Hurty, W.C., Vibration of structural systems by component mode synthesis, *ASCE J. Eng. Mech. Div.*, 85 (1960): 51.
- 61 ——, Dynamic analysis of structural systems using component modes, *AIAA J.*, 3, 4 (1965).
- 62 Irons, B. M., Eigenvalue economisers in vibration problems, *J. Roy. Aeron. Soc.*, 67 (1963): 526.
- 63 Guyan, R. J., Reduction of stiffness and mass matrices, *AIAA J.*, 3 (1965): 380.
- 64 Irons, B.M., Structural eigenvalue problems—elimination of unwanted variables, *ibid*, 3 (1965): 961.
- 65 Gladwell, G. M. L., Branch mode analysis of vibrating systems, *J. Sound Vib.*, 1, 1 (1964).
- 66 Hou, S. N., Review of modal synthesis techniques and a new approach, *Shock Vib. Bull.*, N. 40, Pt. 4 (1969).
- 67 Benfield, W.A., Hiruda, R.F., Vibration analysis of structures by component mode substitution, *AIAA J.*, 9, 7 (1971).
- 68 MacNeal, R. L., A hybrid method of component mode synthesis, *Comp. & Struct.*, 1 (1971): 581.
- 69 Hurty, W. C., Introduction to modal synthesis techniques, ASME (1971).
- 70 ——, Collins, J. D. Hart, G. C., Dynamic analysis of large structures by modal synthesis techniques, *Comp. & Struct.*, 1, 4 (1971).
- 71 Dowell, E. H., Free vibrations of a linear structure with arbitrary support conditions, *J. Appl. Mech.*, 38, 3 (1971).
- 72 Weinstein, A., Stenger, W., Methods of intermediate problems for eigenvalues, Theory and Ramifications, Academic Press (1972).
- 73 Benfield, W. A., Bodley, C. S., Morosow, G., Modal synthesis methods, Symp. Substruc. Testing and Synthesis, NASA Marshall Space Flight Center (1972).

- 74 Craig, Jr. R. R., Bampton, M. C. C., Coupling of substructures for dynamic analysis, *AIAA J.*, **6**, 7 (1968).
- 75 ASME, Symthesis of Vibrating Systems, Winter Meeting (1971).
- 76 Klein, L. R., Dowell, E. H., Analysis of modal damping by component modes method using Lagrange multipliers, *J. Appl. Mech.*, **41** (1974) : 527.
- 77 Hasselman, T. K., Kaplan A., Dynamic analysis of large systems by complex mode synthesis, *J. Dynamic Systems, Measurement, and Control, Trans. ASME.*, **96**, Ser. G (1974) : 327.
- 78 Craig, Jr. R. R., Chang, C-J., Substructure coupling with reduction of interface coordinates-fixed-interface methods, TICOM Rep. 75-1, Texas Institute for Computational Mech., The Univ. of Texas at Austin (1975).
- 79 ——, Methods of component mode synthesis, *Shock Vib. Dig.*, **9**, 11 (1977).
- 80 Nelson, F. C., A review of substructure analysis of vibrating systems, *ibid*, **11**, (1979).
- 81 Greif, R., Wu, L., Substructure analysis of vibrating systems, *ibid*, **15**, 1 (1983).
- 82 Hintz, R. M., Analytical methods in component modal synthesis, *AIAA J.*, **13**, 8 (1975).
- 83 Rubin, S., Improved component-mode representation for structural dynamic analysis, *ibid*, **13**, 8 (1975).
- 84 Craig, Jr. R.R., Chang, C.-J., Substructure coupling for dynamic analysis and testing, NASA CR-2781 (1977).
- 85 Chang, C.-J., A general procedure for substructure coupling in dynamic analysis, Ph. D. Dissertation, The Univ. of Texas at Austin, Austin, TX (1977).
- 86 Arora, J. S., Nguyen, D. T., Eigensolution for large structural systems with substructures, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, **15** (1980) : 333.
- 87 Craig, Jr. R.R., Chang, Y.-T., A generalized substructure coupling procedure for damped systems, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. (1981).
- 88 Ross, D. F., A finite element analysis of parallel coupled acoustic systems using subsystems, *J. Sound Vib.*, **69**, 4 (1980),
- 89 Nelson, H. D., MacCormack, W. L., Transient analysis of rotor-bearing systems using component mode synthesis, ASME Paper 81-GT-110 (1981).
- 90 Kukreti, A. R., Feng, C. C., Dynamic substructuring for alternating subsystems, *ASCE J. Engrg. Mech. Div.*, **105**, (EM5) (1979).
- 91 Cromer, J. C., Lalanne, M., Bonnecase, D., Gaudriot, L., A building block approach to the dynamic behavior of complex structures using experimental and analytical modal modeling techniques, *Shock Vib. Bull.*, U. S. Naval Res. Lab., Proc. 48, Pt. 1 (1978).
- 92 Dowell, E.H., Component mode analysis of nonlinear and nonconservative systems, *J. Appl. Mech.*, **47** (1980) : 172.
- 93 ——, Component mode analysis of a simple nonlinear nonconservative system, *J. Sound Vib.*, **80** (1982) : 233.
- 94 Meirovitch, L., Hale, A. L., A general dynamic synthesis for structures with discrete substructures, *ibid*, **85** (1982) : 445.
- 95 Bathe, K.J., Gracewski, S., On nonlinear dynamic analysis using substructuring and mode superposition, *Comp. & Struct.*, **13** (1981) : 699.
- 96 Dodds, R. H., Loper, L. A., Substructuring in linear and nonlinear analysis, *Int. J. Num. Meth. Engrg.*, **15** (1980) : 583.
- 97 Kubomura, K., A theory of substructure modal synthesis, *J. Appl. Mech.*, **49**, 4 (1982) .
- 98 Klosterman, A. J., Lemon, J. R., Dynamic design analysis via the building block approach, *Shock Vib. Bull.*, **42**, 1 (1972) .
- 99 Wittrick, H. W., Williams, F. W., A general algorithm for computing natural frequencies of elastic structures, *Quart J. Mech. & Appl. Meth.*, **24**, 3 (1971) .
- 100 Leung, Y-T., An accurate methods of dynamic condensation in structural analysis, *Int. J. Num. Meth. Engrg.*, **12**, 11 (1978) .
- 101 Kuhar, E. W., Stable, C. V., Dynamic transformation method for modal synthesis, *AIAA J.*, **12**, 5 (1974) .
- 102 Leung, Y.T., An accurate method of dynamic substructuring with simplified computation, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, **14** (1979) : 1241,
- 103 Voros, W. S., Sandstron, R. E., An extension of component mode synthesis and its application to ship vibrations, Proceeding of EUROMECH Colloquium 122, Sept. (1979) .

- 104 Unruh, J. F., Finite element subvolume technique for structural borne interior noise prediction, *J. Aircraft*, 17 (1980): 434.
- 105 Bishop, R. E. D., Gladwell, G. M. L., Michalson, S., The Matrix Analysis of Vibration, Cambridge Univ. Press (1965).
- 106 Thomson, W. T., Theory of Vibration with Applications, Second Edition, Prentice-Hall (1981).
- 107 Meirovitch, L., Computational Methods in Structural Dynamics, Sijthoff-Nordhoff International Publishers, Alphen aan den Rijn, The Netherlands (1980).
- 108 Donea, J., Advanced Structural Dynamics, APPLIED SCIENCE PUBLISHERS LTD LONDON (1980).
- 109 Craig, Jr. R. R., Structural Dynamics—An Introduction to Computer Methods, John Wiley & Sons Inc. (1981).

ADVANCES OF DYNAMIC SUBSTRUCTURAL METHOD

Wang Wen-Jiang Du Zuo-run
(Fudan University, Shanghai)

Abstract

This paper reviews the developments on substructural analysis of vibrating systems in China. Among the contents are strategy thought, basic steps, efficiency, superiority, achievements, advances, and expectation.

(上接第133页) 论,是否针对某些特殊的的具体问题,关于塑性的一些研究有活跃起来的趋势。

有限元方法的文章相对地讲不多。Keiller 在统计资料中表明,有限元、数值模拟和分析工作约占1/3。在工业界,有限元法的比重较高一些。这可能预示,它已相对地成熟。

在裂纹和断裂方面,较多的工作是考虑到各种材料的特性的断裂现象的力学研究。

结构的稳定性和振动方面的研究报告占相当大的比重,吸引的人也不少。

波动方面,关于超声及其用于探测的理论和实验,颇引起相当大一部分会议参加者的兴趣。

V. 对会议一些总的印象

作为一个国际大会,会议组织委员会力图反映会议的国际色彩。专题报告请在该专题领域里有一定成绩的国家的专家发言。但从实际效果看,美国确实在较多的领域里有比较深入的工作和广泛的影响。

会议规模虽然很大,但会议进行得相当活跃。特别是讨论,无论是分组大会,或小会或墙报讨论会(Poster Session),气氛都是很活跃。在这点上,从教授到在学研究生,地位平等,互相尊重,相互切磋,问题每每击中要害。

从会议的情况看,我国的力学研究学术报告是相当活跃的,涉及领域也相当广泛。加之中国力学界前辈对力学发展曾做出的一些有影响的贡献,中国代表在会上是受人注意的。但从发展上来看,总的感觉是,我们还需要在学术研究前沿,在有影响和广泛的领域里,努力做出有份量、有突破性、自成学派的工作。

会议决定:下届大会(ICTAM)于1988年在法国举行,下届IUTAM执行主席为英国M.J.Lighthill。