水 波 的 能 量

〔英〕 布列斯特大学数学系 D. V. Evans

1. 引言

"我认为，利用水波能量是可以实现的，并具有经济价值。但我并不想过多地占用你们宝贵的时间，或许，在你们之中没有多少人对这个题目特别感兴趣。"

这是约 90 年前在讨论 Stahl(1892)给美国机械工程学会（ASME）的"利用海洋波能"的长篇论文时 Stodder 讲的一番话。这段话的最后一句在当时看来大概是对的，现在，几乎没有人会承认自己对用取之不尽的洁净能源取代日益枯竭的煤和石油这件事无动于衷。恰恰相反，在日本，挪威，特别是在英国，正在进行大规模的研究，它们的政府投资于各种不同的波能装置，并支持搜集波浪资料、锚定、传动、环境问题等方面的工作。尽管经济概算的许多方面后来大大削减了，关于到1978年为止英国波能计划的第一份完整的报告可在 Quarrell（1978）的文章中找到。

自 Salter（1974）在自然杂志上发表了一篇文章后，波能作为潜在的大规模能源的思想从此"复活"了。Salter 的文章描述了他在爱丁堡大学一个狭窄的波槽中进行的凸轮柱摆动的实验。该柱体的轴架在波槽上，它的后部是圆形的，所以因入射正弦波引起的摆动不会在它后面产生波；它的前部加工成能适应于邻近水的质点在波场中进行圆周运动形状。大家知道，"鸭子"[1)]的运动要受到与速度成正比但方向相反的逆向力矩的阻碍，所以力矩和角速度的乘积在一个周期内的平均值同入射波能大致相当。据报道，其效率超过了 80 %。Salter 的文章发表在石油输出国组织（OPEC）宣布油价大幅度上涨的时候，它无疑会促使政府采取措施。不到两年，英国就积极地执行波能计划了。

1974 年以前，日本人 Y. Masuda 发明了能自己供电的浮标灯，小规模的波能利用以这种形式成批生产。其设计思想是让浮标内的水柱同波的频率发生共振。水驱动空气流过一个收缩段，里面装有同发电机相连的空气涡轮机。参照以往的波能系统，Mc Cormick（1974）对 Masuda 浮标进行了理论分析。此后，振动水柱的概念被包括 Vickers 组，格拉斯哥的国立工程实验室，Belfast 的女王大学等设备组大量采用。与这些装置不同的有所谓"终端"装置，它通常由具有一个垂直对称轴的单一大型元件组成，Salter"鸭子"也包括在内，一串"鸭子"依靠这种装置绕着一根长的中脊振动。英国 Coventry 的 Lanchester 工学院发明的"蛤式"装置，Christopher Cockerell 爵士发明的浮动铰接筏及作者发明的 Bristol 潜柱的思想也都属于这一类。后二种装置不是连成一体的，而是一排彼此间隔的装置，其目的与"终端"装置相同，即要在一个循环中尽可能地多吸收能量。同上述装置不同的还有"阻尼"装置，它是带有与波峰垂直的长轴的细长铰接结构或可变形结构，其中最著名的也许是英国 Lancaster 大学 M. J. French 教授提出的可变形囊的想法。在这种装置中，利用可变

1）鸭子即 Salter 凸轮的别名。——译注

形橡胶段的变形驱动空气流过装在结构中心部分的涡轮机，从而不断吸收能量。

本文不打算讨论已经提出来的所有波能装置。Quarrell（1978）的文章对大部分这些已经提到的装置或其他装置作了详尽描述，

下面主要讨论从波浪中提取能量的各种理想化装置的流体动力学性质。由于求解不规则波浪中（可能是）铰接结构物的全部运动方程组很困难，所以需要理想化。因此，所有解释和预测吸能结构物在波浪中的行为的理论都假设波高和波的陡度足够小，以便应用经典的线性化水波理论。此外，还假设物体的运动足够小，可以用线性化物体动力学，因此，比如说，物体边界条件可以应用于物体的平衡位置，而不是应用于物体的瞬时位置。第2节概述所得的线性化方程。第3，4节综述二维和三维情况的理论结果，第5节讨论若干补充课题，包括非线性的能量输送系统的理论分析和进行波能研究的某些实验流体动力学。

2. 基本方程

大部分波能机械同小船那样大小的大型结构物的运动有关，因此，所涉及的流体动力学与船舶流体动力学理论所要求的相同。基本的差别在于波能机械通常是铰接的，其前进速度为零，当然，它还有从其邻近的波场中吸收能量的能力。尽管如此，Wehausen（1971）或Newman（1977, Ch.6）所描述的浮体运动理论为波能吸收器的研究提供了非常宝贵的起点，这里仅简述基本方程。

假设流体是不可压、无旋、无粘性的，所以存在调和速度势 $\phi(x,y,z,t)$。要选取笛卡儿坐标 x,y,z 使 $z=0$ 的平面是未扰动的自由面。对周期为 $2\pi/\omega$ 的运动，其速度势可写为

$$\Phi(x,y,z,t)=\mathrm{Re}\{\phi(x,y,z)\exp(i\omega t)\} \qquad (2.1)$$

线性化自由表面条件为

$$k\phi+(\partial\phi/\partial z)=0 \quad 在\ z=0\ 上，\ k=\omega^2/g \qquad (2.2)$$

在深水中，假设当 $z\to\infty$ 时，ϕ 和 $\nabla\phi\to 0$。有限水深时的修正是简单的，通常是乘一个双曲函数的因子。振幅为 A，方向与正 x 轴成 β 角的行波的调和势可以写为

$$\phi_0(x,y,z)=gA\omega^{-1}\exp(ikx\cos\beta+iky\sin\beta-kz) \qquad (2.3)$$

如果波能结构物是铰接的，则其简谐运动可以在其六个自由度和附加自由度中的任一自由度或全部自由度内发生。总的速度势通常可表达为

$$\phi=\phi_s+\sum U_n\phi_n$$

其中 ϕ_s 描述了 ϕ_0 对固定结构物的影响，而 ϕ_n 表示相应于某一可能自由度内有一单位速度的强迫运动的辐射势。每一个调和势 ϕ_s 和 ϕ_n 是边值问题的解，它不仅满足方程（2.2），而且还满足物体上的条件和远离物体处的条件。用未知的复速度振幅 U_n 求出作用在结构物上的流体动力合力之前，必须先解出这些调和势。知道了动力学的和流体动力学的强迫项之后，再解结构物运动方程，并确定平均吸收功率。

水波的能量　对于由方程（2.3）给出的规则平面波的情况，计算流过平行于波峰的垂直平面的平均能量，可导出每单位波峰长度上的平均功率，其结果为

$$P_w(\rho gA^2/2)\times(g/(2\omega))=\rho g^2A^2/(4\omega)$$

对深水而言，它是能量密度 E 和群速 c_g 的乘积。对于沿着平行于入射波峰方向排成一行的长装置和横跨波槽整个宽度的装置来说，可以简单地把功率吸收效率 η 定义为：每单位长度上装置所吸收的总的平均功率与每单位波峰长度的平均入射功率 P_w 之比。对于孤立的三维

装置而言，俘获宽度或吸收长度是合适的量，它的定义为：所吸收的总平均功率 P 和 P_w 之比。对于沿 y 轴放置的长度为 $2L$ 的一行三维吸能器而言，可以把效率 η 定义为

$$\eta = P/(P_w 2L\cos\beta) = l/(2L\cos\beta)$$

若该入射波与装置所在的线相交，分母为平均能流在入射波方向的分量，而分子却是所有装置所吸收的总的平均功率。这个定义不是完全令人满意的，因为对于波沿接近于 y 轴的方向传播即 $\cos\beta = 0$ 时，式中的 P 仍大于零，该定义导致难以理解的结论。对于装置组来说，用俘获宽度是较合适的。

不规则波浪　由海面观察清楚地知道：在任何时刻，不同振幅、周期、波长和方向的波共存。海面的数学模型假定为具有随机分布位相、不同振幅、不同频率、不同方向的波列的无穷叠加。利用快速富氏变换方法，在海平面上某点测到的数据可以被转换为一维能谱 $S(\omega)$，其中 $\sqrt{2S(\omega)\delta\omega}$ 是对应于频率 ω 的波幅，因此，总能量密度是 $E = \rho g\int_0^\infty S(\omega)d\omega$。每单位波峰长度上总平均功率是

$$P_w = \frac{1}{2}\rho g^2\int_0^\infty \omega^{-1}S(\omega)d\omega \tag{2.4}$$

二维谱 $S(\omega,\theta)$ 提供了波场更符合实际的测量数据，通常是把"分布函数"用于一维谱 $S(\omega)$ 中加以模拟的。可以把（2.4）推广为入射于一个点上的平均功率，即在每单位波峰长度上把所有频率和方向的功率叠加起来的平均功率

$$P_w = \frac{1}{2}\rho g^2\int_0^\infty\int_{-\pi}^{\pi} \omega^{-1}S(\omega,\theta)d\theta d\omega$$

于是，一个孤立的装置所吸收的总平均功率是

$$P = \int_0^\infty\int_{-\pi}^{\pi} \omega^{-1}S(\omega,\theta)l(\omega,\theta)d\theta d\omega$$

其中 $l(\omega,\theta)$ 是该装置的俘获宽度。对于长为 $2L$，沿 y 轴放置的一排装置，可以定义通过装置的平均功率，因此海洋效率是

$$\eta = \int_0^\infty\int_{-\pi}^{\pi} \omega^{-1}S(\omega,\theta)l(\omega,\theta)d\theta d\omega \Big/ \int_0^\infty\int_{-\pi}^{\pi} \omega^{-1}S(\omega,\theta)2L\cos\theta d\theta d\omega \tag{2.5}$$

上面的推导中隐含着线性叠加的假设，这个假设允许我们从来自某一方向的单色规则波的效率和俘获宽度的知识去推断在不规则海洋中的性能。

尽管定向波的完整资料很少，而且通常要根据波浪、气候的综合因素才能证明所用模型谱是否适用（Hogben 1978），但 Pierson & Moskowitz（1964）给出的、用余弦定律分布函数修正过的最通用经验谱函数适用于充分发展了的海洋波浪。不管数学表述的精确程度如何，能得到可观的能源是毫无疑问的。最近的估算认为在苏格兰西海岸数公里以外，每年平均入射功率密度约为 50kW/m。

3. 二维理论

虽然波能机械在三维空间中运转，但人们对建立二维吸能器的振动理论有相当大的兴趣。这一方面是由于这种受到约束的运动比较简单，另一方面是为了给 Salter（1974）在狭波槽中完成的原始试验提供一个理论根据。这种近似方法在船舶流体动力学中是极其平常的，并且是估算整个三维船壳水力学性能的"条带"法的基础。

对于在窄波槽中按单一自由度振动的任意形状柱体并从规则的平面入射波中吸能的情况，Mei（1976），Evans（1976）和 Newman（1976）仅利用了不存在入射波时这种柱体造波特性，独立地得到了它的功率吸收效率的表达式。

值得注意的是，不需要考虑流体运动和物体运动之间精确的耦合，只要柱体以与入射波相同的频率谐振，即可决定其**最大**的功率吸收效率。

Evans（1976），Newman（1976）只利用了波的远场特性就证明了这一点。于是Evans（1976）根据平均能流定义效率 η，使 $1-\eta$ 是由振动体往外辐射的平均能流与入射平均能流之比。从而

$$\eta=\gamma-\gamma^{-1}|A_{+}\alpha^{*}-\gamma|^{2} \tag{3.1}$$

其中 $\gamma^{-1}=1+|A_{-}/A_{+}|^{2}$，$\alpha=\omega U_{0}/(gA)$，* 号表示复共轭，$A_{+}$ 和 A_{-} 分别为向上游（与入射波反方向）和向下游辐射的波的复振幅，这种波是在没有入射波时由柱体以单位振幅的速度在吸能模式中强迫振动产生的。U_{0} 是在诱导运动中柱体速度的复振幅，到目前为止，这个量还是未知的，以后将通过流体和物体耦合的运动方程来定。（3.1）取自 Evans（1976，方程（3.7）），符号略有不同。Newman(1976，方程(62))利用 Kochin函数得到了相同的结果。

导出（3.1）的关键是 Newman 关系（Newman 1975）

$$RA_{+}^{*}+TA_{-}^{*}+A_{+}=0 \tag{3.2}$$

它把强迫运动的 A_{+}，A_{-} 同入射波中固定柱体通常的复反射系数 R 和复透射系数 T 联系起来了。

从（3.1）得出，如果柱体的速度选择得使 $A_{+}\alpha^{*}=\gamma$，则

$$\eta_{max}=\gamma \tag{3.3}$$

这就是特定柱体在该自由度内振动所能达到的最大效率。但是 γ 仅依赖于没有入射波时柱体的造波性能。这解释了为什么 Salter“鸭子”达到了高效率，因为它的圆形尾部的断面保证了 $|A_{-}/A_{+}|\ll 1$ 和 $\gamma\approx 1$。（3.3）也表明，对于围绕对称轴振动的物体来说，$|A_{+}|=|A_{-}|$，$\eta_{max}=1/2$。由（3.1）知，要达到 $\eta_{max}=1$，必须有 $A_{-}=0$，$A_{+}\neq 0$，且从（3.2）得 $|R|=1$，因而 $T=0$。因此，在一个自由度内振动的柱体欲达100%的效率，其必要条件是该频率的入射波全部为它所反射。物理上这可以作如下的解释：在特定频率下，吸能柱体的全部运动可以写为两种波动之和：被（固定）柱体全部反射的入射波，加上由柱体诱导的运动产生的与入射波同向，振幅为 CA_{+} 的波。这里的 C 是一个依赖于柱体和流体的耦合运动的复常数。只要保证 $CA_{+}+R=0$，便可消除柱体向外传播的波浪，这显然是可以做到的，这样一来，就有 100% 的效率。

这一点已经为 Cocklin（1977；还有 Martin，1977，私人通信）从理论上加以证实。他指出：一个半浸于液体的能绕长轴上一点（不是中心点）转动的椭圆柱在某些频率下效率可为 100%。

Mynett 等（1979）计算了各种“鸭子”的 A_{+}，A_{-}，R，T，并注意到了类似的结果。他们发现，对于后部的圆相切于而不是相交于平均自由面，前部与自由表面相交成 45° 角的“鸭子”来说，在某些频率下，$|R|=1$，$T=0$，$A_{-}=0$。这种特殊形状的“鸭子”可以解释为什么在某些频率下的 $T=0$，但对 Cocklin 所研究的对称椭圆柱来说，T 可以变为零是不容易接受的，因为一般认为，对部分浸在水中的船壳来说，R 和 T 随频率单调地变化（Mynett 等

1979, p. 16)。

从远场近似导出的二维物体效率的某些更有用的关系式是：在最大效率时，

$$|R_1| = 1-\gamma \qquad |T_1| = \gamma^{1/2}(1-\gamma^{1/2}) \tag{3.4}$$

其中R_1，T_1是它从入射波中吸收能量时的复反射系数和复透射系数。

现在可通过强迫运动实验来选择有效的柱体形状，这种形状在感兴趣的频率范围内满足$|A_-/A_+|\ll 1$。此外，当它通过适当的机制吸收能量时，测出其$|R_1|$和$|T_1|$并和(3.4)比较之，便可看出这种运动与最佳效率情况接近的程度。

关于最高效率的结果(3.3)完全是从波的远场特性导出的。从考虑作用在柱体上的由波诱导产生的压力出发，即使仍然不知道柱体与流体耦合的详细情况也能导出这一结果。这种方法也可以容易地推广到三维情况，它首先由Ambli等(1977)对三维问题加以描述，以后Evans(1980a,b)同时把它用到二维和三维的情形中去。尽管能够证明他们的假定等价于所需的唯一的假设，即柱体对波浪的响应是简谐振动。Mei(1976)和Evans(1976)也得到了同一结果，但只是首先对柱体约束作了假定之后才得到。为柱体所吸收的总平均功率是

$$P = \frac{1}{8}\frac{|\chi_s|^2}{B} - \frac{1}{2}\left|U_0 - \frac{1}{2}\frac{\chi_s}{B}\right|^2 B$$

其中χ_s是作用在(固定)柱体上的激励力的(复)振幅，该力是由振幅为A的入射波产生的，其方向为柱体在自由吸收能量时的运动方向；B是阻尼系数或辐射系数，是在具有复速度振幅U_0的吸能模式中为维持简谐运动而对柱体所作功的平均功率的一种度量，事实上，这个量正好是$(1/2)B|U_0|^2$；χ_s和B都是频率的函数，因为它们在船舶流体动力学理论中起重要作用，所以各种不同的船壳的χ_s和B已经进行了计算。

利用二维的Haskind关系(Newman 1976)时，(3.1)和(3.5)之间的联系变得清楚了，

$$\chi_s = \rho g A A_+ L \tag{3.6}$$

用Green定理导出的结果是

$$B = \frac{1}{2}\rho\omega(|A_+|^2 + |A_-|^2)L \tag{3.7}$$

其中L是波槽和柱体的宽度。

(3.6)是激励力同在入射波反方向上装置的兴波能力之间的关系，而(3.7)则是阻尼系数和由于强迫运动而从柱体往外辐射的能量之间的关系。这些关系式表明：条件$A_+\alpha^* = \gamma$完全等价于关系式

$$U_0 = \frac{1}{2}\frac{\chi_s}{B} \tag{3.8}$$

由此得出最大平均功率

$$P_{max} = \frac{1}{8}\frac{|\chi_s|^2}{B} \tag{3.9}$$

而且，从(3,6)，(3,7)可知

$$|\chi_s|^2/B = 8P_w L\gamma$$

其中$P_w = (1/4)\rho g^2 A^2/\omega$是每单位波峰长度上平面正弦行波的平均功率。

由此立即可得与前面结果一样的

$$\eta_{max}=P_{max}/(P_{\omega}L)=\gamma$$

由（3.8）立即可得的一个结论是：具有最高效率时，物体的速度必须与激励力（而不是总的流体动力）同相。Falnes & Budal（1978）已经直接把这个结论用来改进一个振动浮标波能装置的性能。他们的想法是：在一个周期中阻滞浮标的运动，然后在适当的时候使它继续运动，从而迫使浮标速度的位相与激励力的位相一致。他们已经用这种方法极大地增加了浮标的运动从而得到了较大的功率。该方法有一个困难，就是如何从合力中间区分出激励力，在不规则波浪中大概也会有这一问题。所产生的方波（而不是正弦状速度-时间曲线）如何满足在简谐运动假设下导出的准则，这一点也是不清楚的。然而这种所谓"锁相"技术正在引起很大兴趣并作为英国波能计划的一部分进一步加以研究。

70 年代初期，美国 D. Jones 发明波能浮标之后才提出了这一想法（W. S. Pope 私人通信），这是令人感兴趣的。

运动方程 我们认为对应于最大功率时的最佳速度是可以达到的，但到目前为止还没有涉及真实物体动力学。除了少数例外情况，作者对提取能量装置作了线性化物体动力学的假设。对于坐标为 $\xi(t)$ 的单自由度的运动，假设每单位宽度质量为 m 的柱体相对于某一固定轴运动，其运动受到浮标恢复力或和机械约束力滞止，浮标恢复力与位移成正比，其比例常数为 k，机械约束力与速度成正比，其阻尼常数为 d，于是

$$m\ddot{\xi}(t)+d\dot{\xi}(t)+k\xi(t)=F(t) \qquad (3.10)$$

其中 $F(t)$ 是每单位柱体宽度在运动方向的流体动压力。把 $F(t)$ 改写为

$$F(t)=F_s(t)+F_R(t)=\mathrm{Re}(\chi_s e^{i\omega t})-M\ddot{\xi}(t)-B\dot{\xi}(t)$$

利用（3.6），（3.7）得出

$$\eta(\omega)=\frac{4\omega^2 dB\gamma}{[k-(m+M)\omega^2]^2+\omega^2(d+B)^2} \qquad (3.11)$$

其中 $F_s(t)$ 是作用在固定柱体上的激励力，$F_R(t)$ 是由柱体运动诱导的力，它用依赖于频率的附加质量（M）和阻尼系数（B）来表示，由于存在流体，附加质量显然使断面的惯性增加。

由（3.11）可知，当

$$k=(m+M(\omega_0))\omega_0^2, \qquad d=B(\omega_0) \qquad (3.12)$$

时，柱体被"调谐"到入射波频率 $\omega_0/(2\pi)$。第一个条件意味着它处于共振状态，第二个条件意味着提取能量速率 $(1/2)d|U_0|^2$ 等于辐射阻尼的变化率 $(1/2)B|U_0|^2$

由于当 $\omega=\omega_0$ 时，（3.12）满足，所以 $\eta_{max}=\gamma$ 与（3.3）一致。因此，估算特定柱体的 $\eta(\omega)$ 需要其流体动力学量 B，M，A_+，A_- 等的有关知识。虽然对于对称的船壳形体来说，这些参数是已知的，但对于能作高效吸能器的非对称柱体只进行过很少量的计算。

有显式解析解的一个例外情况是"蛤式"波能装置，它是从"鸭子"的设想发展而来的，是另一种"终端"装置。鸭子绕着旋转的长中脊为一个长的垂直矩形柱所代替，而鸭子则被沿着下缘与后面部分铰接的垂直平板所代替。入射波使前面的平板横摇，而后面的平板保持相对静止。每一块前板的运动压缩一个装有空气的软囊，从所有这些软囊中出来的气流驱动安装在结构物内的涡轮机。

用一块薄的垂直平板代替后面部分就得到了一个简单的"蛤式"模型。尽管"蛤式"模型是一种铰接结构物，但我们仍然可以用上述方法去处理，在一个狭波槽中运转的二维"蛤式"装置的最大效率仍为 $\eta_{max}=\{1+|A_-/A_+|^2\}^{-1}$。由于模型装置的几何形状简单，$A_+$，$A_-$ 可作为下面两个不同问题的解之和以显式加以确定。第一个问题是单个铅垂平板围绕它的下缘横摇，其远场解由 Ursell（1948）给出；第二个问题是在平板下缘下面没有流动时平板绕下缘横摇，第二个问题特别简单，用 Havelock（1929）的造波机理论就能解决。于是，Evans（1980b）发现

$$A_\pm=S\pm A$$

其中

$$\frac{A}{a^2}=\pi i\left\{\pi I_1(ka)-iK_1(ka)\right\}^{-1}\left\{\frac{1}{2}-\frac{1-ka}{ka}\left[I_1(ka)+L_1(ka)\right]\right\}$$

$$s/a^2=2i(e^{-ka}-1-ka)/(ka)^2 \tag{3.13}$$

这里$k=\omega^2/g$，a 是板的吃水深度，I_1，K_1是修正的 Bessel函数，L_1是修正的Struve函数。

Hurdle（1979）对包括B和M在内的"蛤式"装置的其他流体动力学性质作了研究，给出了各种不同频率下效率与波数关系的曲线和由（3.3），（3.13）计算的最大效率的包络线。

Kotik（1963）给出了单板横摇问题的M，B 值，它使 Evans（1976）能够计算横摇垂直平板吸能器的η。当然，它的最高效率是50%。Evans 还根据 Frank（1967）给出的B，M的结果，进一步提出了半沉圆柱在起伏或横摆时的效率曲线。

Kan（1979）已经计算了非对称柱体包括"鸭子"的效率。他把许多不同的吸能柱体的起伏或横摇状态的最高效率进行了比较，其中也包括"鸭子"和有垂直边和水平边的、既可以加上直线形成三角形，又可以加上圆弧形成凹的或凸的图形的这样一组柱体在内。所用的方法是 Frank（1967）的源汇法。由物理上的原因可以期望，当 $ka\to0$ 时"蛤式"装置和这些非对称柱体的 η_{max} 都趋于 1/2；而当 $ka\to\infty$时，$\eta_{max}\to1$。Kan 考虑的情况中，哪一个也没有使T同时趋于零，因此，对于所有波长情况，$\eta_{max}<1$。Kan 研究了由扇形和三角形或扇形和凹扇形组成的柱体，并把它们横摆运动的最高效率与"鸭子"作了比较，发现每种情况都是"鸭子"更好些，且与是选扇形的半径还是选柱体面积的平方根作为参考长度无关。

Count（1978a）也对不对称柱体作了研究，他采用了推广的多极法，该方法首先是由 Ursell（1949）用来解半沉圆柱体的流体动力性能的。该方法的思想是由一组奇性势来构造问题的解，该奇性势的奇点在柱体内，且满足除了该柱体上的边界条件以外的问题的所有边界条件，这些条件提供了以乘在势函数前面的因子作为未知数的无穷方程组，可以用截断方法求解。Count 把这种方法应用于"鸭子"，得到了M，B，η 对标称频率 $\Omega=\omega/\omega_0$ 的曲线，其中ω_0为调谐频率。效率曲线与 Salter 等人（1976）的实验值符合得很好。对于由一对浮筒组成的筏也进行了类似的计算，筏的整个结构是长短轴之比为 10：1 的半椭圆，其中一个浮筒相对于另一个等长度的固定浮筒转动。Count 指出，尺寸差不多的"鸭子"和"筏"，它们的效率非常相似。由（3.11）可以看出，接近于共振时，如果$\gamma\approx1$，效率近似等于 $4dB/(d+B)^2$，原来，"鸭子"和"筏"两者的阻尼系数B也是很相似的。Count 认为，在确定波能结构物的频带宽度时，$B(\omega)$是一个重要的参数。任一给定柱体的阻尼系数通常在某一频

率，比如说 ω_0，有最大值。由于B是无量纲参数 $\omega^2 a/g$ 的函数，其中 a 是柱体典型的直径，所以选定了与 ω_0 相符的主波频率就确定了柱体的尺寸。如果可能，外部的阻尼常数 d 应该选择得使 $d = B(\omega_0)$，以确保在 ω 接近于但不等于 ω_0 时效率下降最少。

由于 $B'(\omega_0) = 0$，所以

$$\eta(\omega) \approx 1 - \left(\frac{d - B(\omega_0)}{d + B(\omega_0)}\right)^2 + O(\omega - \omega_0)^2$$

这表明，如果 $d \doteq B(\omega_0)$，那么选择较高的d值比选择较低的d值更好些，因为对于$d/B > 1$的情况，效率 $\eta(\omega)$从它的最大值下降得不是那么快。如果$d = B(\omega_0)$，则进一步的展开式给出

$$\eta(\omega) \approx 1 - (\omega - \omega_0)^4 \left\{\frac{B''(\omega_0)}{4B(\omega_0)}\right\}^2$$

它要求阻尼系数在它的最大值附近又大又平坦，以保持宽频带效率曲线。

对于多自由度系统的情况，标量方程（3.10）要用未知位移的方程来代替。于是系数 M，B 成了矩阵，其对角线元素代表每一个运动模式通常的附加质量和阻尼系数，非对角线元素描述了不同运动之间相互作用的流体动力学辐射力。虽然在一般情况下不知道如何使所吸收的功率达到最大，但该系统所吸收的功率仍可由每一个吸能模式所吸收的功率之和来进行计算。

虽然 Count 主要关心单自由度模式，但他朝着解决多模装置或铰接装置的最佳功率吸收的一般问题前进了一步。特别是他不仅解出“鸭子”围绕中心横摇这种能量吸收模式的效率，而且解出了整个“鸭子”自由地起伏、横摆、横摇运动的效率。效率曲线表明在所考虑的频率范围内效率有急剧的下降，这说明运动的额外诱导模式会产生向外辐射波的效果，因而功率吸收随之下降。Count 没有给出计算的细节，他强调对这种四个自由度情况他不打算求最佳效率，对单个自由度情况用相同的参数进行了计算。后来，Salter（1978）做了实验，证实了会出现效率的严重下降。他也指出，通过改变许可的起伏和横摆量的大小，确实能够提高效率。这是由于起伏和横摆模式所产生的波列与反射波透射波发生了有利的相互作用。Count 发现，允许两个浮筒组成的筏子系统以四个自由度运动时其性能也同样要下降。

从 Count 的工作中学到的经验是：单个自由度断面在窄波槽中的试验会产生虚假的高效率；一般地说，如果真实的运动包含没有功率吸收机制的附加自由度，效率就会下降。有三个振动自由度、一个功率抽取模式的“鸭子”的全面最优化已经由 Jeffery（1980）用控制论方法进行研究。他用有限的常微分方程组代替无穷维的流体-结构物系统，并利用 Pontryagin 最大原理证明，仅仅测量角速度就能给出关于提取最佳功率的足够的资料，不需要测量起伏速度和纵摆速度。

在英国国立海洋学院已经进行了计算机模拟（Standing 1978），为朝着解决整个问题的方向前进了一步。这个名叫NMI波的程序已经用于一串“鸭子”，并且证实，允许中脊移动时效率下降。但至今没有证实为 Salter 的实验所预言的效率可能增加的结论。Katory（1977）和Katory 等（1979）已经描述了一种类似的数值计算方法。在这两种情况下，流体动力系数由流体中和结构物上的速度势来确定，而速度势则是用 Frank（1967）详细描述的源汇法获得的。用这种方法，结构物上的速度势用基本的波源分布来表达。利用物体上的边界条件导出的积分方程，在求解时用一等价的代数方程组来代替。对于吸收波能所需要的适

中的频率，该方法很有效，但是对于浮于表面的物体，由于有同辅助的内部边值问题有关的所谓不规则频率出现（例如，参看 Ogilvic & Shin(1978)），这个方法是麻烦的。

Haren & Mei（1979）应用浅水中有效的长波近似，已经提出了一种适用于由任意数目的筏子铰接起来的二维 Cockerell 筏子组的方法。在某一特殊情况下，利用完全线性的方程组和由Bai & Yeung（1974）所述的混合元方法，检验了这个假设。采用这个方法时，在物体附近用有限元近似，而在其他地方则用解析表达式。匹配条件包括由局部变分原理引出的两个自然边界条件。Haren & Mei（1979）在最优化研究方面比其他作者更深入一步，他们在模型中还考虑了诸如增加筏子长度使造价增加等方面的经济上的约束条件。

前面已经提到，在 Mynett 等（1979）的早期文章中已把混合元方法应用于一个自由度以上的"鸭子"。他们再次断言，当"鸭子"既有横摇又有起伏和横摆时，其效率下降。

所有上述这些理论研究工作的困难有两个方面，既要精确地模拟必要的复杂波能机械，又要预见最优化方法。例如，设想多到 25 个"鸭子"安装在一刚性的中脊上，每一个"鸭子"都能对其附近的不规则波浪有所响应；再如，一个全尺寸的筏子组，因在相邻的筏子之间留有间隙，所以必定是三维的。虽然上述肯定是有一定限制的理论研究可以提供一般指导原则以减少所需的试验次数，但是对于如此复杂的结构物，在预测全尺寸结构物性能时只有广泛的小尺寸模型的水槽试验能够提供其可靠程度。无论如何，象单自由度理论中体现在（3.3）和（3.8）中那样简单有效的设计准则，不大可能在多自由度模型中出现。

上述提法的例外情况是，为了简单起见，波能机械正好由二个独立的振动柱体所组成，而其中每一个都有一个自由度可吸收能量，或者是一个柱体有二个独立的自由度且每个自由度都可吸收波能。那么，我们可以证明，理论上最大效率是 100 %。论证是从波抵消的想法出发的，考察具有垂直对称面的、比如说从垂直振动中吸收能量的相同的两个柱体，最容易看出这一点。两个柱体的同相运动在上、下游无穷远处产生同样的波，而其反向的运动则在上、下游无穷远处产生反相的等振幅波。适当组合这两种运动，将会在一个无穷远点增强波幅，而在另一个无穷远点，波就消失。把时间坐标逆转就可以证明，存在一个解，使入射波被一个柱体的特殊运动全部吸收。Srokosz & Evans（1979）已经发展了这种思想，他们详细地研究了二块独立地横摇的垂直平板，每块板都有功率输出设备。按照Ohkusu（1974）在有关问题中用得相当成功的宽间距近似，他们确定了所需要的广义附加质量和阻尼系数，结果表明，尽管效率可能被所用的近似放大了，但如预期的那样，效率的峰值是 100 %，而且它对间距和频率非常敏感。双板系统正被美国的 Q 公司考虑作为一种实际的波能装置（R. O .Wilke私人通信）。与此同间，Farley等（1978）已经建议使用三板系统，这一情况是令人感兴趣的。

波的相互抵消的论断也适用于以二个独立自由度（一个对称，一个反对称）振动的单个对称柱体，这个思想是Bristol 潜柱波能装置的基础。它利用了 Ogilvie（1963）证明的结果：一个完全在水下的水平长圆柱绕着它的轴作微小的圆周运动，由此在水面上所产生的波只沿一个方向，即轨道上部圆柱的运动方向从圆柱向外传播。显然这是上述论证的一个特例，因为圆运动等价于位相差 90° 的等幅水平、垂直运动。当 Evans 等（1979 a）反过来把它作为吸能器时，理论和实验证实了潜柱体是高效率的。这种思想的优点之一是：调谐到某给定频率的最佳状态时，柱体在其他频率由于透射而损失能量，但绝不会发生反射。Evans

(1979b)指出了如何利用这一现象用另一个圆柱去吸收失去的透射波能.

振动水柱装置　这些装置的工作原理是把俘获的水团调谐到入射波频率，这与到目前为止所考虑的使结构物的一部分与入射波共振的情况大不相同.

一个固定在入射波列中,下端开口,浸于水中的垂直管就是最简单的例子. 管内水团因底端的压力脉动而发生振动，其频率为 ω，它的运动与流体静恢复力方向相反. 简单的计算表明：如果假设管内水的质量不变，若 $\omega^2=g/l$，则水柱会发生共振，其中 l 为水柱长度. 波槽中的实验证实，水柱运动的幅度可以很大. 这种想法形成了许多波能装置的基础，包括Masuda 的自己供电的浮标灯(Masuda & Miyazaki 1978)，这种灯已经成功地运行了好多年. 英国工程实验室的装置(Meir 1978)和Belfast女王大学的浮标装置(Long & Whittaker 1978)都利用了同样的原理，在上述每一种情况中，水柱迫使被封闭的气团以高速通过涡轮机.

Vickers股份有限公司正在研制另一种利用共振水柱的装置(Chester-Browne 1978)，装置的设计正在改进. 但是早期的方案包括一个完全轴对称的水下的海底结构物，顶部中心有一个开口,用导管通到一个有同样截面积的环形管道和环形气-水界面. 水“柱”的长度受封闭气团的压缩所支配. Lighthill(1979)发表了一篇长文，专门叙述这种装置的二维理论，用一对从自由面下某处往下伸展的平行的铅垂长板来模拟这种装置. 由简谐振动模型引起的争论使他(正确地)提出，最大功率为 $|F|^2/(8D)$，其中 $|F|$ 是强迫效应的振幅，D 是能量损失系数. 显然，它与(3.9)相似.

他建立了一系列数学模型，以便最终得到一个入射波列与两块平板相互作用的线性化问题的完整解答. 他的主要目标是估计修正因子 K，它被定义为导管底部的超压(超出流体静压的量)与没有导管时洞口水平面上的压力之比，他指出在某些板距和波频下，K 可以超过1，这是令人惊奇的. 这并不影响能量吸收的最大效率，因为 $D_r=(Ke^{-2\pi h/\lambda})^2$，其中 h 是导管口的深度，λ 为入射波长，这是(3.7)的特殊情况，它把二维系统对入射波的响应和该系统的对称振动所产生的波联系起来了. 尽管如此，K 增大因而 D_r 也增大保证了效率曲线有宽的频带，从而提供了有用的设计准则. 又因为 $D_r\gg D_f$(D_f 是摩阻系数)，所以保证了这种情况下效率接近于它的最大值的50%. 令人感兴趣的是，对于与自由面相交且导管口朝下的两块平行的铅垂平板问题，K 总是小于1，这说明与导管口朝上的情况相比，尽管最大效率仍然相同，但导管口朝下时的效率曲线随谐振频率两边的波频下降得更迅速.

Evans(1978)已经指出：开口朝下情况的简单近似解也可直接适用于开口朝上的情况. 在平板的间隔与其他长度比起来是小量的假定下，他用匹配渐近展开近似把远场(端部有未知强度线源的单板解)和中间场(两个半无穷平板之间的势流)匹配起来. 两块平板之间的流体区域端部连接一个振动活塞，该活塞又和一个弹簧及吸收波能的减振器相连接. 由于又是对称平板的对称运动，所以最大效率是50%. 上述方法与Newman(1974)解没有吸能活塞的同一问题所用的方法完全相同.

在苏格兰东部Kilbride的国立工程实验室波能小组已经建立了包括有水面和固定在海底的非对称振动水柱装置的计算模型(Meir 1978). 该装置早期的困难是结构庞大，这是振动水柱有一个稳定的基准点所必需的. 后来的设计方案是这样选择的，使得结构的任一诱导运动产生的波向尾部传播，它与透射波抵消，且不影响性能.

Simon（1980，待发表）和Thomas（1980，待发表，也可见 Lighthill & Simon 1980）已经独立地把理论推广到三维轴对称铅垂水下导管的情况，而 Evans（1978）的近似方法也处理了这种情况。Simon（1980）用精确的变分法定出压力放大因子K，而Thomas（1980）用本征函数展开建立一个积分方程，然后用数值方法求解，得到阻尼系数和水柱的附加长度。虽然他们用不同的方法求解，但他们的结果符合得很好，也证实了“点式吸能器”的结果。下节导出的三维吸能器的方程（4.5）也适用于振动水柱装置。

4. 三维波能吸收器

正如二维柱体一样，三维物体的能量吸收能力取决于其流体动力学特性，如附加质量、阻尼系数等。但是，现在由于增加了可能的自由度，情况复杂化了。然而，现有的象NMI波那样的计算程序（Standing 1978）可以用来预测简单的三维吸能器的性能。

文献中最着重讨论的是有铅垂对称轴的单浮标，它能够从铅垂的和水平的平动运动中吸收能量。因而可以证明，表达式

$$P_{max}=|\chi_s(\beta)|^2/(8B) \qquad (4.1)$$

依然成立，其中$|\chi_s(\beta)|$是作用在固定物体上的激励力振幅，该激励力由与某一方向成β角的规则平面波产生，其方向为随后发生的运动的方向。$\chi_s(\beta)$还是与阻尼系数$B(\omega)$有关，这时，它们的关系为

$$\int_0^{2\pi}|\chi_s(\beta)|^2d\theta=8B\lambda P_w \qquad (4.2)$$

其中P_w和以前一样是入射波单位波峰长度上的平均功率，λ是波长。这里积分是对入射平面波的所有可能的入射角进行的。

接着可以定义吸收长度或俘获宽度l，这里$l=P/P_w$，由（4.1），（4.2）得

$$l_{max}=P_{max}/P_w=\lambda|\chi_s(\beta)|^2\Big/\int_0^{2\pi}|\chi_s(\theta)|^2d\theta \qquad (4.3)$$

它又能用波浪运动远场的角度变化函数$f(\theta)$来表示，这种波浪运动是在不存在入射波时，强迫物体以吸能模式振动时产生的：

$$l_{max}=\lambda|f(\pi-\beta)|^2\Big/\int_0^{\pi}|f(\theta)|^2d\theta \qquad (4.4)$$

象（4.3）那样，（4.4）也可以在 Evans（1980 a，b）的文章中找到。也等于说，可以在（Newman）（1979）的文章中找到。（4.4）说明，就二维情况而论，在无入射波时，由物体的运动使波能沿着入射波反方向集中的能力是有效的能量吸收器的特点，因此，对于有铅垂对称轴的浮标，若$f(\theta)$、$\chi_s(\theta)$在铅垂运动时与θ无关，在水平运动时，正比于$\cos\theta$，便有

$$l_{max}=\varepsilon\lambda/(2\pi) \qquad (4.5)$$

其中

$$\varepsilon=\begin{cases}1 & \text{对于起伏}\\ 2 & \text{对于纵摆或横摆}\end{cases}$$

这个值得注意的结果是由 Budal & Falnes（1975），Evans（1976）和 Newman（1976）同时独立发现的。它说明单浮标的最大俘获宽度与它的大小无关。因此，有可能使这种物体吸收的能量比波峰长度等于物体直径的入射波所含有的能量还要多。

尽管物体的尺度不是明显地出现在（4.5）中，但它确实在下述意义下起作用。就二维柱

体而论，最大吸收的条件是速度满足

$$U=(1/2)\chi_s/B$$

对于小的物体来说，这个量就变得很大，因而违反了作为导出上述结果基点的线性化理论。使物体同给定的波频共振的条件同二维情况的条件一样，即要求惯性项和刚度项抵消，其阻尼等于辐射阻尼（(3.12)）。

对于单个的“点式吸能器”，B. M. Count（私人通信）已经提供了（4.5）的实验验证，他得到的俘获宽度是最大理论值的70%。大部分实验是在狭波槽内完成的，在这种情况下，壁面效应是重要的，所得结果不能直接与（4.5）作比较。对于这种情况，可以证明，若波长大于波槽的宽度，二维的结果可以适用，一对称浮标最多能吸收入射波列总能量的一半。该结果已由 Budal等（1980）的实验加以证实。Srokosz（1980）已对波槽中三维吸能器进行一般理论处理，包括波长小于波槽宽度的情况。

对于调谐到某一频率、在起伏运动中吸收能量的半沉的球，Evans（1976）给出了表示俘获宽度随波频变化的曲线。由作用在球上的流体静恢复力所产生的内在的刚性阻碍了调谐到较长波长的努力。为避开这个问题，并且为装置提供一个防护的环境，Srokosz（1979）考虑了一个在水下的球，该球系着三根缆绳，它们对称地连接到海底的泵和弹簧上。三根缆绳的用途是使球不仅能从它的垂直运动，而且能从它的水平运动中吸收能量，其最大俘获宽度接近于从（4.5）得出的$3\lambda/(2\pi)$。事实上，在这种情况下，这个数值是不可能达到的，因为为了确保球的各向同性，为每根缆绳所选的弹簧和减振器的常数都是相同的。对于不同的调谐频率及相应的球的运动的情况，已有表示俘获宽度随入射波频率而变化的曲线。正如所预期的那样，在长波中增加俘获宽度相当于增大球的运动幅度。球的水平运动大约是其铅垂运动的两倍，这反映了下面的事实：起伏的阻尼系数大约是纵摆的阻尼系数的两倍。

对于不是关于铅垂轴对称的三维物体，在$\chi_s(\beta)$和B之间不存在简单的关系。然而，用瘦船近似，可以对物体的细长度如何影响俘获宽度获得某些感性认识。因此Evans(1980a,b)研究了一个薄楔形物体，其平面形状既可以是抛物线形的，也可以是矩形的，它通过铅垂运动（起伏）吸收能量。在这种情况下，由于散射波场的贡献因对称性而互相抵消，所以可以得到铅垂激励力的显式。现在从（4.3）得出

$$l_{max}(\beta)/l_{max}(0)=|\chi_s(\beta)|^2/\chi_s(0)|^2 \qquad (4.6)$$

这说明了俘获宽度如何随入射平面波的入射方向β而变化，入射方向角β从物体的轴的延长线的垂线算起。对抛物线形吸能器来说，当

$$l_{max}(0)=q_1\lambda/(2\pi)$$

时，（4.6）右端正好是$\{2J_1(\nu\sin\beta)/(\nu\sin\beta)\}^2$，其中

$$q_1^{-1}=\frac{1}{2\pi\nu^2}\int_0^{2\pi}\left\{\frac{2J_1(\nu\sin\theta)}{\nu\sin\theta}\right\}^2 d\theta$$

对于矩形物体，大括号中的项用$\sin(\nu\sin\theta)/(\nu\sin\theta)$来代替，这里$\nu=2\pi L/\lambda$，其中$2L$是物体长度。显然$q_1$反映了由于物体的细长度对点式吸能器结果的修正。$q_1$的计算表明：对所有波长$l_{max}(0)/(2L)>0.4$。

Budal（1977）首先考虑把它推广到任何数目的孤立浮标，每个浮标都吸收能量。他假设在最佳运动状态每一个浮标的振幅都是相同的，然后着手使浮标的振幅和相对位相最优

化。对于平行于入射波列波峰的、无论是两个浮标或一排无穷个浮标的情况，等振幅假设显然是正确的。但在其他情况下，该假设不成立。Evans（1980 a,b）和 Falnes（1978）已经独立地做了使浮标运动的振幅和位相最优化的工作。其结果是，浮标系统吸收的平均功率可以写为

$$P=\frac{1}{8}\chi_s^*B^{-1}\chi_s-\frac{1}{2}(U_0-\frac{1}{2}B^{-1}\chi_s)^*B(U_0-\frac{1}{2}B^{-1}\chi_s) \tag{4.7}$$

当 $U_0=\frac{1}{2}B^{-1}\chi_s$ 时，P 有最大值，给出能被系统吸收的最大平均功率

$$P_{max}=\frac{1}{8}\chi_s^*B^{-1}\chi_s \tag{4.8}$$

这里 B 是 $N\times N$ 阶矩阵，其元素为 B_{mn}，其中 $B_{mn}U_{0n}$ 是作用在第 m 个物体上的力的一部分，这一部分力是由第 n 个物体的（复）速度的振幅 U_n 所产生的，且与第 n 个物体的速度同相。χ_s 是一个 N 维向量，它的第 m 个分量是其他物体对第 m 个物体的激励力的(复)振幅。注意，* 号表示复共轭转置。

由此可见，（4.8）是单个物体的结果（4.1）的巧妙的推广，假定物体可从所有模式中吸取能量，它也适用于多模式振动的物体。$\chi_s(\beta)$ 和 B 还是相关的，这时，其关系由下式确定（Srokosz 1979）：

$$B_{mn}=\frac{1}{8\lambda P_w}\int_0^{2\pi}\chi_{sm}(\theta)\chi_{sm}(\theta)d\theta \tag{4.9}$$

这附带地证明了只要系统的激励力向量 $\chi_s(\beta)$ 不恒等于零，矩阵 B 就是正定的，因而是可逆的。

鉴于缺少关于一般浮标系统的 $\chi_s(\beta)$ 的资料，如果要作进一步改进，必须作关于浮标之间相互作用的假设。用 N 个相同的浮标构成一排浮标，每一个浮标都有铅垂对称轴，且都足够小不致于使它们之中的任何一个作强迫运动时所产生的远场特性有所改变，可以证明（Evans 1980 a，b）：

$$l_{max}(\beta)=P_{max}/P_w=\frac{\lambda}{2\pi}Nq(\mu,\beta)$$

其中 $\mu=2\pi d/\lambda$，d 为浮标之间的间距，这里

$$q(\mu,\beta)=L^*J^{-1}L/N \tag{4.10}$$

其中

$$J=\{J_{mn}\}=\left\{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}L_m(\theta)L_n^*(\theta)d\theta\right\}$$

且

$$L=\{L_{mn}\}=\{\exp(i\mu m\sin\beta)\}$$

所以

$$J_{mn}=J_0\{\mu(m-n)\}$$

很显然，$q(\mu,\beta)$ 为放大因子，它是物体之间的相互作用的一种度量，因为它正好是每个浮标的最大平均功率除以单个孤立浮标的最大平均功率。

两排等间距浮标的 $q(\mu,0)$ 随 μ 变化的曲线表明，间隔大约为 $d=6\lambda$ 时，放大系数大于

60%。最近B. M. Count（私人通信）已经在爱丁堡大学宽波槽内用实验验证了这些结果。他研究了两排、五排、十排等间距浮标。

可以把点式吸能器组理论和细长物体的瘦船理论结合起来估算细长物体组的俘获宽度。比如对于每个长为 $2L$，间距为 d，排成一行，且物体的轴在平行线上的 N 个相同的薄物体，放大系数 $q(\mu,\nu,\beta)$ 仍由（4.10）给出，但对于作铅垂振动的矩形平面形状的薄楔形物体来说，

$$L_m=\exp(i\mu m\sin\beta)\sin(\nu\sin\beta)/(\nu\sin\beta)$$

该方法可推广到下述的任一情况：每个物体或每个铰接的相同物体有它自己的吸能机制，假定由入射波和固定物体的相互作用所产生的绕射波可以忽略。因为这时激励力向量 $\chi_s(\theta)$ 可以从入射压力在物体上积分而导出，从（4.9）定出 B_{mn} 后，就可以从（4.8）得到 P_{max}。

计算激励力向量 $\chi_s(\theta)$ 通常是困难的，必须象上面对点式吸能器系统那样作近似。然而，对两个半沉的作起伏运动的球，Greenhow（1980）已经在理论分析方面取得了进展。他用迭代法部分地考虑了两个球的局部波场之间的相互作用，对于这种结构，他能够导出系数 B_{mn} 和 q 因子的更精确的表达式，它与 Budal/Evans的点式吸能器的结果在定性上是一致的。Ohkusu（1973）已经对三维的铅垂柱系应用了类似的迭代方法。

Newman（1979，也可看 Mei & Newman 1980）也导出了（4.3）的结果，但是他是通过 Kochin 函数和远场特性而不是用作用在物体上的流体动力的方法而得到的。他用了类似于导出（4.10）时所用的假设——细长体近似，并把结果应用于细长体。研究了特定形状装置的各种运动之后，Newman 确定了俘获宽度的范围，当 $\lambda\to\infty$ 时，它们都渐近于 $\lambda/(2\pi)$。他特别把方法应用于有三个元件的细长铰接筏，从而使他得出结论：这种结构接近于最佳状态，因为偶模式和奇模式的组合模式的俘获宽度接近于以前研究过的连续模式的俘获宽度。增加筏子的数目并不显著增加俘获宽度，但减少到一个铰链二个筏子时，俘获宽度减少一半。这个结论与 Count（1978 a）的结论不同。基于公认的二维结果，他似乎赞成有一个铰链的、后面的物体比前面的物体长一倍的结构。Haren & Mei（1979）也赞成不超过二个或三个物体。

Newman 的工作切合实际地把估算物体约束对俘获宽度的影响列入计算工作。把细长装置的运动限制在实际范围内，俘获宽度曲线就不是随 λ 增加而是有一个最大值，而当 $\lambda\to\infty$ 时它事实上趋于零。这样，Newman 估计：最大俘获宽度是细长装置长度的数量级，对于提倡诸如象 French 可变形囊那样的振荡器装置的人来说，这个结果是鼓舞人的。然而，这结论完完全全不依赖于允许物体有多少运动这一事实。

可以把最佳功率结果再稍微推进一步，把对物体运动有整体约束的情况包括在内。例如，如果每一物体的速度分量，比如说，受 $|U_n|\leqslant\beta_m$ 限制，于是

$$U^*U=\sum_{m=1}^{n}|U_m|^2\leqslant\sum_{m=1}^{N}\beta_m^2=\beta^2 \qquad (4.11)$$

问题就成为以(4.11)为条件将(4.7)最佳化的问题。从几何上来看，函数 $P(U)$ 可看作 $2N$ 维 U 空间中以 $(1/2)B^{-1}\chi_s$ 为中心的封闭曲面 $P(U)=$ 常数，它在 $U=(1/2)B^{-1}\chi_s$ 处有一最大值 $(1/8)\chi_s^*B^{-1}\chi_s$，这是 U 未受限制时得出的。当曲面 $P(U)=$ 常数与“球” $U^*U=\beta^2$ 恰好相切

时，得到了与满足（4.11）的U相应的最大值。因为B不是单位矩阵，故U不在$(1/2)B^{-1}\chi_s$方向，但是该问题可用Lagrange乘子法容易地求解。我们发现（D.V.Evans未发表的工作）

$$P_{max}=\frac{1}{8}\chi^*(B+\mu I)^{-1}\chi+\frac{1}{2}\mu\beta^2\left(=-\frac{1}{2}U^*(B+2\mu I)U\right)$$

其中标量μ满足$\|(\beta+I)^{-1}\chi\|=2\beta$，$\|\quad\|$表示欧几里德意义上的模长。假定$\|B^{-1}\chi\|\geqslant2\beta$，最佳的$U$由$U=(1/2)(B+I)^{-1}\chi_s$给出。

5. 其他课题

非线性波浪力　波斜率的二阶摄动展开表明，除了作用在置于波浪中的物体上的一阶、二阶谐振力之外，还有平均的水平漂移力。Longuet-Higgins（1977）已经证明它等于

$$\frac{1}{4}\rho gA^2(1+|R_1|^2-|T_1|^2)=\frac{1}{4}\rho gA^2(\eta+2|R_1|^2)$$

其中η是二维柱体的吸收效率。对于Cockerell筏子组，他用实验证实了这些结果。Salter（1976）对他的“鸭子”在小振幅波情况做了同样的工作。Salter还指出，对于波浪经过固定在水下的圆柱的情况，平均水平漂移力实际上是同波传播方向相反的。Longuet-Higgins（1977）根据柱体顶上波的破碎解释了这个现象。在比较长的波中，碎波出现在最小深度点附近，超过这点之后，波浪继续破碎、水平动量流的总损失被相应的平均水平面的增加所平衡，从而产生了逆向的水平力。这些结果说明，对水下波能装置来说水平漂移力不大可能是一个严重的问题。

非线性功率输出　文献中对于模拟真实的功率输出系统几乎没有引起注意。迄今提到的所有工作都已经假设了阻尼力与速度成正比，弹性力与位移成正比，或等价地假设所有运动是单个频率$\omega/(2\pi)$的简谐运动。McCormick(1974)处理Masuda浮标的方法是个例外，他给出了浮标内气流完整的非线性提法。他作了Froude-Krylov假设，忽略浮标运动对入射波的影响，浮标附加质量也假设为与频率无关的常数。然后，他证明了由内部空气流产生的力的非线性项可以忽略，所以最后所得的内表面位移的方程是线性的。

Count（1978b）考虑了线性波浪同有非线性取能特性的波能机械的耦合问题。他特别考虑了Salter鸭子，其阻尼为与速度反号的常数阻抗力矩。修正后运动方程（3.10）成为

$$(m+M_\infty)\ddot{\xi}(t)+d\,\mathrm{sgn}(\dot{\xi})+k\xi+\int_0^t G(t-\tau)\dot{\xi}(\tau)d\tau=F_s(t)\qquad(5.1)$$

其中$\int_0^\infty G(t)\exp(i\omega t)dt=B(\omega)-i\omega\{M(\omega)-M_\infty\}$，$M_\infty$是在频率为无穷大时柱体的附加质量，这里$d\,\mathrm{sgn}(\dot{\xi})$描述了Coulomb阻尼。和以前一样$F_s(t)=\mathrm{Re}\chi_s\exp(i\omega t)$是作用在固定物体上的激励力。用与速度成正比的阻尼代替（5.1）的第二项，改变频率范围之后，（5.1）与（3.10）直接对应。Count求解（5.1）是用有限差分格式的数值计算，对于所有$d>0$的情况，C. Elliott（私人通信）证明了差分格式的收敛性。横摇速度的计算表明：它同频率有密切关系，在频率较小时，随着$\theta=d/|\chi_s|$增大到1，无运动周期增加；对于$\theta>1$，因为波浪力不足以克服泵的阻力，所以不发生任何运动。与线性的最佳效率比较可得出：谨慎地选择θ的值，它可以接近于线性的最佳效率，但是效率同频率的关系也很密切。在θ较小时，利用Fourier级数，并且假定了其余的周期所得的解析解同有限差分法数值解符合。Count也

考虑了在外加转动力矩限制下阻尼与速度成正比的情况，他把这种阻尼和 Coulomb阻尼下的效率作了一个比较。

利用 Fourier 级数方法，Parks & Tondal（1978）也已经处理了 Coulomb 阻尼的波能装置，为简单起见，它仅由一铅垂平板组成。他们得到了与 Count（1978b）类似的结果。他们也没有打算用这种方法去预测零运动。假设运动沿着平板向下指数衰减，问题就被简化了，因而使这个问题和更复杂的三板系统（Farley 等 1978）可以求解。

实验流体力学　虽然这与波能装置没有特殊的关系，但提一下为了证实波能领域中得到的理论结果而发表的一系列著作是合适的。这是从 Knott & Flower（1979）进行的实验开始的，实验中一个完全浸在水下的平行平板容器置于规则入射波中。实验的目的是检验理论预测的管道中压力的振幅（Lighthill 1979）并与没有管道时的压力作一比较。他们能够证实这一点。在另一篇文章（Knott & Flower 1980 a）中，他们推广了这项工作，考虑了狭水槽和宽水槽中的圆管，所得结果与 Lighthill & Simon（1980）的理论预测符合得比较好。实验和理论的目的都是要弄清 Vickers 的水下波能装置的原理。由于振荡流通过有各种出口形状的管道时能量损失的重要性，又出现了另一些文章（Knott & Mackley 1980，Knott & Flower 1980b）。在这些文章中，考虑了涡流损失同孔口唇部半径、管道半径、振幅和频率的依赖关系。两篇文章都采用了流场显示技术，给人的印象很深刻。在后一篇文章中指出涡流损失仅当运动超过了某一个幅度时才开始，而运动的这一临界幅度同唇部半径密切相关。

细长的可变形装置　早期的装置是没有自由度的刚性结构，但近来兴趣已经转移到细长可变形结构上，它们的轴逆浪运转，通过纵向连续变形逐渐吸收能量。其中最著名的是 French（1977）的装置，但是 Farley（已交付发表）已经提出了一个更现代化的振荡器装置，它由一细长可变形的浮动横梁所组成，它被紧绷着以促使梁发生弯曲并放大波所诱导的铅垂振动。

第 4 节所述的N个独立振动物体的俘获宽度理论和 Newman（1979）的工作一样，朝着提出一个可变形装置的理论方面迈出了一步。把此理论推广到连续变形的细长装置，对于这样一个长度为 $2L$ 的逆浪物体可得出

$$l_{max}=\frac{\lambda}{2\pi}\int_0^{2L}u_0^*(x)\exp(ikx)dx \tag{5.2}$$

其中 u_0 满足

$$\int_0^{2L}u_0(x)J_0(k(x-y))dx=\exp(iky),\qquad 0\leqslant y\leqslant 2L \tag{5.3}$$

这里，物体已经用一强度为 $u_0(x)$ 的源分布来表示。在 l_{max} 的这种驻定形式中，利用近似函数 $u_0(x)=c\exp(ikx)$，联立（5.2），（5.3）得出 l_{max} 的简单近似，其结果为

$$\frac{2\pi}{\lambda}l_{max}=\left(\int_0^{2L}u_0^*(x)e^{ikx}dx\right)^2\Big/\int_0^{2L}\int_0^{2L}u_0(x)u_0^*(y)J_0[k(x-y)]dxdy$$

立即可得

$$l_{max}=\lambda q/(2\pi)$$

其中 $q^{-1}=\pi^{-1}\nu^{-2}\int_0^{\pi}\sin^2\{\nu(1+\cos\theta)\}/(1+\cos\theta)^2d\theta$，$q$ 是超过点式吸能器程度的度量在。这方

（下转第49页）

10 Cokelet, E.D., Mechanicce of Wave-induced Forces on Cylinders, edited by T.L. Shaw, Pitman, London (1979).

WAVE LOADING RESEARCH ON OFFSHORE STRUCTURES

Chen Si-xiong
(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

（上接第 128 页）

面进一步的工作包括有约束的运动、可变形装置组等正在进行中（D. V. Evans 未发表）。

6．结束语

应用于波能问题的理论流体动力学是比较新的一个领域，但其思想是比较古老的。在船舶流体动力学领域中应用了多年的理论工具已经被证明是十分有用的，吸能装置更加复杂，已经获得了某些对完成整个波能计划直接有益的新成果。

前面几节提到的一般结果必然会反映出本文作者本人的兴趣，这也就是说，由于篇幅有限；有些文章没有提及。其中包括如许多设备组得到的实验报告，由英国波能计划下设的技术咨询组编写的堆积如山的文章，所涉及的内容包括从锚链的形式到环境影响等各个方面；由英国海洋科学研究所收集和处理的重要的波浪数据资料。在波能领域中发明者的创造力丝毫没有衰退的迹象，有些方案，譬如，由 Mehlum & Stamnes（1980）和Isaacs（1980）各自描述的波浪聚焦的设计，由 Pleass（1978）建议的利用波能系统淡化海水的方案和“海明”（Kaimei）船计划（Masuda & Miyazaki 1978）等都值得一提。

虽然对经验公式（比如预测作用在结构物上的波载的 Morison 方程）作合理的解释和推广已经证明是成功的（Dixon 等人 1980），但展望流体力学的未来，非线性的物体和波的运动是摆在我们面前需要进一步研究的领域。Count（1978 b）关于非线性泵特性的工作是对这个困难领域的另一个有价值的贡献，该项工作需要推广到多自由度系统。另一个需要研究的领域是预测铰接的或可变形的装置组的流体力学特性，以便估计间距的重要性。当装置的数目增加时，现有的计算程序费用太高，需要建立更好的近似方法并发挥作用。

最后，由于缺乏方向能谱的经验资料，关于海洋效率的工作已经受到影响。这篇综述所提到的文章中，确实没有包括用 $I(\omega,\theta)$ 的知识根据方程（2.5）来计算海岸效率的文章。随着方向浮标测量和波浪-气候预报方法的可靠程度的增加，可以预期在将来的理论模型中，在真实的海洋条件下的性能估计将变得越来越重要。

虽然，我们认识到波能机械的生存能力只能靠大量的模型试验，归根到底还要靠紧接着的全尺寸原型试验来验证，但在将来的一段时间内流体动力学的理论显然可以在许多领域中继续发挥其有益的辅助作用。

参　考　文　献（略）

周显初译自：*Ann. Rev. Fluid Mech.*, **13**（1981）：157—187.（李家春校）